

# Socket Forming에 관한 상계 해석

황범철\*, 홍승진\*, 배원병\*\*

## An Upper-Bound Analysis of the Socket Forming Process

Bum Chul Hwang\*, Seung Jin Hong\*, and Won Byong Bae\*\*

### ABSTRACT

A kinematically-admissible velocity field is proposed to determine the forming load, the average extruded length and the velocity distribution in the forward and backward extrusion process of a socket. Experiments are carried out with antimony-lead billets at room temperature using the rectangular punch and the hexagonal die. The theoretical predictions of the forming load and the average extruded length are in good agreement with the experimental results.

**Key Words** : socket(소켓), forward and backward extrusion(전후방압출), kinematically-admissible velocity field (동적가용속도장), forming load(성형하중), extruded length(압출길이), velocity distribution(속도 분포)

### 기호설명

in the cross-section

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$

= pseudo-independent parameters

$H$  = height of the neutral surface

$R, \theta, Z$  = cylindrical coordinates

$T$  = height between punch and die

$U_0$  = punch velocity

$U_r, U_\theta, U_z$  = velocity components in cylindrical coordinates

$V_B$  = backward extrusion velocity

$V_F$  = forward extrusion velocity

$\omega(\theta)$  = function to satisfy velocity boundary conditions on the axis of symmetry

### 1. 서론

소켓렌치용 소켓은 볼트에 너트를 쥘 때 또는 풀 때 사용되는 것으로, 소켓부의 모양에 따라 12각 소켓 및 6각 소켓의 2종으로 구분된다.

기존의 소켓의 성형방법은 6각(또는 12각) 형상을 먼저 가공한 후, 4각 형상을 가공하는 두 번의 후방압출공정에 의해 만들어진다.

전후방압출공정은 펀치의 이동방향에 대하여 소재의 유동이 전방과 후방으로 동시에 압출되는 공정이다. 기계요소의 많은 제품들이 전후방압출공정에 의해서 제작된다. 또한 전후방압출공정을 함으로써 압출공정시 필요한 하중이 작아진다는 것은

\* 부산대학교 대학원 정밀기계공학과

\*\* 부산대학교 기계공학부/기계기술연구소

Avitzur<sup>[1,2]</sup>등에 의해 연구되어졌다.

전후방압출공정에 대한 최근의 연구를 살펴보면, Chitkara와 Butt<sup>[3]</sup>는 미끄럼 선장법을 이용하여 해석하였으며, Kuzman<sup>[4]</sup>등은 DEFORM을 이용하여 다이형상, 마찰 그리고 윤활등이 소재유동에 미치는 영향에 대해서 연구하였다.

본 연구에서는 두 번의 후방압출공정을 한 번의 전후방압출공정으로 성형이 가능한지를 UBET해석을 이용하여 검토하고, 성형하중과 변형양상을 예측하여 실험결과와 비교·검토하고자 한다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 해석 모델 및 속도장

소켓의 형상은 한 쪽은 사각형이고 반대쪽은 육각형으로 되어있다. 본 연구에서는 사각형부분이 후방압출이 되고, 육각형부분이 전방압출이 되도록 형상을 설정하였다.

UBET해석을 위하여 변형은 2단계로 가정하였는데, 1단계는 사각부분의 후방압출이 끝날 때까지로 전후방압출이 이루어지는 단계이며, 2단계는 사각부분의 성형이 끝나고 육각부분의 전방압출만이 일어나는 단계로 가정하였다. 각 단계에 대한 해석 모델과 요소분할은 Fig. 1~2와 같다.

#### 2.1.1 1단계의 속도장

1단계에서는 전방압출과 후방압출이 동시에 일어나는 단계로서 4개의 요소로 분할하였다. 요소 I과 II는 후방압출부의 사각형상, 요소 III과 IV는 전방압출부의 육각형상에 대한 요소이다.

