

〈논문〉 SAE NO. 2000-03-0039

다연결체 구조물에 대한 형상 최적화

Shape Optimization for Multi-Connected Structures

한 석 영*, 배 현 우**

Seog Young Han, Hyun Woo Bai

ABSTRACT

The growth-strain method was used for shape optimization of multi-connected structures. It was verified that the growth-strain method is very effective for shape optimization of structures with only one free surface to be deformed. But it could not provide reasonable optimized shape for multi-connected structures, when the growth-strain method is applied as it is. The purpose of this study is to improve the growth-strain method for shape optimization of multi-connected two- and three- dimensional structures. In order to improve, the problems that occurred as the growth-strain method was applied to multi-connected structures were examined, and then the improved method was suggested. The effectiveness and practicality of the developed shape optimization system was verified by numerical examples.

주요기술용어 : Shape Optimization(형상 최적화), Volume Control(체적 제어), Stress Control(응력 제어), Growth-Strain Method(성장-변형률법), Finite Element Method(유한요소법)

1. 서 론

최적화 분야는 설계변수 및 정식화의 특

* 회원, 한양대학교 철강 공정 및 응용 연구소

** 회원, 대우자동차(주)

성에 따라 치수,^{1~2)} 형상^{3~4)} 그리고 위상^{5~6)} 최적화 분야로 크게 나뉘어진다. 형상 최적화는 설계 대상의 형상이 최적화 과정에서 연속적으로 변화되므로 치수 최적화에 비해 복잡하다. 또한 위상 최적화는 초기 설계단계에서 설계조건을 만족하는 최적의 위상을 결정하는 단계로, 최적의 형상을 구하기 위해서는 형상 최적화 과정을 거쳐야만 한다.

따라서, 형상 최적화는 실제 구조물의 설계 시 치수 최적화 및 위상 최적화와 더불어 다양하고 유용한 설계를 가능하게 한다.

기존의 대부분의 최적화 이론들은 목적함수를 최소화하기 위한 수학적 프로그램에 기초를 두고 경계 매개변수화(boundary parameterization)와 설계 민감도(design sensitivity) 해석을 통하여 최적화를 수행한다. 따라서 최적화를 수행하는데 많은 계산량과 대규모의 기억용량이 불가피하다.

최근에 성장-변형률법(the growth-strain method)^{7, 8)}이라는 수학적 기법을 사용하지 않는 형상 최적화 기법이 개발되었다. 이 기법을 사용하면 경계 매개변수화와 설계 민감도 해석 없이 최대 강도 또는 최대 강성을 갖는 형상을 설계할 수 있다. 성장-변형률법은 2차원 및 3차원 구조물 내에 구멍이 없는 구조물에 대하여 응력 및 부피(질량)의 제어가 가능하며, 보의 진동 문제에 대하여 균일 강도의 보를 설계할 때 적용 가능성이 발표된 바 있다.

그러나, 이 기법을 그대로 변형이 가능한 자유표면이 둘 이상인 다연결체 구조물에 적용하는 경우, 자유표면이 하나인 구조물에 적용하는 경우와 같은 타당한 최적화된 형상을 얻을 수 없다. 그 이유는 성장-변형률법의 성장해석 시 열변형률을 사용하는 특성 때문이며, 그 문제점과 개선 방안은 제3절에서 논의하였다.

따라서, 본 연구에서는 수학적 기법으로 이미 수행된 바 있는 자유표면이 둘 이상인 2차원 다연결체 구조물에 대하여 성장-변형률법을 그대로 적용할 때 발생하는 문제점을 파악하고, 이 기법을 개선하여 형상 최적화를 수행함으로써 그 타당성과 효율성을 검증하였다. 또한 자유표면이 둘 이상인 3차원 다연결체 구조물에 대해서도 성장-변형률법을 적용하여 그 타당성과 효율성을 검증하였다. 설계자가 요구하는 체적 및

응력 제어를 수행할 수 있도록 하였으며, 수렴속도를 향상시키기 위하여 선형 PID (proportional-integral-plus-derivative) 제어 이론을 적용하였다.

