

〈 논 문 〉

헤드 간섭으로 인한 회전 디스크의 안정성 분석

Stability Analysis of Rotating Discs Due to Head Interference

임 경 화*

Rim, Kyung-Hwa

(2000년 6월 16일 접수 : 2000년 9월 15일 심사완료)

Key Words : Stability Analysis(안정성 분석), Rotating Disc(회전 디스크), Head Interference(헤드 간섭), Parametric Resonance(매개 공진), Follower Force(추종력), Multiple Scale Method(다중척도법).

ABSTRACT

This paper presents the modeling, theoretical formulation, and stability analysis for a combined system of a spinning disc and a head that contacts the disc. In the analytical model, head interference is considered by a rotating mass-spring-damper system together with a frictional follower force on the damped annular discs. The multiple scale method is utilized to perform the stability analysis that shows the existence of instability associated with parametric resonances. Using the formulated analysis, instability regions of optical recording disc are investigated with variation of mass, stiffness and friction force of a head, respectively. The simulation results show that the stiffness of a head is the most sensitive parameter on the instability of the disc.

1. 서 론

원형 톱, 초고밀도 광디스크, 브레이크 등에서 회전 원판의 안정성은 매우 중요하다. 특히 외부에 고정된 기구물과 회전 원판간의 간섭에 의하여 발생하는 원판의 불안정성은 공정에서 가끔 발생하는 경우⁽¹⁾가 있으므로, 이에 대한 관심이 증대되고 있다. 최근에는 기억저장장치에서도 이러한 원판의 안정성 연구가 관심을 끌고 있다. 광기록 저장장치에서는 기존 비접촉 광학헤드 개념과 달리, Fig. 1과 같이 하드디스크 헤드 개념과 결합하여 직접 기록(direct write)이 가능한 고밀도 광디스크 시스템을 개발하고 있는데, 이때 하드디스크에 비해서 폴리카보네이트(poly-carbonate)로 만들어진 광디스크는 약해서 헤드와의 간섭으로 인해 회전 원판의 불안정성이 발생될 가능성이 있다. 더욱이 차세대 광디스크 시스템에서는 고밀도 광기록을 위해서 고개구수(high numerical aperture) 대물렌즈를 사용해야 하

는데, 이 경우에는 광 수차(optical aberration) 관점에서 디스크 두께가 얇을수록 유리하다. 그러므로 디스크 두께의 최소화를 위해서는 디스크의 안정성에 대한 연구가 필요하다.

회전 원판과 헤드간의 간섭에 대한 연구는 오래 전부터 많은 학자들에 의해서 꾸준히 연구가 진행되고 있다. Iwan은 회전 원판의 안정성에 대한 이동 질량(moving mass)의 효과⁽²⁾와 횡방향 부하력의 효과⁽³⁾를 조사하였다. Mote^(4, 5)는 횡방향 부하력을 이동 힘으로 간주한 뒤에 안정성 분석을 하였다. Chen⁽⁶⁾은 플로피디스크에서 슬라이더(sluder)의 강성이 매개 불안정성(parametric instability)을 초래하는 것을 보였고, Chen⁽⁷⁾은 비대칭 회전원판에서는 헤드의 시스템 변수로 인해 임계속도(critical speed) 아래에서도 매개 불안정성(parametric instability)이 생기는 것을 수치적으로 보여주었다. 또한 Shen⁽⁸⁾은 원판의 감쇠효과를 분석하여, 회전원판과 헤더의 매개 불안정성을 억제할 수 있음을 보여 주었다. Chan⁽⁹⁾은 회전 원판에서 부하계(load system)의 마찰력을 추종력(follower force)

* 정회원, 한국기술교육대학교 제어기계과

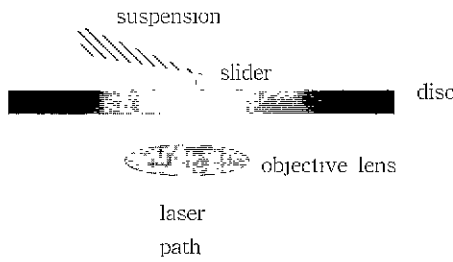


Fig. 1 Schematic diagram of optical disc system with direct-write function.

으로 모델링 하여, 임계속도 아래에서도 대칭 원판의 매개 불안정성이 일어남을 보여 주었다.

본 연구에서는 헤드 간섭으로 인한 원판의 불안정성을 분석하기 위하여, 감쇠 디스크에서 헤드 간섭을 질량-감쇠-강성 특성과 마찰력으로 모델링을 한 뒤에 안정성 해석을 하고자 한다. 고밀도 광디스크 시스템에서는 헤드와 디스크간의 간격이 급격하게 감소되므로 헤드와 디스크간의 마찰력 간섭효과도 고려한다. 안정성에 대한 수치해석을 통하여, 각각 저감쇠 디스크와 고감쇠 디스크에서 슬라이더의 강성, 질량 및 마찰력의 크기에 따라 불안정 영역의 변화를 살펴보고자 한다. 불안정 영역을 조사하기 위해서, 근사방법인 다중척도법(multiple scale method)⁽¹⁰⁾을 이용한다.

