

구조물 동특성 변경 관련 연구 분야 및 동향(VI)

박 윤 식 · 박 용 화

(한국과학기술원 · 한국표준과학연구원)

머 리 말

본 기획 연재물의 지난 I호에서 V호까지에 걸쳐서 구조변경법에 관한 연구 동향을 서술하였다. 이번호에는 마지막으로 전호에서 설명된 구조변경법을 보완하는 연구들을 별도로 서술한다. 일반적으로 모드 실험에서는 가속도계를 이용하여 제한된 선형가속도 성분을 측정하는 경우가 많다. 이러한 실험 조건에서 구조변경법을 적용하는데 있어서 몇가지 잘 알려진 문제점이 있다. 첫째는 회전자유도 측정의 문제이다. 보, 평판 등의 연속체 구조변경의 경우에 회전자유도의 파악이 필수적이며 측정치를 사용하여 이를 계산하는 방법이 요구된다. 두번째는 유한요소모델 보정을 위하여 측정자유도와 유한요소모델의 자유도가 일치할 필요가 있다. 이를 위해 측정자유도를 확장(expansion)하거나 유한요소모델의 자유도를 축약(reduction)할 필요가 있다. 셋째로 주파수응답함수를 이용한 구조변경의 경우에는 방법에 따라 모든 절점간의 주파수응답함수를 측정할 필요가 있다. 대개 제한된 지점의 가진, 혹은 가속도 측정을 사용하여 제한된 개수의 주파수응답함수를 구하는 것이 현실적이므로 제한된 측정치를 사용하여 주파수응답행렬의 모든 성분을 예측하는 방법이 필요하다.

Problem 14 :

구조 변경과 관련된 보완 연구

14.1 회전자유도 간접측정법

보, 평판 등의 연속체 구조물의 구조 변경을 수행하기 위해서는 선형자유도(translational degrees of freedom) 뿐만이 아니라 회전자유도(rotational degrees of freedom)에 대한 고려가 필요하다. 구

조물 간의 연결부위, 즉 조인트 규명 및 설계 등을 위해서도 회전가속도 및 모멘트에 대한 고려가 필요한 경우가 많다. 회전자유도의 누락으로 인한 오차 해석으로서 Duarte와 Ewins는 회전자유도의 누락이 발생시키는 구조 해석시의 오차를 분석하였다⁽¹⁴⁻¹⁾. 선형자유도 및 회전자유도를 갖는 두 구조물의 연결시에 회전자유도를 누락시킨 후 선형자유도만을 사용하여 고유치해석 및 구조변수규명을 수행하면 그 결과가 참값과 비교하여 under-estimation 됨을 관찰하였다. 또한 고차모드로 갈수록 회전가속도 성분의 선형가속도 성분에 대한 비율이 커지므로 회전가속도 누락오차 해석 주파수 대역이 높아질 수록 커짐을 관찰하였다.

따라서 회전자유도를 적절히 측정하는 기술이 이러한 연속체 구조물의 변경을 위해서 필수적이다. 일반적인 모드 실험에서는 선형가속도(linear acceleration) 성분만을 측정하는 경우가 많다. 이는 회전가속도(rotational acceleration)는 선형가속도보다 측정이 어렵기 때문이다. 회전가속도를 측정하기 위해서는 특별한 가속도계가 필요하며 최근에 들어서 회전가속도 및 모멘트를 측정하는 센서가 많이 소개되고 있다. 그러나 가격이 비싸고 감도 및 주파수 특성이 선형가속도계보다 뒤떨어져 앞으로 많은 개발이 필요하다. 따라서 선형가속도계나 기타 센서를 사용한 회전가속도의 간접측정 방법이 구조변경의 신뢰도를 향상시키기 위한 목적으로 많이 연구되어져 왔다. 본 절에서 회전자유도 간접측정법을 유한차분법을 사용하는 방법, 형상함수를 사용하는 방법, 자유도 확장(expansion)을 사용하는 방법, 그리고 스트레인 게이지(strain gage)를 사용하는 방법으로 나누어 서술한다.

