

SiC와 ZrO₂를 함유하는 Al₂O₃ 입자복합체의 균열저항거동: II. 이론적 분석

나상용 · 이재형
영남대학교 재료금속공학부
(2000년 2월 25일 접수)

R-Curve Behavior of Particulate Composites of Al₂O₃ Containing SiC and ZrO₂: II. Theoretical Analysis

Sang Woong Na and Jaehyung Lee

School of Metallurgical and Materials Engineering, Yeungnam University
Kyongsan, Kyongbuk, 712-749, Korea
(Received February 25, 2000)

초 록

Al₂O₃/SiC, Al₂O₃/ZrO₂ 및 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체들에 대한 파괴인성을 이론적으로 분석하였다. 제시된 입자접속 모델에 의하면, 균열접속으로 인한 긴 균열에서의 균열성장저항값은 계면에 생기는 잔류압축응력에 선형 비례하며, 이차상의 단위면적당 비율이 일정할 때는 이차상의 크기에 선형 비례하고, 함량이 일정할 때는 이차상간의 거리에 반비례하는 것으로 나타났다. 이에 따라 30 vol%의 3 μm SiC 입자를 함유하는 Al₂O₃/SiC 복합체는 SiC 입자가 큰 잔류응력으로 인해 강한 균열접속을 일으키며 파괴인성을 크게 증진시키는 것으로 확인되었고, 균열성장저항은 단일체 Al₂O₃에 비해 약 20 배에 달하였으며 이에 따르는 긴 균열에서의 파괴인성은 2.5 배가 넘었다. 입자접속과 상변태인성증진이 이중으로 일어나는 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체에서는 SiC 입자로 인한 인장응력이 접하고 있는 ZrO₂ 결정립의 자발적인 상변태를 충분히 일으킬 정도로 컸다. 그러나 입자접속기구 자체는 ZrO₂의 영향을 받지 않는 것처럼 보였다. 그럼에도 불구하고, 본 연구의 복합체에서와 같이, 두 가지 인성증진이 서로 중첩되면 전체적인 인성증진은 단순 합보다는 근본적으로 많이 작을 수밖에 없는 것으로 나타났으며, 이는 두 개의 인성증진이 서로간의 함수로 나타나기 때문이다.

ABSTRACT

Fracture toughness of particulate composites of Al₂O₃/SiC, Al₂O₃/ZrO₂ and Al₂O₃/ZrO₂/SiC was analysed theoretically. According to the suggested particle bridging model for obtaining the R-curve height, the crack extension resistance for the long crack was linearly proportional to the residual clamping stress at the interface between the second phase particle and the matrix. It was also a function of the particle size and the content. It was confirmed that the rising R-curve behavior of Al₂O₃ containing 30 vol% SiC particles of 3 μm was owing to the strong crack bridging by SiC particles. For Al₂O₃/ZrO₂/SiC composites, the tensional stress from the 3 μm SiC particles was large enough to activate the spontaneous transformation of the ZrO₂. The crack extension resistance due to the particle bridging mechanism did not seem to be affected much by the coupled toughening, but its resultant toughness increase could be significantly smaller due to the dependency on the matrix toughness.

Key words : Particulate composites, R-curve, Fracture toughness, Particle bridging, Transformation toughening

1. 서 론

세라믹스에서의 균열접속은 연성의 금속입자를 첨가한 복합체를 제외하고는 주로 섬유강화복합체와 휘스커강화복합체에서 연구되어 왔다.¹⁻³⁾ 그러나 1980년대 중반 이후에 알루미늄에서 결정립접속기구가 발견된 이래 균열접속은 크게 주목을 받게 되었다.⁴⁻⁹⁾ 비록 결정립접속의 효과는 결정립크기의 함수여서 결정립크기가 매우 큰 알루미늄을 제외하고는 응용이 제한되지만, 결정립접속의 개념은 균열저항곡선 즉 R-curve와 연결되어, 매우 흥미로운 것이었다. 결정립접

속은 상변태인성기구에서처럼 균열 shielding의 하나로서, 균열이 성장할수록 파괴인성이 증가하는 R-curve 거동을 초래하며, 이는 균열에 대한 저항 또는 crack tolerance를 높이게 되어 세라믹스의 신뢰성을 증가시킬 수 있다. 1990년대에 이르러서는 단일체 알루미늄에서의 결정립접속의 개념이 자체인화 Si₃N₄와 SiC에 적용되었다.¹⁰⁻¹²⁾ 미세조직을 최적화 시켜서 결정립접속을 극대화하며 결과적으로 파괴인성이 높은 더욱 중요하게는 균열저항이 높은 Si₃N₄와 SiC에 대한 연구가 최근에 매우 활발하게 이루어지고 있다. 이들에서 결정립접속에 의한 인성증진을 극대화시키기 위해서는

장방형의 결정립, 조대한 결정립 등이 중요하다. 그러나, 그 외의 균열접속에서의 중요한 변수로 알려진 잔류응력의 크기 또는 균열접속에 참가하는 결정립 비율 등은 결정립접속 기구에서 극대화시키거나 제어하기에는 한계가 있다.

앞선 논문 "SiC와 ZrO₂를 함유하는 Al₂O₃ 입자복합체의 균열저항거동: I. 실험"¹³⁾에서 결정립접속의 한 변형인 입자접속에 의한 인성증진을 보이는 세라믹스 입자복합체를 처음으로 제조하여 균열저항거동을 살펴본 바 있으며, 본 연속 논문의 목적 중 하나는 입자접속기구를 이론적으로 고찰하는 것이다. 입자접속은 결정립접속의 보다 일반적인 경우로 볼 수 있다. Bennison과 Lawn이^{7,14)} 처음 제안한 결정립접속모델도 실제로는 입자접속의 모델로서, 이를 단일체 Al₂O₃에 적용하여 결정립이 하나 건너 이차상의 역할을 하며 균열접속을 한다고 가정한 것이다. 또한 균열접속의 모델 실험으로서도 입자접속은 결정립접속보다 훨씬 유리하다. 입자접속에서는 우선 결정립접속에 비해 기하학적 가정이 적다. 즉 이차상을 선정함으로써, 그 입자 형태가 정해지며 함량을 제어할 수 있고 이차상간의 거리도 제어 및 실제 측정이 가능하다. 더욱 중요한 것은 이차상에 따라 잔류응력이 달라지며 따라서 균열저항의 정도도 변화시킬 수 있다는 것이다. 본 연구에서 사용한 이차상 SiC 입자는 Al₂O₃ 기지와 열팽창계수가 커서 잔류응력이 매우 클 것이며 따라서 균열접속의 효과가 높을 것임을 예상할 수 있다.

