

〈논 문〉

민감도가 고려된 유전 알고리즘을 이용한 보 구조물의 지지점 최적화에 관한 연구

A Study on the Support Location Optimizations of the Beams using the Genetic Algorithm and the Sensitivity Analysis

이 재 관* · 신 효 철**

Jae-Gwuan Lee and Hyo-Chol Sin

(2000년 2월 21일 접수 : 2000년 9월 25일 심사완료)

Key Words : Optimal Design(최적설계), Genetic Algorithm(유전알고리즘), Sensitivity Analysis(민감도 해석), Shape Design Variable(형상설계변수), Boundary Condition(경계조건), Eigenvalue(고유치)

ABSTRACT

This describes a study on the support location optimizations of the beams using the genetic algorithm and the sensitivity analysis. The genetic algorithm is a probabilistic method searching the optimum at several points simultaneously and requiring only the values of the object and constraint functions. It has therefore more chances to find the global solution and can be applied to the various problems. Nevertheless, it has such a shortcoming that it takes too many calculations, because it is ineffective in local search. While the traditional method using sensitivity analysis is of great advantage in searching the near optimum, thus the combination of the two techniques will make use of the individual advantages, that is, the superiority in global searching from the genetic algorithm and that in local searching from the sensitivity analysis. In this thesis, for the practical applications, the analysis is conducted by FEM; and as the shapes of structures are taken as the design variables, it requires re-meshing for every analysis. So, if it is not properly controlled, the result of the analysis is affected and the optimized solution may not be the real one. The method is efficiently applied to the problems which the traditional methods are not working properly.

1. 서 론

1.1 연구 배경 및 목적

지금까지 많은 연구자들이 구조물의 최적 설계에 대해서 연구를 해왔다. 그러나 기존의 연구는 구조물의 형상이나 배열이 정해진 상태에서 부재의 두께, 폭과 단면적 등의 크기나 재질을 선택하는 치수 최적 설계가 대부분이었다. 그런데 최근에 들어서 구조물의 형상까지도 설계 변수에 포함시킨 형상 최적 설계(shape optimal design)의 연

구가 활발히 이루어지고 있다.^(1, 2) 본 연구에서는 보 구조물의 고유치를 최적화할 때 형상 설계 변수인 보 구조물의 지지점 위치를 변수로 고려하였다. 그런데 이 문제들은 최적화 과정에 중첩 고유치가 존재하고, 이 경우 일반적인 미분이 존재하지 않아 최적화하기가 쉽지 않다.^(3, 4) 특히, 경계조건 등을 설계 변수로 고려한 최적화는 그 효율에 비해 연구가 미비하므로 이에 대한 연구가 절실히 요구된다. 앞서 손재홍⁽²¹⁾ 등은 전통적인 방법으로 경계조건 최적화에 대한 연구를 수행한 바가 있다.

한편, 최적화 방법에 대해서도 많은 연구가 이루어지고 있는데^(5, 6) 이 중 본 연구가 관심을 가지고 있는 방법은 유전 알고리즘(genetic algorithm)이다. 최근 다양한 분야의 문제에 적용되어 성공 사례가 발표되고 있는 유전 알고

* 정회원, 서울대학교 정밀기계설계공동연구소

** 서울대학교 공과대학 기계항공공학부

리듬 방법^(7, 8) 쉽게 국소 최적해에 빠지지 않을 뿐만 아니라 설계 공간에 대한 깊은 지식을 필요로 하지 않아 범용성이 높다는 장점을 갖고 있다. 이런 이유로 유전 알고리즘이 점차 널리 이용되고 있는데 최근에는 구조 최적화 문제들에 대해서도 적용이 시도되고 있다.⁽²⁾

그러나 한편 이 방법은 구속조건에 대한 고려를 명확히 할 수 없다는 점, 그리고 초기의 빠른 탐색에 비해 나중의 탐색 속도가 느려 결국 해를 찾는 데 필요한 계산 수가 많은 단점을 가지고 있다. 특히, FEM 등을 이용해 해석하는 구조해석 문제들은 유전 알고리즘이 먼저 적용되어온 수학이나 컴퓨터 공학 분야의 일반적인 탐색 문제들과 달리 목적함수 자체의 계산에 막대한 비용이 소모되므로, 이런 문제들에 유전 알고리즘을 적용하려면 먼저 계산 수를 줄이는 연구가 있어야 한다. 이것은 유전 알고리즘이 전역적 탐색에 효율적이지만 국부적 탐색에는 비효율적이기 때문에 나타나는 현상이다. 앞서 Galante⁽³⁾는 트러스 구조물의 최적설계에 유전 알고리즘을 적용하면서 데이터베이스를 구축하여 반복되는 계산을 줄이는 연구를 수행하였는데 이것도 본질적인 해결은 되지 못했다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 몇몇의 선행 연구자들이 지역적 탐색 방법과 유전 알고리즘을 혼합한 방법을 시도하기도 했는데^(10, 11) 이것들은 대부분 두 가지 방법을 순차적으로 적용한 것에 지나지 않았다. 즉, 이때 적용된 유전 알고리즘은 단순히 다음에 수행될 지역 탐색의 시작점을 찾아주는 역할을 수행하는 것에 지나지 않아, 유전 알고리즘의 활용도에 따라 해석의 효율성이 떨어지던가 지역해에 수렴되는 결함을 가지고 있었다.