첫째 방법은 회전자유도 간접측정의 전형적인 방법으로서 다음과 같이 근접한 두지점의 선형가

속도를 측정하고 유한차분법을 사용하여 그 두 지점의 중간지점에서 회전가속도를 계산하는 방법이다^(14-2~5).

$$a = \frac{a_B - a_A}{L_{AB}} \quad (14-1)$$

여기서 a_A 와 a_B 는 각각 A지점과 B지점에서 측정된 선형가속도이고 L_{AB} 는 가속도계 사이의 거리, 는 계산된 회전가속도이다. Qu⁽¹⁴⁻³⁾는 두개의 선형가속도 센서를 장착한 치구를 평판에 부착하여 회전가속도를 측정하였다. 이때 치구에 힘을 가하여 모멘트를 발생시켜 회전 주파수응답함수를 측정하였다. 또한 치구 및 센서의 질량효과를 상쇄하기 위하여 별도의 유한요소 해석을 수행하였다. 최근에 Sanderson^(14-4,5)은 보 및 평판 구조물에 모멘트를 가하기 위하여 치구의 다양한 형태 및 가진 방법을 검토하고 그 장단점을 고찰하였다. 이때 다음과 같이 일정한 간격을 두고 떨어져 있는 두 가진기를 사용하여 구조물에 모멘트를 가하였다.

$$M = (F_B - F_A)L_{AB} \quad (14-2)$$

여기서 F_A 와 F_B 는 각각 A지점과 B지점에서 가해진 선형가진력이고 L_{AB} 는 가진기 사이의 거리, 는 발생된 모멘트이다. F_A 와 F_B 는 동일한 크기의 반대 방향의 힘이다. Sanderson은 이 방법을 사용하여 회전가속도와 모멘트를 계산하여 회전 주파수응답함수를 구하는데 사용하였으며 가속도계의 질량 및 간격, 가진기의 질량, 가진 방향 및 간격, 그리고 치구의 형태 및 위치 등에 관한 오차 해석을 수행하고 최적의 가진조건을 제시하였다. 상기의 유한차분법을 사용하는 방법들은 다른 방법에 비해서 비교적 높은 주파수 대역까지 정확한 결과를 얻을 수 있는 장점이 있다. 하지만 치구의 형태 및 장착에 따라 오차가 발생할 수 있으며 많은 자유도를 고려할 경우에는 치구의 설치 및 부가 계산에 많은 노력이 필요하다. 두번째 회전가속도 간접계산 방법은 형상함수(shape function)를 사용하는 방법이다. 이 방법은 측정된 선형가속도를 선택된 형상함수로 곡선 적합(curve fitting)하고 얻어진 형상함수를 공간 상에서 미분함으로써 얻는다. 형상함수로서 4차 다항식을 고려하는 경우를 예를 들면 측정된 선형가속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$a(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4 \quad (14-3)$$

여기서는 위치 x 에서 측정된 선형가속도이고

c_i ($i=0, 1, \dots, 4$)는 4차 다항식의 계수이다. 여러 위치에서 선형가속도를 측정하고 계수 c_i ($i=0, 1, \dots, 4$)에 대한 선형대수식을 구성하여 그 계수를 구한다. 구해진 형상함수를 x 에 대해서 미분함으로써 다음과 같이 회전가속도를 계산한다.

$$a(x) = c_1 + 2c_2 x + 3c_3 x^2 + 4c_4 x^3 \quad (14-4)$$

Williams는 형상함수로서 3차 다항식을 사용하여 평판에 보를 부착하는 구조변경 문제에 실험 및 적용하였다. 이때 선형가속도계의 간격이 좁고 많은 수의 가속도계를 사용할수록 정밀한 회전가속도를 계산할 수 있다는 것을 관찰하고 그에 대한 오차해석을 수행하였다. Mitchell-Dignan⁽¹⁴⁻⁷⁾은 다항식 대신에 유한요소모델에서 제공하는 형상함수를 사용하고 평판에 보를 부착하는 구조변경을 수행하였다. 이때 1차원 및 2차원의 형상함수를 사용하고 각각의 정확도를 고찰하였다. 이 방법을 통해서 비교적 정확한 회전자유도 예측 결과를 얻을 수 있으나 대상 구조물에 대한 별도의 유한 요소 모델이 필요하며 유한요소 해석에 사용된 절점에서의 선형가속도를 얻기 위해 조밀한 선형가속도 측정이 필요하다는 단점이 있다. Na'andu⁽¹⁴⁻⁸⁾는 형상함수로서 spline을 사용하였다. 이때 측정된 선형가속도에 오차가 있을 경우를 고려하였다. 적절한 smoothing factor와 절점의 개수를 조절해 줌으로써 측정오차에 둔감한 결과를 얻을 수 있음을 고찰 하였고 그 최적의 조절치를 제시하였다. 또한 구조물의 경계면에 근접할수록 정밀한 결과를 얻기 위해 많은 절점이 필요함을 관찰하였다. 임지민⁽¹⁴⁻⁹⁾은 본 방법을 사용하여 모형 차량 구조물의 바닥에 보강재를 부착하는 구조변경을 수행하였다. 상기에서 설명된 형상함수를 사용하는 방법은 많은 회전자유도를 다룰 때에 측정된 선형자유도를 그대로 사용하므로 계산이 수월하다는 장점이 있다. 그러나 고차 모드로 갈수록 곡선 접합의 오차가 커지므로 모드 형상의 파장을 예측하여 측정간격을 세밀하게 해줄 필요가 있으며 일반적으로 저차 모드에서 정확한 결과를 얻을 수 있다.

