

# 박판성형해석을 위한 자동 툴 격자 생성에 관한 연구

유동진\* · 윤정환\*\*

(1999년 9월 2일 접수)

## Investigation on the Automatic Tool Mesh Generation for Sheet Metal Stamping Analysis

D.J. Yoo and J.W. Yoon

### Abstract

The finite element mesh approach for tool surface description is applied effectively to analyze sheet metal stamping processes. To improve the mesh quality and the stability of the mesh generation process, a hybrid method based on the grid approach and the Delaunay triangulation is proposed in the present work. In the present study, a general method for the mathematical description of arbitrarily shaped tool surface is proposed by introducing the parametric surface approach. A polynomial function is employed to describe the base parametric surface and the boundary curves are defined to describe arbitrary three-dimensional trimmed surfaces. To verify the validity of the proposed method, automatic mesh generation is carried out for some chosen complicated parts including actual automotive panel.

**Key Words** : Finite Element Mesh Approach, Trimmed Surface, Automatic Mesh Generation

### 1. 서론

실제 산업현장에서 생산하고 있는 차체판넬이나 가진 제품 등의 복잡한 곡면으로 이루어져 있는 제품을 성형 해석 하고자 할 때 고려해야 할 중요한 문제중의 하나는 임의의 복잡한 형상을 갖는 박판제품의 금형면의 수학적 묘사 방법이다. 충분한 정확도를 가지고 부드러운 금형면을 묘사하기 위하여 여러 가지 방법들이 제안되어 왔

는데 대표적인 방법으로는 Piecewise linear방법<sup>(1)</sup>, 매개 변수곡면(Parametric surface)에 의한 방법<sup>(2)</sup>, 비-매개변 수곡면(non-parametric surface)에 의한 방법<sup>(3)</sup>, 유한요소 격자(finite element mesh)에 의한 방법<sup>(4)</sup> 등이 있다. Piecewise linear방법은 점(point)의 규칙적인 배열을 이용하여 다수의 선형삼각형 평면으로 금형면을 묘사하는 방법이다. 이 방법은 접촉탐색 알고리즘이 간단해서 성형해석에 적용하기는 편리하나 금형면이 그다지 부드럽

\* 대전대학교 컴퓨터응용 기계설계학과

\*\* LG 생산기술원 CAE Center

지 않고 수직벽을 가진 제품을 묘사할 수 없다는 단점이 있다. 매개변수곡면에 의한 방법은 상업용 CAD시스템에서 만들어지는 금형면을 직접 성형해석을 위한 입력파일로 전환시킬 수 있다. 그러나, 이 방법은 접촉탐색 알고리즘이 복잡하고 곡면의 수가 늘어나면 계산시간이 급증한다는 단점이 있다. 비매개변수 곡면에 의한 방법은 매개변수 곡면에서처럼  $C^1$  연속성을 유지하기 위해 3차의 blending 함수를 도입하고 등간격 또는 비등간격의 패치(patch)로서 금형면을 묘사한다. 이 방법은 접촉탐색이 효과적이고 해석에 있어서 계산시간이 빠르다는 장점이 있으나 piecewise linear 방법에서처럼 수직벽을 가진 제품은 묘사할 수 없고 금형면을 정확하게 묘사하기 위해서는 많은 수의 점이 필요하게 된다. 유한요소격자 방법은 금형을 삼각형 또는 사각형의 유한요소격자로 나누어서 금형면을 묘사하는 방법으로 복잡한 형상을 갖는 금형면 묘사를 위해 가장 보편적인 방법으로 쓰이고 있다. 그러나 초기곡면 CAD 데이터를 유한요소격자로 분할해야 하기 때문에 기존의 상용 유한요소생성 S/W를 사용한다 하더라도 곡면이 수백, 수천 개 되는 큰 제품의 금형면의 경우 사용자의 지루하고 긴 시간이 소요되는 많은 수작업이 개입되어야 하는 등 성형해석 입력 자료 준비에 많은 어려움이 있어 왔다. 본 연구에서는 유한요소 격자방법의 이러한 문제점을 해소하기 위하여 상업용 CAD 시스템에서 만들어진 금형면 데이터를 충분한 정확도를 가지는 박관성형 해석용 유한요소격자로 자동 변환하는 방법을 제안하고자 한다.

유한요소의 자동생성에 관한 연구는 1980년대 들어 많은 방법들이 보고되어 왔다. 대표적인 방법으로는 위상분해법 (topology decomposition approach)<sup>(5)</sup>, 절점연결법 (node connection approach)<sup>(6)</sup>, 기하분할법 (geometry decomposition approach)<sup>(7)</sup>, 격자이용법 (grid-based approach)<sup>(8)</sup>, 오프셋 이용법 (offset or paving approach)<sup>(9)</sup>, 전방진진법 (advancing front approach)<sup>(10)</sup> 등이 있다. 위상분해법은 다각형의 해석영역이 주어졌을 때 다각형의 꼭지점을 연결하여 비교적 큰 형태의 삼각형으로 만든 후 이를 다시 원하는 정도의 작은 삼각형으로 분할하는 방법이다. 절점연결법은 해석영역의 경계와 내부에 절점을 규칙적인 또는 불규칙적인 방법으로 생성하고 이렇게 생성된 절점들을 연결하여 유한요소를 생성하는 방법이다. 절점을 생성하는 방법 및 생성된 절점들을 요소화하는 방법의 차이에 따라 여러 가지 연구들이 보고되어 있다. 기하분할법은 해석영역의 경계곡선에 배치된 주요 절점들을 기준으로 가장 좋은 분할선으로 양분해 나가는 과정을 계속하여 모든 분할 영역이 사각형

이 될 때까지 수행한다. 비교적 양질의 사각 요소를 생성할 수 있다는 장점이 있다. 격자이용법은 균일한 간격의 격자들이 유한요소가 될 수 있겠다는 생각에서 시작되었는데 해석영역에 가상의 균일한 간격의 격자를 씌운 뒤 경계를 포함하지 않는 내부의 격자는 그대로 유한요소로 사용하고 물체의 경계를 포함하는 격자들은 여러 가지 방법에 의해 삼각형 또는 사각형 유한요소로 적당히 분할하는 방법이다. 내부에는 좋은 형상의 요소가 생성되는 반면 경계곡선주위에 질이 좋지 않은 요소가 생성될 수 있는 단점이 있다. 오프셋이용법은 경계곡선에 절점들을 생성시킨 후 해석영역으로 일정거리만큼 오프셋 해나가는 과정을 반복해 감으로서 양질의 사각형 요소를 얻고자 하는 방법이다. 2차원에서는 성공적인 연구 사례들이 다수 발표되어 있으나 3차원 트림곡면의 경우에는 오프셋 된 요소들간의 간섭처리, 절점들의 원래 곡면으로의 수직투영 (normal projection)의 문제 등 보다 상세한 연구가 계속되고 있다. 전방진진법은 경계곡선에 절점들을 생성시킨 후 해석영역에 적당한 절점을 생성시킴과 동시에 요소를 생성해 나가는 방법으로서 전방요소들의 모서리들을 새로운 경계 곡선으로 하여 해석영역이 모두 분할될 때 까지 반복적으로 수행된다. 최적의 절점을 매 스텝마다 찾아나간다는 특성 때문에 양질의 요소를 얻을 수 있으나 3차원 트림곡면의 경우에는 내부 홀 (inner hole)의 처리, 절점들의 생성과 관련된 계산시간의 문제 등 지속적인 연구가 요망되고 있다.