2. 성장-변형률법

성장-변형률법은 매개변수를 일정하게 분포시키고자 하는 과정에서 발생하는 체적변형을 이용하여 형상을 최적화 한다. 이 최적화 과정은 두 단계의 반복으로 이루어진다. 첫 단계는 역학적인 조건하에서 매개변수를 계산하기 위한 응력해석 단계이며, 두 번째 단계는 형상 구속조건하에서 체적변형의 발생법칙에 기초를 둔 성장변위 및 형상 수정을 계산하기 위한 성장해석 단계이다. 각 단계에서의 해석은 유한요소법을 이용하여 수행된다.

본 연구에서는 균일 강도 문제를 다루므로 Mises 응력을 매개변수로 사용하였다. 매개변수가 Mises 응력과 같이 단위 체적이나 단위 면적의 양으로 정의되면, 매개변수는 요소 내에서 체적의 증가에 따라 감소하는 특성을 갖는다. 그러므로 매개변수가 균일화된 형상을 만들기 위해서는 체적변형의 발생법칙이나 성장법칙에 따라 매개변수의 함수로써 체적변형을 발생시킬 수 있다.

σ 를 매개변수(Mises 응력), $\bar{\sigma}$ 를 매개변수의 기준값(예를 들면 평균응력, 최대응력)이라 하면, 체적변형은 σ 와 $\bar{\sigma}$ 의 편차에 비례해서 σ 가 $\bar{\sigma}$ 보다 작은 곳에서는 축소되고, σ 가 $\bar{\sigma}$ 보다 큰 곳에서는 팽창된다. 따라서, 성장법칙은 다음 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_{ij}^B = \frac{\sigma - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} \delta_{ij} h \quad (1)$$

식 (1)에서 ϵ_{ij}^B 는 체적변형, δ_{ij} 는 크로네커 델타(Kronecker delta), 그리고 h 는 성장비로, 성장변형의 크기를 조절하는 1보다 훨씬 작은 임의의 상수이다.

여기서 열응력 해석을 고려하면, 재료를 열 등방성이라 가정할 때 발생하는 열변형은 식 (2)와 같이 전단성분이 없는 체적변형을 발생시킨다. 그러므로 열변형은 성장해석에서의 방정식과 유사한 다음 형태의 식을 갖는다.

$$\epsilon_{ij}^T = \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad (2)$$

성장법칙의 형태는 체적을 구속한 채 응력을 축소하는 방법(체적 제어)과 응력을 구속한 채 체적을 축소하는 방법(응력 제어)으로 나눌 수 있다. 체적 제어는 체적을 목표 값으로 제어하면서 응력을 균일하게 만드는 것이며, 응력 제어는 초기의 최대 응력을 목표 값으로 제어하면서 응력을 균일하게 만드는 것으로, 응력 구속 하에서 최소화된 체적이 얻어진다.

설계자가 요구하는 체적 값으로 구속할 때는, PID 제어 이론을 적용하여 식 (1)을 개선한 성장법칙 식 (3)을 이용하고, 응력 값으로 구속할 때는 식 (5)를 사용한다. 따라서, 체적 제어는 식 (3)과 (4)에 의해, 응력 제어는 식 (5)에 의해 효율적으로 제어될 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}^{B(n)} = & \frac{\sigma^{(n-1)} - \bar{\sigma}^{(n-1)}}{\bar{\sigma}^{(n-1)}} \delta_{ij} h \\ & - \left\{ K_P \frac{V^{(n-1)} - V_{obj}}{V_{obj}} \right. \\ & + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{V^{(k)} - V_{obj}}{V_{obj}} \\ & \left. + K_D \frac{V^{(n-1)} - V^{(n-2)}}{V_{obj}} \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\bar{\sigma}^{(n-1)} = \sum_e \frac{\sigma_e v_e}{V^{(n)}} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}^{B(n)} = & \frac{\sigma^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} \delta_{ij} h \\ & + \left\{ K_P \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} \right. \end{aligned}$$

$$\left. + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\sigma_{max}^{(k)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} + K_D \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{max}^{(n-2)}}{\sigma_{obj}} \right\} \quad (5)$$

여기서 (n)은 n번째 반복횟수, K_P , K_I , K_D 는 비례상수이며, v_e 는 각 요소의 체적, σ_e 는 각 요소의 대표응력, V_{obj} 는 목표하는 총 체적, $V^{(k)}$ 는 각 반복횟수에서의 총 체적을 의미한다. σ_{obj} 는 목표 응력 값이며, $\sigma_{max}^{(k)}$ 는 각 반복횟수에서의 최대 응력 값이다.