세번째 회전자유도 간접측정법은 자유도 확장(expansion)을 사용하는 방법이다. 선형자유도 및 회전자유도를 모두 갖고 있는 유한요소해석 결과와 연계하여 측정하지 않은 자유도를 계산한다. 실험으로 측정된 모드좌표(modal coordinate), 와 유한요소해석으로 구한 모드형상 Φ_{FEM} 을 사

용하여 구조물의 변위를 나타내면 다음과 같다.

$$X = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \Phi_{FEM} q_{EMA} \quad (14-5)$$

여기서 x 는 선형자유도이고 θ 는 회전자유도이다. 위식을 통해서 측정하지 않은 것을 계산한다. O'Callahan⁽¹⁴⁻¹⁰⁾은 이 방법을 제안하였으며 보를 사용하여 효용성을 검증하였다. 이 방법은 두번째 방법인 형상함수를 사용하는 방법에서 형상함수로서 유한요소 해석에서 구한 모드 형상을 사용한 특별한 경우이다. 또한 다음절에서 설명할 유한요소해석을 이용한 자유도 확장법의 일종이다. 이 방법은 유한요소모델이 정확한 경우에, 구조물의 모드좌표만을 알면 측정하지 않은 회전가속도 및 선형가속도를 모두 정확히 계산할 수 있다는 장점이 있다. 일반적으로 모드좌표를 알아내는 것은 많은 선형가속도의 측정이 필요치 않으므로 효과적인 방법이라고 할 수 있으나, 정확한 유한요소모델을 얻는데 많은 노력이 필요하다.

내번째 방법으로서 스트레인 게이지를 사용하는 방법이다. 상기의 선형가속도를 사용하는 방법은 이론적으로 형상함수 등의 미분을 통하여 회전자유도를 구하므로 측정 오차에 민감한 결과를 얻을 수 있다. 측정치로서 가속도 대신 스트레인을 사용하면 회전변위를 알기 위해서 적분을 사용하므로 비교적 측정오차에 둔감하며 또한 넓은 주파수 대역에서 정확한 결과를 얻을 수 있다. Kim⁽¹⁴⁻¹¹⁾ 등은 이 방법을 제안하였으며 보 구조물에 실험 적용하고 효용성을 검증하였다. 이 방법은 보나 평판 등의 구조물에 적용하기에 적합하다. 일반적인 스트레인 게이지 사용법과 마찬가지로 많은 수의 회전 자유도를 알기 위해서는 스트레인 게이지의 장착에 큰 노력이 필요하며 온도변화 등에 유의할 필요가 있다.

14.2 자유도 확장법 / 자유도 축약법

유한요소모델 보정을 위하여 측정자유도와 유한요소모델의 자유도가 일치할 필요가 있다. 그러나 일반적으로 모드 실험시 제한된 개수의 자유도만을 고려하므로 측정자유도를 확장(expansion)하거나 유한요소모델의 자유도를 축약(reduction)할 필요가 있다^(14-12,13). 또한 실험으로 측정된 모드를 사용하여 구조물의 축약된 질량 및 강성행렬을 구성함으로써 정확한 구조변경 및 동적 응답을 얻을 수 있는 등 유한요소모델 보정 이외의 다른 목적으로도 사용될 수 있다^(14-14,15).