본 연구에서는 박관성형해석 전용 자동 툴 격자 생성과 관련된 절점 생성 및 요소 생성에 관한 제반 알고리즘을 제안하고 제안된 알고리즘의 효율성 및 신뢰성을 확인하고자 한다.

## 2. 3차원 곡면의 수식적 표현

단순한 해석적 표현에 의해 묘사되지 않는 임의의 복잡한 형상의 곡면은 매개변수 곡면의 조합으로서 표현될 수 있다. 일반적인 자유형상의 곡면은 크게 자유곡면 (free surface)과 트림곡면 (trimmed surface)으로 나눌 수 있는데 Fig.1에서와 같이 자유곡면은 곡면의 범위를 정의하는 경계곡선이 필요 없는 형태의 곡면을 의미하고 트림곡면은 곡면의 사용범위를 정의하기 위한 바깥경계곡선 (outer boundary curve)과 안쪽 경계곡선 (inner boundary curve)이 존재하는 보다 일반적인 형태의 곡면으로서 일반 산업현장에서 사용되고 있는 대다수의 CAD 시스템은 이 두가지 형태의 매개변수 곡면의 조합으로서 복잡한 형상을 묘사하게 된다.

각 곡면은 다시 다수의 패치 (patch)의 조합으로서 나타내어지는데 매개변수 패치상의 한 점의 3차원 좌표는 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{r}(u, v) = x(u, v)\mathbf{i} + y(u, v)\mathbf{j} + z(u, v)\mathbf{k} \quad (0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1) \quad (1)$$

여기서  $x(u, v)$ ,  $y(u, v)$ 와  $z(u, v)$ 는 사용하고자 하는 패치의 형태에 따라 여러 가지 방법으로 수식화 될 수 있는데 본 연구에서는 일반 CAD시스템과의 효율적인 연계성을 위하여 다음과 같은  $u, v$ 에 관한 일반적인 다항식을 사용하였다.

$$\mathbf{r}(u, v) = [1, u, \dots, u^{n-1}] \begin{bmatrix} A_{11}^i & \dots & A_{m1}^i \\ \vdots & & \vdots \\ A_{1n}^i & \dots & A_{mn}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ v \\ \vdots \\ v^{m-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 계수행렬의 첨자  $i$ 가 1일 때는  $x(u, v)$ ,  $i$ 가 2일 때는  $y(u, v)$ ,  $i$ 가 3일 때는  $z(u, v)$ 의 계산을 위한 계수를 의미하고,  $n, m$ 은 각각  $u$ 방향의 차수,  $v$ 방향의 차수를 의미한다. 자유곡면은 한 패치당  $u$ 방향의 차수 ( $n$ ),  $v$ 방향의 차수 ( $m$ )로 총  $3 \times n \times m$ 개의 계수가 주어지면 식 (2)에 의하여 수식적으로 표현될 수 있다. 트림곡면은 식 (2)로 표현되는 각 패치의 수치정보 외에 사용되어질 부분과 사용되지 않을 부분을 구분 짓기 위한 경계곡선의 데이터가 추가적으로 요구되어 지는데 매개변수  $t$ 에 관한 함수로 표현된다. 경계곡선 역시 많은 세그먼트 (segment)로 이루어 지는데 한 세그먼트는 다음과 같이 표현된다.

$$u(t) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i t^i \quad (3a)$$

$$v(t) = \sum_{i=0}^{m-1} b_i t^i \quad (3b)$$

여기서  $a_i, b_i$ 는 각각  $u, v$ 에 관한 다항식의 계수들이고  $n$ 은 곡선의 오더이다. 매개변수  $t$ 의 범위는 시작 세그먼트와 마지막 세그먼트를 제외하고는  $0 \leq t \leq 1$ 로 정의된다. 즉 트림곡면 등 패치의 수치정보 외에 바깥쪽 경계곡선, 안쪽 경계곡선의 매개변수  $u, v$ 를 계산하기 위한 계수들이 필요하고 식(3)에서 구한  $u, v$ 를 식(2)에 대입

함으로써 경계곡선상의 임의의 매개변수 값  $t$ 에서의 3차원 좌표값을 구할 수 있다.

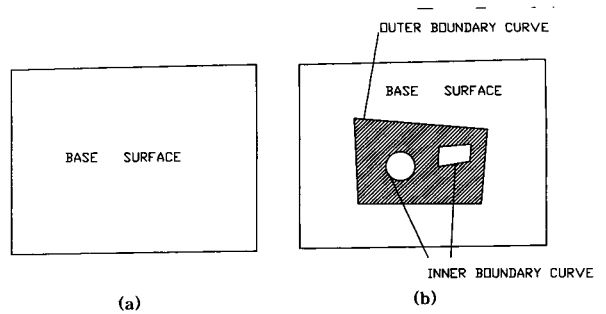


Fig. 1 Classification of general three-dimensional surface ; (a) Free surface (b) Trimmed surface

### 3. 자동 틀 격자 생성 알고리즘

본 연구에서는 다음과 같은 네 가지 주안점에 착안하여 개발 알고리즘의 범위 및 목표를 정하였다.

첫째, 상용 CAD시스템의 곡면 데이터가 완성되고 난 후에는 일체의 사용자의 수작업이 필요 없는 전 자동 (fully automatic)이어야 한다.

둘째, 정교한 상, 하형 금형의 오프셋 처리 및 성형 해석 솔버 (solver)의 안정성을 위하여 모든 곡면들간의 요소 연결성 (mesh connectivity)이 보장되어야 한다.

셋째, 복잡한 곡면의 충분한 정확도 확보를 위하여 절점 생성시 형상오차 (chord error)의 개념이 반드시 포함되어야 한다.

넷째, 박판성형해석을 위한 틀 격자이므로 요소의 질은 크게 문제되지 않는다.

#### 3.1 CAD 시스템과의 인터페이스

일반 CAD시스템과의 효율적 연계성을 위하여 산업현장에서 널리 사용되고 있는 CATIA™와의 직접변환 프로그램 및 세계적으로 널리 표준화되어 있는 IGES로부터의 변환 프로그램을 개발하였다. 앞 절에서 언급한 식 (2) 및 식(3)으로 표현되는 매개변수 다항식은 CATIA™에서 채택하고 있는 3차원 트림곡면 및 자유곡면과 수학적으로 일치하는 것으로 그 데이터의 배열형태를 적절히 변환시켜 줌으로서 직접 변환 프로그램을 작성하였다. IGES (Initial Graphic Exchange Specification)은 CAD 시스템간의 제품 데이터의 교환을 위한 국제표준으로 곡선이나 곡면의 형태를 나타내기 위해 NURBS

(Non-Uniform Rational B-Spline)를 지원하고 있다. NURBS 곡선은 비균일 B-Spline곡선의 조정점의  $x, y, z$ 좌표에 동차 좌표를 사용하여 각각을  $(x_h, y_h, z_h, h)$ 의 형태로 표시하고 이들 네 개의 좌표를 블렌딩 함수로 섞어준다. 따라서, NURBS곡선  $\mathbf{r}(u)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{r}(u) = \frac{\sum_{i=0}^n h_i \mathbf{P}_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n h_i N_{i,k}(u)} \quad (4)$$

여기서

$\mathbf{P}_i$  : 곡선의 조정점

$N_{i,k}(u)$  : B-Spline블렌딩 함수

$h_i$  : 조정점  $\mathbf{P}_i$ 의 동차 좌표값

$k$  : 곡선의 오더

$n$  : 조정점의 수 -1

이다.