2. 회전 원판과 헤더의 모델링

회전 원판에서의 헤드 간섭효과를 Fig. 2와 같이 정지 원판에서 일정한 회전속도 Ω 로 돌아가는 스프링-질량-감쇠기(spring-mass-dashpot)와 함께 마찰력으로 모델링한다. 이 때 두께 h 의 중심고정 원판은 켈빈 점탄성을 가진 재료로 가정하고, 내주 ($r=a$)와 외주 ($r=b$)는 각각 고정경계조건(fixed boundary condition)과 자유경계조건(free boundary condition)으로 모델링 한다. 여기서 회전으로 인한 원심력 효과^(11, 12)는 무시한다. 원판의 횡방향 변위 $w(r, \theta, t)$ 에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D' \nabla^4 \frac{\partial w}{\partial t} + D \nabla^4 w \\ = -\frac{1}{r} \delta(\theta - \Omega t) \delta(r - r_0) \\ [m(\frac{\partial}{\partial t} + \Omega' \frac{\partial}{\partial \theta})^2 w + c(\frac{\partial}{\partial t} + \Omega' \frac{\partial}{\partial \theta}) w \\ + kw - f \frac{\partial w}{r \partial \theta}] \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 t 는 시간이고, ρ 와 h 는 각각 밀도와 두께이고,

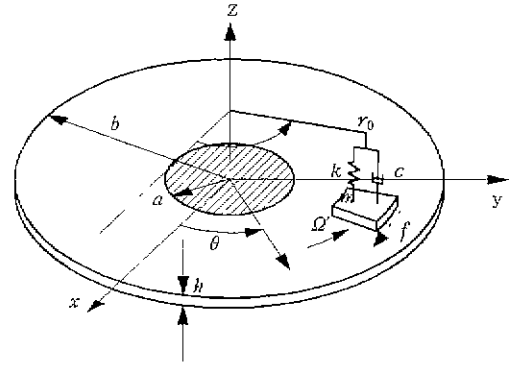


Fig. 2 Model of stationary disc and moving loads.

D' 와 D 는 각각 굴곡 점성계수(flexural damping constant)와 굴곡 강성계수(flexural rigidity)이다. 그리고 r_0 는 헤더의 반경방향 위치이고, m, c, k 는 각각 헤더의 등가질량, 등가점성계수, 등가강성계수이다. f 는 헤더와 디스크간에 발생하는 마찰력으로 디스크 면을 항상 추종하면서 일정한 크기를 가진 것으로 가정한다.⁽³⁾

디스크의 동특성에 비해 헤더의 간섭 효과는 상대적으로 작으므로, 다중척도법(multiple scale method)을 사용하여 헤드 간섭에 의한 효과를 분석한다. 정지 원판판의 모드형상 $\Phi_{mn}(r, \theta)$ 과 일반좌표계 $q_{mn}(t)$ 를 이용하여 원판의 횡방향 변위를 식 (2)와 같이 표시할 수 있다.

$$w(r, \theta, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_{mn}(r, \theta) q_{mn}(t) \quad (2)$$

$$\text{이 때 } \Phi_{mn}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho h b^2}} R_{mn}(r) e^{in\theta}$$

여기서 첨자 m, n 은 각각 모드형상의 절원수(number of nodal circle)와 절직경수(number of nodal diameter)에 해당한다. 베셀 함수(Bessel function)인 $R_{mn}(r)$ 으로 구성된 모드형상 $\Phi_{mn}(r, \theta)$ 은 식 (3), (4)의 직교성과 정규성을 만족한다

$$\int_0^{2\pi} \int_a^b \rho h \Phi_{mn} \Phi_{m'n'}^* r dr d\theta = \delta_{mk} \delta_{nl} \quad (3)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_a^b D \nabla^4 \Phi_{mn} \Phi_{m'n'}^* r dr d\theta = \omega_{mn}^2 \delta_{mk} \delta_{nl} \quad (4)$$

위 첨자 $*$ 는 켈레복소수를 표시한 것이고 ω_{mn} 은 모드형상 Φ_{mn} 에 해당하는 고유진동수이다. 원판의 축대칭성 특성으로 인해 다음과 같은 관계가 성립한다

$$\begin{aligned} \omega_{mn} &= \omega_{m,-n} \\ R_{mn}(r) &= R_{m,-n}(r) \end{aligned} \quad (5)$$

$$q_{mn}(t) = q_{m,-n}^*(t)$$

3. 안정성 해석

안정성 분석에는 여러 가지 분석⁽¹⁰⁾이 있지만, 본 연구에서는 불안정 영역을 쉽게 계산할 수 있는 다중척도법(multiple scale method)을 이용한다. 식 (2)를 운동방정식 (1)에 대입한 뒤에 양변에 Φ_{mn} 의 켈레함수(conjugate function)를 곱한다. 그리고 원판 면적에 대해 적분과 식 (3)~(5)의 관계를 이용하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 q_{kl}}{d\tau^2} + \varepsilon \delta \beta_{kl}^2 \frac{d q_{kl}}{d\tau} + \beta_{kl}^2 q_{kl} = & \\ - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{mn}(r_0) R_{kl}(r_0) e^{i(n-l)\Omega\tau} & \\ [\varepsilon \gamma \left(\frac{d}{d\tau} + in\Omega \right)^2 q_{mn} + \varepsilon \zeta \left(\frac{d}{d\tau} + in\Omega \right) q_{mn} & \\ + (\varepsilon x - i\varepsilon a) q_{mn}] & \\ k=0, 1, 2, \dots, l=0, \pm 1, \pm 2, \dots & \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 무차원 변수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tau = \omega_c t, \quad \beta_{kl} = \frac{\omega_{kl}}{\omega_c}, \quad \Omega = \frac{\Omega'}{\omega_c}, \quad \varepsilon \delta = \frac{D' \omega_c}{D}, \quad \varepsilon \gamma = \frac{m}{\rho h b^2}, \\ \varepsilon \zeta = \frac{c}{\omega_c \rho h b^2}, \quad \varepsilon x = \frac{k}{\omega_c^2 \rho h b^2}, \quad \varepsilon a = \frac{f}{\omega_c^2 \rho h b^2 r_0}, \\ \omega_c = \min \left[\frac{\omega_H}{l}, l \neq 0 \right] \end{aligned}$$