이러한 문제들을 해결하기 위해서 본 연구는 기존의 연구와는 다른 새로운 방법을 적용하여 보았다. 즉 구조 최적화 문제들이 해석이 복잡한 대신 민감도 해석이 가능하다는 점에 착안하여, 국부적인 탐색의 효율을 높인 방법을 이용하여 추가 지지점의 위치를 선정함으로써 보 구조물의 고유치를 최적화하는 연구를 수행하였다.

1.2 연구 동향

(1) 고유치의 최적화에 관한 연구

Johnson⁽¹²⁾이 처음으로 주어진 자유 진동의 고유진동수에 대해 무게를 최소화하는 연구를 행한 이래로, 초기에 고유치를 대상으로 한 구조물의 최적 설계 연구는 대부분 구조물의 재료분포 연구에 집중되었다.

이 문제들은 종종 중첩된 고유치가 존재하기 때문에 민감도 해석에 의존한 기존의 방법으로 최적화하기가 곤란하다. 더구나 초기의 연구들에서는 이것이 실제 문제에서 자주 나타나지 않는 것으로 여겨져 잘못된 해를 구하는 경우도 있었는데 Olhoff와 Rasmussen의⁽⁴⁾ 연구가 발표된 이후

에야 본격적으로 연구가 시작되었다.

실제로 많은 설계 파라미터들과 자유도를 갖는 복잡한 구조물의 최적 설계에서는 중첩 고유치가 자주 나타나는 데 이 경우 일반적인(Fréchet) 미분이 불가능하여 민감도를 이용한 전통적인 방법의 최적화가 곤란하다. 그러나 Haug와 Rousselet⁽¹³⁾이 경우에도 방향 미분은 구할 수 있음을 증명하고 explicit한 미분 공식을 얻었다. 이런 성과를 기반으로 Seyranian⁽¹¹⁾ 등은 섭동 기법에 근거하여 중첩 고유치의 민감도 해석을 제시하고 필요한 최적 조건을 유도하였다.

(2) 최적화 방법에 대한 연구

최적해는 국소 최적해와 전역 최적해로 나눌 수 있는데 국소 최적해가 미분이나 Hessian행렬 등으로 특성을 나타낼 수 있는 것과 달리 전역 최적해는 수학적인 조건으로 특성을 나타낼 수 없다. 이런 이유로 그 동안 전역 최적해와 관련한 많은 연구가 있어왔으나 실제적인 도움이 되지는 못했다.

그러나 유전 알고리즘 방법은 확률론적인 탐색을 하는 방법으로 설계 변수가 많고 복잡한 문제들, 목적함수의 미분이나, 볼록성(convexity), 또는 변수의 선형 상관성(linear correlation)의 가정이나 요구로 인하여 전통적인 방법들(예를 들면 gradient search, simplex method 등)을 적용할 수 없는 문제들에 대해서도 잘 적용할 수 있는 등 기존의 방법에 비하여 장점이 많아 최근 주목을 받고 있다. 이 방법은 1975년 Holland와 그의 연구진들에 의해 체계화 되었으며⁽¹⁵⁾ 공학분야에서는 Goldberg가⁽¹⁶⁾ 가스 송수관의 최적 설계에 적용을 시도한 이래로 많은 발전이 있어왔다. 또한 근래에는 구조 최적화 문제들에도 많이 적용되고 있다.^(9, 17)

2. 민감도 해석을 적용한 유전 알고리즘

유전 알고리즘에서 새로운 개체는 교배 연산과 돌연변이 연산에 의해 생성된다. 그러나 돌연변이 연산은 완전히 랜덤하게 작용하므로 이것의 영향을 부차적인 것이라고 배제하면 새로운 개체는 결국, 교배연산, 즉 두 개체가 서로 얼마씩의 값을 주고받는 것에 의해 생성된다. 그리고 이 교배 연산은 방향성이 없이 이루어져 임의의 영역에 대한 탐색을 가능하게 하므로 돌연변이 연산과 함께 전역 최적화를 수행할 수 있는 토대가 되기도 한다. 특히 이것은 유전 알고리즘 방법과 같이 설계공간에 대한 지식이 거의 없는 상태에서 최적해를 찾고자 하는 경우 강력한 힘을 발휘한다. 그런데 이 방법은 해석 효율이 무척 떨어지는 단점을 갖고 있다. 본 연구의 적용 대상인 보 구조물은 설계 공간의 설계 민감도를 구할 수 있으므로 이 정보를 이용하여

해석의 효율을 높인다.

본 연구에서는 민감도 해석을 통해 각 개체의 이동 방향과 이동 크기를 결정하고 이것을 유전 알고리즘의 교배연산 과정에 적용한다. 이렇게 함으로써 전역 탐색에 효율적인 유전 알고리즘의 장점과 민감도 정보를 이용한 지역적 탐색의 장점을 동시에 취한 효율적인 최적화를 구현할 수 있다. 이 과정을 유전 알고리즘의 세 가지 연산자에 대해 기술하면 다음과 같다.

2.1 선정과 교배 연산

두 개의 개체 사이에 데이터를 교환하여 새로운 개체를 생성하는 경우 일반적으로 두 개체의 민감도를 모두 만족시킬 수는 없으므로 두 개체 중 상대적으로 적합도가 더 우수한 개체를 기준으로 이 개체의 적합도를 개선하도록 교배를 수행한다. 그리고 유전 알고리즘은 이산 변수를 사용하기 때문에 두 개체 사이의 교배 연산에 의해 구할 수 있는 값들이 제한되어 있다. 예를 들어 기준 개체가 '1001'의 값을, 다른 부모 개체가 '1010'의 값을 갖고 있으며 민감도 해석에 의해 기준 개체의 값이 증가해야 할 때 이들 사이의 교배 연산에 의해 기준 개체가 이동할 수 있는 값은 '1011'과 '1010'의 두 가지 밖에 없다.

