

< 논 문 >

회전축계의 진동해석을 위한 지지구조물의 등가모델에 관한 연구

A Study on the Equivalent Model of the Support Structure for Rotordynamic Analysis

최 복 록* · 박 진 무**

Bok-Lok Choi and Jin-Moo Park

(1999년 10월 20일 접수 : 2000년 1월 8일 심사완료)

Key Words : Equivalent Support(등가지지), Frequency Response Function(주파수 응답함수), Dynamic Stiffness(동강성), Rotordynamics(회전체 역학)

ABSTRACT

This paper presents a new method for including the dynamic stiffness of the stationary parts in rotordynamic analysis. As a consequence of the support dynamics, critical speeds are varied and/or additional critical speeds are introduced. Therefore, dynamic effects of the support are often significant in high speed turbomachinery, but most of analysis has considered the support as a rigid body or a simple structure. The proposed method is based on the coupled characteristics of the driving point and transfer frequency response functions of the support system to model the equivalent spring-mass series in finite element analysis. To demonstrate the applicability of the simulation procedures provided, it is applied to the rotor model of the double suction centrifugal pump. Results of the suggested equivalent-support rotor model including coupled effects agree well with the entire pump model.

1. 서 론

펌프와 터빈 등과 같은 유체기계는 일반적으로 회전부인 로터(rotor)와 케이싱과 지지부로 구성되는 고정단(stator)으로 크게 나눌 수 있다. 회전축에서 매우 중요한 위험속도(critical speed)와 베어링과 시일에서의 자려진동에 의한 안정성(stability)등은 회전체 역학(rotordynamics)을 중심으로 실험뿐만 아니라, 전달행렬법(TMM)이나 유한요소법(FEM)과 같은 해석적인 방법을 통해서 그동안 많은 연구가 진행되어 왔으며^(1,2,3) 이론적으로도 잘 정립되어

있다⁽⁴⁾.

그러나, 구조물이 복잡하고 대형일 경우, 전체 구조물에 대한 해석과 실험은 매우 어려우므로 지지부를 강체로 가정한 축-임펠러-베어링 등으로 구성되는 단순 회전축계에 대한 연구가 대부분이다. 이같은 지지부의 영향을 충분히 고려하지 않은 축계해석은 지지부의 공진점이 축의 위험속도에 근접할 경우 많은 오차를 포함할 수 있다⁽⁵⁾.

따라서, 대형 구조물의 진동특성을 효율적으로 분석하기 위한 연구가 여러 분야에서 진행되어 왔으며 많은 방법이 알려져 있다.

일반적으로 널리 사용되는 동강성 행렬법(dynamic stiffness matrix method)⁽⁶⁾은 실험 등을 통해서 구한 컴플라이언스 FRF(compliance FRF) 행렬을 각 주파수에 대해서 역변환 함으로써 구조물의 동특성을 얻는 방법이

* 정회원, 고려대학교 대학원 기계공학과

** 고려대학교 공과대학 기계공학과

다. 또한, 정상상태에서의 주파수 응답과 시간영역에서의 임펄스 데이터의 두가지 방법을 혼합한 매개변수 추출(parameter identification)방법이 있으며⁽⁷⁾, Chen 외⁽⁸⁾는 주파수 영역에서의 응답특성을 통해서 감쇠행렬을 질량행렬과 강성행렬과는 별도로 구하는 방법을 제시하였다.

이와같은 방법들은 구조물의 여러 위치에서 모드특성을 포함하고 있으며, 일반적으로 사각행렬(rectangular matrix)에 대해서 계산함으로써 수치적인 불안정성은 해소하였으나, 많은 데이터와 계산과정이 필요하다. 그리고, 상용 유한요소 프로그램에서 사용되는 부분구조 합성법(substructure synthesis method)⁽⁹⁾은 복잡한 유한요소 모델의 자유도를 줄이기 위해서 전체모델을 부분구조(superelement or substructures)로 분할한 후 각각에 대해서 여러 축약방법에 의해 내부에서의 자유도를 경계에서의 자유도로 표현함으로써 모델의 크기를 줄이는 방법이다. Hong⁽¹⁰⁾ 외는 회전계 베어링계의 정상상태 해석을 위해서 지지부를 제외한 상태에서의 기존 모드 해석방법과 베어링과 커플링이 결합될 때의 응답 계산식을 유도하였으며, 행렬 압축기법을 적용하여 불균형 응답을 해석할 수 있는 개선된 부분구조 합성법을 제시하였다.