ω_c 는 원판의 임계속도이고, ε 은 미소 변동량(perturbation)을 표시한다. 무차원 운동방정식 (6)에 다중척도법(multiple scale method)을 적용하기 위하여, 일반좌표계의 변위를 다음과 같이 표시한다.

$$q_{kl}(\tau) = q_{kl}^{(0)}(\tau, T_1) + \varepsilon q_{kl}^{(1)}(\tau, T_1) \quad (7)$$

여기서 $T_1 = \varepsilon \tau$ 이다. 식 (7)을 식 (6)에 대입한 뒤에 크기 별로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} O(1): (D_0^2 + \beta_{kl}^2) q_{kl}^{(0)} = 0 & \quad (8) \\ O(\varepsilon): (D_0^2 + \beta_{kl}^2) q_{kl}^{(1)} = -D_0(2D_1 + \delta\beta_{kl}^2) q_{kl}^{(0)} & \\ - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{mn}(r_0) R_{kl}(r_0) & \\ e^{i(n-l)\Omega\tau} [\gamma (D_0 + in\Omega)^2 & \\ + \zeta (D_0 + in\Omega) + x - in\alpha] q_{mn}^{(0)} & \quad (9) \end{aligned}$$

여기서 $D_0 = \partial / \partial \tau$, $D_1 = \partial / \partial T_1$

식 (8)을 풀면 변위는 다음과 같다.

$$q_{kl}^{(0)} = A_{kl}(T_1) e^{i\beta_{kl}\tau} + B_{kl}(T_1) e^{-i\beta_{kl}\tau} \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하여 정리하면 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} (D_0^2 + \beta_{kl}^2) q_{kl}^{(1)} = -i\beta_{kl}(2D_1 + \delta\beta_{kl}^2) & \\ [A_{kl} e^{i\beta_{kl}\tau} - B_{kl} e^{-i\beta_{kl}\tau}] - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} & \\ R_{mn}(r_0) R_{kl}(r_0) e^{i(n-l)\Omega\tau} & \\ [D_{mn}^- A_{mn} e^{i\beta_{mn}\tau} + D_{mn}^- B_{mn} e^{-i\beta_{mn}\tau}] & \quad (11) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} D_{mn}^+ = -\gamma(\beta_{mn} + n\Omega)^2 + i\zeta(\beta_{mn} + n\Omega) - in\alpha + x \\ D_{mn}^- = -\gamma(\beta_{mn} - n\Omega)^2 - i\zeta(\beta_{mn} - n\Omega) + in\alpha + x \end{aligned} \quad (12)$$

모드 q_{kl} 의 매개공진(parametric resonance)이 발생할 수 있는 회전속도의 경우는 식 (11)의 오른쪽 항에서 $e^{\pm\beta_{kl}\tau}$ 항이 발생되는 경우이다. 그러므로 발생할 가능성이 있는 회전속도는 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned} (+n-l)\Omega = \beta_{mn} = \pm\beta_{kl} \\ (-n-l)\Omega \pm \beta_{mn} = \pm\beta_{kl} \end{aligned} \quad (13)$$

우선 단모드(single mode, $\beta_{mn} = \beta_{kl}$)에 의한 공진이 일어날 회전속도는 $2l\Omega = 2\beta_{kl}$ 근처임을 알 수 있다. 이에 비해 복합모드(combination mode, $\beta_{mn} = \beta_{kl}$, $n > l$)에 의한 공진이 일어날 회전속도는 $\Omega = (\beta_{mn} \pm \beta_{kl}) / (n-l)$ 근처임을 알 수 있다. 비감쇠 디스크에서만 분석한 Chan⁽⁸⁾의 해석과정을 참고하여 유도하면, 각 경우의 불안정성 영역을 다음과 같이 구할 수 있다.