또한 NURBS곡면은 B-Spline곡면에 동차 좌표를 도입하여 다음과 같이 곡면  $\mathbf{r}(u,v)$ 를 정의한다.

$$\mathbf{r}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m h_{i,j} \mathbf{P}_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m h_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)} \quad (5)$$

여기서

$\mathbf{P}_{i,j}$  : 곡면의 조정점

$N_{i,k}(u), N_{j,l}(v)$  :  $u, v$ 방향 B-Spline블렌딩 함수

$h_{i,j}$  : 조정점  $\mathbf{P}_{i,j}$ 의 동차 좌표값

$k, l$  : 곡면의  $u, v$ 방향 오더

$n$  :  $u$ 방향의 조정점의 수 1

$m$  :  $v$ 방향의 조정점수 1

이다.

본 연구에서는 NURBS곡선 및 곡면을 식(2)와 식(3)과 같은  $u, v$ 에 관한 다항식 형태로 변환하기 위하여 박관성형해석을 위한 틀의 유한요소 생성시 일반적으로 사용하는 형상오차가 0.1 ~ 0.2 mm인 점을 감안하여 이보다 작은 수치인 형상오차 0.05mm정도를 만족하게끔 각 패치의 중앙을 지나는  $u, v$ 두 방향으로의 곡선들에 대하

여 점들을 구하여 가장 많은 점이 생성된 두개의 곡선 ( $u$ 방향 1개,  $v$ 방향 1개)상의  $u, v$ 값을 취한 다음, 이 점들의 좌표값들을 경계조건으로 하여 선형 연립방정식을 구성한 후 Gauss의 소거법으로 다항식의 계수들을 구해내는 다항식에 의한 보간법의 하나인 미정 계수법을 이용하였다. 곡면의 경우  $u$ 방향으로  $n+1$ 개의 점 및  $v$ 방향으로  $m+1$ 개의 점의 좌표값이 구해지면 다음과 같은  $(n+1) \times (m+1)$ 원 1차 연립방정식을 만들고 그 계수  $a_{00}, a_{01}, \dots, a_{nm}$ 를 구한다.

$$\begin{aligned} a_{00} u_0^0 v_0^0 + a_{01} u_0^0 v_0^1 + \dots + a_{nm} u_0^n v_0^m &= \mathbf{r}_{0,0} \\ a_{00} u_0^0 v_1^0 + a_{01} u_0^0 v_1^1 + \dots + a_{nm} u_0^n v_1^m &= \mathbf{r}_{0,1} \\ &\vdots \\ a_{00} u_n^0 v_m^0 + a_{01} u_n^0 v_m^1 + \dots + a_{nm} u_n^n v_m^m &= \mathbf{r}_{n,m} \end{aligned} \quad (6)$$

(6)식을 행렬형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u_0^0 v_0^0 + u_0^0 v_0^1 + \dots + u_0^n v_0^m \\ u_0^0 v_1^0 + u_0^0 v_1^1 + \dots + u_0^n v_1^m \\ \vdots \\ u_n^0 v_m^0 + u_n^0 v_m^1 + \dots + u_n^n v_m^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ \vdots \\ a_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{0,0} \\ \mathbf{r}_{0,1} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{n,m} \end{bmatrix} \quad (7)$$

이와 같은 변환은 동차 좌표값이 1이 아닐 때 이루어지며 동차 좌표값이 모두 같거나 1이 될 때는 B-Spline과 동일하며 또한 B-Spline곡선, 곡면식은 Bezier곡선, 곡면식을 포함하고 있는 개념이므로 NURBS곡선, 곡면식에서 동차 좌표값이 모두 같거나 1이 되는 특수한 경우는 다항식 형태로의 정확한 변환이 가능하다<sup>(11)</sup>.

### 3.2 경계곡선의 전처리 알고리즘

종래의 자동 유한요소 생성에 관한 연구 결과들을 살펴보면 곡면들이 수백 개, 수천 개 모여 있는 경우 곡면별로 유한요소를 생성하므로 각 곡면간의 접합부에서는 생성된 요소의 절점들이 일치하지 않게 되고 따라서 각 곡면에서 생성된 요소들의 절점들의 위치를 많은 시간과 단순노동을 요하는 수작업에 의하여 일일이 변경시켜 주어야 하는 문제점이 있었다. 이는 해석자에게 과중한 부담이 되어 왔고 창의적인 설계작업에 투여해야 할 시간을 낭비하는 결과를 초래하였다. 더욱이 정확한 상하형 금형의 오프셋 처리 및 성형해석 솔버(solver)의 수치적 안정성을 위해서도 곡면들간의 요소연결성은 필수적인 것으로 이에 대한 해석자의 요구가 끊임없이 있어 왔다.

본 연구에서는 이를 해결하기 위해 Fig.2와 같이 유한요소 생성 전에 모든 곡면들간의 경계곡선상의 요소 절점수를 일치시키는 효율적인 경계곡선 전처리 알고리즘을 개발하였다. 자유곡면은 물론 트림곡면의 모든 경계곡선들의 특성점(characteristic points)들을 구해서 경계곡선들의 수치 데이터와 더불어 데이터 베이스에 저장시킨 후 곡면 단위로 유한요소 생성시 각 곡면의 경계 곡선들을 모든 특성점과의 수치투영을 통해서 일련의 새로운 곡선들의 집합으로 변환시킨다. 이렇게 구해진 각 곡선들의 실장은 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$L = \sum_{i=1}^{n-1} \int_0^1 \mathbf{r}_i(t) dt \quad (8)$$

여기서 n은 곡선을 이루는 3차원 점의 개수이고  $\mathbf{r}_i(t)$ 는 곡선의 각 세그먼트로서 본 연구에서는 3차 퍼거슨 곡선보간 (cubic Ferguson's curve fitting) 방법을 이용하여 복합곡선을 만든 후 식(8)에 Gauss 수치적분을 적용하여 각 단위곡선들의 실장의 합을 구함으로써 각 곡선들의 실장을 구하였다. 이렇게 얻어진 각 곡선들의 실장과 현재의 곡선에 요구되는 절점들간의 개수로부터 3차원 곡선상에서 각 절점들간의 간격  $\delta$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\delta = \frac{L}{m-1} \quad (9)$$