본 연구에서는 펌프 등의 회전축계 모델에서 지지부 특성을 효율적으로 표현할 수 있는 등가 모델링 방법을 제시하였다. 즉, 지지부 모델에 대해서 축계와의 연결부인 양단 베어링 지지점에서의 각 구동 주파수 응답함수와 전달함수 특성을 유한요소 해석을 통해서 구하였으며, 관심있는 주파수 영역에서의 차수에 상응하는 직렬 연결된 스프링-질량 모델을 이용해서 지지부 특성과 등가인 질량과 강성요소를 계산하였다. 이와같이 얻어진 스프링과 질량 요소를 축계 유한요소 모델의 베어링 지지점에 포함함으로써 보다 정확한 축계의 동특성을 얻을 수 있는 해석적 방법을 제시하였다.

2. 지지부의 등가모델

2.1 주파수 응답특성

구조물의 진동특성은 Fig. 1에서와 같이 크게 세 가지 방법으로 표현할 수 있다.

실선은 해석분야에서 많이 적용하는 방법으로서 연속체를 요소분할에 의해 질량과 강성행렬로 나타낼 수 있으며, 모드해석을 통해서 고유치와 대응하는 고유벡터를 얻는 과정이다. 이같은 계의 고유특성을 사용해서 원하는 위치에서의 주파수 응답함수를 계산할 수 있다.

그 역과정(점선)은 실험분야에서 적용하는 방법으로서, 측정된 주파수 응답함수에 의해 시스템의 모드특성을 얻으며, 고유벡터의 직교 성질을 이용해서 등가질량

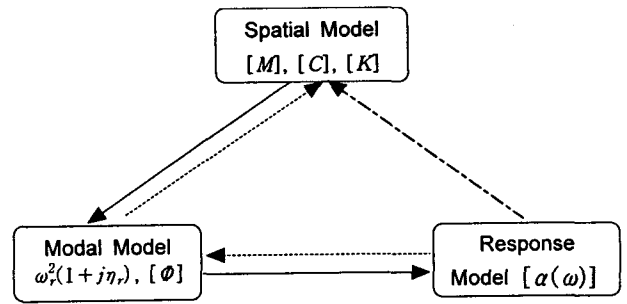


Fig. 1 Interrelation of the dynamic models

과 강성행렬을 구하는 과정이다.

본 연구에서는 지지부에 대한 응답함수로부터 직접 등가의 질량과 강성행렬을 얻은 후(일점쇄선), 축계의 유한요소 모델에 포함하는 직접적인 방법을 적용하였다.

일반적인 구조물의 운동방정식을 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

조화 가진력 $\{f(t)\} = \{F(\omega)\}e^{j\omega t}$ 에 대한 응답은 $\{x(t)\} = \{X(\omega)\}e^{j\omega t}$ 로 가정할 수 있으며, 미분을 통해서 속도와 가속도를 구한 다음, 식 (1)에 대입하면 주파수 영역에서의 다음 식을 얻게 된다.

$$\{X(\omega)\} = ([K] - \omega^2[M] + j\omega[C])^{-1}\{F(\omega)\} \quad (2)$$

임의의 좌표 j 와 k 에 대해서 정상상태에서의 리셉턴스(receptance) 행렬을 나타내면 다음과 같다.

$$H_{jk}(\omega) = \frac{X_j(\omega)}{F_k(\omega)}, F_m = 0 \text{ and } m \neq k \quad (3)$$

식 (2)와 (3)에서 양변에 고유벡터를 곱한 후, 고유벡터의 직교성을 이용해서 정리하면 주파수 응답함수는 각 모드에 대한 합의 형태로 나타낼 수 있다.

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=0}^n \frac{r\phi_j r\phi_k}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega} \quad (4)$$

여기서, $[\Phi]^T[M][\Phi] = [I]$

$$[\Phi]^T[K][\Phi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega_r^2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$[\Phi]^T[C][\Phi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & 2\xi_r\omega_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \text{이다.}$$

식 (4)에서 분자는 각 모드에 대해서 아래 식과 같이 모드상수(modal constant) rA_{jk} 로 나타낼 수 있으며,

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=0}^n \frac{rA_{jk}}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega} \quad (5)$$

비 감쇠 또는 감쇠가 적은 구조물(lightly damped structure)일 경우, 감쇠 항을 무시하면 식 (5)는 다음과 같은 다항식의 비로써 표현이 가능하다.

$$H_{jk}(\omega) = \frac{b_0 + b_1\omega^2 + \dots + b_{n-1}\omega^{2n-2}}{a_0 + a_1\omega^2 + \dots + a_{n-1}\omega^{2n-2} + a_n\omega^{2n}} \quad (6)$$