Table 1 Crossover of the genetic algorithm with sensitivity.: selected individual: sensitivity = (-6.1e2, -6.4e2), step size = 25

	Binary Code	Optimal Crossover	Angle(rad)
Selected	0101000000 0010000000		
Candidate	1 0111010011 1000010101	0111000000 1000000000 0101010011 0010010101	0.997
	2 1100111110 1010111101	1100100110 1010100100 0101011000 0010011001	0.999
	3 1110001101 1100100111	1110000101 1100000111 0101001000 0010100000	0.990
	4 1011100100 0100001010	1011100000 0100000000 0101000100 0010001010	0.930
	5 0010001000 1001000101	0010001000 1001000000 0101000000 0010000101	0.724

그러므로 본 논문에서는 선정 연산과 교배 연산을 기존의 방법과 달리 동시에 수행한다. 우선 랭킹 연산에 기초하여 전체 개체를 적합도가 우수한 순서로 정렬한 뒤 하나씩 선택하며 이것을 교배의 기준이 되는 부모 개체로 정한다. 그리고 다른 한 부모 개체는 기준 개체와 다른 개체들의 교배 연산을 수행해보고 기준 개체의 민감도 해석 결과에 가장 일치하는 새로운 개체를 생성할 수 있는 것으로 정한다.

이때 민감도 결과와 일치하는 정도의 판단은 민감도 해석 결과에 의해 구한 이상적인 이동 방향과 두 개체 사이의 교배로 얻을 수 있는 이동 방향 사이의 방향 여현을 구하여 이루어지며 이것은 해를 구하는 과정이 없이 단순한 산술 연산만으로 이루어지므로 해를 구하는 과정이 복잡한 구조해석에서 효율을 증가시킬 수 있다. Table 1은 선정연산과 교배 연산이 수행되는 한 예이다.

또한, 교배 연산에서 개체의 이동 크기는 민감도 해석에서 구속조건 때문에 제한되는 경우를 제외하고는 임의적으로 결정한다. 대체로 초기에는 큰 값을 가져 전역 탐색을 나중에는 작은 값을 가져 지역적 탐색을 수행하도록 한다.

2.2 돌연변이(Mutation) 연산

교배 연산에 의해 두 개의 부모 개체 중 적합도가 우수한 개체는 그것의 적합도가 개선되는 방향으로 이동한 반면 상대적으로 적합도가 작은 개체는 자신의 민감도와는 관계없이 미지의 영역으로 보내져 결과적으로 전역 탐색을 수행한다. 돌연변이 연산은 두 개체 중 임의의 방향을 탐색하는 후자에만 적용하며 대신 비교적 큰 값의 돌연변이 확률을 사용한다.

2.3 해의 다양성 유지

돌연 변이 확률을 증가시킴으로써 좀 더 막연한 다양성을 도입하여 유전 알고리즘이 조기 수렴하는 것을 방지할 수 있다. 하지만 이렇게 완전히 랜덤한 것에 의존하는 것은 너무 비효율적이기 때문에 최적화 과정에 개체들의 다양성을 유지시켜 조기 수렴을 방지하는 것이 필요하다.⁽¹⁸⁾ 본 연구에서는 이런 문제를 해결하기 위해 crowding 방법을 사용하였다. 이것은 새로운 개체가 생성되면 기존의 개체 중 가장 가까운 개체를 찾아 적합도가 개선된 경우 교체하는 방법으로 특히 지역탐색을 병행하는 본 논문의 경우에 적합하다.

그런데 본 논문에서는 유전 알고리즘의 초기 수렴속도가 빠른 특징을 활용하기 위해 이것을 처음에는 적용하지 않고 탐색을 수행한 후 개체들이 하나의 값으로 수렴하던가 더 이상 해의 개선이 없을 때 개체들을 다시 분포시킨 뒤 다시 crowding을 고려한 탐색을 수행한다. 즉 처음에는

해들이 단지 목적함수의 값에 따라서만 평가되고 나중에는 목적함수의 값은 물론 그 주변 개체들과의 관계에 의해 평가되는 것이다.

본 연구의 최적화 과정을 살펴보면 다음과 같다.

(1) 설계 파라미터들을 설정.

(2) 초기 설계 집단 생성. 개체들을 임의로 생성하여 초기 설계 집단을 구성한다. 단, 개체들은 설계 공간에 고루 분포되도록 조절한다.

(3) 민감도 및 교배의 방향과 크기 결정. 선정 연산자에 의해 선택된 개체의 목적함수와 구속 조건을 평가하고 projected gradient 방법을 사용해 교배의 방향 및 크기를 결정한다.

(4) 앞서 구한 교배 방향과 크기에 따라 선정, 교배, 돌연변이 연산을 수행해 새로운 개체들을 생성한다

(5) 일차 수렴을 점검하여 수렴한 경우 단계 (6)로 가고 아니면 단계 (3)로 간다.

(6) 일차 수렴 시 너무 근접한 개체들은 상대적으로 우수한 개체만 남기고 나머지는 설계 공간에 고루 분포되도록 생성된 새로운 개체로 대체하여 새로운 설계집단을 구성한다.

(7) 민감도 계산 및 교배의 방향과 크기 결정.

(8) 선정, 교배, 돌연 변이 연산을 거쳐 새로운 개체들 생성한다.

(9) 해의 수렴을 점검하고 수렴하지 못한 경우 crowding 방법을 적용하여 설계 집단을 갱신한 뒤 단계 (7)로 돌아간다.