3.1 단모드 공진 ($2l\Omega = 2\beta_{kl} + \varepsilon\sigma$)

이 속도영역에서 식 (11)의 고유항(secular term)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -i\beta_{kl}(2D_1 + \delta\beta_{kl}^2) [A_{kl} e^{i\beta_{kl}\tau} - B_{kl} e^{-i\beta_{kl}\tau}] \\ - R_{kl}^2(r_0) [D_{kl}^+ A_{kl} e^{i\beta_{kl}\tau} + D_{kl}^- B_{kl} e^{-i\beta_{kl}\tau}] \\ - R_{kl}^2(r_0) D_{k-l}^+ A_{k-l} e^{-i\beta_{kl}\tau - i\sigma\tau} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)의 $e^{i\beta_{kl}\tau}$, $e^{-i\beta_{kl}\tau}$ 은 서로 독립적이므로 각각 관련항의 계수는 0이 되어야 한다.

$$-i\beta_{kl}(2D_1 + \delta\beta_{kl}^2) A_{kl} - R_{kl}^2(r_0) D_{kl}^+ A_{kl} = 0 \quad (15)$$

$$-i\beta_{kl}(2D_1 + \delta\beta_{kl}^2)B_{kl} - R_{kl}^2(r_0)D_{kl}^- B_{kl} - R_{kl}^2(r_0)D_{k,-l}^+ A_{k,-l} e^{-i\sigma\tau} = 0 \quad (16)$$

우선 식 (16)에서 $B_{kl}(T_1)$ 의 불안정성을 조사하면⁽⁸⁾, 다음과 같이 구해진다.

$$\left| \sigma - \frac{x R_{kl}^2(r_0)}{\beta_{kl}} \right| \leq \sqrt{\frac{x^2 R_{kl}^2(r_0)}{\beta_{kl}^2} - \delta\beta_{kl}^2(\delta\beta_{kl}^2 + \frac{2\alpha R_{kl}^2(r_0)}{\beta_{kl}})} \quad (17)$$

식 (17)을 분석해 보면, $B_{kl}(T_1)$ 성분에서는 디스크의 감쇠특성 δ 뿐만 아니라 마찰력 α 도 원판의 불안정성을 억제하는 것임을 알 수 있다. 그러므로 디스크 회전시 후진파(backward traveling wave)인 경우는 마찰력이 안정성을 높이는 방향으로 영향을 주는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 기존 연구⁽⁶⁾의 결과와 일치한다. 이에 비해 전진파(forward traveling wave)와 관련된 식 (15)에서 $A_{kl}(T_1)$ 의 불안정 영역의 조건은 다음과 같이 유도된다.

$$-\delta\beta_{kl}^2 - \frac{R_{kl}^2(r_0)}{\beta_{kl}}(\zeta(\beta_{kl} + l\Omega) - l\alpha) > 0 \quad (18)$$

마찰력 α 로 인해 절직경(nodal diameter)을 갖는 전진파 모드($l \neq 0$)의 불안정 영역은 넓어짐을 알 수 있다. 특히 헤드 감쇠 ζ 와 디스크 감쇠 δ 를 무시할 수 있는 경우는 마찰력으로 인해 모든 회전속도에서 불안정함을 알 수 있다.

3.2 복합모드 공진

두 개의 모드가 연관되어 메개 공진이 일어나는 경우는 다음과 같이 네 경우가 있다.

i) $(n - l)\Omega = \beta_{mn} + \beta_{kl} + \epsilon\sigma \ (\Omega > \Omega_c)$

이 속도영역에서 $q_{kl}^{(j)}$, $q_{mn}^{(i)}$ 에 대한 식 (11)의 고유항(secular term)을 고려하면 모드별로 독립적 불안정(independent instability)과 두 모드가 연관된 불안정(coupled instability)의 두 경우가 발생한다. 우선 $q_{kl}^{(1)}$ 에 대해서 식 (11)에서 고유항(secular term)을 구하면 다음과 같다.

$$-i\beta_{kl}(2D_1 + \delta\beta_{kl}^2)[A_{kl} e^{i\beta_{kl}\tau} - B_{kl} e^{-i\beta_{kl}\tau}] - R_{kl}^2(r_0)[D_{kl}^- A_{kl} e^{i\beta_{kl}\tau} + D_{kl}^- B_{kl} e^{-i\beta_{kl}\tau}] - R_{kl}(r_0)R_{mn}(r_0)D_{mn}^- B_{mn} e^{i\beta_{kl}\tau + i\sigma\tau} = 0 \quad (19)$$

식 (19)의 $e^{i\beta_{kl}\tau}$, $e^{-i\beta_{kl}\tau}$ 은 서로 독립적이므로 각각 관련항의 계수는 0이 되어야 한다.

$$-i\beta_{kl}(2D_1 + \delta\beta_{kl}^2)A_{kl} - R_{kl}^2(r_0)D_{kl}^+ A_{kl} - R_{kl}(r_0)R_{mn}(r_0)D_{mn}^- B_{mn} e^{i\sigma\tau} = 0 \quad (20)$$

$$i\beta_{kl}(2D_1 + \delta\beta_{kl}^2)B_{kl} - R_{kl}^2(r_0)D_{kl}^- B_{kl} = 0 \quad (21)$$

그리고 $q_{mn}^{(1)}$ 에 대해서도 같은 과정을 거치면 아래와 같은 식을 유도할 수 있다.

$$-i\beta_{mn}(2D_1 + \delta\beta_{mn}^2)A_{mn} - R_{mn}^2(r_0)D_{mn}^+ A_{mn} = 0 \quad (22)$$

$$-i\beta_{mn}(2D_1 + \delta\beta_{mn}^2)A_{kl} - R_{mn}^2(r_0)D_{mn}^+ A_{kl} - R_{kl}(r_0)R_{mn}(r_0)D_{kl}^+ B_{kl} e^{-i\sigma\tau} = 0 \quad (23)$$