본 연구의 또 하나의 목적은 균열접속과 ZrO₂에 의한 상변태 인성증진이 한 개의 시스템에 동시에 일어날 때 서로간에 미치는 영향을 분석하는 것이다. 즉, 앞선 논문에서, 두 개의 인성증진기구가 같이 작용할 때 그 인성증진이 각각 따로 존재할 때의 증진 폭의 합보다 현저히 낮은 것을 보인 바 있으나 이에 대한 정확한 설명은 제시할 수 없었다.¹³⁾ 고인성 복합체의 최적 설계를 위해서는 각각의 인성증진기구뿐만 아니라 서로 다른 증진기구간의 상호 영향에 대한 보다 근본적인 이해가 필요하다.

따라서 본 논문에서는 앞선 논문에서의 실험 대상이었던 Al₂O₃/SiC, Al₂O₃/ZrO₂ 및 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체의 파괴인성에 대한 이론적 분석을 하였다. 이를 위해 현존하는 결정립접속기구의 모델을 검토하여 입자접속기구의 모델을 새로이 만들어 이를 적용하였다. 또한 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체에서 입자접속과 상변태인성증진이 서로간에 미치는 영향을 확인하고, 이러한 이중인성증진을 보이는 복합체의 파괴인성을 이해하고자 하였다.

2. 이 론

2.1. 알루미늄과 그 복합체의 파괴인성

단일체 Al₂O₃와 이차상 또는 3차상까지 함유하고 있는 복합체, Al₂O₃/SiC, Al₂O₃/ZrO₂ 및 Al₂O₃/ZrO₂/SiC의 파괴인성, K^A , K^{AS} , K^{AZ} 및 K^{AZS} 는 각각 다음과 같이 표시될

수 있다.

$$K^A = K_0 + K_R + K_{GB} \quad (1)$$

$$K^{AS} = K_0 + K_R' + K_B \quad (2)$$

$$K^{AZ} = K_0 + K_{GB}' + K_T \quad (3)$$

$$K^{AZS} = K_0 + K_R'' + K_B' + K_T' \quad (4)$$

K_0 는 잔류응력 또는 이차상의 영향을 받지 않을 때의 Al₂O₃ 기지(matrix)의 파괴인성이다. K_R , K_R' 및 K_R'' 은 결정립간의 또는 기지와 첨가된 입자의 열팽창계수차이로 인한 잔류응력으로 기지에 생기는 파괴인성의 변화이다. K_R 은 이차상의 열팽창계수가 상대적으로 작은 균열접속기구의 경우 기지에 전체적으로 인장응력을 주어 음의 값을 갖는다. K_{GB} 및 K_{GB}' 는 각각 단일체 Al₂O₃와 Al₂O₃/ZrO₂에서의 결정립접속, 그리고 K_B 및 K_B' 는 SiC 입자의 균열접속에 의한 파괴인성 증진 기여도이다. Al₂O₃/ZrO₂는 논문 I에서 결정립접속이 단일체 Al₂O₃/ZrO₂에서처럼 관찰되어 K_{GB} 를 고려하였다. K_T 및 K_T' 는 각각 Al₂O₃ 기지와 Al₂O₃/SiC 기지를 응력유기상변태로 인화시킬 때의 인성증진이다.

2.2. 입자접속기구(particle bridging)

복합체의 기지에 열팽창계수가 다른 이차상이 존재하며 균열이 이차상을 파괴하지 않고 이차상과의 계면을 따라 진행할 때, 균열접속현상 즉 입자접속이 일어난다면, 이 복합체의 파괴인성, K_C 는 기지의 순수한 즉 이차상 또는 미세조직의 영향이 없는 파괴인성(K_0)과 미세조직이 미치는 파괴인성(K_μ)의 합으로 생각할 수 있다.^{7,8,14,15)} 미세조직이 미치는 파괴인성, K_μ 는, 앞의 식(2)에서처럼, 이차상에 의한 잔류응력이 기지에 미치는 파괴인성의 변화 즉 잔류응력에 의해 기지에 생기는 평균 인장응력과 인근 입자에서의 압축응력에 의한 파괴인성변화(K_R)와 균열접속에 의한 인성증진(K_B)으로 다시 나누어진다.

먼저, 입자접속은 균열이 이차상 입자 주위를 돌아 진행할 때 이차상 입자가 기지에서 뽑히며(pullout) 에너지가 그만큼 더 소비되는 것이다. Bennison과 Lawn은^{7,14)} 이차상 입자는 열팽창계수의 차이로 인해 계면에 존재하는 잔류압축응력(clamping stress)을 받고 있으며, 따라서 계면이 파괴된 뒤에도 pullout을 위해서는 계면에서 Coulomb 마찰이 일어나야 한다는 것을 주시했다. 결과적으로 균열선단의 뒤로 균열접속의 process zone을 형성하며 이 안에 있는 이차상 입자의 마찰 힘이 closure stress로서 균열을 잡아준다. 한 변의 길이가 d 인 정육면체의 이차상 입자가 기지 안에, Fig. 1에서와 같이, 3차원적으로 균일한 분포를 이루고 있는 복합체를 생각해 보자. 균열이 이차상의 가운데를 만나 계면이 파괴되면서 입자접속이 일어난다면, 이차상 하나가 균열 면에 가하는 힘은 $4d\xi^B \times \mu \times \sigma^R$ 이 된다. ξ^B 는 이차상이

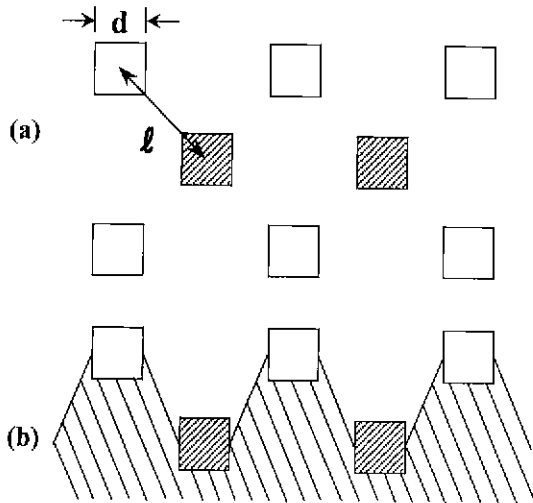


Fig. 1. Geometry of the particle bridging model: (a) Top view and (b) Side view. The hatched squares are out-of-plane bridging particles.