3. 성장-변형률법의 문제점과 개선

성장-변형률법은 매개변수를 Mises 응력으로 할 때, 응력해석과 성장해석에 의해 응력을 균일화하기 위하여 응력이 크게 나타나는 곳의 체적은 늘려주고 작게 나타나는 부분은 줄여준다. 이 때 성장해석은 응력분포를 온도분포로 치환하여 수행한다. 성장변형 시의 구속조건은 초기 응력해석의 경우와 다르게 기하학적 조건과 온도 조건에 의해 결정된다.

2차원 브라켓을 예로 들면, 구멍이 없는 경우 즉, 외부 표면만이 자유표면이 되어 변형이 일어나는 경우는 열응력 해석과 성장법칙의 방정식이 일치하게 되어 별 무리 없이 형상 최적화가 수행될 수 있다. 그러나 구조물에 구멍이 있는 경우 즉, 구멍과 외부 표면이 모두 자유표면이 되어 변형이 일어나는 경우는 브라켓의 초기 형상의 모양이 유지되지 못하고, Fig. 1과 같이 초기 형상에서 매우 벗어난 형상으로 수렴된다. 이것은 구멍과 외부 표면 사이의 열변형에 의한 성장법칙에 따라 형상이 변화하기 때문이다.

이와 같이 구멍이 있는 구조물에 발생하는 문제의 해결 방안으로 구멍 주변에 Fig. 2와 같은 구속조건을 부여한다. 그 이유는 한 개

의 자유표면만이 변형 가능할 경우에 열응력 해석과 성장법칙의 방정식이 일치하게 되므로, 두 개 이상의 자유표면을 갖는 문제에 구속조건을 부여함으로써 한 개의 자유표면만이 변형되도록 문제를 변환시켜 주기 위함이다.

구속조건을 부여하는 위치는 구조물의 변형률이 0이 되는 위치 즉, 성장법칙에서 전혀 성장되지 않는 위치에 선의 형태로 하나의 구속조건을 부여하게 되면, 두 자유표면은 그 선을 기준으로 변형됨으로써 마치 한 개의 자유표면을 갖는 문제처럼 변환된다. 하지만 변형률이 정확하게 0이 되는 선은 찾기 어려우므로 전체 변형률을 100%로 잡았을 때, 변형률이 3% 이내가 되는 점을 이어 기준선으로 잡는다.

이렇게 새로운 구속조건을 부여함으로써, 수학적 프로그램 기법으로 얻어지는 형상과 유사한, 초기 형상에서 크게 벗어나지 않는 최적의 형상을 구할 수 있다.

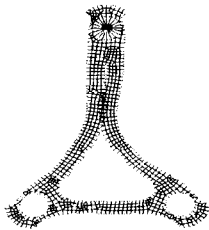


Fig. 1 Shape optimized by usual growth-strain method for a bracket with a hole

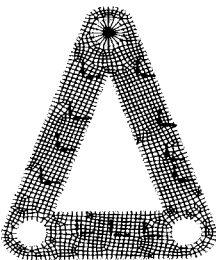


Fig. 2 A bracket with an additional boundary condition around a hole

4. 형상 최적화 시스템

형상 최적화 시스템의 도식적인 흐름도를 Fig. 3에 보인다. 이 시스템은 상용 유한요소 소프트웨어 (I-DEAS)⁹⁾와 개발된 성장-변형률법을 이용한 형상 최적화 프로그램으로 구성되어 있다. 초기 형상의 유한요소 모델을 만든 다음 응력해석을 수행한다. 응력해석 후 성장해석에서 필요한 모든 데이터들은 후처리 작업(post-processing task)을 이용하여 새로운 데이터 파일을 생성한다. 후처리 작업에서는 각 요소에 대한 분포 매개변수(Mises 응력)가 구해지고, 발생하는 체적변형 값, 온도 하중(ΔT)이 다음 단계의 성장해석을 위한 경계조건과 하중조건으로 주어지도록 외부에서 C언어로 개발된 프로그램에 의해 계산되어진다.

다음 단계로, 상용 소프트웨어의 열변형 해석 프로그램을 사용하여 성장해석을 수행한다. 물체를 열등방성이라 가정할 때 발생된 열변형은 전단 성분이 없는 체적변형을 발생시킨다.