우선 각 모드에 대한 독립적 불안정 조건은 식(21)과 식 (22)에서 각각 다음과 같은 조건을 유도할 수 있다.

$$-\delta\beta_{kl}^2 - \frac{R_{kl}^2(r_0)}{\beta_{kl}}(\zeta(\beta_{kl} - l\Omega) + l\alpha) > 0 \quad (24)$$

$$-\delta\beta_{mn}^2 - \frac{R_{mn}^2(r_0)}{\beta_{mn}}(\zeta(\beta_{mn} + n\Omega) - n\alpha) > 0 \quad (25)$$

또한 두 모드가 연관된 불안정(coupled instability) 영역을 구하기 식 (20)과 식 (23)에 $A_{kl} = a e^{i\sigma\tau}$, $B_{mn} = b e^{i(\lambda - \sigma)\tau}$ 관계를 대입한 뒤에 a, b가 존재하기 위한 특성방정식을 구하면 다음과 같이 유도된다.⁽⁸⁾

$$\left[\lambda - \left(i \frac{\delta\beta_{kl}^2}{2} + \frac{R_{kl}^2(r_0)D_{kl}^+}{2\beta_{kl}} \right) \right] \left[\lambda - \left(\sigma + i \frac{\delta\beta_{mn}^2}{2} - \frac{R_{mn}^2(r_0)D_{mn}^-}{2\beta_{mn}} \right) \right] + \frac{R_{kl}^2(r_0)R_{mn}^2(r_0)D_{kl}^+ D_{mn}^-}{4\beta_{kl}\beta_{mn}} = 0 \quad (26)$$

식 (26)에서 특성 방정식의 근 λ 의 허수부가 0일 때, 안정-불안정 영역의 경계가 될 것이다.

ii) $(n + l)\Omega = \beta_{mn} + \beta_{kl} + \epsilon\sigma \ (\Omega > \Omega_c)$

이 속도영역에서 모드에 대한 독립적 불안정조건은 다음과 같다.

$$-\delta\beta_{kl}^2 - \frac{R_{kl}^2(r_0)}{\beta_{kl}}(\zeta(\beta_{kl} + l\Omega) - l\alpha) > 0 \quad (27)$$

$$-\delta\beta_{mn}^2 - \frac{R_{mn}^2(r_0)}{\beta_{mn}}(\zeta(\beta_{mn} + n\Omega) - n\alpha) > 0 \quad (28)$$

연관된 불안정성 분석을 위한 특성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & [\lambda - (i \frac{\delta\beta_{kl}^2}{2} - \frac{R_{kl}^2(r_0) D_{kl}^-}{2\beta_{kl}})] \\
 & [\lambda + (\sigma - i \frac{\delta\beta_{mn}^2}{2} - \frac{R_{mn}^2(r_0) D_{mn}^-}{2\beta_{mn}})] \\
 & + \frac{R_{kl}^2(r_0) R_{mn}^2(r_0) D_{kl}^- D_{mn}^-}{4\beta_{kl}\beta_{mn}} = 0 \quad (29)
 \end{aligned}$$

iii) $(n-1)\Omega = \beta_{mn} - \beta_{kl} + \epsilon\lambda$

이 속도영역에서 모드에 대한 독립적 불안정조건은 다음과 같다.

$$-\delta\beta_{mn}^2 - \frac{R_{mn}^2(r_0)}{\beta_{mn}} (\zeta(\beta_{mn} + n\Omega) - n\alpha) > 0 \quad (30)$$

$$-\delta\beta_{kl}^2 - \frac{R_{kl}^2(r_0)}{\beta_{kl}} (\zeta(\beta_{kl} + l\Omega) - l\alpha) > 0 \quad (31)$$

연관된 불안정성 분석을 위한 특성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & [\lambda - (i \frac{\delta\beta_{kl}^2}{2} - \frac{R_{kl}^2(r_0) D_{kl}^-}{2\beta_{kl}})] \\
 & [\lambda - (\sigma + i \frac{\delta\beta_{mn}^2}{2} - \frac{R_{mn}^2(r_0) D_{mn}^-}{2\beta_{mn}})] \\
 & - \frac{R_{kl}^2(r_0) R_{mn}^2(r_0) D_{kl}^- D_{mn}^-}{4\beta_{kl}\beta_{mn}} = 0 \quad (32)
 \end{aligned}$$

iv) $(n+1)\Omega = \beta_{mn} - \beta_{kl} + \epsilon\lambda$

이 속도영역에서 모드에 대한 독립적 불안정조건은 다음과 같다.

$$-\delta\beta_{kl}^2 - \frac{R_{kl}^2(r_0)}{\beta_{kl}} (\zeta(\beta_{kl} - l\Omega) + l\alpha) > 0 \quad (33)$$

$$-\delta\beta_{mn}^2 - \frac{R_{mn}^2(r_0)}{\beta_{mn}} (\zeta(\beta_{mn} + n\Omega) - n\alpha) > 0 \quad (34)$$

연관된 불안정성 분석을 위한 특성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & [\lambda - (i \frac{\delta\beta_{kl}^2}{2} + \frac{R_{kl}^2(r_0) D_{kl}^-}{2\beta_{kl}})] \\
 & [\lambda + (\sigma - i \frac{\delta\beta_{mn}^2}{2} - \frac{R_{mn}^2(r_0) D_{mn}^-}{2\beta_{mn}})] \\
 & - \frac{R_{kl}^2(r_0) R_{mn}^2(r_0) D_{kl}^- D_{mn}^-}{4\beta_{kl}\beta_{mn}} = 0 \quad (35)
 \end{aligned}$$