식 (6)에서 분모의 근은 $|[K] - \omega^2[M]| = 0$ 에 의해 결정되는 고유진동수 ω_r^2 과 일치하며, 분자의 근은 주파수 응답함수의 0에 대응하는 주파수 값이므로 다음과 같다.

$$H_{jk}(\omega) = B \frac{(\Omega_1^2 - \omega^2) \dots (\Omega_{n-1}^2 - \omega^2)}{(\omega_1^2 - \omega^2) \dots (\omega_{n-1}^2 - \omega^2)(\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (7)$$

2.2 베어링 위치의 진동특성

지지부의 진동특성과 등가인 모델을 구성하기 위해서 상용 구조해석 프로그램인 MSC/NASTRAN을 사용하여 정상상태에서의 지지부에 대한 주파수 응답해석을 수행하였다. 좌우 베어링 위치에서의 축방향 변형을 고려하지 않을 경우 즉, 축에 수직인 방향의 지지부에 대한 연성 효과(coupled effect)를 고려하기 위해서 각각에 대한 응답특성을 실수와 허수로 구하였다.

Fig. 2는 케이싱과 지지대의 유한요소 모델을 보여주고 있으며, 펌프중심인 케이싱 내부의 임펠러 중심에 대해서 yz 면에 대칭인 구조이다. 사용한 좌표는 축 방향을 x 축으로 하였으며 토출노즐로 향하는 수평 방향을 y 축으로 하였다.

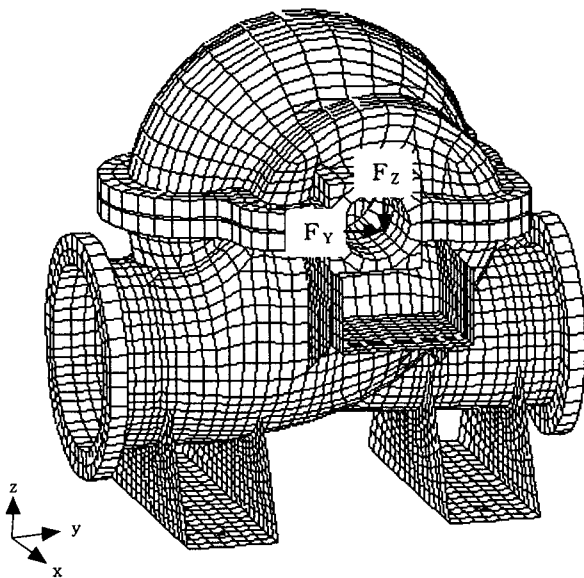


Fig. 2 Finite element model of the pump

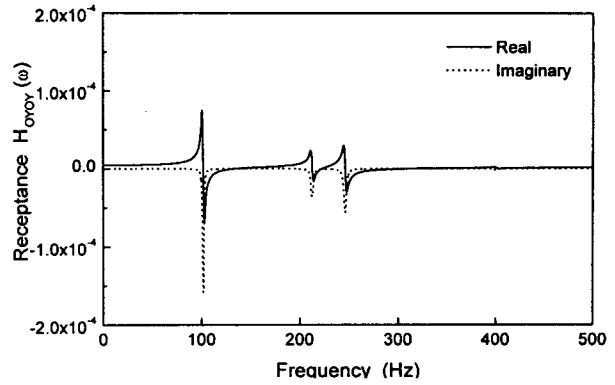


Fig. 3 Driving point receptance frequency response function at outboard bearing housing

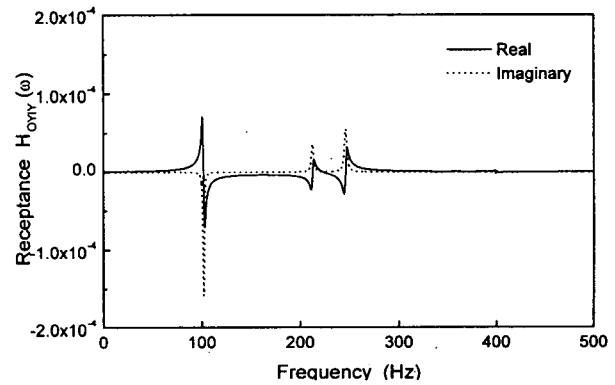


Fig. 4 Transfer receptance frequency response function at outboard bearing housing

Fig. 3과 4는 유한요소 해석을 통해서 얻은 펌프 베어링 지지점에서의 수평방향에 대한 리셉턴스를 주파수에 대한 실수와 허수로 표현한 것이며, 축의 2차 공진점을 포함하기 위해서 500 Hz까지 나타내었다.