완전히 pullout 되었을 때의 균열이 벌어진 거리이며, μ 는 이차상 입자와 기지간의 마찰계수 그리고 σ_R 은 이차상에 가해지는 잔류압축응력이다. 이 힘이 균열 면의 단위 면적에 가해진다고 생각하면, closure stress, p_B^C 는 다음과 같다.^{7,14,16)}

$$p_B^C = 2d\xi^B \times \mu \times \sigma^R / \left(\frac{2}{3}l^2\right) \quad (5)$$

l 은 이차상 입자 중심간 거리이다. 이에 따르는 $R_B^\infty = 1/2(p_C^B \xi^B)$ 이며,^{7,14)} ϵ^B 를 접속파괴변형율(bridge-rupture strain)이라 했을 때 $\xi^B = \epsilon^B d$ 이므로, K_B 가 최고에 달한 충분히 긴 균열에서, 균열성장저항(crack-extension resistance), R_B^∞ 는 다음과 같이 표시된다.

$$R_B^\infty = 2(\epsilon^B)^2 \mu d \left(\frac{3d^2}{2l^2}\right) \sigma_R \quad (6)$$

이때 $(3d^2/2l^2)$ 은 이차상 입자의 projected-area fraction이 된다. 따라서 R_B^∞ 는 접속파괴변형율의 제곱, 마찰계수 그리고 잔류압축응력에 선형적으로 비례한다. 또한 이차상 입자의 단위면적당 비를 고정시키면 이차상 입자의 크기에, 반대로 같은 크기의 이차상 입자에서는 단위면적당 비에 선형적으로 비례한다. 이차상의 함량은 $1.3d^3/l^3$ 이므로, 함량이 일정하면 입자간 거리 l 에 선형적으로 비례한다. 이는 같은 함량에서 l 이 클수록 즉 이차상 입자가 커서 입자간 거리가 클수록 R_B^∞ 이 크다는 것을 보여준다.

입자접속에 의한 인성증진 K_B^∞ 는 R_B^∞ 에서 다음과 같이 구할 수 있다.¹⁴⁾

$$K_B^\infty = (K_m^2 + E_C R_B^\infty)^{1/2} - K_m \quad (7)$$

이 때 E_C 는 복합체의 탄성계수 E_C 와 Poisson비를 포함하는 $E_C/(1-\nu^2)$ 이다. 이 식에 따르면, 인성증진 폭 K_B^∞ 는 우선 균열성장저항 R_B^∞ 의 함수이나 인성증진 전 원래의 파괴 인성 K_m 의 함수이기도 하다. 물론 같은 K_m 에서는 R_B^∞ 가 클수록 K_B^∞ 가 크나, 같은 R_B^∞ 에서는 오히려 K_m 이 작을수록 더 크다. 이 관계는 나중에 논의할 두 가지 인성증진기가 동시에 존재할 때의 전체적인 인성증진 폭을 이해하는데 있어서 매우 중요하다.

입자접속기구는 이미 잘 알려진 단일체 Al_2O_3 에서의 결정립접속기구와 근본적으로 같다. 따라서 위의 식들은 Bennison과 Lawn의^{7,14)} 결정립접속기구 모델을 기본으로 얻어졌다. 실제로 Bennison과 Lawn은 단일체 Al_2O_3 에서 균열접속에 참가하는 결정립을 이차상으로 가정하여 입자접속기구의 모델을 만들었다. 단지 그들의 균열성장저항을 표현하는 식은 이차상의 함량과 관련하여 물리적으로 맞지 않으며 따라서 본 이론에서는 수정된 식(6)을 제시하였다.

또 하나, 본 이론에서의 다른 점은 이차상 첨가에 따라 생기는 잔류응력이 기지의 파괴인성에 미치는 영향을 고려하는 것이다. 잔류응력은 열팽창계수가 작은 SiC 이차상 입자의 경우 알루미늄 기지에 접선방향의 인장응력과 축방향의 압축응력을 주며 진행되는 균열전단의 응력확대계수를 변화시킬 수 있다. Bennison과 Lawn은⁷⁾ 알루미늄의 경우 이방성에 의한 잔류응력은 결정립의 결정방향에 따라 양과 음의 응력으로 무작위로 바뀌며 따라서 균열이 자람에 따라 그 효과가 상쇄될 것으로 예상하고, 긴 균열에서는 잔류응력에 따르는 K_R 을 무시하였다. 그러나 이차상 입자에 의한 일반적인 균열접속모델에서는 두 가지 응력이 기지의 파괴인성, 결과적으로 전체적인 파괴인성에 미치는 영향을 고려해야 할 것이다. 또한 알루미늄에서도 균열접속에 참가하는 결정립을 이차상으로 보면 역시 열팽창계수차이로 인해 기지에 해당하는 나머지 결정립에 생기는 잔류인장응력을 고려할 수 있다. 기지에 생기는 잔류응력에 의한 K_R 은 기지를 통과하는 균열전단에 직접 영향을 미치며 특히 잔류응력이 큰 본 연구에서의 SiC 입자복합체에서 더욱 커질 것임을 예상할 수 있다. 이에 관련된 자세한 분석은 다음 절에서 따로 논의된다. 마지막으로 검토해야 할 것은, 균열접속에 선행되어야 하는 계면의 debonding에 의한 여분의 에너지 흡수로서 역시 계면에 존재하는 잔류응력의 영향을 받는다. 계면의 debonding 과정은 Bennison과 Lawn의⁷⁾ 분석에서처럼 균열전단에 closure stress를 주는 것으로 생각할 수 있다. 즉, Al_2O_3/SiC 또는 $Al_2O_3/ZrO_2/SiC$ 복합체에서의 균열은, 논문 I에서 보인 바와 같이, SiC 입자를 만났을 때 주로 기지와 이차상사이의 계면으로 진행하였다. 따라서 입자의 계면을 통해 180° 돌아서 이미 앞서 나간 원래 방향의 균열 즉 기지의 균열과 다시 만난다. 이는 계면에 열팽창계수의 차로 인한 전단응력이 존재하기 때문이며, 이와 함께 축 방향의 압축응력이 계면에 존재하여 일종의 frictional

계면파괴가 일어난다. 그러므로 계면의 균열이 기지의 균열과 다시 만날 때까지 위의 K_B 에서와는 다른 작은 크기의 또 다른 균열접속이 일어난다. 그러나 이는 유효 wake의 길이가 상대적으로 매우 짧아서, Marshall과 Evans의 섬유 복합체에서의 분석을 응용하면,¹⁷⁾ 이러한 debonding에 의한 파괴인성 증진은 결과적으로 본래의 균열접속에 의한 증진인 K_B 에 비해 무시될 수 있는 것으로 나타난다.