유한요소모델의 자유도 축약은 고유치해석의 효용성을 높이기 위해 전통적으로 많은 연구가 수행된 분야이다. 유한요소 해석상의 전체자유도를 주자유도(master degrees of freedom)와 종자유도(slave degrees of freedom)로 나누어 주자유도에 대한 질량 및 강성행렬을 구한다. 이때 종자유도를 측정자유도에 일치시켜서 모델개선에 사용한다. Guyan reduction⁽¹⁴⁻¹⁶⁾은 대표적인 자유도 축약법이다. Kidder⁽¹⁴⁻¹⁷⁾는 동강성행렬 내의 주파수 고차항을 무시함으로써 Guyan reduction과 동일한 결과를 얻었다. 이때 전체 자유도와 주자유도의 관계는 다음과 같다.

$$X = \begin{bmatrix} x_m \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ss}^{-1} K_{sm} \end{bmatrix} x_m = T_{GUYAN} x_m \quad (14-6)$$

여기서 x_m 과 x_s 는 각각 주자유도와 종자유도의 변위이다. Hu⁽¹⁴⁻¹⁸⁾ 등은 섭동법을 사용하여 Guyan reduction를 개선하였다. 상기의 방법은 축약된 동강성 행렬의 주파수의 고차항을 무시함으로써 주파수 변화에 무관한 질량행렬과 강성행렬의 근사치를 구하는 방법이므로 고유치를 근사적으로 얻게 된다. 이때 축약된 행렬에 대해 자코비 방법 등의 일반적인 고유치 풀이방법이 적용되며 주로 저차 모드에서 보다 정확한 결과를 얻게 된다. 고차모드에서도 정확한 고유치 해석을 얻기 위해서 주파수에 따른 동강성 행렬의 변화를 고려하는 dynamic condensation방법에 관한 연구도 많이 수행되었다^(14-19~23). 이때에는 고유치해석을 위해 수치적 반복연산에 의한 주파수 탐색법이 적용된다. 한편 Urgueira⁽¹⁴⁻²¹⁾ 등은 저차 및 고차모드의 고유치해석에서 모두 정확한 결과를 얻도록 Guyan reduction과 dynamic condensation를 적절히 조합한 방법을 소개하였다.

O'Callahan⁽¹⁴⁻²⁵⁾은 식 (14-6)의 Guyan reduction의 변환행렬에 다음과 같이 질량효과를 첨가하여 보다 정확한 고유치를 얻도록 하는 IRS(improved reduced system) 방법을 제시하였다.

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} x_m \\ x_s \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I \\ K_{ss}^{-1} (M_{sm} - M_{ss} K^{-1} K_{sm}) M_{mm}^{-1} K_{mm} \end{bmatrix} x_m \\ &= T_{IRS} x_m \end{aligned} \quad (14-7)$$

한편 구조물의 모드를 사용하여 축약된 질량

및 강성행렬을 구하는 방법, 즉 모드축약(modal reduction) 방법으로서 SEREP(system equivalent reduction expansion process)이 제시 되었다⁽¹⁴⁻²⁶⁾. 이 방법은 초기에 회전자유도를 예측하기 위한 방법으로 개발되었으나 동응답 해석에 적용하기 위하여 개선되었다. 전체자유도는 다음과 같이 주 자유도와 변환행렬을 사용하여 구한다.

$$X = \begin{bmatrix} x_m \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_m \\ U_s \end{bmatrix} U_m + x_m = T_{SEREP} x_m \quad (14-8)$$

여기서 x_m 와 U_m 는 각각 주자유도의 변위 및 모드형상행렬이고 x_s 와 U_s 는 각각 종자유도의 변위와 모드형상행렬이다. 식 (14-8)의 변환행렬 T_{SEREP} 을 사용하여 전체자유도에서 정의된 질량과 강성행렬을 축약해 준다. 이 방법은 고려되는 모드에 해당하는 고유치해석 결과가 항상 정확하므로 그에 해당하는 주파수 범위 내의 동응답해석의 결과가 정확하게 된다. 이때 U_m 을 실험으로 측정된 값을 사용하고 U_s 를 유한요소 해석으로 계산한 결과를 사용함으로써 보다 실험치에 근접한 축약행렬을 얻는 방법도 제시되었으며 Kammer에 의해 다른 모드축약방법과 비교연구도 수행되었다⁽¹⁴⁻²⁷⁾. 상기의 자유도 축약방법에 대한 많은 기타의 비교연구가 행해졌으며 각 방법들의 정확도와 측정 잡음에 대한 강건성에 대해서 고찰이 이루어졌다⁽¹⁴⁻²⁸⁻³¹⁾.