4. 해석결과 및 고찰

본 연구에서 수립한 안정성 해석방법을 광기록 디스크 시스템에서 헤드 간섭으로 인한 디스크의 안정성 분석에

적용하고자 한다. 직접기록(direct-write)용 고밀도 광기록 디스크의 두께가 얇아지는 경우를 고려하여, 폴리카보네이트로 만들어진 광기록 디스크의 기계적 특성과 크기를 Table 1과 같이 설정한다. Table 2는 정지 원판의 무차원 고유진동수와 헤드 위치의 모드형상 크기를 구한 것이다. Table 2의 모드 (k, l) 은 k 는 절원수(number of nodal circle), l 은 절직경수(number of nodal diameter)를 각각 표시한 것이고, 무차원 고유진동수 β_{kl} 는 임계속도에 대한 각 모드의 고유진동수의 비로 나타낸 것이다. 헤드가 외주에 있을 때 제일 불안정하므로, 헤드가 외주에 있는 경우에 모드형상의 크기 $R(r_0)$ 를 구한 것이다. 고밀도 광기록 시스템에서 사용되는 헤드 제원을 식 (6)에서 정의한 무차원 변수로 변환하면, 헤드의 초기 무차원 변수는 Table 3과 같다.

감쇠비가 다른 디스크에서 각각 헤드의 강성을 변화시키면서 불안정성 영역을 조사한다. 이 때 헤드의 다른 특성치인 헤드의 질량, 감쇠비 및 마찰력은 Table 3의 초기 무차원치로 고정한다. 앞 절에서 유도한 불안정성 범위에 관련된 식 (17)~식 (35)에서 미소 강성계수인 $\epsilon\lambda$ 를 변화

Table 1 Properties and dimension of optical disc.

| | |
|-----------------|---------------------------------|
| Elastic modules | $2.2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ |
| Density | 1220 kg/m^3 |
| Poisson ratio | 0.3 |
| Outer diameter | 120 mm |
| Inner diameter | 36 mm |
| Thickness | 0.3 mm |

Table 2 Natural frequencies of a stationary disc.

| Mode, (k, l) | (0,0) | (0,1) | (0,2) | (0,3) | (0,4) |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Natural frequency, β_{kl} | 1.68 | 1.64 | 2 | 3.34 | 5.54 |
| $R(r_0)$ | 0.997 | 0.981 | 1.002 | 1.041 | 1.093 |

Table 3 Parameters of head Interference.

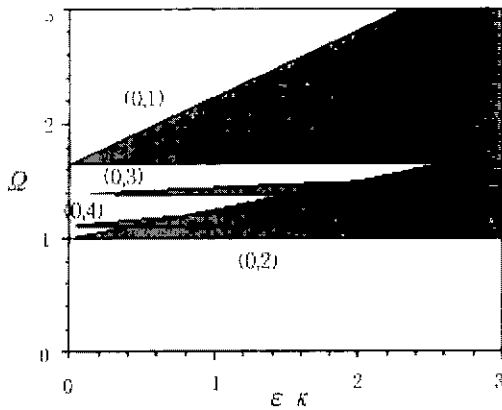
| Equivalent parameters | Values | Nondimensional values |
|-----------------------|---------|-----------------------|
| Mass | 30 mg | 0.023 |
| Damping ratio | 0.005 | 0.005 |
| Stiffness | 20 N/m | 0.84 |
| Friction force | 0.001 N | 0.0007 |

시키면서 회전속도의 불안정 범위를 조사한다. Fig. 3과 Fig. 4는 각각 디스크의 감쇠비가 0.001과 0.05일 때 헤드 강성의 변화에 따른 회전속도의 불안정성 영역을 살펴본 것이다. 두 경우 모두에서 강성이 증가하면 불안정 영역이 민감하게 넓어지는 것을 볼 수 있다. 헤드 강성이 작은 경우는 임계속도 이상에서만 불안정 현상이 발생되지만, 헤드 강성이 더 커지면 임계속도 이하에서도 불안정 현상이 발생됨을 알 수 있다. 각 모드의 임계속도에서 발생하는 단모드의 배개공진 뿐만 아니라, 복합모드의 배개공진에 의해서도 불안정 현상이 비슷한 수준으로 일어남을 알 수 있다. 헤드의 강성이 작은 경우 ($\epsilon\kappa < 0.5$)에는 디스크 감쇠비가 증가하면 안정성이 매우 좋아지지만, 강성이 큰 경우 ($\epsilon\kappa > 1$)에는 디스크의 감쇠비가 증가하더라도 불안정성 영역은 거의 변화가 없다.