이 알고리즘은 Fig. 1에 제시하였다.

3. 민감도 해석

기하학적인 변수나 형상 변수에 대한 고유치의 설계 민감도를 구하면 다음과 같다.⁽¹⁾ 본 논문에서 적용한 방법은 여러 점에서 동시에 탐색하며 확실적인 탐색을 수행한다. 따라서 이 방법은 민감도 정보에 대한 의존도가 전통적인 최적화 방법에 비해 상대적으로 낮으므로 본 논문에서는 중첩 고유치에 대해 따로 고려하지 않았다.

3.1 설계 민감도

우선 재료 분포나 재질 등 기하학적 변수들이 설계 변수로 취해지고 형상이나 매질 또는 기구학적으로 가능할 조건(경계 조건과 interface 조건)등이 설계 변수가 아닌 경우를 고려한다.

다음과 같은 일반적인 고유치 문제를 고려한다.

$$a(y, \bar{y}) = \lambda d(y, \bar{y}), \text{ for all } \bar{y} \in Z \quad (1)$$

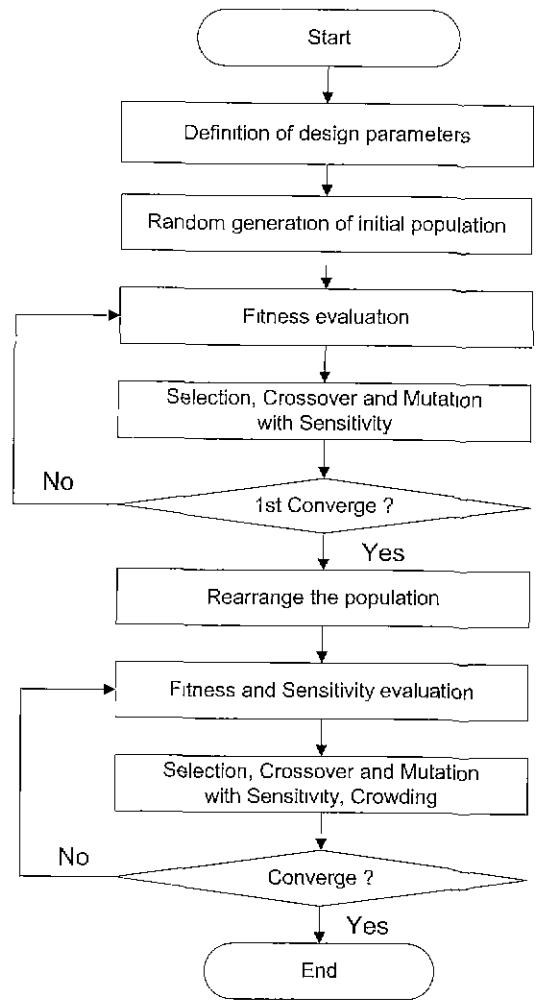


Fig.1 Flow chart of the genetic algorithm by applying the design sensitivity analysis.

여기서

$$a(y, \bar{y}) = \int_{\Omega} c(y, \bar{y}) d\Omega \quad (2)$$

$$d(y, \bar{y}) = \int_{\Omega} e(y, \bar{y}) d\Omega \quad (3)$$

그런데 이 식은 y 에 대해 homogeneous하므로 고유 함수를 유일하게 정의하기 위해 다음과 같은 정규화조건을 부가한다

$$d(y, y) = 1 \quad (4)$$

그러면 구조물의 고유치가 중첩되지 않은 경우 고유치에 대한 설계 민감도 해석은 다음과 같이 구해진다.

$$\lambda' = a'(y, y) - \lambda d'(y, y) \quad (5)$$

3.2 형상 설계 민감도

경계조건 최적화 문제는 고전적인 설계변수는 물론 구조 요소의 물리적 영역 Ω 의 형상까지도 설계 변수로써 다룬다. 연속체 역학의 전미분 개념을 사용하여 형상 설계 변화에 따른 고유치 응답의 민감도 식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\lambda' = -2 \int_{\Omega} [c(\nabla y^T V, y) - \lambda e(\nabla y^T V, y)] d\Omega + \int_{\Omega} \text{div}[c(y, y) V - \lambda e(y, y) V] d\Omega \quad (6)$$

4. 구조 최적화에서의 적용

기존의 형상이나 배열이 정해진 상태에서 재료분포나 재질을 선택하는 치수 최적설계와 달리 경계 조건이나 보강재 위치 등의 형상 변수를 설계변수로 고려하여 구조물의 고유치를 최적화의 대상으로 하였다. 본 논문에서 해석의 대상으로 삼은 문제는 다음의 두 가지 형태다.

4.1 최저 고유치의 최대화

기존의 연구에서 많이 적용된 일반적인 형태의 문제로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\text{Max}_{I(b)} [\text{Min } \lambda_1] \quad (7)$$

subject to

$$b_i \in I_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$g(I(b_i)) \leq 0 \quad (9)$$

$$a(y, \bar{y}) = \lambda_1 d(y, \bar{y}), \quad \bar{y} \in U_{ad} \quad (10)$$

여기서 λ_1 은 구조물의 최저 고유치이며 I_i 는 설계 변수 b_i 에 대한 허용구간을 나타낸다.