한편 측정자유도를 확장하는 연구로서 Lipkens⁽¹⁴⁻³²⁾와 Lieven⁽¹⁴⁻³³⁾ 등은 다음의 Modal Expansion방법을 사용하여 다음과 같이 측정된 모드형상행렬 $\Phi_{EMA, m}$ 과 유한요소 해석의 모드형상행렬 Φ_{FEM} 으로 이루어진 변환행렬 T_{exp} 를 사용하여 측정되지 않은 모드형상을 구하였다.

$$\Phi_{EMA} = \begin{bmatrix} \Phi_{EMA, m} \\ \Phi_{EMA, s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{EMA, m} \\ \Phi_{EMA, s} \end{bmatrix} \Phi_{EMA, m}^{-1} \Phi_{EMA, m} = T_{exp} \Phi_{EMA, m} \quad (14-9)$$

상기에서 서술된 자유도 축약 방법에서 쓰인 변환행렬 T_{GUYAN} , T_{IRS} , T_{SEREP} 는 모두 자유도 확장을 위한 변환행렬 T_{exp} 의 하나로서 사용될 수 있으며 각각의 장단점에 대한 비교 연구가 Lieven에 의해 수행되었다⁽¹⁴⁻³³⁾.

14.3 주파수응답행렬 간접측정법

주파수응답함수를 이용한 구조변경을 수행하기 위해서 방법에 따라 모든 절점간의 주파수응답함수를 측정할 필요가 있다. 특히 자유도가 많은 연속체 구조물을 첨가할 때에는 상당히 많은 양의 주파수응답함수의 측정이 필요하다. 대개의 주파수응답함수의 측정시 구조적인 제약으로 인해서 모든 지점을 가진 및 측정하는 것이 매우 어려우며, 제한된 지점의 가진 또는 가속도를 사용할 수밖에 없다. 일반적으로 가진위치를 고정하고 가속도계를 이동하거나, 또는 가속도계를 고정하고 가진 위치를 변화 시키면서 각각 주파수응답행렬의 한 열 또는 한 행을 알아낸다. 이 측정결과를 이용해서 모드형상과 고유진동수를 추출하고 본 논문 I편의 관계식 (7)을 사용해서 주파수응답행렬을 구성하는 전체 요소를 계산할 수 있다. 이와 같은 모드합성법은 비교적 적은 측정으로 주파수응답행렬을 구성할 수 있으므로 많이 사용되고 있으나 계산된 주파수응답함수는 측정되지 않은 고차모드의 누락으로 인한 모드누락오차가 상존하게 된다. 이 모드누락오차는 14.1절에서 설명한 바와 같이 회전자유도에 대해서 더욱 심각하며 구조변경의 정확도를 떨어뜨리는 요인중의 하나가 된다. 이 모드누락오차를 줄이기 위해서는 상당히 높은 주파수범위까지 측정을 하거나 고차모드의 영향을 적당한 방법으로 보상해주는 것이 필요하다. 그러나 측정되지 않은 주파수응답함수의 모드누락오차를 보상해주는 연구는 현재까지 충분하지 않다. 따라서 본 절에서 설명될 제한된 측정 주파수응답함수를 직접 이용하여 주파수응답행렬의 모든 성분을 정확히 예측하는 방법이 필요하다.

Maia, Silvia, Ribero⁽¹⁴⁻³⁴⁾ 등은 주파수응답행렬의 한 열을 측정하고 이를 이용해서 전체 주파수응답행렬을 계산하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 원래 센서의 질량을 보정하기 위한 목적으로 개발되었으며⁽¹⁴⁻³⁵⁾ 주파수응답함수행렬의 간접측정법으로 확장되었다. 기본 이론으로서 본 논문 III호의 식 (5-4)에서 설명된 FRF Synthesis방법을 사용하며 이때 구조변경요소로서 점질량을 사용한다. 점질량 m 을 부착한 후의 변경된 주파수응답행렬은 다음과 같다.

$$H(\omega)_{X \times N} = H(\omega)_{X \times N} + \frac{1}{\omega^2 m} H(\omega)_{N \times 1} H(\omega)_{1 \times N} \quad (14-10)$$