2.3. 잔류응력에 의한 기지의 파괴인성 변화

식(1), (2) 및 (4)에서 K_R , K_R' 및 K_R'' 는 열팽창계수의 차이로 인해 기지에 존재하는 인장 및 압축응력에 의한 기지의 파괴인성 변화이다. 열팽창계수가 기지보다 작은 이차상 입자 주위로는 접선방향(tangential)의 인장응력과 축 방향(radial)의 압축응력이 존재한다. 균열이 전파되는 두 입자 사이에서의 접선방향의 인장응력은 기지를 지나가는 균열선단의 응력확대계수(stress intensity factor)를 높여 기지의 파괴인성을 낮출 것이며, 반면에 균열선단의 위아래에 있는 인근 입자에 의한 축 방향의 압축응력은 기지의 파괴인성을 증가시킬 것이다. 기지에 존재하는 평균 인장응력, $\sigma_{m,l}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.¹⁸⁾

$$\sigma_{m,l} = \frac{2V_f \beta \Delta \alpha \Delta T E_m}{(1-V_f)(\beta+2)(1+v_m)+3\beta V_f(1-v_m)} \quad (8)$$

이 때,

$$\beta = \frac{(1+v_m)E_p}{(1-2\nu_p)E_m} \quad (9)$$

V_f 는 이차상 입자의 함량, $\Delta \alpha$ 는 열팽창계수차이, ΔT 는 소결온도와 상온과의 차이, E_m , E_p , ν_m 및 ν_p 는 기지와 이차상 입자 각각의 탄성계수 및 Poisson비이다. 또한 입자 주위의 압축응력, $\sigma_{m,c}$ 은 인근의 두 입자가 미치는 평균 응력으로서 다음과 같이 표시할 수 있다.¹⁸⁾

$$\sigma_{m,c} = \frac{\beta \Delta \alpha \Delta T E_m \left[\frac{d}{l-d} - \frac{d^3}{(2l-d)(l-d)^2} \right]}{2(\beta+2)(1+v_m)} \quad (10)$$

그리고 이에 따르는 파괴인성 변화는 다음과 같다.¹⁵⁾

$$K_R = (\sigma_{m,l} + \sigma_{m,c}) \left(\frac{8(l-d)}{\pi} \right)^{1/2} \quad (11)$$

식 (9), (10) 및 (11)에 따르면, Al₂O₃/SiC처럼 이차상의 열팽창계수가 기지보다 작으면 $\sigma_{m,l}$ 가 $\sigma_{m,c}$ 보다 커서 기지의 파괴인성을 감소시키며 반대의 경우는 증가시킨다. 그러므로 입자접속의 경우, 잔류응력이 크면 앞의 절에서 보았듯이 그 효과가 커지나 기지의 파괴인성은 오히려 어느 정도 감소하게 된다. 단일체 알루미늄의 경우는 입자 주위의 국

부적인 $\sigma_{m,c}$ 는 결정방향이 무작위하므로 무시되며 평균 인장응력만이 파괴인성에 영향을 미치는 것으로 본다. 이러한 기지의 파괴인성 감소는 결정립크기가 큰 단일체 Al₂O₃에서 일어나는 잘 알려진 자발적인 미세균열 형성의 원인이 된다.

2.4. SiC 입자에 의한 ZrO₂의 자발적 상변태

SiC는 Al₂O₃/ZrO₂, 또는 ZrO₂ 및 Al₂O₃와 열팽창계수가 크게 달라 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체를 소결한 후 냉각시키면 SiC 입자 주위에 큰 잔류응력이 형성된다. 물론 이러한 큰 잔류응력은 앞에서 논한 바와 같이 강한 균열접속의 원인이 되기도 하지만, 동시에 시편이 소결 후 냉각될 때 주위의 정방정 ZrO₂를 단사정상으로 바꿀 수 있을 것이다. 응력유기상변태의 인성증진효과는 일반적으로 균열선단의 응력에 의한 상변태가 가능한 정방정상의 양에 비례하므로 냉각중의 자발적인 상변태는 인성증진의 폭을 감소시킬 수 있다. 본 절에서는 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체내의 ZrO₂ 결정립이 SiC 입자에 의해 받는 인장응력과 정방정상에서 단사정상으로 상변태를 일으키는 데 필요한 응력의 크기를 분석한다.

Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체내에서 SiC 입자에 접해 있는 Al₂O₃ 또는 ZrO₂ 결정립의 계면에 걸리는 인장응력, P_l 는 다음과 같은 관계식에서 구할 수 있다.¹⁹⁾

$$P_l = \frac{1}{2} \times \frac{(\alpha_g - \alpha_p) \times \Delta T}{\left[\frac{(1+\nu_c)}{2E_c} + \frac{(1-2\nu_p)}{E_p} \right]} \quad (12)$$

여기서 α_g 및 α_p 는 각각 접하고 있는 결정립과 SiC 입자의 열팽창계수, ν_c , ν_p , E_c 및 E_p 는 각각 복합체와 SiC의 Poisson비 및 탄성계수이다. 이에 따라 반경 R 인 SiC 입자 중심에서 r 거리에 있는 지점에 걸리는 인장응력, $P_l(r)$ 은 다음과 같다.¹⁹⁾

$$P_l(r) = P_l \frac{R^3}{r^3} \quad (13)$$

이 인장응력이 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체 내 ZrO₂의 임계상변태응력(critical transformation stress), σ_T^C 에 달하면 복합체가 냉각 중 정방정상이 단사정상으로 자발적인 상변태가 일어나서 상변태 인성증진에 필요한 정방정상이 감소하게 된다. σ_T^C 는 긴 균열에서의 균열성장저항의 함수로 나타낼 수 있으며, 따라서 상변태 영향이 없는 기지 본래의 파괴인성, K_0 와 상변태로 인한 파괴인성증진폭, K_T 의 함수이다.¹⁴⁾

$$\sigma_T^C = 2\Omega_T c^T V_T (E_T R_T^\infty + K_m^2) / R_T^\infty \quad (14)$$

이 때,

$$R_T^\infty = \frac{(K_m + K_T)^2 - K_m^2}{E'} \quad (15)$$

Ω_T 는 기하학적 상수, ϵ^T 는 상변태에 의한 변형을, V_f 는 정방정상 ZrO_2 의 함량, E 는 Al_2O_3/ZrO_2 의 탄성계수 E 와 Poisson비 ν 의 함수인 $E/(1-\nu^2)$ 이며 K_m 은 인성증진 전 기지의 파괴인성이다.

3. 고 찰

3.1. Al_2O_3/SiC 복합체의 파괴인성

식(6), (7), (8), (10) 및 (11)을 이용하여, Fig. 2에 SiC 입자의 크기의 함수로, 균열접속에 의한 파괴인성 증진($K_B=K_C-K_m$)과 잔류응력에 의한 파괴인성의 감소($K_R=K_m-K_0$) 그리고 원래 기지의 파괴인성(K_0)과 이들의 합 즉 Al_2O_3/SiC 복합체의 파괴인성(K_C)을 나타내었다. SiC 함량은 30 vol%, 이에 따르는 입자간 거리는 기하학적으로 계산하여 SiC 입자 직경의 1.63배로 하였다. E_C 는 측정된 값인 425 GPa, σ_R 은 2.0 GPa(σ_R 은 식(11)의 $2P_1^A$ 임. 이 때 V_f 는 0.3, $Al_2O_3^{20}$ 및 $SiC^{21,22}$ 열팽창계수 차이는 $4 \times 10^{-6}/^\circ C$, 탄성계수는 각각 416 GPa 및 450 GPa, Poisson비는 각각 0.23 및 0.17, 그리고 ΔT 는 $1500^\circ C$ 를 대입하여 얻었음)을 대입하고, ν_C 는 0.20으로 가정하였으며, ϵ^B 는 0.1로 가정하고 이에 따른 μ 는 3.1을 사용하였다. μ 는 논문 I¹³⁾의 실험에서 얻은 R-curve를 연장하여 충분히 긴 균열에서의 파괴인성을 $10 MPa\sqrt{m}$ 이라 가정하여 거꾸로 구한 값이다. 따라서 $\epsilon^B \times \mu$ 는 실험결과에서의 파괴인성값에 의해 고정된다.