여기서 L은 식 (8)로부터 구해진 현재 곡선의 실장이고, m은 현재의 복합곡선에 생성시킬 절점의 개수로서 만일 현재의 복합곡면이 새롭게 생성될 곡선이라면 현재의 복합곡면에 있는 점의 개수 n을 의미하며 현재의 복합곡면이 다른 곡면의 경계곡선 처리 시 이미 정의되어 있는 곡선과 위상학적으로 일치한다면 미리 정의되어 있는 기존 곡선상의 점의 개수를 나타낸다. 절점들 간의 간격이  $\delta$ 가 되도록 복합곡선 상에서 새롭게 m 개의 3차원 점을 뉴턴 랩슨법 (Newton Raphson Method) 및 수치적분의 혼합적 수치해법에 의해 구하였다 (Fig.3). 이성과 같이 구해진 각 점들은 원래 곡면의 정확도를 유지하고 두 매개변수 u, v평면상에서의 유한요소 생성을 위하여 곡면으로 수치투영을 해야 한다 (Fig.4). 절점의 좌표값을  $P_\alpha$ 라 하면 절점과 가장 가까운 곡면상의 점은 u, v로 구성된 비선형 방정식을 풀어서 구할 수 있다.

$$F_1(u, v) = 2 \sum_{\alpha=1}^3 (X_\alpha(u, v) - P_\alpha) \frac{\partial X_\alpha(u, v)}{\partial u} = 0 \quad (10a)$$

$$F_2(u, v) = 2 \sum_{\alpha=1}^3 (X_\alpha(u, v) - P_\alpha) \frac{\partial X_\alpha(u, v)}{\partial v} = 0 \quad (10b)$$

여기서  $X_\alpha(u, v)$ 는 곡면의 한 패치의 x, y, z성분에 관한 다항식을 나타내며 식(2)로부터 구할 수 있다. 식 (10)의 근을 구하기 위한 뉴턴-랩슨 반복 계산법은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} u_{i+1} \\ v_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} - J^{-1} \begin{bmatrix} F_1(u_i, v_i) \\ F_2(u_i, v_i) \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial u} & \frac{\partial F_1}{\partial v} \\ \frac{\partial F_2}{\partial u} & \frac{\partial F_2}{\partial v} \end{bmatrix}$$

이다. 본 연구에서 사용된 최근점 패치 선별법 및 반복 계산을 위한 초기치의 계산 등은 Yoo등<sup>(2)</sup>이 제안한 방법을 이용하였다.

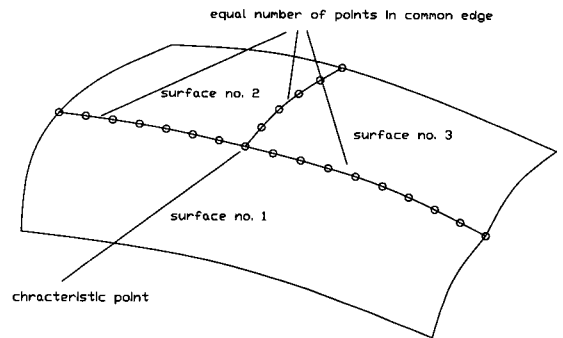


Fig. 2 Pre-treatment of boundary common edges between surfaces

### 3.3 유한요소의 생성

본 연구에서는 한 곡면내의 유한요소 생성을 위하여 격자 이용법과 절점 연결법의 혼합적 방법을 제안하고자 한다. 즉, 곡면의 u, v매개변수 영역에 형상 오차를 고려한 가상의 격자를 씌운 후 경계를 포함하지 않는 내부의 격자는 그대로 유한요소로 사용하고 경계곡선상의 절점들과 내부의 격자 사이는 Delaunay삼각화 방법을 적용하였다.

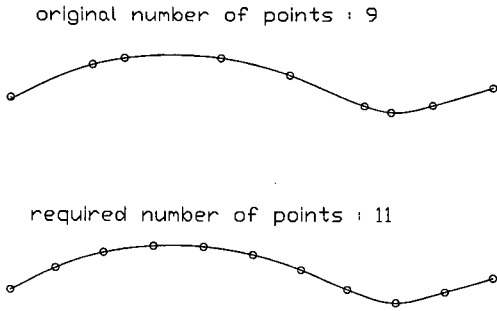


Fig. 3 Regeneration of nodal points in common edges according to the required number of points

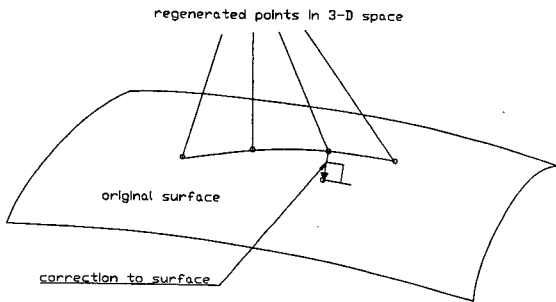


Fig. 4 Projection of nodes to original surfaces

### 3.3.1 절점생성 알고리즘

사용자의 목적 및 의도에 부합되는 절점 생성을 위하여 평균 요소 길이와 원하는 형상오차를 입력변수로 처리하였다. Fig.5에서와 같이 평균요소길이 및 형상 오차를 작게 하면 할수록 가상 격자수는 증가하게 된다. 실제 산업현장에서 작성되는 곡면 데이터에는 Fig.6과 같이 수치적으로 크기가 매우 작은 패치(patch)들이 많이 존재하는데 본 연구에서는 필요이상의 절점이 생성되지 않도록 패치단위 ( $0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1$ ) 곡면 전체 영역 ( $0 \leq u \leq u_{max}, 0 \leq v \leq v_{max}$ )으로부터 국부적으로 세분화해 가는 방법을 적용하였다. u 또는 v 방향의 곡선상에서 먼저 평균 요소 길이가 만족되게끔 절점을 생성한 후 형상오차가 만족되지 않는 구간은 만족될 때까지 절점을 추가적으로 삽입하게 된다 (Fig.7). u 방향 곡선인 경우는 v는 상수로 일정하게 되고 v 방향 곡선인 경우는 u가 일정하게 되므로 형상오차  $\epsilon$  는 다음과 같은 비선형 방정식을 풀어서 구할 수 있다.

i) u 방향 곡선인 경우 ( $v=v_1$ )

$$F(u, v_1) = 2 \sum_{\alpha=1}^3 (X_{\alpha}(u, v_1) - P_{\alpha}) \frac{\partial X_{\alpha}(u, v_1)}{\partial u} = 0 \quad (12a)$$

$$u_{i+1} = u_i - F(u_i, v_1) / \frac{\partial F(u_i, v_1)}{\partial u} \quad (12b)$$

ii) v 방향 곡선인 경우 ( $u=u_1$ )

$$F(u_1, v) = 2 \sum_{\alpha=1}^3 (X_{\alpha}(u_1, v) - P_{\alpha}) \frac{\partial X_{\alpha}(u_1, v)}{\partial v} = 0 \quad (13a)$$

$$v_{i+1} = v_i - F(u_1, v_i) / \frac{\partial F(u_1, v_i)}{\partial v} \quad (13b)$$

식 (12a)와 식(13a)에서  $P_{\alpha}$ 는 두 절점 사이를 잇는 직선의 중간점으로서 식(12a)와 식(13a)의 근을 식(12b) 또는 식(13b)의 뉴턴-랩슨 반복계산식을 이용하여 구하게 되면 중간점  $P_{\alpha}$ 에 가장 근접한 곡선상의 점, 즉 수직투영점  $Q_{\alpha}$ 를 찾게 되므로 형상오차  $\epsilon$ 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\epsilon = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^3 (P_{\alpha} - Q_{\alpha})^2} \quad (14)$$

이와 같은 방법으로 각 패치의 중앙을 지나는 u, v 두 방향으로의 곡선들에 대해서 절점을 구한 후 가장 많은 절점이 생성된 두개의 곡선상의 u, v 값을 최종적인 가상 격자점들로 취하였다.