핵심적인 아이디어는 다음과 같다. 다수의 점질량을 여러 위치에 부착하면서 변화된 주파수응답

행렬 $H(\omega)_{X \times N}$ 을 부분적으로 측정하여 원래의 주파수응답행렬 $H(\omega)_{X \times N}$ 을 나타내는 방정식을 구성하고 이를 풀어서 $H(\omega)_{X \times N}$ 을 계산하여 준다. Maia⁽¹⁴⁻³⁴⁾는 이 방법을 통하여 N 자유도 구조물에 대해서 $(N^2+1)/2$ 번의 측정으로 역시 $(N^2+1)/2$ 개의 $H(\omega)_{N+N}$ 을 구성하는 요소를 계산하는 방법을 제안하였다. 또한 이 방법을 사용하여 회전자유도에 해당하는 주파수응답행렬을 구하는 방법도 추가로 제안하였다⁽¹⁴⁻³⁶⁾. Ashory와 Ewins⁽¹⁴⁻³⁷⁾는 하나의 점질량과 센서를 사용하는 유사한 방법을 제시하였으며 주파수응답함수에 측정오차가 있을 때의 오차해석도 더불어 수행하였다.

감사의 글

이 논문조사연구는 한국학술진흥재단 97년도 신진연구인력 연구장려금 지원사업에 의해서 수행되었습니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

Problem 14

4.1 회전자유도 간접측정법

(14-1) Duarte, M. L. M. and Ewins, D. J., 1995, "Some Insights into the Importance of Rotational Degrees-Of-Freedom and Residual Terms In Coupled Structure Analysis," 13th IMAC, pp. 164 ~ 170.

(14-2) Ewins, D. J., 1984, Modal Testing: Theory and Practice, Research Studies Press.

(14-3) Qu, Y. C. and Cheng, L., 1995, "Rotational Compliance Measurements of a Flexible Plane Structure," 13th IMAC, pp. 948 ~ 954.

(14-4) Sanderson, M. A. and Fredo, C. R., 1995, "Direct Measurement of Moment Mobility, Part 1: A theoretical Study," Journal of Sound and Vibration, Vol. 179, No. 4, pp. 669 ~ 684.

(14-5) Sanderson, M. A., 1995, "Direct Measurement of Moment Mobility, Part 2: An Experimental Study," Journal of Sound and Vibration, Vol. 179, No. 4, pp. 685 ~ 696.

(14-6) Williams, E. J. and Green, J. S., 1990, "A Spatial Curve Fitting Technique For

Estimating Rotational Degrees Of Freedom," 8th IMAC, pp. 376 ~ 381.

(14-7) Michael-Dignan, M. and Pardoen, G. C., 1988, "The Estimation of Rotational Degrees-of-Freedom Using Shape Functions," 6th IMAC, pp. 566 ~ 571.

(14-8) Ng'andu, A. N., Fox, C. H. J., and Williams, E. J., 1995, "On the Estimation of Rotational Degrees of Freedom Using Spline Functions," 13th IMAC, pp. 791 ~ 797.

(14-9) 임지민, 1997, "실험적 동특성 변경법 신뢰성 개선법," 한국과학기술원 석사학위논문.

(14-10) O'Callahan, J., and Avitabile, P., 1986, "An Efficient Method of Determining Rotational Degrees of Freedom From Analytical and Experimental Modal Data," 4th IMAC, pp. 50 ~ 58.

(14-11) Kim, Y. Y., and Kang, J. H., 1997, "A New Experimental Method To Determine Rotational Modes From The Strain Measurement," 15th IMAC, pp. 1414 ~ 1418.

14.2 자유도 확장법 / 자유도 축약법

(14-12) He, J. and Ewins, D. J., "Compatibility of Measured and Predicted Vibration Modes in Model Improvement Studies," AIAA Journal, Vol. 29, No. 5, pp. 798 ~ 803.

(14-13) Heylen, W. and Avitabile, P., 1998, "Correlation Considerations-Part 5. (Degree of Freedom Correlation Techniques)," 16th IMAC, pp. 207 ~ 214.

(14-14) Papadopoulos, M. and Garcia, E., "Improvement in Model Reducing Schemes Using the Systems Equivalent Reduction Expansion Process," AIAA Journal, Vol. 34, No. 10, Technical Notes, pp. 2217 ~ 2219.

(14-15) Hu, H. and Huang, T. C., 1987, "The Equivalent Mass and Equivalent Stiffness of a Structure," 5th IMAC, pp. 939 ~ 943.