성장해석을 위한 경계조건은 초기 응력해석에 대한 경계조건과는 독립적으로 설정된다. 성장해석에서의 경계조건은 온도 조건과 기하학적인 조건이다. 마지막으로, 개발된 프로그

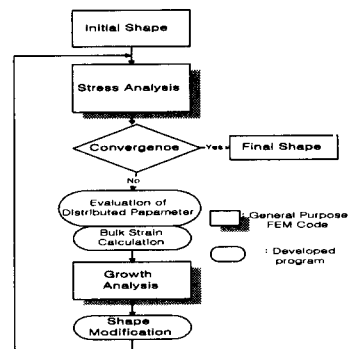


Fig. 3 Flow chart of a shape optimization system

램을 통해서 형상을 수정한다. 최적화된 형상은 이 과정을 반복함으로써 계산되어진다. 다만, 반복작업이 여러 번 수행됨에 따라 유한요소 모델의 요소 크기가 극단적인 차이가 생길 수 있으므로, 응력해석 단계로 넘어가기 전에 요소의 형상을 검토하여 요소 재수정 과정을 수행한다.

5. 형상 최적 설계 적용 예

5.1 2차원 토크암

자동차 부품인 Fig. 4와 같은 토크암에 대하여 체적 제어를 이용하여 최적화를 수행하였다. 체적 제어는 체적의 목표값을 초기 체적의 70%로 설정하고, h 값을 0.05로 K_P , K_I , K_D 값을 각각 0.5, 0.1, 0.0으로 설정하여 형상 최적화를 수행하였다. 이 때의 K_P , K_I , K_D 는 기존의 연구 결과¹⁰⁾에 따른 것이다. 이 때 초기 체적값에 대한 체적(면적)과 최대 Mises 응력에 대한 응력비의 변화를 Fig. 5에 나타내었으며, 최적화 된 형상을 Fig. 6에 나타내었다.

최적화된 형상의 최대 Mises 응력값은 초기 최대 응력 값과 거의 같은 값을 가졌으며, 체적은 설정한 초기 체적의 70%로 감소되었다.

5.2 브라켓

Fig. 7과 같은 브라켓에 대해 응력 제어를 이용하여 최적화를 수행하였다. h 값을

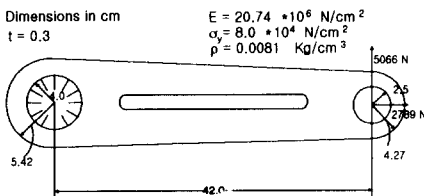


Fig. 4 Initial design of a torque arm

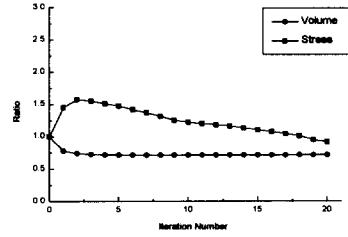


Fig. 5 History of iteration of a torque by volume control



Fig. 6 Optimized shape for a torque arm by volume control

0.05로 K_P , K_I , K_D 값을 각각 0.5, 0.1, 0.0으로 설정하여 최적화를 수행하였으며, 목표 응력은 초기의 최대 Mises 응력 값으로 주었다. 응력 제어에 의한 최적화 시의 체적 및 응력의 변화를 Fig. 8에 나타내었으며, 최적화 된 브라켓의 형상은 Fig. 9와 같이 얻어졌다. 최대 Mises 응력 값은 설정한대로 유지되었으며, 체적은 초기 체적의 약 70%로 감소되었다.

5.3 위상 최적화 후의 형상 최적화

최근에 위상 최적화에 대한 연구⁽⁵⁻⁶⁾가 활발히 진행되고 있다. 위상 최적화에 의한 결과는 형상 최적화와는 달리 위상이 변함으로써 구멍이 발생하고 각 요소의 분포 정도에 따라 구조물의 최적화된 형태를 표시한다. 하지만 실제 적용을 위해서는 그 상태만으로는 제작이 불가능하다. 따라서, 위상 최적화 설계 후에 그 결과를 기반으로 가상 설계를 한 후 다시 형상 최적화하여 보다 적용이 용이하고 정밀한 설계가 이루어지도록 형상 최적화를 수행하였다.