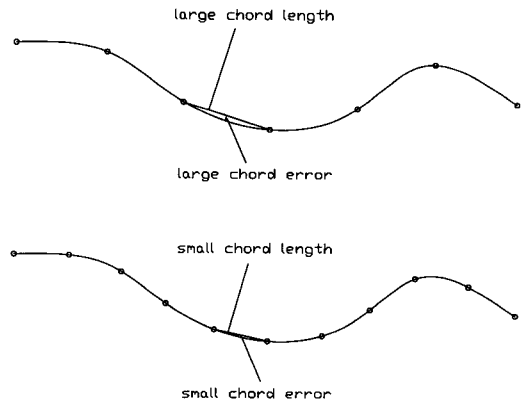


Fig. 5 Effect of chord length and chord error on the number of generated meshes

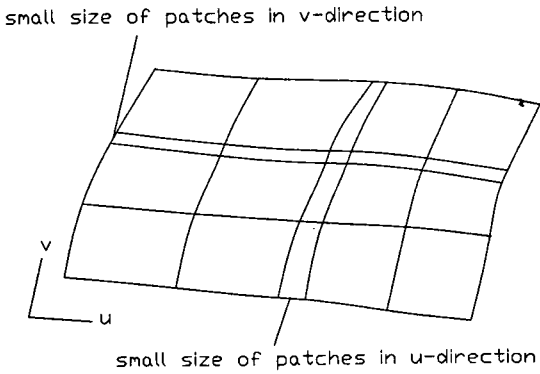


Fig. 6 Small size of patches in u, v direction

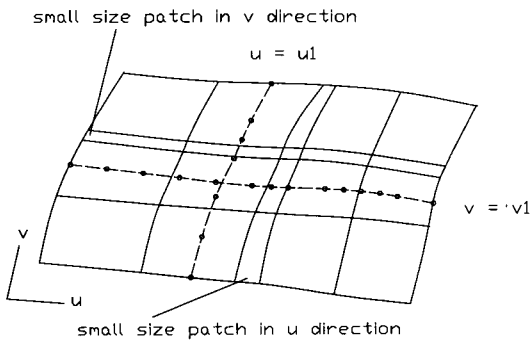


Fig. 7 Generation of nodes in u, v direction considering chord length and chord error

3.3.2 요소생성 알고리즘

Fig.8과 같이 u, v매개변수 영역에 평균요소길이와 요구되는 형상오차를 만족하는 가상 격자점들을 찍은 후 모든 격자점들에 대하여 바깥쪽 경계곡선과 안쪽 경계곡선상의 절점들의 수치 데이터를 토대로 트림곡면의 사용 영역에 포함될 지의 여부를 계산한다. 한 점 Q가 점열 (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, ..., P<sub>n</sub>)로 구성되어 있는 경계곡선 안에 포함되어 있는지의 여부는 다음과 같은 식으로서 구할 수 있다.

$$\theta = \left| \sum_{i=1}^{n-1} \angle P_i Q P_{i+1} \right| \quad (15)$$

식(15)에서 구한  $\theta$ 가  $2\pi$ 이면 포함되어 있는 것

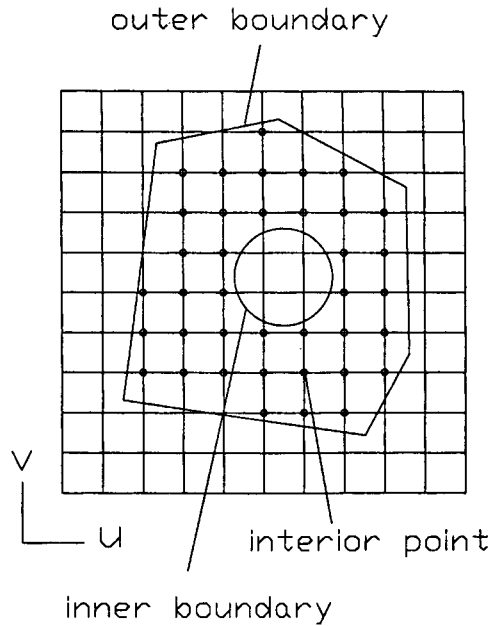


Fig. 8 Superimposing grid over domain

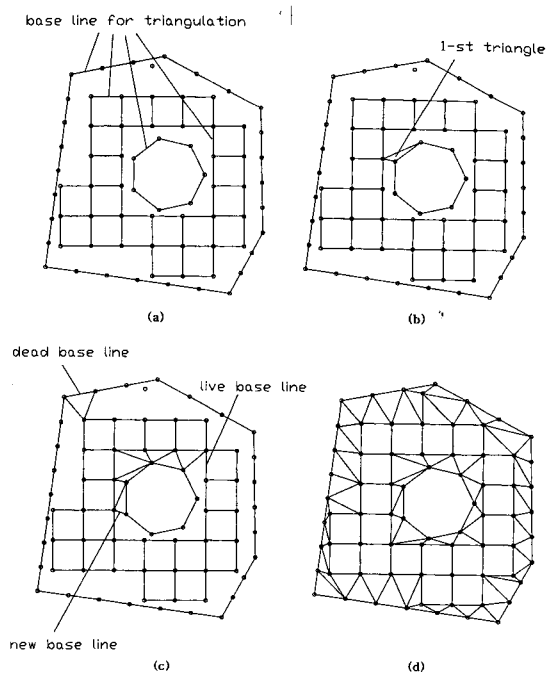


Fig. 9 Schematic diagram illustrating the procedures of mesh generation ;  
 (a) Construction of internal meshes  
 (b) Start of triangulation  
 (c) Construction of boundary meshes  
 (d) Completion of triangulation