마찬가지로 상하방향의 리셉턴스도 실수와 허수의 형태로 주파수에 대해서 얻을 수 있으며, 각 베어링 점에 대해서 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$X_j(\omega) = H_{jk}(\omega) F_k(\omega) \quad (8)$$

$$\text{여기서, } \{X(\omega)\} = \begin{pmatrix} V_0 \\ V_I \\ W_0 \\ W_I \end{pmatrix}$$

$$[H(\omega)] = \begin{bmatrix} H_{0Y0Y} & H_{0YIY} & H_{0Y0Z} & H_{0YIZ} \\ H_{IY0Y} & H_{IYIY} & H_{IY0Z} & H_{IYIZ} \\ H_{0Z0Y} & H_{0ZIY} & H_{0Z0Z} & H_{0ZIZ} \\ H_{IZ0Y} & H_{IZIY} & H_{IZ0Z} & H_{IZIZ} \end{bmatrix}$$

$$\{F(\omega)\} = \begin{pmatrix} F_{Y0} \\ F_{YI} \\ F_{Z0} \\ F_{ZI} \end{pmatrix}$$

아래첨자 I 와 O 는 내·외측 베어링 위치를 의미하며, 좌우 지지점의 각 방향 동특성은 베어링 지지점들이서의 전달함수 특성을 포함하는 정상상태 변위 주파수 응답함수로 나타낼 수 있다. 응답점의 방향에 대한 직각 방향의 가진력으로 인한 전달함수의 크기는 매우 적으므로 무시할 수 있으며, 지지부가 대칭일 경우 변위 주파수 응답을 앞에서 얻은 주파수 응답함수의 실수와 허수로 수평·상하방향에 대해서 표현하면 다음과 같다.

$$V_O = V_I = \bar{F} \{ \text{Re} [H_{OYOR} + k \cdot H_{OYIY}] + \text{Im} [H_{OYOY} + k \cdot H_{OYIY}] \} \quad (9)$$

$$W_O = W_I = \bar{F} \{ \text{Re} [H_{OZOZ} + k \cdot H_{OZIZ}] + \text{Im} [H_{OZOZ} + k \cdot H_{OZIZ}] \} \quad (10)$$

대칭 구조이므로 식 (9)와 (10)에서의 실수와 허수 부분은 $k=0$ 인 경우 구동 주파수 응답함수만으로 표현되는 비연성(without coupled effect) 지지부 특성을 나타내며, $k=1$ 일때 전달함수 특성을 포함하는 등가의 연성된 주파수 응답함수를 나타낸다.

2.3 등가질량과 강성행렬

앞 절에서의 지지부 구조물에 대해서 얻은 연성 또는 비연성 주파수 응답특성과 등가인 질량과 강성행렬을 구성할 수 있다.

구동점이 1 이고 n 절점에서 구속된 n 자유도의 직렬 연결된 스프링-질량 모델을 고려해 보자. 질량과 강성행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$[M]_{eq} = \begin{bmatrix} m_1 & & & 0 \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & m_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[K]_{eq} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ 0 & & & k_{n-1}+k_n & \end{bmatrix} \quad (12)$$

주파수 영역에서의 동강성 행렬로 표현하면 아래 식과 같다.

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & & 0 \\ D_{21} & D_{22} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & D_{nn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{pmatrix} \quad (13)$$

여기서, $D_{ip} = k_{ip} - m_{ip}\omega^2$ 이다.

식 (13)을 $H_{jk}(\omega) = \frac{X_j(\omega)}{F_k(\omega)}$ 로 변환 후, 구동점에 대한 리셉턴스 $H_{11}(\omega)$ 을 ω 에 대한 다항식의 형태로 나타

내면 아래 식이 된다 .

$$H_{11}(\omega) = \frac{\beta_0 + \beta_1\omega^2 + \dots + \beta_{n-1}\omega^{2n-2}}{\alpha_0 + \alpha_1\omega^2 + \dots + \alpha_{n-1}\omega^{2n-2} + \alpha_n\omega^{2n}} \quad (14)$$

여기서,

$$\beta_0 = k_2 k_3 \dots k_n + k_1 k_3 \dots k_n + \dots + k_1 k_2 \dots k_{n-1}$$

$$\beta_1 = k_2 k_3 \dots k_{n-1} m_2 + k_2 k_3 \dots k_{n-2} k_n m_2 + \dots + k_2 k_3 \dots k_{n-1} m_n$$

$$\beta_{n-1} = m_2 m_3 \dots m_n$$

$$\alpha_0 = k_1 k_2 \dots k_n$$

$$\alpha_1 = k_1 k_2 \dots k_{n-1} m_1 + k_1 k_2 \dots k_{n-2} k_n m_1 + \dots + k_1 k_2 \dots k_{n-1} m_n$$

$$\alpha_{n-1} = k_n m_1 m_2 \dots m_{n-1} + k_{n-1} m_1 m_2 \dots m_{n-1} + \dots + k_1 m_2 m_3 \dots m_n$$

$$\alpha_n = m_1 m_2 m_3 \dots m_n \text{ 이며,}$$

$$\omega \rightarrow 0, H_{11}(0) = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} \text{ 이다.} \quad (15)$$