4.2 주어진 고유치를 최대한 피하는 문제

어떤 구조물을 설계할 때 경우에 따라서는 몇 개의 피해야 하는 고유치가 존재한다. 이러한 형태의 문제로서, 몇 개의 피해야 값(예를 들면 추가 지지점이 없는 경우 자유진동의 2차, 3차 고유치 등)을 주고 고유치들이 이 값들에서 최대한 멀어지도록 해야할 경우가 있다. 본 논문에서는 지지점의 위치를 변수로 이러한 문제를 해석하였는데 이것은 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\text{Max}_{I(b)} [\text{Min}_{j,k} |\lambda_j - \xi_k|] \quad (11)$$

subject to

$$b_i \in I_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$g(I(b_i)) \leq 0 \quad (13)$$

$$a(y, \bar{y}) = \lambda d(y, \bar{y}), \quad \bar{y} \in U_{ad} \quad (14)$$

여기서 ξ_k 는 주어진 값으로 가능한 한 피해야 할 값을 나타낸다.

4.3 보(Beam)의 설계 민감도

보의 진동에 대한 지배방정식은⁽²⁰⁾ 다음과 같다.

$$a(u, \bar{u}) = \lambda d(u, \bar{u}) \quad (15)$$

여기서

$$a(u, \bar{u}) = \int \{EI\theta_{,x} \bar{\theta}_{,x} + xGA(w_{,x} + \theta)(\bar{w}_{,x} + \bar{\theta})\} dx \quad (16)$$

$$d(u, \delta u) = \int (\rho I\theta_y \delta \theta_y) dx + \int (\rho Aw \delta w) dx \quad (17)$$

추가 지지점의 위치를 선정하여 고유치를 극대화 하고자 한다. 따라서 경계점의 이동에 따른 고유치의 민감도를 구해야하는데 단순 고유치의 경우 이것은 식 (6)의 형상 설계 민감도 식으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.^(1, 20)

$$\lambda' = - \int \{EI\theta_{,x}^2 V_{,x} + xGA(w_{,x}^2 - \theta^2) V_{,x}\} dx - \lambda \int (\rho I\theta^2 + \rho Aw^2) V_{,x} dx \quad (18)$$

4.4 보 모델 해석 결과

Fig. 2에 보이는 외팔보 모델과 양단 고정 보 모델들에 대해 앞의 두 가지 형태의 문제를 적용하였다. 보 구조물의 물성치는 Table 2에 보였다. 그리고 설계 변수로 택한 지지점의 위치는 각각 10비트의 이진수로 이산화하여 지지점이 2개인 경우 설계 공간은 1×10^6 의 크기를 가진다. 이때 유전 알고리즘의 파라미터들은 교배 확률 0.8, 돌연변이 확률 0.3, 개체 수 20으로 하였다. 보 구조물의 고유치는 3 절점 보 요소를 사용한 유한요소법으로 구했다. 그런데 이때 추가 지지점은 항상 절점에 위치해야 하는데 원하는 해의 정밀도에 맞춰 메쉬의 크기를 줄이는 것은 문제를 너무 크게 만들어 효율을 떨어뜨리므로 지지점의 위치가 바뀔 때마다 새로운 메쉬를 생성하여 해석하였다. 본 논문에서는 2 m의 길이를 갖는 보에 대해 해의 정밀도를 0.002 m으로 하였다. 이 경우 3절점 보 요소를 사용하므로 대략 500개 이상의 메쉬가 필요한데 이것은 문제의 크기를 너무 크게 만든다. 따라서 지지점의 위치를 10비트의 이진

수로 이산화하여 해의 정밀도를 만족시키고 메쉬의 크기는 0.1 m 정도로 설정한 뒤 지지점의 위치가 바뀔 때마다 새로 메쉬를 생성하는 방법을 사용하여 문제의 크기를 줄였다. 다만, 유한요소법에 의한 해석 결과는 변수들이 일정하게 고정된 경우에도 메쉬의 변화에 따라 그 결과가 조금씩 차이를 보인다. 이것은 특히, 민감도 해석에 의존하여 해를 찾는 전통적인 방법의 최적화에 어려움을 주는데 본 논문에서 사용하는 방법은 여러 점을 동시에 탐색하고 확률론적 특성을 가지므로 이 영향을 적게 받는다. 그러나 다음과 같은 방식으로 메쉬를 균일하게 생성함으로써 메쉬의 생성이 해석 결과에 끼치는 영향을 최소화하였다. 예를 들어 지지점들에 의해 보가 n 개의 부분으로 나누어질 때, 각 부분의 길이를 L_1, L_2, \dots, L_n 라하고 주어진 요소 크기가 l 이라면 각 부분은 다음의 식으로 구해지는 수의 요소를 갖게 된다.

$$N_k = \text{Int}(\frac{L_k}{l}) \quad (19)$$

그리고 이 값으로 각 부분의 길이를 나누면 다음과 같이 실제 요소의 크기를 구할 수 있다.

$$l_k = \frac{L_k}{N_k} \quad (20)$$

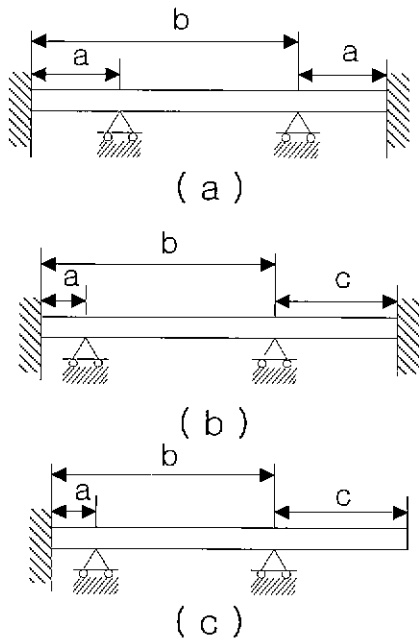


Fig. 2 Beam models: (a) clamped at both ends with 2 symmetry supporting points; (b) clamped at both ends with 2 arbitrary supporting points; (c) cantilever with 2 arbitrary supporting points.