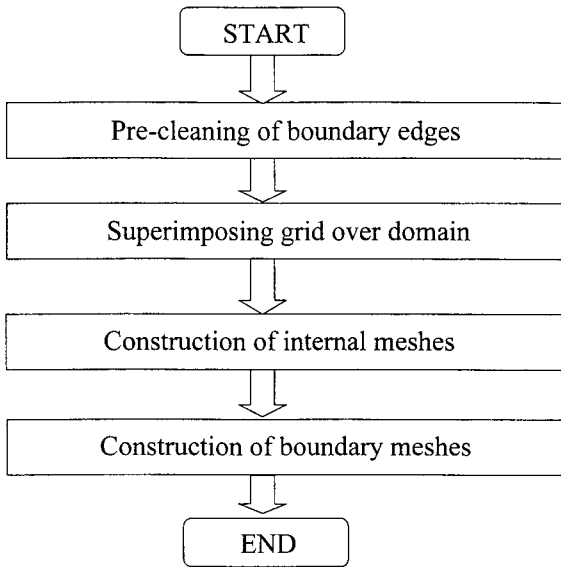


Fig. 10 Overall procedure of mesh generation

이고  $\theta$ 가 0이 되면 바깥쪽에 있는 것이므로 바깥쪽 경계곡선 및 안쪽 경계곡선이 존재하는 일반적인 트림곡면의 경우 바깥쪽 경계곡선에 대해서는  $2\pi$ , 안쪽 경계곡선에 대해서는 0이 되어야 사용영역에 존재하게 되는 것이다. 점 Q가 정확히 경계 곡선상에 위치하거나 근접해 있는 경우는 식(15)에 수치적 오류가 발생할 수 있는데 이를 해소하고 생성될 요소의 질을 향상시키기 위하여 형상오차와 요소길이를 만족하는 범위 내에서 이러한 점들은 식(15)를 적용하기 이전에 포함되지 않는 것으로 간주하였다. 이상과 같이 각 절점의 포함여부가 결정되면 내부에 존재하는 네 절점은 두개의 삼각형 또는 한개의 사각형 요소로 되고 경계곡선 상에 형성된 절점들에 의해 분할된 직선들과 내부요소의 바깥 경계면을 이루는 직선들은 delaunay삼각화를 위한 기준선으로 등록된다. 각각의 기준선에 대해 꼭지점으로 선택되어 삼각형을 형성할 수 있는 점들 중에서 그 삼각형이 외접원 내에 다른 절점이 존재하지 않는 점을 선택하여 삼각형을 구성한다. 이렇게 생성된 삼각형의 새로운 두 변은 새로운 기준선으로 등록된다. 그러나, 기준선이 바깥쪽 경계곡선 또는 안쪽 경계곡선을 나타내는 선분이거나 이미 존재하는 삼각형의 한 변이라면 해당 기준선은 기준선의 집합에서 제외된다. 이와 같은 방법으로 기준선의 집합에 기준선이 하나도 남지 않을 때까지 삼각화를 계

속 해 나간다 (Fig.9). 만약 선택된 꼭지점에 의해 생성될 삼각형이 외접원내에 다른 절점이 존재하지 않는 점이 없는 경우에는 생성될 삼각형의 최소내각이 최대가 되는 절점을 선택하여 삼각형을 생성하였다. Fig.10은 자동 틀 격자 생성 알고리즘의 전체적인 순서도를 보여주고 있다.

#### 4. 적용에

본 연구에서 제안한 제반 알고리즘의 효율성 및 신뢰성을 확인하기 위하여 실제 산업현장에서 널리 활용되고 있는 상용 CAD시스템인 CATIA<sup>TM</sup>에서 모델링 된 곡면 데이터 및 타 CAD시스템에서 모델링 된 곡면 데이터를 IGES로 변환한 데이터를 이용하여 격자 생성을 해 보았다. Fig.11은 내부 홀 (hole)이 3개 있는 전형적인 트림 곡면에 대한 격자 생성의 예를 보여주고 있다. 요소 길이 및 형상오차를 작게 하면 할수록 생성되는 유한요소 개수는 증가하게 되며 원래 곡면의 형상을 충분한 정확도로 나타낼 수 있다. 곡면 데이터는 CATIA<sup>TM</sup>에서 모델링한 후 본 연구를 통하여 개발된 직접 변환 프로그램을 이용하여 자동 격자 생성을 위한 입력데이터로 변환하였다. 일반적인 트림곡면에 대한 적용을 위하여 내부 홀의 개수에는 제한이 없게끔 프로그램 하였으며 수치데이터의 효율적인 메모리 관리를 위하여 모든 곡면과 관련된 데이터들은 포인터로 처리하였다. Fig.12는 본 연구에서 제안한 자동격자생성 알고리즘이 진행되는 과정을 단계적으로 보여주고 있다. Fig.12(a)는 각 절점의 바깥 경계곡선 및 내부 경계곡선과의 포함여부로부터 생성된 초기 유한요소를 나타낸다. Fig.12(b)와 같이 임의의 한 기준선이 삼각화를 위한 초기 핵처럼 작용하면서 하나의 삼각요소를 생성하게 된다. 이러한 삼각화(triangulation) 과정은 모든 기준선이 기준선의 집합에서 제외될 때까지 수행된다(Fig.12(c), Fig.12(d)). 최종적으로 생성된 유한요소들은 사용자가 요구하는 유한요소 형태에 따라 즉 삼각요소만으로 또는 삼각요소와 사각요소의 조합으로 나타낼 수 있도록 유연성 있게 프로그램 하였다.

Fig.13은 틀 격자를 삼각요소와 사각요소의 조합으로 구성할 시의 각 단계별 과정을 보여주고 있다. Fig.14는 본 연구에서 제안한 요소 연결 알고리즘의 적용결과를 나타내고 있다. 곡면 데이터는 CATIA<sup>TM</sup>에서 모델링한 결과를 변환하여 사용하였으며 총 80개의 트림곡면으로 구성되어있다. Fig.14(a)는 곡면간의 요소연결성을 고려하지 않은 경우의 유한요소 생성 결과를 보여주고 있으며 Fig.14(b)는 곡면간의 경계곡선 상에서의 요소 연결



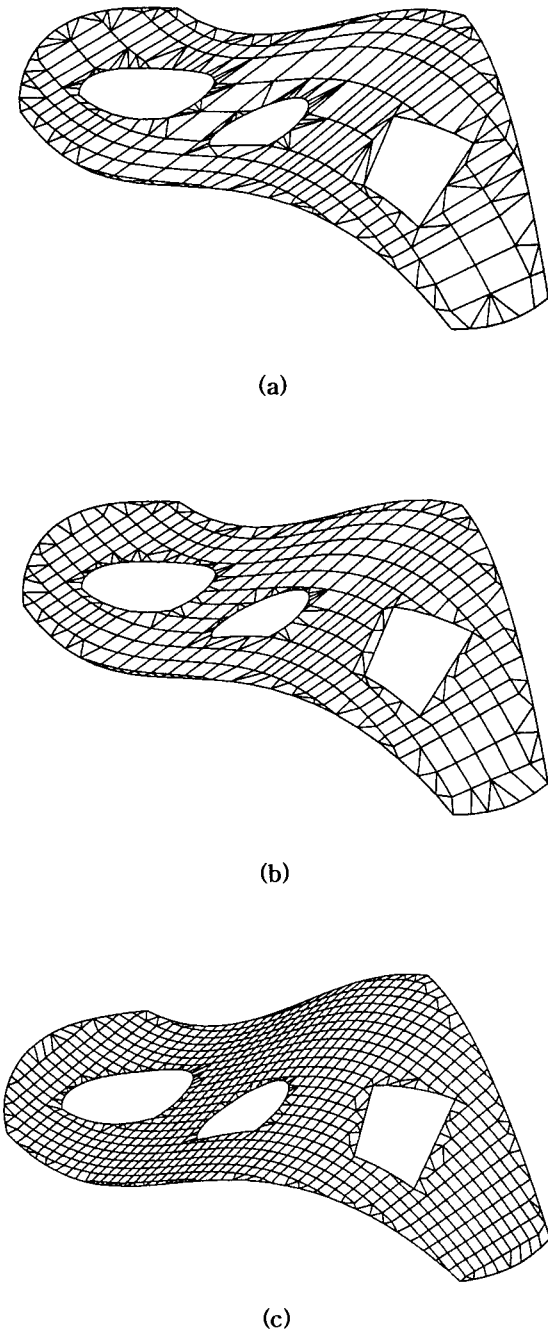


Fig. 11 Mesh generation in the trimmed surface with multiple holes ; (a) Chord length : 30 mm Chord error : 0.1 mm (b) Chord length : 10 mm Chord error : 0.1 mm (c) Chord length : 5 mm Chord error : 0.05 mm