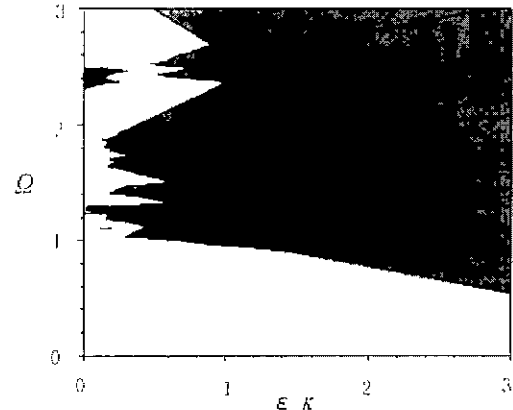
헤드의 질량 및 마찰력의 영향을 조사하기 위하여, 헤드

의 강성 변화 대신에 헤드의 질량 및 마찰력을 각각 변화시키면서 불안정성 영역을 조사하고자 한다. Fig. 5는 헤드의 질량 변화에 따른 불안정 영역을 표시한 것인데 고려된 제원 ($\epsilon\gamma = 0.023$) 근처에서는 불안정 영역의 변화가 크지 않음을 알 수 있다. Fig. 6은 헤드의 마찰력 변화에 따른 불안정 영역을 표시한 것이다. 고려된 제원 ($\epsilon\alpha = 0.0007$) 근처에서는 거의 변화가 없지만 Fig. 6(b)에서 볼 수 있듯이 마찰력이 커지면 아주 낮은 회전속도에서도 발생할 수 있음을 알 수 있다.

헤드의 특성치를 변화시킨 안정성 분석에 따르면, 고려된 제원의 광디스크 시스템에서는 헤드의 강성이 가장 중요한 변수임을 알 수 있다. 그래서 얇은 광디스크에서 배개 불안정 현상을 막기 위해서 헤드의 강성계수를 결정하는 서스펜션(suspension) 설계가 매우 중요함을 알 수 있다.

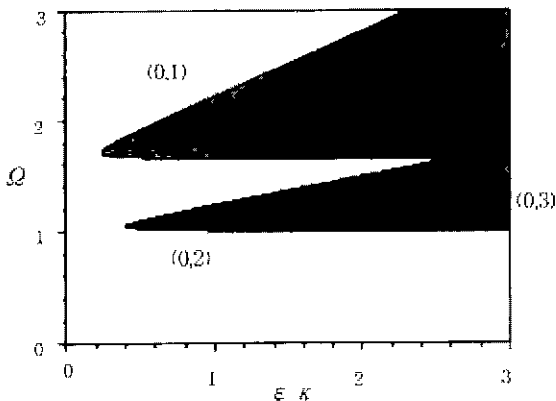


(a) Single mode resonance

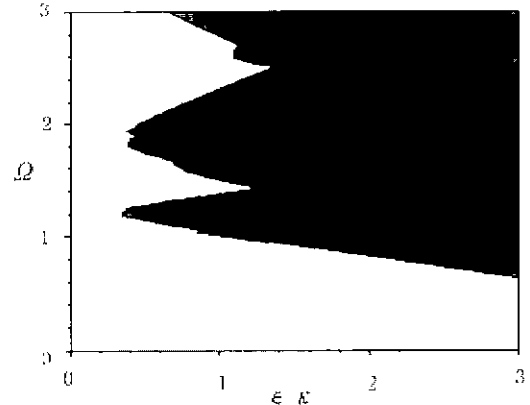


(b) Combination mode resonance

Fig. 3 Regions of instability with variation of stiffness . $\epsilon\delta = 0.001$

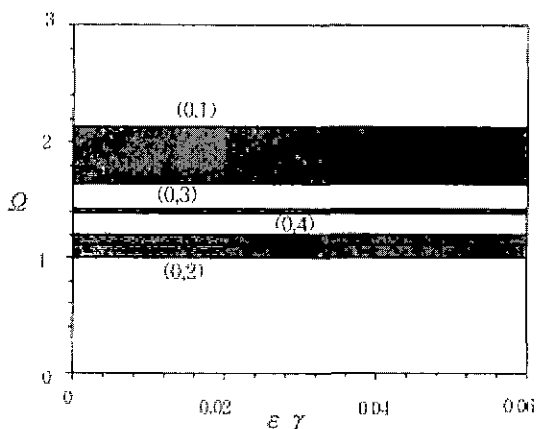


(a) Single mode resonance

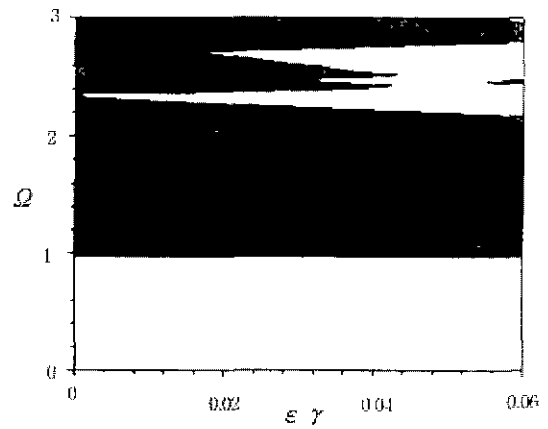


(b) Combination mode resonance

Fig. 4 Regions of instability with variation of stiffness . $\epsilon\delta = 0.05$