Fig. 10은 설계의 초기 형상과 구속조건

을 나타낸다. 이 구조물을 ESO (Evolutionary Structural Optimization) 법⁶⁾에 의해 얻어진 위상 최적화된 결과를 이용하여 형상 최적화를 위한 초기 형상으로 바꾼 것이 Fig. 11이다. 이를 초기 체적의 80%로 경량화 되도록 체적 제어를 통해 경량화 하면 그 결과는 Fig. 12와 같이 얻어진다.

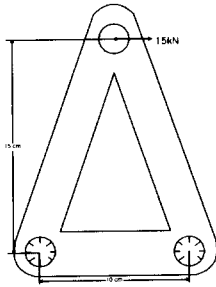


Fig. 7 Initial design of a bracket

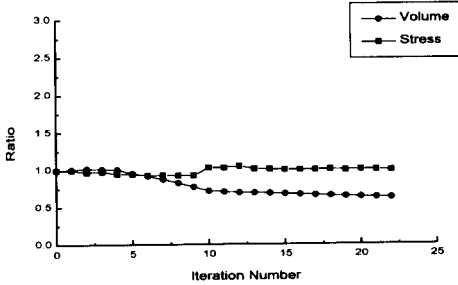


Fig. 8 History of iteration for a bracket by stress control

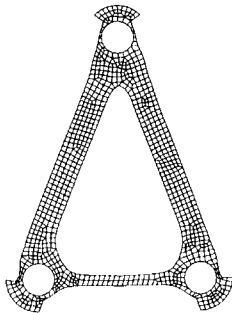


Fig. 9 Optimized shape of a bracket by stress control

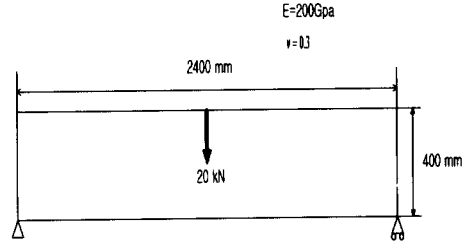
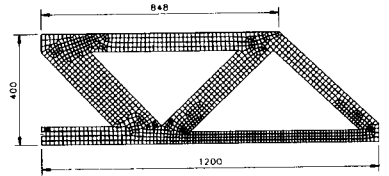


Fig. 10 Initial design of a Michell type beam



(unit: mm)

Fig. 11 Initial design of a Michell type beam

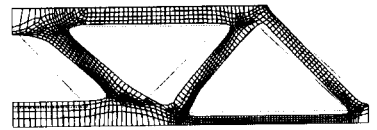


Fig. 12 Optimal Shape of a Michell type beam by volume control

이 결과는 구멍이 있을 때 추가한 본 논문의 구속조건을 포함시켜 수행한 것이다. 이 결과로부터 초기 형상의 형태를 유지하면서 초기 체적의 80%로 경량화 되었으며, 응력면에서도 Mises 응력이 2.1 MPa에서 0.871 MPa로 감소된 것을 알 수 있었다. 이는 위상 최적화 후 형상최적화 설계를 하는 시스템의 가능성을 보여준다.

5.4 3차원 토크암

3차원 토크암의 경우 초기 형상은 Fig. 13과 같다. 응력해석의 구속조건은 2차원 토크암과 동일하게 주었으며 이를 초기 부

피의 80%가 되게 체적 제어를 수행하였다. h 값을 0.05로 K_P , K_I , K_D 값을 각각 0.5, 0.1, 0.0으로 설정하여 수행하였으며, Fig. 14에 18번 반복 수행한 후 최적화된 형상을 나타내었다.

5.5 3차원 브라켓

3차원 브라켓은 Fig. 15와 같은 초기 형상 으로부터 최적화를 수행하였다. 응력해석의 구속조건은 2차원 브라켓과 같이 주었으며 이를 초기 부피의 70%가 되게 체적 제어를 수행하였다. h 값을 0.05로 K_P , K_I , K_D 값을 각각 0.5, 0.1, 0.0으로 하였으며, Fig. 14는 20번 반복 수행한 후 최적화 된 형상을 나타 낸다.

구멍 부분만을 구속하고 다른 모든 면들 은 변형이 가능한 자유표면으로 하여 형상 최적화를 수행하였다. 수행한 결과, 2차원의 브라켓과는 달리 초기 형상을 크게 벗어나

지 않았으며 별다른 문제는 발생하지 않았 다.