따라서, 실험 또는 해석을 통해서 구할 수 있는 주파수 응답특성과 등가인 스프링-질량 모델은 식 (6)의 형

Table 1 No. of coefficients for the equation (14)

DOF	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	
2	2	1						
3	3	4	1					
4	4	10	6	1				
5	5	20	21	8	1			
6	6	35	56	36	10	1		
7	7	56	126	120	55	12	1	
DOF	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7
2	1	3	1					
3	1	6	5	1				
4	1	10	15	7	1			
5	1	15	35	28	9	1		
6	1	21	70	84	45	11	1	
7	1	28	126	210	165	66	13	1

Table 2 Properties of the equivalent support model
unit : mass (kg), stiffness (N/mm)

Model	Equivalent support properties			
	Without coupled-model		With coupled-model	
Y-Dir.	$m_1 = 0.036$	$k_1 = 6.244E5$	$m_1 = 0.380$	$k_1 = 6.904E5$
	$m_2 = 0.311$	$k_2 = 6.236E5$	$m_2 = 0.457$	$k_2 = 5.265E5$
	$m_3 = 0.793$	$k_3 = 2.077E6$	$m_3 = 0.189$	$k_3 = 4.715E5$
	$m_4 = 0.868$	$k_4 = 1.236E6$	$m_4 = 1.149$	$k_5 = 4.135E6$
	$m_5 = 3.650$	$k_5 = 9.643E6$	$m_5 = 12.01$	$k_5 = 3.229E7$
	$m_6 = 16.76$	$k_6 = 4.682E7$	$m_6 = 970.6$	$k_6 = 1.830E9$
Z-Dir.	$m_1 = 0.125$	$k_1 = 1.403E6$	$m_1 = 0.094$	$k_1 = 1.637E6$
	$m_2 = 1.067$	$k_2 = 7.213E6$	$m_2 = 1.018$	$k_2 = 6.224E6$
	$m_3 = 4.834$	$k_3 = 1.798E7$	$m_3 = 27.15$	$k_3 = 1.237E8$
	$m_4 = 19.06$	$k_4 = 7.985E7$	$m_4 = 159.6$	$k_4 = 2.095E8$
	$m_5 = 205.5$	$k_5 = 9.907E8$	$m_5 = 48.80$	$k_5 = 1.451E8$
	$m_6 = 6264.$	$k_6 = 15.58E9$		

대로 나타나는 연성 또는 비연성 주파수 응답함수와 식 (14)와 (15)로 표현되는 등가모델에서의 각 계수 항의 비교 및 연립에 의해 수치적으로 계산할 수 있다. 식 (14)에서 다항식 계수 항의 수는 Table 1에서 나타낸 바와 같이 등가모델의 자유도 증가에 따라 크게 복잡해지므로 차수의 증가에 따라 연립방정식의 계산시간이 매우 증가한다. 그러므로, 등가모델의 자유도는 계의 관심있는 공진점 개수보다 최소 1 큰 모델이 적당하다.

Table 1은 자유도의 수에 대응하는 계수 항의 개수를 비교한 것이며, Table 2는 앞 절에서 구한 지지부의 특성을 연성과 비연성 각 등가모델에 대해서 질량과 강성 요소를 직접 연립해서 계산한 값이다.

Fig. 5는 유한요소 해석을 통해서 구한 지지부의 베어링 지지점에서의 구동과 전달 주파수 응답특성을 식 (9)와 (10)의 과정을 통해서 계산한 것과 Table 2에서 나타낸 연성모델의 등가 지지에 대해서 계산한 결과를 서로 비교한 것이다. 수평방향은 6 자유도, 그리고 상하방향은 5자유도 모델을 사용하였으며, 500 Hz까지 각 공진점과 크기가 잘 일치하고 있다.

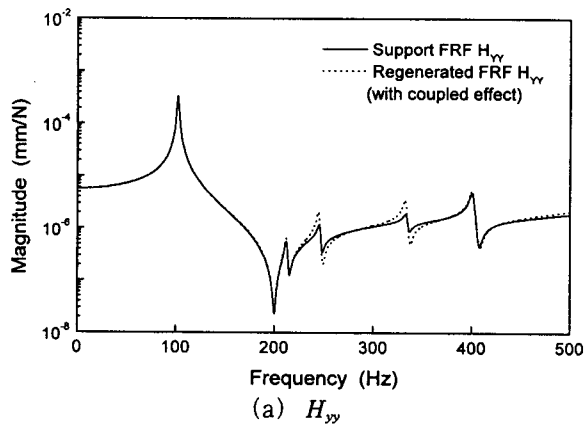
따라서, Table 2에서의 등가모델이 지지부의 동적 특성을 나타내기에 충분하다는 것을 알 수 있다.