이차상 입자가 커질수록 잔류응력에 의해 기지의 파괴인성이 감소하나 균열접속의 효과가 훨씬 커서 전체적인 파괴인성은 크게 증가한다. SiC 입자크기가 약 $10 \mu m$ 일 때 잔류응력에 의해 기지의 파괴인성이 거의 0에 근접하며 이는 자

발적인 미세균열이 기지에 생길 수 있다는 것을 의미한다. $10 \mu m$ SiC 입자가 첨가되었을 때 입자접속에 의한 파괴인성 증가 분은 약 $18 MPa\sqrt{m}$ 에 달할 것으로 예상되며 이 때 균열성장저항 R_B 는 $735 Jm^{-2}$ 이었다. $3 \mu m$ SiC에서는 충분히 긴 균열에서 균열성장저항이 $221 Jm^{-2}$ 이며 이에 따르는 균열접속에 의한 파괴인성 증진은 $8.7 MPa\sqrt{m}$, 잔류응력에 의한 파괴인성의 감소는 $1.7 MPa\sqrt{m}$ 에 달해 복합체의 전체적인 파괴인성 증진은 $7.0 MPa\sqrt{m}$ 이 된다. 따라서 Al_2O_3 의 파괴인성을 $3 MPa\sqrt{m}$ 이라 하면 Al_2O_3/SiC 복합체의 파괴인성은 $10 MPa\sqrt{m}$ 이 되어 논문 I의 실험에서 구한 R-Curve의 긴 균열에서의 값과 일치한다. 이러한 입자접속기구는 파괴인성 증진이 $8.7 MPa\sqrt{m}$ 에 달해 기지의 파괴인성 $1.7 MPa\sqrt{m}$ 과 비교할 때 약 5 배에 달하는 매우 큰 효과를 보인다.

비교를 위해 단일체 Al_2O_3 에 대한 계산결과를 Fig. 3에 Al_2O_3 결정립 크기의 함수로 결정립접속에 의한 파괴인성 증진($K_{CB}=K_C-K_m$)과 잔류응력에 의한 파괴인성의 감소($K_R=K_m-K_0$), 원래 기지의 파괴인성(K_0) 그리고 이들의 합 즉 결정립 접속의 Al_2O_3 의 파괴인성(K_C)을 나타내었다. 평균 결정립 크기가 $10 \mu m$ 일 때, ΔT 를 $1400^\circ C$ 로 하면 σ_R 은 $0.45 GPa$ 이 되며 잔류응력에 의한 파괴인성 감소는 $1.4 MPa\sqrt{m}$ 이다. ϵ^B 와 μ 이 각각 0.08과 1.6일 때, 결정립접속에 의한 R_B 는 $33 Jm^{-2}$ 이며 파괴인성 증가는 $2.5 MPa\sqrt{m}$ 가 된다. 따라서 원래의 기지가 $3 MPa\sqrt{m}$ 이었다면, 이 단일체 Al_2O_3 의 파괴인성은 $4.1 MPa\sqrt{m}$ 가 된다. 그러므로 SiC 입자의 균열접속은 단일체 Al_2O_3 에서의 결정립접속에 비해, 같은 크기의 입자 또는 결정립일 때, 20 배에 달하는 매우 높은 R_B 값을 가지는 것으로 나타났다. 이는 우선 큰 잔류압축응력

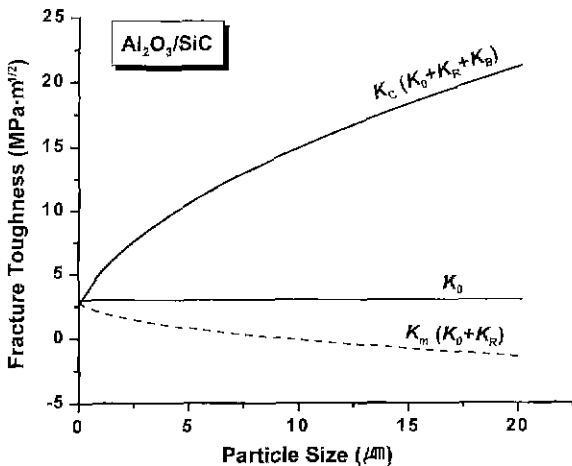


Fig. 2. Calculated fracture toughness(K^{AS}) of the $Al_2O_3/30$ vol % SiC composite as a function of the SiC particle size showing each contribution of the virgin matrix toughness(K_0), toughness reduction of the matrix by the residual stress(K_R) and toughening by particle bridging (K_B).

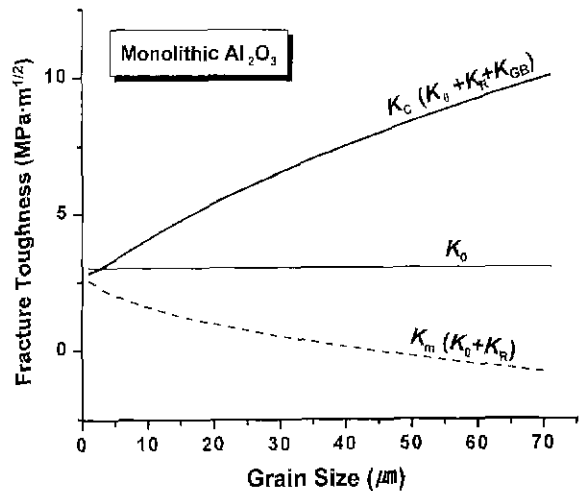


Fig. 3. Calculated fracture toughness(K^A) of the monolithic Al_2O_3 as a function of the average grain size showing each contribution of the virgin matrix toughness(K_0), toughness reduction of the matrix by the residual stress(K_R) and toughening by grain bridging(K_{CB}).

이 주원인이나, 이와 더불어 접촉과괴변형을 또는 이차상 입자와 기지간의 마찰계수가 단일체 Al₂O₃의 값들에 비해 다소 높은 데에 기인하는 것으로 추측된다.