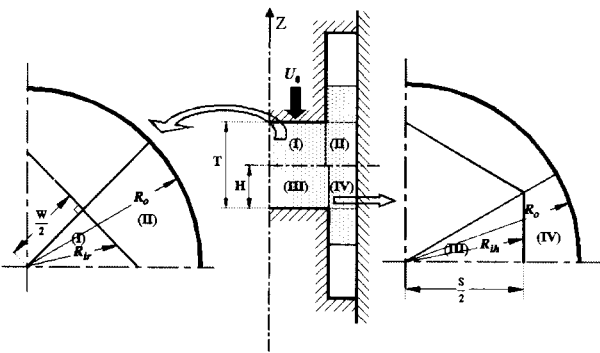


Fig. 1 A general scheme for stage I in the socket forming

모든 요소에서의 Z방향의 속도는 선형적으로 가정하였으며, 전후방압출의 중립면에서의 Z방향의 속도는 모든 요소에서 동일하다고 가정하였다.

먼저 요소 I에서 Z방향의 속도를 선형적으로 가정하여 아래의 속도경계조건,

$$Z=0 \text{ 에서 } U_z=0$$

$$Z=T \text{ 에서 } U_z=-U_0$$

을 이용하여 식 (1)과 같이 구할 수 있다.

$$U_{z1} = -\frac{U_0}{T} Z \quad (1)$$

여기서 접선방향의 속도경계조건을 만족시키기 위해  $\omega(\theta)$ 를 도입하여<sup>[5,6]</sup>,

$$U_{\theta 1} = -\frac{U_0}{T} R \omega_1(\theta) \quad (2)$$

라 가정하고, 원통좌표계의 체적일정조건을 이용하여 적분하면,

$$R U_{r1} = \frac{U_0 R^2}{2T} \left[ 1 + \frac{d\omega_1}{d\theta} \right] + C_1 \quad (3)$$

여기서 속도경계조건  $R=0$ 에서  $U_r=0$ 을 대입하면,

$$U_{r1} = \frac{U_0 R}{2T} \left( 1 + \frac{d\omega_1}{d\theta} \right) \quad (4)$$

이 된다.

요소 II에서는 중립면에서 Z방향의 속도가 요소 I과 같다고 가정하였으므로 아래의 속도경계조건,

$$Z=H \text{ 에서 } U_{z2} = U_{z1} = -\frac{U_0}{T} H$$

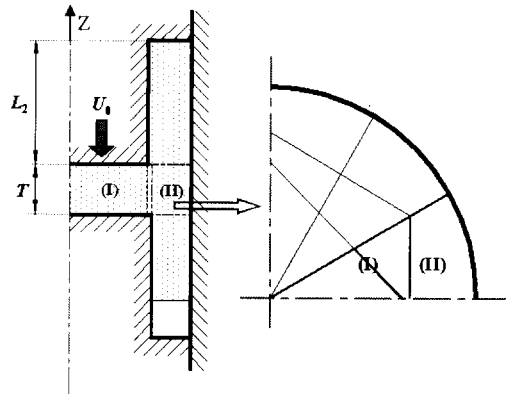


Fig. 2 A general scheme for stage II in the socket forming

$Z = T$  에서  $U_Z = V_B$

을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$U_{Z2} = \frac{1}{T-H} \left[ (V_B + \frac{U_0}{T} H) Z - (V_B + U_0) H \right] \quad (5)$$

여기서, 요소 I에서와 같이 회전방향의 속도를 가정하면,

$$U_{\theta 2} = - \frac{U_0}{T-H} R \omega_2(\theta) \quad (6)$$

위 식들을 체적일정조건에 대입하여 적분하면,

$$U_{r12} = \frac{R}{2(T-H)} \left( U_0 \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{U_0}{T} H - V_B \right) + \frac{C_1^*}{R} \quad (7)$$

여기에 아래의 경계조건을 대입하여 미지의 항을 구하면,

$R = R_0$  에서  $U_r = 0$  을 대입하면,

$$V_B = \frac{2(T-H)}{R_0^2} C_1^* + U_0 \left( \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{H}{T} \right) \quad (8)$$

$R = R_{ir}$  에서

$$\begin{aligned} U_{r11} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) + U_{\theta 11} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \\ = U_{r12} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) + U_{\theta 12} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \end{aligned}$$

을 대입하면,

$$\begin{aligned} C_1^* = U_0 \frac{R_{ir}^2 R_0^2}{R_0^2 - R_{ir}^2} \left[ \frac{1}{2T} \left\{ 1 + \frac{d\omega_1}{d\theta} \right. \right. \\ \left. \left. - 2\omega_1(\theta) \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \right\} \right. \\ \left. - \frac{1}{T-H} \left\{ \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{H}{T} \right. \right. \\ \left. \left. - \omega_2(\theta) \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \right\} \right] \quad (9) \end{aligned}$$

을 구할 수 있다.