3. 등가지지형 축계모델

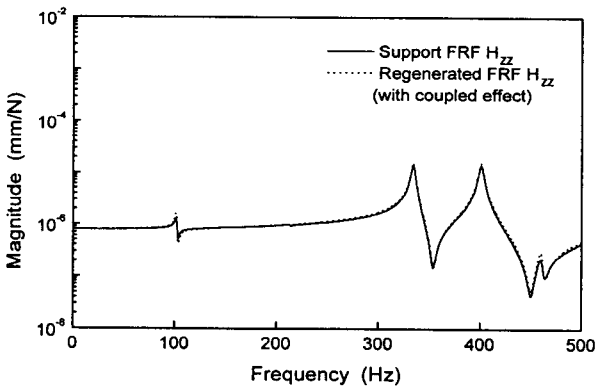
Fig. 6은 1800 rpm으로 회전하는 양흡입 원심펌프를 대상으로 축의 유한요소 모델을 구성하기 위해 지지부의 특성을 베어링 지지점에서의 등가 질량과 스프링 요소로 표현한 개선된 축계모델이다.

회전축계의 진동은 지지대 영향뿐만 아니라, 회전속도와 축에 직각인 각속도 성분의 크기에 따라 변하는 자이로스코프 항이 존재하므로 일반식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + ([C] - \phi[G])\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (16)$$



(a) H_{yy}



(b) H_{zz}

Fig. 5 Frequency response function of the support system and regenerated equivalent model (with coupled-effect)

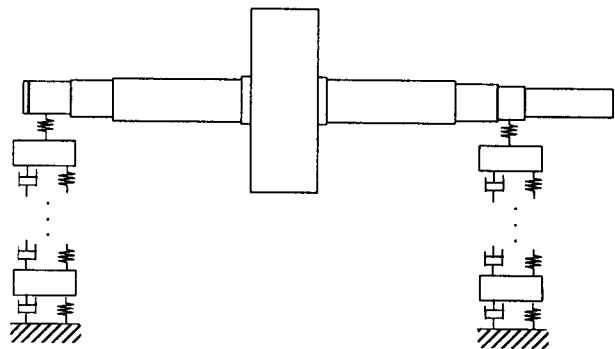


Fig. 6 Equivalent-support rotor model

여기서, $[M]$ 과 $[K]$ 는 지지부 특성을 포함하는 질량과 강성행렬이며, $f(t)$ 는 축에 작용하는 질량 불평형 등과 같은 외력 항이다.

$[G]$ 는 자이로스코프 효과(gyroscopic effect)를 나타내는 비대칭 행렬(skew-symmetric matrix)로서 회전속도와 곱해지는 항이다.

이같은 등가지지형 축계모델의 타당성을 검증하기 위해서 임펠러 중심에서 단위크기의 가진력을 각 주파수에 대해 소인(sweep)함으로써 얻은 유한요소 해석결과를 4가지 모델에 대해서 임펠러 중심에서의 변위크기로 비교하였다.

Fig. 7은 지지부를 강체로 가정한 단순 지지형 축계모델을 펌프 전체 시스템에서의 해석결과와 비교한 것이다. 축계모델에 포함되지 않은 지지부의 동적 특성에 의해 전체 모델에서는 임계속도가 감소하며, 또한 추가적인 공진점이 발생한다. 따라서, 지지부의 고유진동수가 축의 위험속도보다 작거나 근접할 경우, 회전축의 정확한 해석을 위해서는 지지부의 영향을 반드시 고려해야 한다는 것을 알 수 있다.