3.2. SiC 입자가 상변태 인성증진에 미치는 영향

Fig. 4에 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체에서 SiC 입자가 각각 Al₂O₃ 결정립 또는 ZrO₂ 결정립과 접하고 있을 때 입계에서의 거리의 함수로 잔류응력에 의한 접선방향의 인장응력을 나타내었다. Al₂O₃ 결정립과 접할 때 E_C는 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체의 측정된 탄성계수 360 GPa, α_g, α_p, ν_p 및 E_p는 각각 8×10⁻⁶/°C 및 4×10⁻⁶/°C, 0.17, 450 GPa를 대입하고^{36,37)} ν_C는 0.2 그리고 ΔT를 1400°C라고 가정하였다. 이때 ΔT는 앞서의 Al₂O₃/SiC 복합체에서보다 100°C 낮추어 잡았으며 이는 가압소결온도가 100°C 낮았고 또한 ZrO₂의 영향을 고려하였기 때문이다. 또한 SiC 입계와 접해 있는 ZrO₂ 결정립에 대해서 α_g는 10×10⁻⁶/°C³⁸⁾, ν_C는 0.2라고 가정하였다. Fig. 4에서 Al₂O₃ 계면과 ZrO₂ 계면에 걸리는 인장응력은 각각 약 1.0 GPa와 1.4 GPa이다. 그리고 3 μm 직경의 SiC입자에서 Al₂O₃ 계면을 통해 0.1 μm, 1 μm 또는 2 μm 떨어진 거리에는 각각 약 790 MPa, 230 MPa 또는 80 MPa의 인장응력이 걸린다. 한편으로, ZrO₂의 임계상변태응력을 식(14)에서 구할 수 있다. Ω_T는 0.062, e^T는 0.04, V_T는 정방정상 ZrO₂의 함량, 0.3, E'는 Al₂O₃/ZrO₂의 탄성계수, 350 MPa, Al₂O₃/ZrO₂ 복합체의 충분히 긴 균열에서의 파괴인성을 8 MPa√m 그리고 K_m을 식(3)에서처럼 결정립접속을 고려하여 3.5 MPa√m 이라고 가정하면 입계 상변태응력은 750 MPa가 된다. Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체에서의 입계상변태응력이 Al₂O₃/ZrO₂ 복합체 내에서

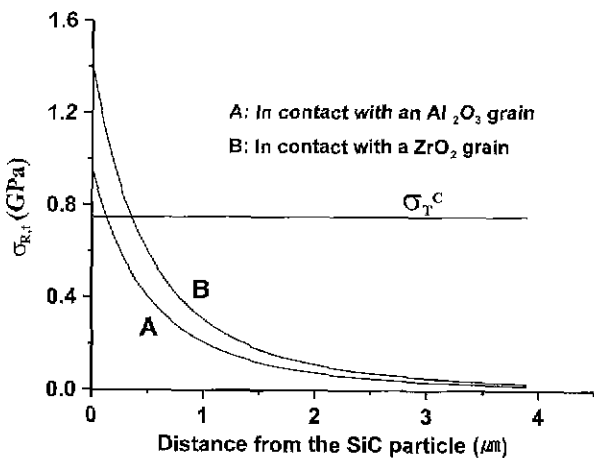


Fig. 4. Calculated residual tensile stress in or at the Al₂O₃ or ZrO₂ grain as a function of the distance from the interface between the SiC particle and Al₂O₃ or ZrO₂ grain in the Al₂O₃/ZrO₂/SiC composite. When it reaches the critical transformation stress(σ_T^C), spontaneous transformation of the tetragonal to monoclinic ZrO₂ occurs.

와 같다고 가정하면, Al₂O₃ 결정립을 사이에 두고 SiC 입자에서 떨어져 있는 정방정 ZrO₂는, 사이의 Al₂O₃ 결정립이 아주 작지 않는 한, 미치는 인장응력이 상대적으로 작아서 냉각 중 상변태가 일어나지 않을 것으로 예측된다. 그러나 SiC 입자와 접하고 있는 ZrO₂는 임계 상변태응력의 거의 두 배에 해당하는 약 1.4 GPa의 매우 큰 인장응력을 받아서 냉각 중 자발적인 상변태가 충분히 일어날 것을 예상할 수 있다. 이와 같은 이론적 예상은, 자발적인 상변태로 생긴 단사정상이 SiC 함량에 직선적으로 비례하여 증가했던 논문 I의 실험결과와 일치한다. 또한, 30 vol% SiC일 때 자발적인 상변태를 일으킨 ZrO₂가 약 30%이었던 것도, SiC 입자와 접하고 있는 ZrO₂의 결정립이 상대적으로 작은 것을 고려하면, 예상범위에서 크게 벗어나지 않는 것으로 보인다.

3.3. Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체에서의 이중인성증진

Al₂O₃/SiC, Al₂O₃/ZrO₂ 및 Al₂O₃/ZrO₂/SiC의 파괴인성, K^{AS}, K^{AZ} 및 K^{AZS}는 식(2), (3) 및 (4)에서처럼 각각 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$K^{AS}(9.1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}) = K_m \{ (3.0-1.7) \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \} + K_B (7.8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}) \quad (16)$$

$$K^{AZ}(7.6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}) = K_m' (3.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}) + K_T (4.1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}) \quad (17)$$

$$K^{AZS}(9.4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}) = K_m + K_B' + K_T' \quad (18)$$

여기서 괄호 안의 파괴인성 값들은 논문 I, R-curve의 균열길이 1000 μm에서 얻은 값들이다. 또한 K^{AS}의 K_m은 식(2)의 K₀와 K_R'과의 합으로서, 변화된 기지의 파괴인성이며, K_m는 논문 I의 파단면 및 균열진행로에서 결정립접속이 관찰되었기에 이를 고려하여 3.5 MPa√m 이라고 가정하였다. 3개의 상이 혼합되어 있는 Al₂O₃/ZrO₂/SiC에서는 K_B 및 K_T의 기여 폭이 아직 불분명하며 K_m은 잔류응력을 고려하여 K^{AS}에서와 같다고 가정하였다.

먼저 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체는 논문 I의 균열길이 1000 μm에서 입자접속의 파괴인성 기여분 7.8 MPa√m 과 상변태 인성증진폭 4.1 MPa√m 를 단순히 합치면 전체 파괴인성은 13.2 MPa√m 의 매우 높은 파괴인성이 얻어진다. 그러나 실제로는 SiC 입자의 상변태에 대한 영향으로 상변태 인성증진폭이 50%인 2.1 MPa√m 이 되어 이를 고려하더라도 총 파괴인성은 11.2 MPa√m 가 되며 실험에서 얻은 파괴인성인 9.4 MPa√m 는 이보다 현저히 낮다. 따라서, 논문 I에서도 보였듯이, 두 개의 서로 다른 인성기구가 동시에 존재할 때 결과적인 복합체의 파괴인성은 각 기여분의 단순합에 의하지 않음이 분명하다.