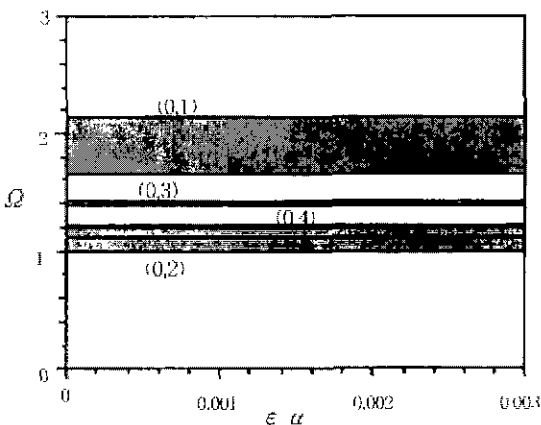


(a) Single mode resonance

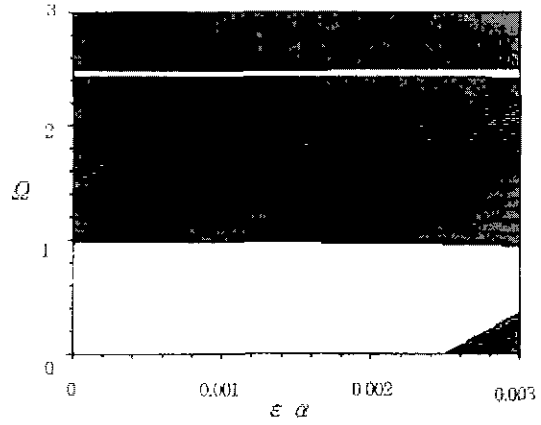


(b) Combination mode resonance

Fig. 5 Regions of instability with variation of mass : $\epsilon\delta = 0.001$



(a) Single mode resonance



(b) Combination mode resonance

Fig. 6 Regions of instability with variation of friction force : $\epsilon\delta = 0.001$

5. 결 론

회전디스크에 미치는 고정 기구물의 간섭을 질량, 감쇠, 스프링 및 마찰력으로 모델링 한 뒤에 다중척도법 (multiple scale method)을 이용하여 매개불안정이 일어날 수 있는 회전속도 영역을 구하였다. 또한 광기록 디스크 시스템에 적용하여 헤드로 인한 디스크의 불안정 영역도 구하였다. 고려된 광디스크 시스템에서는 헤드의 간섭 강성이 증가하면, 각 모드의 임계속도 뿐만 아니라 모드 연관(mode coupling)으로 인한 임의 회전속도에서도 불안정 현상이 발생되는 것을 확인하였다. 헤드의 간섭 강성이 커지면 민감하게 불안정성 영역이 넓어지는 것도 알 수 있었다. 이에 비해 헤드의 질량과 마찰력을 많이 커지더라도 불안정성 영역의 변화는 거의 없음을 알 수 있었다. 그러므로 고려된 고밀도 광디스크 시스템 설계에서는 헤드의 간섭 강성, 즉 서스펜션 설계가 매우 중요함을 확인하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(과제번호: 1999-1-304-007-3)지원으로 이루어졌으며, 재단의 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) 임경화, Mote, C. D., Jr., 1999, "고속회전 원형 톱의 불안정 현상", 한국소음진동공학회지, Vol. 9, No. 2, pp. 100~108.
- (2) Iwan, W. D. and Stahl, K. J., 1973, "The Response of an Elastic Disc with a Moving Mass System", Transactions of the ASME Journal of Applied Mech., Vol. 40, pp. 611~618.

(3) Iwan, W. D., and Moeller, T. L., 1976. "The Stability of a Spinning Elastic Disc with a Transverse Load System", Transactions of the ASME Journal of Applied Mech., Vol. 43, pp. 485~490.

(4) Mote, C. D., Jr., 1970. "Stability of Circular Plates Subject to Moving Loads", Journal of Franklin Institute, Vol. 290, pp. 329~344.

(5) Mote, C. D., Jr., 1977, "Moving-load Stability of a Circular Plate on a Floating Central Collar", Journal of Acoustic Society America, Vol. 61(2), pp. 439~447.

(6) Chen, J. S., and Bogy, D. B., 1992. "Effect of Load Parameters on the Natural Frequencies and Stability of a Flexible Spinning Disc with a Stationary Load System", Transactions of the ASME Journal of Applied Mech., Vol. 59, pp. 5230~5235.

(7) Shen, I. Y., and Mote, C. D., Jr., 1992, "Parametric Excitation under Multiple Excitation Parameters - Asymmetric Plates under a Rotating

Spring", Int. J. Solids Structures, Vol. 29(8), pp.1019~1032

(8) Shen, I. Y., 1993. "Response of a Stationary, Damped, Circular Plate under a Rotating Slider Bearing System", Vol. 115, pp. 65~69.

(9) Chan, S. M., Mottershead, J. E., and Cartmell, M. P., 1994. "Parametric Resonance at Subcritical Speeds in Discs with Rotating Frictional Loads", J. of Mechanical Engineering Science, Vol. 208, pp. 417~425.

(10) Nayfeh, A. H., and Mook, D. T., 1979. Nonlinear Oscillations, New York, Wiley Interscience.

(11) 임경화, 1998, "웨이퍼가공기에서 회전 원판의 동특성에 미치는 불균일 장력의 영향분석", 한국소음진동공학회지, Vol. 8, No. 2, pp. 324~330.

(12) 김명업, 임경화, 이종원, 1992. "웨이퍼가공기의 진동해석 및 실험적 검증", 대한기계학회지, Vol. 16(1), pp. 22~30.