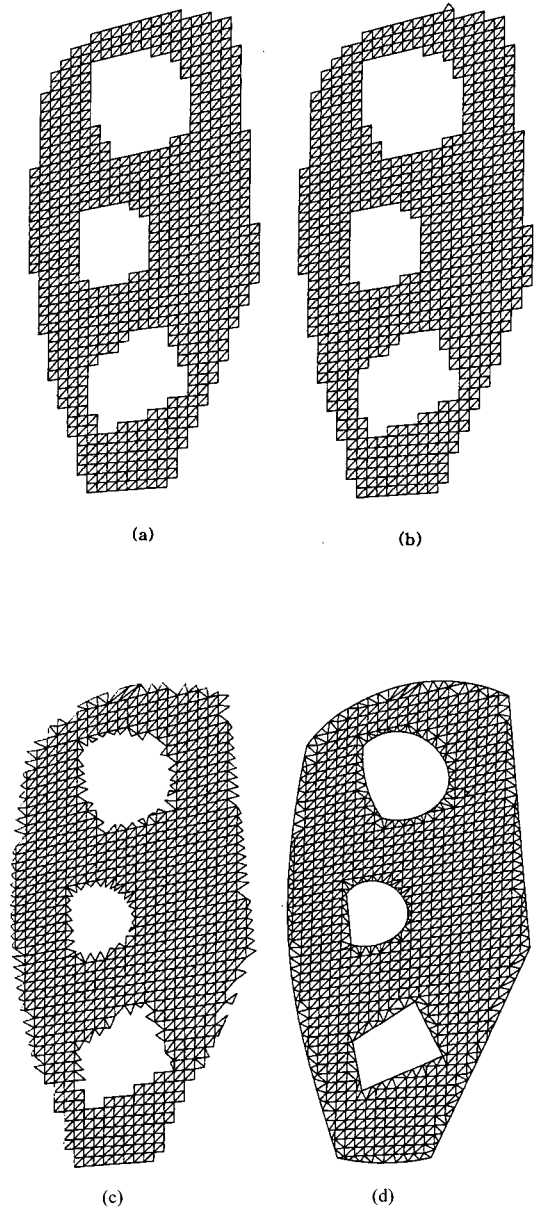
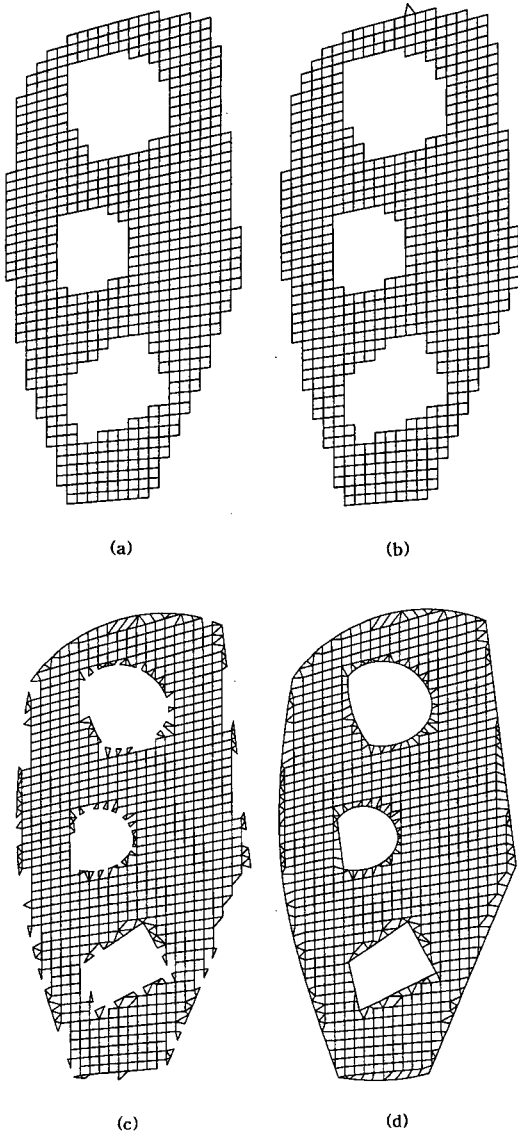
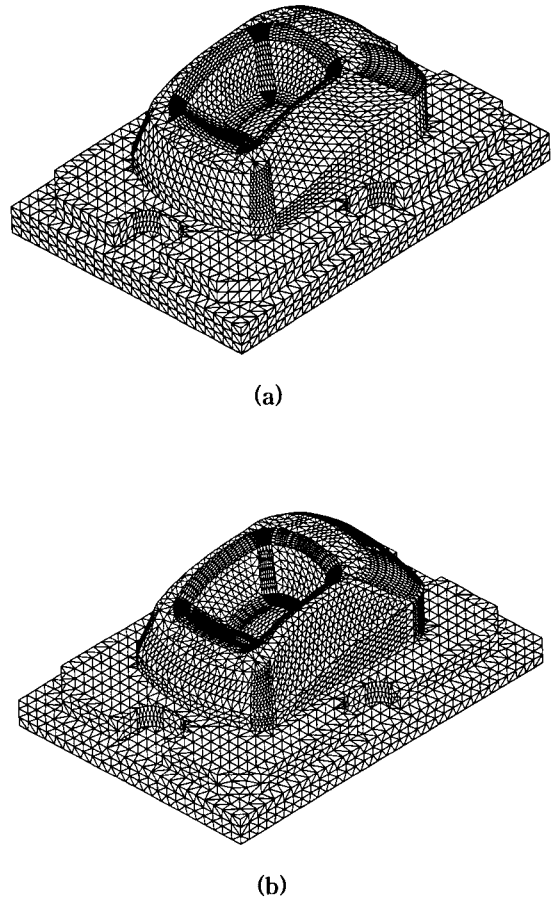


Fig. 12 Generation of triangular meshes ; (a) Construction of internal meshes (b) Start of triangulation (c) Construction of boundary meshes (d) Completion of triangulation

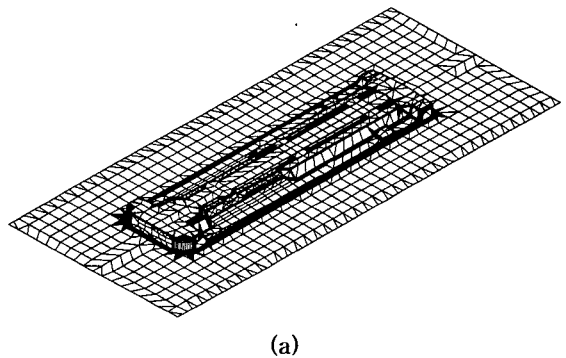


**Fig. 13** Generation of combined meshes of triangles and rectangles ;  
 (a) Construction of internal meshes  
 (b) Start of triangulation  
 (c) Construction of boundary meshes  
 (d) Completion of triangulation

성을 고려한 결과를 보여주고 있다. 이와 같이 곡면들 간의 요소연결이 보장되면 정확한 상, 하형 금형의 오프셋 처리가 가능해지고 성형해석시 특히 접촉처리 알고리즘의 신뢰성이 향상되므로 좀더 정확하고 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있다.