이의 근본적인 이유는, 식(7)에서와 같이, 인성기구가 균

열성장저항(R_B 또는 R_T)을 증가시켜서 결과적으로 복합체의 파괴인성을 증진시키면 그 증진폭(K_B 또는 K_T)은 증진시키기 전 파괴인성(식(7)의 K_m)의 함수이며, 또한 이중인성증진에 의한 전체적인 파괴인성 증진, $\langle K_B + K_T \rangle$ 은 다음과 같이 표시될 수 있기 때문이다.

$$\langle K_B + K_T \rangle = \{K_m^2 + E_C(R_B + R_T)\}^{1/2} - K_m \quad (19)$$

이 식에 의하면, 두 인성기구가 공존할 때, R 은 단순 합($R_B + R_T$)이 되나 $\langle K_B + K_T \rangle$ 는 각각 따로 작용할 때의 합($K_B + K_T$)보다 작아지게 되며, 또한 $\langle K_B + K_T \rangle$ 는 K_m 의 함수로서, 같은 $(R_B + R_T)$ 라 하더라도, 원래의 파괴인성 K_m 이 작을수록 $\langle K_B + K_T \rangle$ 는 더욱 커지며, K_m 이 상대적으로 크면 $\langle K_B + K_T \rangle$ 는 작아진다. 이는 이중인성을 다룬 현재까지의 문헌들에서 그랬듯이,^{2,23,24} 실험에서 얻어진 두 가지 인성기구 각각의 증진폭을 단순히 합한 ($K_B + K_T$)를 이중인성에 의해 얻은 인성증진 $\langle K_B + K_T \rangle$ 과 단순 비교하여 두 가지 인성기구가 공존할 때 서로간의 직접적인 물리화학적 영향을 논할 수 없다는 것을 보여준다.

Fig. 5에 논문 I의 R-curve에서 균열길이 1000 μm 일 때, $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}/\text{ZrO}_2$ 복합체의 파괴인성 $K^{ASZ}(K_m + K_B + K_T)$ 를 식(19)를 이용하여 계산한 결과가 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}$ 에 ZrO_2 를 첨가함에 따라 증가하는 R_T (상변태에 의한 균열성장저항)의 함수로서 나타나 있다. 이와 함께 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}$ 의 파괴인성 K^{AS} 와 R_T 의 함수인 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ 의 파괴인성 K^{AZ} 가 비교되어 있다. $R_B(183 \text{ Jm}^{-2})$ 는 $K_B(7.8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}})$ 에서 식(7)에 의해 계산되었으며, 이러한 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}$ 에서의 입자접속에 의한 균열성장

저항(R_B) 그리고 잔류응력에 의한 기지의 파괴인성 감소량(K_R)과 이에 따른 K_m 은 ZrO_2 의 첨가에 따라 변하지 않는다고 가정하였다. Fig. 5 왼쪽의 A는 논문 I의 R-curve에서 균열길이 1000 μm 일 때의 복합체 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}$ 의 파괴인성 $K^{AS} = K_m + K_B = 9.1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 를 나타내며, K_m 은 기지의 변화된 파괴인성, $1.3 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 이다 따라서 균열접속에 의한 증진폭, K_B 는 $7.8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 가 된다. 이 복합체에 ZrO_2 를 첨가하여 또 하나의 인성증진기구(상변태인성기구)가 존재하면, $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}/\text{ZrO}_2$ 복합체의 파괴인성 $K^{ASZ}(K_m + K_B + K_T)$ 는 식(19)에 의해, 점선으로 나타낸 단순 합($K_m + K_B + K_T$)보다 많이 작게 된다. 또한 $K^{ASZ}(K_m + K_B + K_T)$ 는 R_T 가 작을 때 오히려 감소하는데, 이는 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}$ 에 ZrO_2 가 첨가됨에 따라 R_T 는 증가하나 한편으로는 복합체의 탄성계수가 감소되기 때문이다. R_T 가 62.5 Jm^{-2} 로 증가할 때까지는 ZrO_2 가 30 vol%로 서서히 첨가된 것으로, 그리고 그 이후는 30 vol%로 고정된다고 가정하였다. 그림에서 B는 논문 I 실험에서의 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2/\text{SiC}$ 복합체로서 SiC가 상변태인성을 50% 감소시켜서 R_T 가 $2.1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 이 될 때이다. 이 경우, 식(19)에 의한 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2/\text{SiC}$ 의 파괴인성은 $9.7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 가 되며 실험값인 $9.4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 과, 실험오차를 고려하면, 거의 일치했다. 따라서 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}$ 의 파괴인성 $K^{AS}(9.1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}})$ 와 비교하면 미미한 증가만을 보인다. 만일 C에서처럼 SiC가 상변태에 영향을 주지 않아 R_T 가 125 Jm^{-2} 로 크게 증가하는 경우에도 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}/\text{ZrO}_2$ 의 파괴인성은 $10.8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 에 그친다. 이들은 각 경우 두 가지 인성증진을 단순히 합해서 얻은 점선에서의 B($11.2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$) 그리고 C($13.2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$)와 대조된다. 이와 같이 Fig. 5는 두 개의 서로 다른 인성기구가 동시에 존재할 때 결과적인 복합체의 파괴인성은, 각 인성기구에서 사용한 첨가물이 서로 화학적으로 영향을 미치지 않는다 하더라도, 각각 따로 있을 때 기여분의 단순 합보다 많이 작을 수 있다는 것을 명확하게 보여주며, 이는 두 개의 인성증진이 서로간의 함수이기 때문이다.

4. 결 론

1. $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}$, $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ 및 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2/\text{SiC}$ 복합체들에 대한 파괴인성을 이론적으로 분석하였다. 제시된 입자접속 모델에 의하면, 균열접속으로 인한 긴 균열에서의 균열성장저항값은 계면에 생기는 잔류압축응력에 선형 비례하며, 이차상의 단위면적 당 비율이 일정할 때는 이차상의 크기에 선형 비례하고, 함량이 일정할 때는 이차상중심간의 거리에 반비례하는 것으로 나타났다.

2. 30 vol%의 3 μm SiC 입자를 함유하는 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}$ 복합체는 SiC 입자가 큰 잔류응력으로 인해 강한 균열접속을 일으키며 파괴인성을 크게 증가시키는 것이 확인되었고, 균열성장저항은 단일체 Al_2O_3 에 비해 약 20 배에 달하였으며 이에 따르는 긴 균열에서의 파괴인성은 2.5 배가 넘었다.