Fig. 8은 연성효과를 포함하지 않은 축계모델과의 응

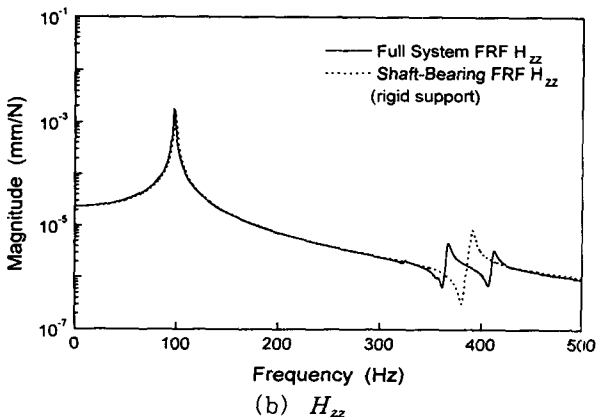
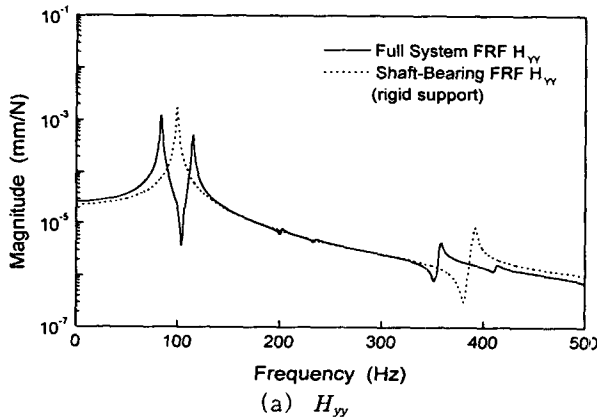


Fig. 7 Comparison of the receptance FRF at impeller center for the system and shaft-bearing model (rigid support)

답특성을 비교한 것이다. 전달함수의 영향을 고려하지 않은 경우, 공진점 발생 위치는 비교적 근사하지만 상하 방향에서 불필요한 공진점이 발생하고 있다. 이것은 좌우 지지부의 연성효과를 배제함으로써 지지부의 등가모델에서 추가적인 공진점을 포함하고 있기 때문에 발생하는 현상이다.

그러나, Fig. 9에서 도시한 바와 같이 좌우 베어링 위치에서의 연성효과를 고려함으로써 전체 펌프모델에서의 해석결과와 모든 공진점이 비교적 잘 일치한다.

따라서, 축계의 위험속도와 같은 회전축계의 동적응답을 보다 정확히 예측하기 위해서는 지지부의 영향이 축계모델에 포함되어야 한다.

각 모델의 상하방향 진동특성을 비교하면, 약 300 Hz 이하에서는 지지부의 동강성에 거의 영향을 받지 않는다. 따라서, 축의 회전속도와 비교해서 1차 위험속도에만 크게 관심이 있을 경우, 상하방향은 강체지지로도 충분하다.

Table 3은 앞에서 나타낸 3 종류 축계모델과 펌프 전체 모델에 대해서 축이 회전하지 않는 경우의 수평방향 고유진동수를 비교한 것이다.

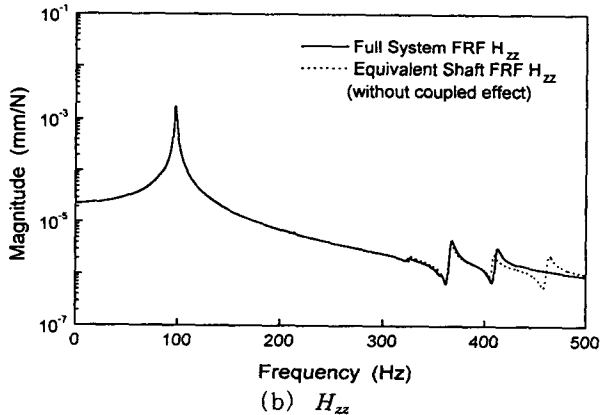
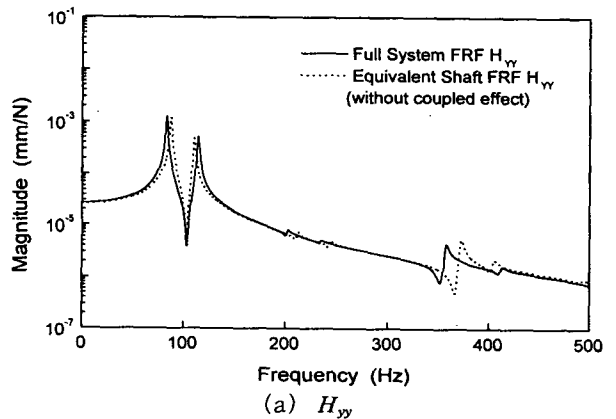


Fig. 8 Comparison of the receptance FRF at impeller center for the system and equivalent-support rotor model without coupled effect