Table 2 Material properties of beam models

Variable	Value
E (Young's modulus)	$2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
ν	0.3
ρ	7800 kg/m^3
L (length)	2 m
b (width)	0.05 m
h (height)	0.05 m

Table 3 Solutions of beam models.

Problem		Support 1(a)	Support 2 (b)
Maximize	Fixed both end	0.710	1.290
	Cantilever	1.000	1.732
Avoid	Fixed both end	0.864	1.136
	Antilever	0.606	1.155

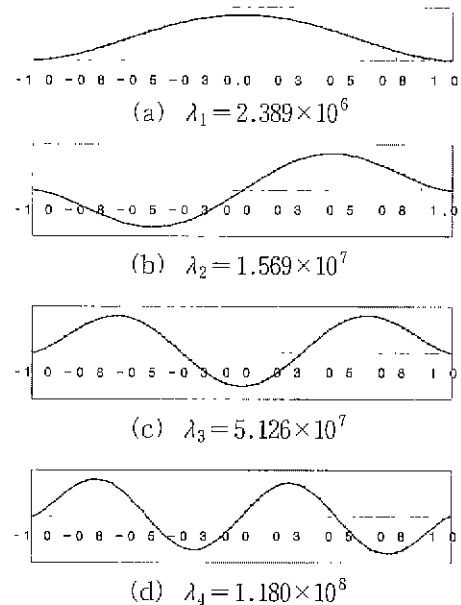


Fig. 3 Free vibration modes of a beam clamped at both ends.

또한 본 논문에서는 요소의 크기와 더불어 전체 절점의 개수에도 제한을 두어 메쉬의 개수가 많은 차이를 보이는 경우 주어진 요소의 크기를 적당히 조절하여 균일한 메쉬를 갖도록 하였다.

이상의 방법으로 생성한 메쉬를 이용해 우선, 양단이 고정된 보에 두 개의 단순 지지점이 대칭으로 존재하는 모델과 임의로 위치하는 모델에 대해 최저 고유치를 극대화하

는 위치를 찾았다. 해석 결과 두 가지 모델은 모두 대체로 10~20번 정도의 반복계산으로 수렴하는 모습을 보였는데 이것은 전체 설계 공간이 1×10^6 정도의 크기를 갖고 있는 것을 감안할 때 상당히 효율적인 것이다. 해석 결과를 Table 3에 제시하였다. 그런데 두 가지 모델이 동일한 결과를 보여 지지점의 위치를 임의로 둔 경우도 최저 고유치를 극대화하는 지지점이 대칭으로 존재함을 알 수 있었는데 이 값은 추가 지지점이 없는 보의 자유 진동과 비교한 결과 3차 고유치와 정확히 일치하는 모습을 보였다. 이것은 Fig. 3과 Fig. 4의 고유모드를 비교하여 보면 더욱 잘 드러난다. 결국 최적 고유치를 극대화시키는 최적 지지점의 위치는 곧 3차 고유모드의 절점임을 확인하였다. 다음은 한쪽 단이 고정된 외팔보 모델에 대해 임의의 지지점을 두 개 갖는 동일한 문제를 해석하였다. 그런데 이 결과로 얻은 일차 고유치도 앞의 경우처럼 지지점이 없는 외팔보 자유진동의 3차 고유치와 거의 같았다. Fig. 6에서 최적해의 고유모드를 살펴보면 최적 지지점의 위치가 Fig. 5의 지지점이 없는 경우 외팔보 자유진동의 3차 고유모드 절점들에 해당함을 확인할 수 있다. 결국 보 구조물에 2개의 지지점을 추가하여 일차 고유치를 최대 높이는 경우 그 결과는 최저 고유치를 자유진동의 3차 고유치까지 높이는 데 이것은 지지점을 2개 사용함으로써 나타나는 현상으로 보인다. 다음에는 앞서 해석한 보 모델들에 대해 주어진 고유치를 최대한 피하는 문제를 해석하였다. 이 문제는 앞의

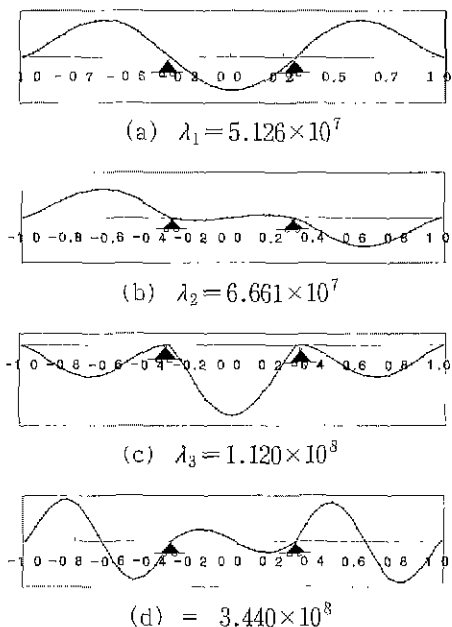


Fig. 4 Free vibration modes of a beam clamped at both ends with the maximized lowest eigenvalue by optimizing the positions of 2 simply supporting points