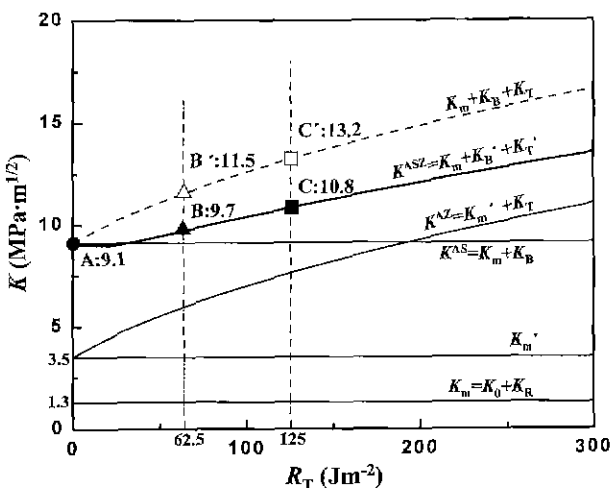


Fig. 5. Calculated fracture toughness of doubly toughened $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2/\text{SiC}(K^{ASZ})$ and $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2(K^{AZ})$ as a function of the crack extension resistance(R_T) due to transformation toughening as compared with $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}(K^{AS})$. It is assumed that crack extension resistance owing to the particle bridging and the matrix toughness(K_m) in $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiC}$ does not change with the addition of ZrO_2 .

3. 입자접속과 상변태인성증진이 이중으로 일어나는 Al₂O₃/ZrO₂/SiC 복합체에서는 SiC 입자로 인한 인장응력이 접하고 있는 ZrO₂ 결정립의 자발적인 상변태를 충분히 일으킬 정도로 컸다. 그러나 입자접속기구 자체는 ZrO₂의 영향을 받지 않는 것처럼 보였다. 그럼에도 불구하고, 본 연구의 복합체에서와 같이, 두 가지 인성증진이 서로 중첩되면 전체적인 인성증진은 단순 합보다는 근본적으로 작을 수밖에 없는 것으로 나타났으며, 이는 두 개의 인성증진이 서로간의 함수로 나타나기 때문이다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 ('97 특정기초연구, 과제번호; 97-0300-0201-3) 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사를 드립니다.

REFERENCES

1. A. G. Evans, "Perspective on the Development of High Toughness Ceramics," *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**(2), 187-206 (1990).
2. P. F. Becher, "Microstructural Design of Toughened Ceramics," *J. Am. Ceram. Soc.*, **74**(2), 255-269 (1991).
3. A. G. Evans and R. M. McMeeking, "On the Toughening of Ceramics by Strong Reinforcements," *Acta Metall.*, **34**(12), 2435-2441 (1986).
4. P. L. Swanson, C. J. Fairbanks, B. R. Lawn, Y.-W. Mai and B. J. Hockey, "Crack-Interface Grain Bridging as a Fracture Resistance Mechanism in Ceramics: I, Experimental Study on Alumina," *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**(4), 279-289 (1987).
5. Y.-W. Mai and B. R. Lawn, "Crack-Interface Grain Bridging as a Fracture Resistance Mechanism in Ceramics: II, Theoretical Fracture Mechanics Model," *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**(4), 289-294 (1987).
6. R. F. Krause, Jr., "Rising Fracture Toughness from the Bending Strength of Indented Alumina Beams," *J. Am. Ceram. Soc.*, **71**(5), 338-342 (1988).
7. S. J. Bennison and B. R. Lawn, "Role of Interfacial Grain-Bridging Sliding Friction in the Crack-Resistance and Strength Properties of Nontransforming Ceramics," *Acta Metall.*, **37**, 2659-2671 (1989).
8. P. Chantikul, S. J. Bennison and B. R. Lawn, "Role of Grain Size in the Strength and R-Curve Properties of Alumina," *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**(8), 2419-2427 (1990).
9. R. F. Krause, Jr., "Estimation of Characteristic Parameters of a Grain-Bridging Model for Crack-Extension Resistance," *J. Am. Ceram. Soc.*, **82**(2), 373-379 (1999).
10. S. R. Choi and J. A. Salem, "Crack-Growth Resistance of in Situ-Toughened Silicon Nitride," *J. Am. Ceram. Soc.*, **77**(4), 1042-1046 (1994).
11. N. P. Padture, "In Situ-Toughened Silicon Carbide," *J. Am. Ceram. Soc.*, **77**(2), 519-523 (1994).
12. C. J. Gilbert, J. J. Cao, L. C. De Jonghe and R. O. Ritchie, "Crack-Growth Resistance-Curve Behavior in Silicon Carbide: Small versus Long Cracks," *J. Am. Ceram. Soc.*, **80**(9), 2253-2261 (1997).
13. K. S. Park, S. W. Lee and J. Lee, "R-Curve Behavior of Particulate Composites of Al₂O₃ Containing SiC and ZrO₂: I. Experiment," In this volume.
14. B. Lawn, *Fracture of Brittle Solids-Second Edition*, pp. 194-248, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1993.
15. M. Taya, S. Hayashi, A. S. Kobayashi and H. S. Yoon, "Toughening of a Particulate-Reinforced Ceramic-Matrix Composite by Thermal Residual Stress," *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**(5), 1382-1391 (1990).
16. S. W. Na and J. Lee, "Effect of SiC Particle Size on the Particle Bridging in Al₂O₃/SiC Composites," Submitted to the *J. of Am. Ceram. Soc.*
17. D. B. Marshall and A. G. Evans, "The Influence of Residual Stress on the Toughness of Reinforced Brittle Materials," *Materials Forum*, **11**, 304-312 (1988).
18. T. Ohji, Y.-K. Jeong, Y.-H. Choa and K. Niihara, "Strengthening and Toughening Mechanisms of Ceramic Nanocomposites," *J. Am. Ceram. Soc.*, **81**(6), 1453-1460 (1998).
19. J. Selsing, "Internal Stresses in Ceramics," *J. Am. Ceram. Soc.*, **44**(8), 419 (1981).
20. R. G. Munro, "Evaluated Material Properties for a Sintered α -Alumina," *J. Am. Ceram. Soc.*, **80**(8), 1919-1928 (1997).
21. Z. Li and R. C. Bradt, "Thermal Expansion and Thermal Expansion Anisotropy of SiC Polytypes," *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**(7), 445-448 (1987).
22. "Engineering Property Data on Selected Ceramics," pp. 5.2.4-6, Vol. II. Carbides, Ed. By J. F. Lynch. Battelle's Columbus Lab., Ohio, 1979.
23. P. F. Becher and T. N. Tieg, "Toughening Behavior Involving Multiple Mechanisms: Whisker Reinforcement and Zirconia Toughening," *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**(9), 651-54 (1987).
24. N. Claussen and G. Petzow, "Whisker-Reinforced Zirconia-Toughened Ceramics," pp. 649-662 in *Tailoring of Multiphase and Composite Ceramics*, Vol. 20. Materials Science Research. Ed. by R. E. Tressler, G. L. Messing, C. G. Pantano, and R. E. Newnham. Plenum, New York, 1986.