**Fig. 14** Mesh generation considering connectivity between surfaces ;  
 (a) Disconnective mesh (b) Connective mesh



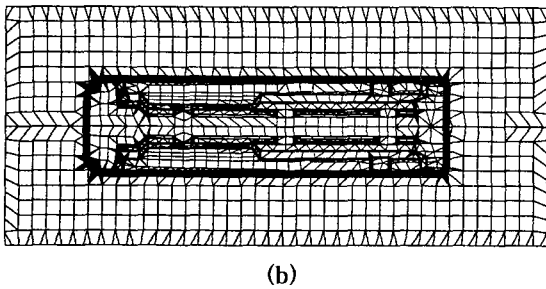





Fig. 15 Mesh generation for the stamping analysis of real auto-body panel ;  
(a) Side view (b) Top view

Table 1 Computed results of application examples

Item	Number of surfaces	Input parameters	Number of generated meshes	Computing time(IBM RS 43P-140)
	Trimmed surface : 1 Free surface : 0	Chord length : 5mm Chord error : 0.05mm	Node : 1020 Shell : 994	10 seconds
	Trimmed surface : 80 Free surface : 0	Chord length : 5mm Chord error : 0.05mm	Node : 4647 Shell : 9172	30 seconds
	Trimmed surface : 330 Free surface : 53	Chord length : 30mm Chord error : 0.1mm	Node : 9285 Shell : 13128	320 seconds

마지막으로 본 연구에서 제안한 제반 알고리즘의 효율성 및 실제 산업현장에의 적용 가능성을 확인해 보기 위하여 실제 차체 판넬의 성형해석을 위한 틀 격자를 생성해 보았다. 계산에 사용된 곡면데이터는 Pro-Engineer™에서 모델링한 결과를 IGES format으로 변환한 후 본 연구를 통하여 개발된 IGES변환 프로그램을 이용하여 최종 입력데이터로 변환하였는데 330개의 트림곡면과 53개의 자유곡면으로 구성하였다. 최종 곡면 데이터를 이용하여 틀 격자를 자동 생성한 결과 사용자의 수작업이 전혀 필요 없는 완전한 성형해석용 틀 격자를 얻을 수 있었다 (Fig.15). Table 1에 본 연구에서 다룬 적용예제에 대한 계산 결과 및 제반 입력변수를 정리하였다. Table 1에서 보는 바와 같이 계산시간은 곡면의 개수뿐만 아니라 요소길이, 형상오차 등의 입력변수와도 밀접한 관계가 있으므로 해석의 목적에 부합되도록 적절한 변수를 선정하는 것이 중요할 것이다. 그러나, 본 연구에서 개발한 시스템을 사용하여 다양한 모델에 대한 테스트를 해 본 결과 차체판넬과 같은 대형 제품의 경우에도 10분 이내면 계산이 완료되므로 요소생성에 소요되는 시간은 더 이상 중요한 의미를 갖지는 못하는 것으로 판단된다. 중요한 것은 생성된 요소들이 원래 곡면의 형상을 얼마나 충실히 반영하고 있는지, 수작업이 필요 없을 정

도로 요소연결성이 완벽하게 확보되었는지 등의 요소의 질에 관한 문제라고 할 수 있다. 세번째 적용 item인 차체판넬의 경우 기존 상용 요소 생성기를 사용하여 요소 연결성 및 형상오차를 고려하여 요소를 생성할 경우 사용자의 많은 수작업이 필요하였는데 본 연구를 통하여 성형해석 입력 자료 준비에 소요되는 시간을 혁신적으로 줄일 수 있었으며, 아울러 박판성형해석에 적절한 양질의 요소를 얻을 수 있었다.

## 5. 결론

최근에 들어와 각종 기법에 근거한 상용 유한요소 프로그램이 박판성형해석을 위하여 널리 사용되고 있다. 외연적 방법이든 내연적 방법이든 성형해석을 위해서는 초기 소개의 유한요소는 물론 상, 하형, 블랭크 홀더 등의 틀들을 유한요소로 만들어 주어야 하는데 실제 차체 판넬과 같은 복잡하고 대형인 제품의 금형면의 경우 사용자의 많은 수작업이 뒤따라야 하는 등 성형해석을 위한 입력자료 준비에 많은 어려움이 있어 왔다. 본 연구에서는 상업용 CAD시스템에서 만들어진 곡면 데이터를 박판성형해석용 유한요소격자로 자동변환 하는 방법을 제안하였다. 상용 CAD시스템인 CATIA™와의 직접변환 프로그램 및 IGES와의 변환프로그램개발을 통하여 일반 CAD시스템과의 효율적인 연계성을 꾀하였으며 경계곡선 전처리 알고리즘 개발을 통하여 곡면들간의 요소 연결성을 보장함으로써 성형해석의 신뢰성 및 정확성을 향상시킬 수 있었다. 실제 산업현장에서 사용되고 있는 곡면 데이터를 이용하여 차체판넬의 성형해석을 위한 틀 격자를 생성해 본 결과 성형해석의 정밀화 및 성형해석을 위한 입력자료 준비기간의 단축에 큰 도움을 줄 수 있음이 확인되었다.

## 참고 문헌

- (1) A. Makinouchi, E. Nakamachi and T. Nakagawa, 1991, "Development of CAE system for auto-body panel forming die design by using 2-D and 3-D FEM", Annals of the CIRP, 40, pp.307-310.
- (2) D.J. Yoo, I.S. Song, D.Y. Yang and J.H. Lee, 1994, "Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming processes using continuous contact treatment and membrane elements incorporating bending effect", Int. J. Mech. Sci., Vol.36, pp.513-546.

- (3) D.Y. Yang, D.J. Yoo, I.S. Song and J.H. Lee, 1994, "Investigation into tool surface description for finite element analysis of three-dimensional sheet metal forming processes", *J. Mater. Process. Tech.*, Vol.45, pp.267-273.
- (4) K. Schweizerhof and J.O. Hallquist, 1991, "Explicit integration schemes and contact formulations for thin sheet forming", In *Proc. VDI* edited by T. Altan et al., Zurich, Swizerland, pp.405-439.
- (5) T.C. Woo, T. Thomasma, 1984, "An algorithm for generating solid elements in objects with holes", *Compt. & Struct.*, Vol.18, pp.333-342.
- (6) J.C. Cavendish, D.A. Field and W.H. Frey, 1985, "An approach to automatic three dimensional finite element mesh generation", *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol.21, pp.329-347.
- (7) J.A. Talbert and A.R. Parkinson, 1990, "Development of an automatic two-dimensional finite element mesh generator using quadrilateral elements and Bezier curve boundary definition", *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, vol.29, pp.1551-1567.
- (8) N. Nakajima, S. Tokumasu and Y. Kunitomo, 1992, "Feature-based heuristics for finite element meshing using quatrees and octrees, *Computer-Aided Design*", Vol.24, No.12, pp.677-692.
- (9) J.C. Roger and S.E. Benzley, 1996, "Generalized 3-D paving: An automated quadrilateral surface mesh generation algorithm", *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol.39, pp.1475-1489.
- (10) 이영규, 1998, "소성가공공정의 유한요소해석을 위한 3차원 자동격자구성기법", 한국과학기술원 기계공학과 박사학위논문.
- (11) Les Piegl and Wayne Tiller, 1995, *The NURBS Book*, Springer.