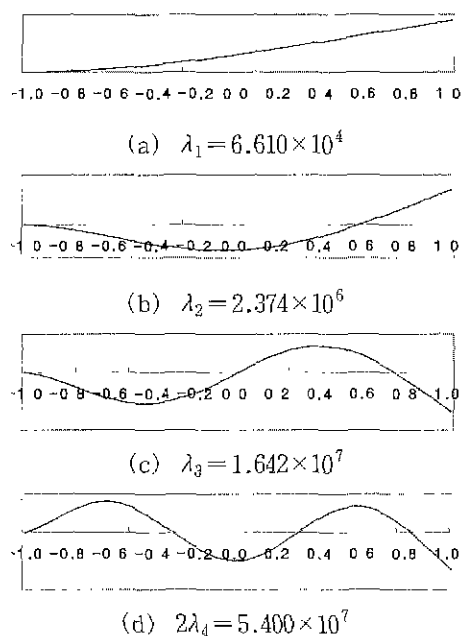


Fig. 5 Free vibration modes of a cantilever

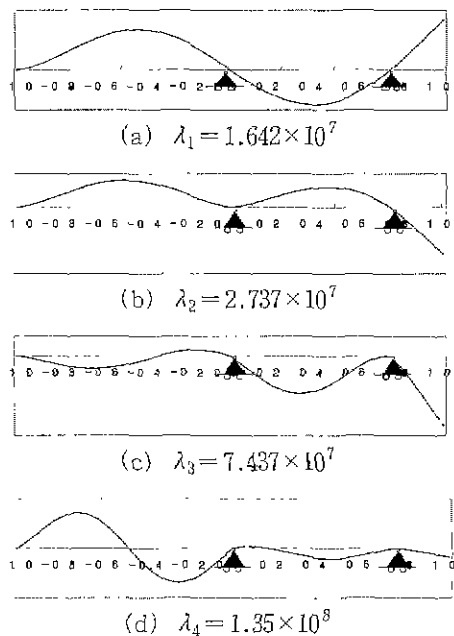


Fig. 6 Free vibration modes of a cantilever with the maximized lowest eigenvalue by optimizing the positions of 2 simply supporting points.

문제들과 달리 최적화 과정에서 설계의 대상이 되는 고유치가 변화하므로 문제의 해석이 더욱 어렵다. 즉, 이 문제는 주어진 몇 개의 값에 대해 그 값들에 가장 가까운 고유치를 조사하고 이것이 주어진 값으로부터 멀어지도록 설계 변수를 변경한다. 그런데 설계 변경 후 주어진 값들에 가장 가까운 고유치는 설계 변경전의 고유치가 아닌 다른 고

유치일 수가 있는 것이다. 특히 이 문제에서 설계 초기에 설계의 변화량은 극소적인 해에 빠지지 않도록 교배의 이동량을 적당히 크게 하는데 이 경우 설계의 대상이 되는 고유치는 더욱 불규칙하게 변화한다. 따라서 본 논문에서와 같이 여러 점을 동시에 탐색하는 방법이 한 점을 따라 탐색하는 일반적인 최적화 방법에 비해 적합하다. 우선 양단이 고정된 보에 대해 피해야 할 고유치로 각각 지지점이 없는 경우 자유진동의 4차($\lambda_4 = 1.182 \times 10^8$)와 5차 고유치($\lambda_5 = 3.695 \times 10^8$)에 해당하는 값을 주고 지지점의 위치를 임의로 이동시켜 해를 구해보았다. 해석 결과로 얻은 최적해의 고유치와 고유모드는 Fig. 7에 보인 것과 같다. 그리고 해석 결과를 살펴보면 주어진 첫 번째 값이 최적해의 2차 고유치와 3차 고유치의 정 가운데에 위치하였으며 5차 고유치가 $\lambda_5 = 5.598 \times 10^8$ 의 크기를 가져 이 결과가 합리적인 결과를 확인할 수 있다 다음에는 외팔보 모델에 대해 각각 지지점이 없는 경우 자유진동의 4차($\lambda_4 = 5.404 \times 10^7$)와 5차 고유치($\lambda_5 = 1.252 \times 10^8$)를 피해야 할 값으로 주고 해석을 하였다. 이 결과를 Fig. 8에 보였는데 최저 고유치를 극대화하는 경우와는 전혀 다른 모습을 보이며 최적해의 3차 고유치가 주어진 두 가지 값의 거의 중간에 위치하여 이 결과가 유용함을 확인할 수 있었다.

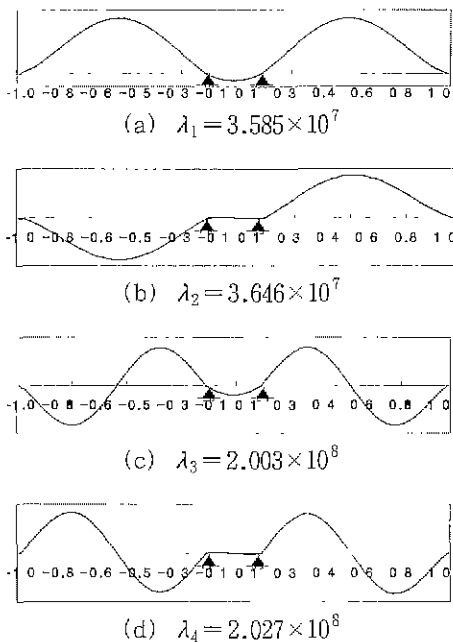


Fig. 7 Free vibration modes of a beam clamped at both ends to avoid the given eigenvalues most by optimizing the positions of 2 simply supporting points: $\zeta_k = 1.182 \times 10^8, 3.695 \times 10^8$