위의 3차원 토크암과 브라켓의 최적화된 형상에 대해 제작성을 고려해 볼 때, 최적 화 된 형상을 그대로 제작하기는 어려울 것 으로 판단된다. 따라서, 제작성을 고려하여 성장해석 시 두께 방향의 변형이 되지 않도록 구속하거나, 표면 부분의 변형을 구속하 거나 하여 최적화를 수행하면, 제작성이 우 수한 형상이 얻어질 수 있다. 즉, 브라켓의 경우, 첫 번째 경우는 2차원 브라켓의 최적 화된 형상과 동일한 형상이 얻어지며, 두 번째 경우는 두께 부분이 움푹 들어가는 형 상을 얻게 된다.



Fig. 13 Initial shape of 3-D torque arm

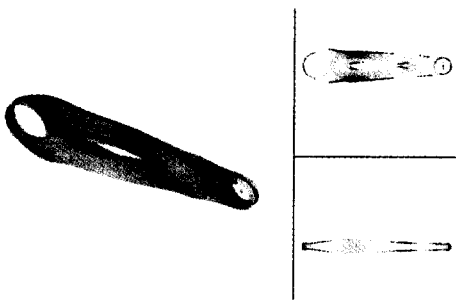


Fig. 14 Final shape of 3-D torque arm

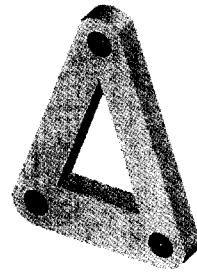


Fig. 15 Initial shape of 3-D bracket

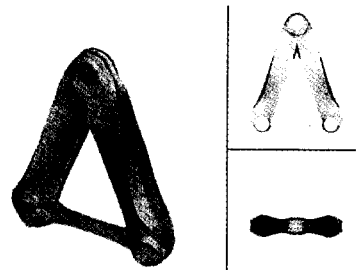


Fig. 16 Final shape of 3-D bracket

6. 결 론

본 연구를 통하여 개발된 형상 최적화 시스템을 이용하여 2차원과 3차원의 일반적인 형상을 갖는 구조물에 대한 형상 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 성장-변형률법을 다연결체 구조물에 적용하여 수학적 기법에서 얻은 형상과 유사한 결과를 얻을 수 있도록 개선하였다.
- 2) 설계자의 요구에 따라 체적 및 응력을 원하는 값으로 제어할 수 있는 선형 PID 제어이론을 적용하여, 구멍이 있거나 없는 모든 일반적인 구조물에 대한 형상 최적화 시스템을 구축하였다.
- 3) 2차원 및 3차원의 형상 최적화에 의한 구조물의 경량화 및 그에 따른 비용절감 효과가 기대된다.

후 기

이 논문은 1999년 한양대학교 교내연구비에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

- 1) G. Somayajula and J. Bernard, "Design Optimization of a Structures subjected to static and Dynamic Constraints", Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 5, pp. 281-289, 1989.
- 2) M. Matsumoto, J. Abe and K. Yamazaki, "On Development of Programming System for Optimum Structural Design and Application to Motorcycle Frameworks", Transactions of the JSAE(in Japanese), Vol. 39, pp. 120-126, 1988.
- 3) J. A. Benett, "Structural Optimization in the Industrial Design Process", Int. J. of Vehicle Design, Vol. 5, pp. 115-128, 1984.
- 4) F. Dieu, "Structural Optimization of a Vehicle Using Finite Element Techniques", SAE paper 885135, 1988.
- 5) Y. M. Xie and G. P. Steven, "Evolutionary structural optimization for dynamic problems", Computers & Structures, Vol. 58, No 6, pp. 1067-1073, 1996.
- 6) D. Nha Chu, Y. M. Xie, A. Hira and G. P. Steven, "Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints", Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 21, pp. 239-251, 1996.
- 7) H. Azegami, "Shape Optimization of Solid Structures Using the Growth-Strain Method", SAE 921063, 1992.
- 8) H. Azegami, T. Ogihara and A. Tagamik, "Analysis of uniform strength shape by the growth-strain method ", JSME Int. J., Ser. 3, Vol. 34, No. 3, pp. 355-361, 1991.
- 9) I-DEAS Master Series Manual, SDRC Inc. 1994.
- 10) S. Y. Han, K. R. Lee and H. W. Bai, "Development of Shape Optimal Design System using Stress Control", 한국 자동차공학회 추계학술대회 논문집, Vol. II, pp. 601-606, 1997.