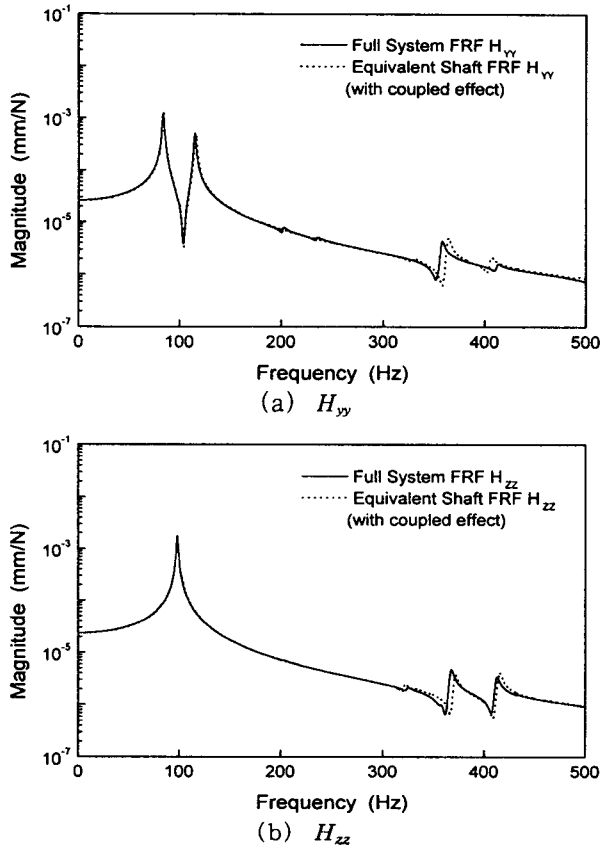


Fig. 9 Comparison of the receptance FRF at impeller center for the system and equivalent-support rotor model with coupled effect.

Table 3 Natural frequencies in Y-direction (unit : Hz)

Mode	System model	Rigid support rotor	Equivalent support rotor without coupled effect	Equivalent support rotor with coupled effect
1st	83.6	99.2	87.6	83.9
2nd	114.7	-	110.5	115.5
3rd	357.6	391.0	372.5	363.6

5. 결 론

축계모델의 정확한 진동특성을 구하기 위해서 지지부의 동적특성을 포함하는 등가지지형 유한요소 모델 구성 방법을 제시하였으며 다음과 같다.

(1) 지지부의 비대칭, 동적특성에 의해 회전축의 위험속도가 감소할 뿐만 아니라, 추가적인 위험속도가 발생하였다.

(2) 등가지지형 축계모델에서 베어링 지지점 상호간의 연성 효과를 고려함으로써, 전체 시스템 모델에서의 해석결과와 공진점 등이 잘 일치하였다.

참 고 문 헌

(1) Yang, Bo-Suk, Oh, Sae-Kyoo and Iwatsubo, Takuzo, 1986, "Effects of Annular Seals on the Stability of Centrifugal Pump Rotors", 대한기계학회 논문집, 제 10 권, 제 1 호, pp. 56~61.

(2) Murphy, Brian T., 1993, "Improved Rotor Dynamic Unbalance Response Calculations Using the Polynomial Method", ASME, Vibration of Rotating Systems, DE-Vol. 60, pp. 35~42.

(3) Forrai, L., 1996, "Stability Analysis of Symmetrical Rotor-Bearing Systems with Internal Damping Using Finite Element Analysis", American Society of Mechanical Engineers, 96-GT-407 N.Y., pp. 1~4.

(4) Lee, Chong-Won, 1993, "Vibration Analysis of Rotors", Kluwer Academic Publishers.

(5) Buckles, Jonathan R., Rouch, Keith E. and Baker, John R., 1996, "Modeling Support Effects-Finite Element and Experimental Modal Methods", American Society of Mechanical Engineers, 96-GT-403 N.Y., pp. 1~9.

(6) Maia, Silva, He, Lin, Skingle and To, Urgueira, 1998, "Theoretical and Experimental Modal Analysis", Research Studies Press LTD.

(7) Roemer, M. J. and Mook, D. J., 1992, "Mass, Stiffness, and Damping Matrix Identification : An Integrated Approach", Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 114, pp. 358~363.

(8) Chen, S. Y., Ju, M. S. and Tsuei, Y. G., 1996, "Estimation of Mass, Stiffness, and Damping Matrices from Frequency Response Functions", Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol.118, pp. 78~82.

(9) Rocha, Renato O., Zindeluk, Moyses, Arthut P. Ripper Neto, 1988, "On the Application of the Substructuring Method to the Analysis of Rotor/Stator Dynamics", Proceeding of the Internal Conference on Rotor Dynamics, 5th, pp. 160~174.

(10) Hong, Seong-Wook, Park, Jong-Heuck, 1996, "On Improved Substructure Synthesis Method for Unbalance Response Analysis of Rotor Bearing Systems", 한국소음진동공학회지, 제 6권 제 1호, pp. 71~82.