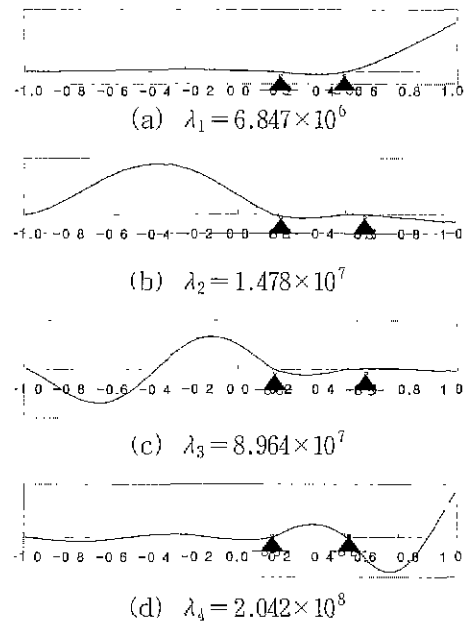


Fig. 8 Free vibration modes of a cantilever to avoid the given eigenvalues most by optimizing the positions of 2 simply supporting points: $\zeta_k = 5.404 \times 10^7, 1.252 \times 10^8$.

5. 결 론

본 연구에서는 유전 알고리즘 방법에 민감도 정보를 활용함으로써 매우 효율적인 최적화 방법을 구현하고 이 방법을 보의 경계조건을 변수로 고유치를 최적화하는 문제에 적용하여 훌륭한 결과를 얻었다. 특히 보의 고유치 최적화 문제는 종종 중첩 고유치가 존재하는데 이 경우 민감도를 구하는 것이 곤란하여 민감도 정보에 의지해 한 점을 따라 진행되는 전통적인 최적화 방법으로 해를 구하는 것은 각별한 주의가 필요하다. 그러나 본 논문의 방법은 민감도를 이용해 해를 찾는 효율을 높였을 뿐 아니라 기본적으로 확률적인 방법으로 여러 점을 동시에 탐색하는 유전 알고리즘을 사용하여 중첩 고유치에 대한 별다른 고려 없이도 해를 구할 수 있었다. 한편, 이 방법을 Galante⁽⁹⁾의 연구와 결합하여 반복 계산을 줄이면 훨씬 더 효율적인 계산이 가능할 것이다.

6. 참고 문헌

- (1) Haug, E. J., Choi, K. K. and Komkov V. 1984, "Design Sensitivity Analysis of Structural Systems", Academic Press

- (2) Wang, B. P. and Chen, J. L. 1996, "Application of Genetic Algorithm for the Support Location Optimization of Beams", *Computers & Structures*, Vol. 58, No. 4, pp. 797~800.
- (3) Olhoff, N. and Rasmussen, J. 1977, "On Single and Bimodal Optimum Buckling Loads of Clamped Columns". *Int. J. Solids Structures*, Vol. 13, pp. 605~614.
- (4) Choi, K. K. and Haug, E. J. 1981, "Optimization of structures with repeated Eigenvalues". *Optimization of Distributed Parameter Structures*, v1 pp. 219-277.
- (5) Arora, J. S. 1989. "Applied Optimal Design: Mechanical and Structural Systems", University of Iowa.
- (6) Arora, J. S. Elwakeil, O. A, and Chajande A. I. 1995. "Global Optimization Method for Engineering Applications: A Review". *Structural Optimization* 9, pp. 137~159.
- (7) Davis. L. 1991, "Handbook of Genetic Algorithms", Van Nostrand Reinhold Company.
- (8) Goldberg, D. E. 1989, "Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning", Addison Wesley.
- (9) Galante, M. 1996, "Genetic Algorithms as an Approach to Optimize Real-World Trusses", *Int. J. for Numerical Methods in Engineers*, Vol. 39, pp.361~382.
- (10) Chu K. C. and Gang F. 1995, "Accelerated Genetic Algorithms: Combined with Local Search Techniques for Fast and Accurate Global Search", *IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, Vol. 1, p. 378.
- (11) Heistermann J.. "Different Learning Algorithms for Neural Networks-A Comparative Study". In Schwefel and Männer(19).
- (12) Johnson, M. R. 1968, "Optimum Frequency Design of Structural Elements", Ph. D. Thesis, University of Iowa.
- (13) Haug, E. J. and Rousselet B. 1980. "Design Sensitivity Analysis in Structural Mechanics II: Eigenvalue Variations", *J. Structural Mechanics* 8, pp. 161~186.
- (14) Seyranian, A. P., Lund E. and Olhoff N. 1994, "Review Paper: Multiple Eigenvalues in Structural Optimization Problems", *Structural Optimization*, Vol. 8, pp. 207~227.
- (15) Holland, J. H. 1975, "Adaptation in Natural and Artificial Systems", The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.
- (16) Goldberg, D. E. and Kuo, C. H. 1987. "Genetic Algorithms in Pipeline Optimization", *J. of Computers in Civil Engineering*. Vol. No. 2, pp. 128~141.
- (17) Jenkins M. 1991, "Structural Optimization with the Genetic Algorithm". *The Structural Engineer*, Vol. 69, No. 24, pp. 418~422.
- (18) Grünigerr, T. and Wallace, D. 1996. "Multimodal Optimization using Genetic Algorithms", MIT CADlab -Technical Report.
- (19) Davidor, Y. Schwefel, H. P. and Männer R (Eds.), 1991, "Parallel Problem Solving from Nature-PPSN III", Springer-Verlag.
- (20) Dym, C. L. and Shames, I. H. 1973, "Solid Mechanics: A Variational Approach", MacGraw-Hill.
- (21) 손재홍, 1993, "경계조건 최적화를 위한 설계 민감도 해석 및 응용", 한국과학기술원 기계공학과.