(14-16) Guyan R. J., 1973, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," AIAA Journal, Vol. 3, No. 2, p. 380.

(14-17) Kidder, R. L., 1973, "Reduction of Structural Frequency Equations," AIAA

Journal, Vol.11, No.6, June, p. 892.

(14-18) Hu, Y. and Zheng, Z. C., 1989, "Improving the Accuracy of Guyan Reduction By Perturbation Technique," 7th IMAC, pp. 988~991.

(14-19) Leung, A. Y. T., 1978, "An Accurate Method of Dynamic Condensation in Structural Analysis," International Journal For Numerical Methods in Engineering, Vol.12, pp. 1705~1715.

(14-20) Paz, M., 1984, "Dynamic Condensation," AIAA Journal, Vol.22, No.5, pp. 724~727.

(14-21) Kim, K. K. and Anderson, W. J., 1984, "Generalized Dynamic Reduction in Finite Element Dynamic Optimization," AIAA Journal, Vol.22, No.11, pp. 1616~1617.

(14-22) Kim, K.K., 1985, "Dynamic Condensation for Structural Redesign," AIAA Journal, Vol.23, No.11, pp. 1830~1832.

(14-23) Geradin, M. and Chen, S. L., 1995, "An Exact Model Reduction Technique For Beam Structures: Combination of Transfer and Dynamic Stiffness Matrices," Journal of Sound and Vibration, Vol. 185, No. 3, pp. 431~440.

(14-24) Urgueira, A., Lieven, N. A. J. and Ewins, D. J., 1990, "A Generalized Reduction Method for Modal Testing," 8th IMAC, pp. 22~27

(14-25) O'Callahan, J., 1989, "A Procedure for an Improved Reduced System(IRS) Model," 7th IMAC

(14-26) O'Callahan, J., Avitabile, P., and Riemer, R., 1989, "System Equivalent Reduction Expansion Process (SEREP)," 7th IMAC, pp. 29~37.

(14-27) Kammer, D.C., 1998, "Correlation Considerations~Part 2. Model Reduction Using Modal, SEREP, and Hybrid," 16th IMAC, pp. 177~184.

(14-28) Avitabile, P., O'Callahan, J., and Pan, E. D. R., 1989, "Effects of Various Model Reduction Techniques on Computed System Response," 7th IMAC, pp. 777~785.

(14-29) Avitabile, P., O'Callahan, J., and Milani, J., 1989, "Comparison of System Characteristics Using Various Model Reduction Techniques," 7th IMAC, pp.1109~1115.

(14-30) Freed, A. M. and Flanagan, C. C., 1990, "A Comparison of Test-Analysis Model Reduction Methods," 8th IMAC, pp.1344~1351.

(14-31) O'Callahan J., 1990, "Comparison of Reduced Model Concepts," 8th IMAC, pp. 422~430.

(14-32) Lipkens, J. and Vandeurzen, U., 1987, "The Use of Smoothing Techniques for Structural Modification Application," 12th International Seminar on Modal Analysis, Leuben, Belgium, S1-3.

(14-33) Lieven, N. A. J. and Ewins, D. J., 1990, "Expansion of Modal Data for Correlation," 8th IMAC, pp. 605~609.

14.3 주파수응답행렬 간접측정법

(14-34) Maia, N. M. M., Silva, J. M. M., and Ribeiro, A. M. R., 1997, "Some Applications of Coupling/Decoupling Techniques In Structural Dynamics-Part 2: Generation of the Whole FRF Matrix from Measurements on a Single Column-the Mass Uncoupling Method (MUM)," 15th IMAC, pp.1440~1452.

(14-35) Maia, N. M. M., Silva, J. M. M., and Ribeiro, A. M. R., 1997, "Some Applications of Coupling/Decoupling Techniques in Structural Dynamics-Part 1: Solving the Mass Cancellation Problem," 15th IMAC, p. 1440.

(14-36) Maia, N. M. M., Silva, J. M. M., and Ribeiro, A. M. R., 1997, "Some Applications of Coupling/Decoupling Techniques in Structural Dynamics - Part 3: Estimation of Rotational FRFs Using MUM," 15th IMAC, pp. 1453~1462.

(14-37) Ashory, M. R. and Ewins, D. J., 1998, "Generation of the Whole FRF Matrix From Measurements on One Column," 16th IMAC, pp. 800~814.