요소 III과 IV에서도 같은 원리를 이용하여 각각의 속도장을 구할 수 있다.

### 2.1.2 2단계의 속도장

2단계는 후방압출공정이 완료되고 전방압출만이 일어나는 단계로서 전방압출부의 육각형상에 대해서만 고려하면 된다.

요소분할은 육각형상에 대해서만 하므로 총 2개의 요소로 분할을 할 수 있다. 속도장의 유도는 1단계와 동일한 과정을 따른다.

각 단계별 요소의 속도장을 Table 1, 2에 정리하

였다.

### 2.2 상계해

상계이론은 완전 강소성체의 변형에 관한 모든 동적가용속도장 중에서 실제의 공정에 필요한 에너지율인  $J^*$  값을 최소화하는 것이다.

$$J^* = \Sigma \dot{W}_i + \Sigma \dot{W}_s + \Sigma \dot{W}_f \quad (10)$$

내부변형에너지소비율  $\dot{W}_i$  는 (식 11)과 같이 주어진다.

$$\dot{W}_i = \bar{\sigma}_m \int \bar{\epsilon} dV \quad (11)$$

전단에너지소비율  $\dot{W}_s$  는 (식 12)와 같이 주어진다.

$$\dot{W}_s = \frac{\bar{\sigma}_m}{\sqrt{3}} \int_S |\Delta v|_s dS \quad (12)$$

여기서,  $|\Delta v|_s$  는 전단경계면에서의 속도불연속량이다.

마찰에너지소비율  $\dot{W}_f$  는 식 (13)과 같이 주어진다.

$$\dot{W}_f = m \frac{\bar{\sigma}_m}{\sqrt{3}} \int_{S_f} |\Delta v|_f dS \quad (13)$$

여기서,  $|\Delta v|_f$  는 마찰경계면에서의 속도불연속량이고,  $m$  은 다이(또는 펀치)와 재료사이의 마찰상수이다.

압출하중은 식 (14)로 구할 수 있다.

$$L = \frac{J^*}{U_0} \quad (14)$$

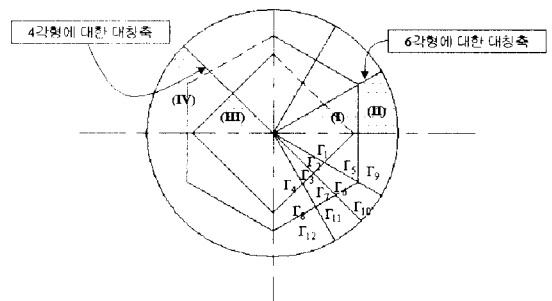


Fig. 3 A general scheme for the shear boundaries in the neutral surface at Stage I in the socket forming

Table 1 The kinematically-admissible velocity field for stage I

Element No.	$U_{rI}$	$U_{\theta I}$	$U_{zI}$
I	$\frac{U_0 R}{2T} \left( 1 + \frac{d\omega_1}{d\theta} \right)$	$-\frac{U_0}{T} R\omega_1(\theta)$	$-\frac{U_0}{T} Z$
II	$\frac{R}{2(T-H)} \left( U_0 \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{U_0}{T} H - V_B \right) + \frac{C_1^*}{R}$	$-\frac{U_0}{T-H} R\omega_2(\theta)$	$\frac{1}{T-H} \left[ \left( V_B + \frac{U_0}{T} H \right) Z - (V_B + U_0) H \right]$
III	$\frac{U_0 R}{2T} \left( 1 + \frac{d\omega_3}{d\theta} \right)$	$-\frac{U_0}{T} R\omega_3(\theta)$	$-\frac{U_0}{T} Z$
IV	$\frac{R}{2} \left( \frac{U_0}{H} \frac{d\omega_4}{d\theta} + \frac{U_0}{T} + \frac{V_F}{H} \right) + \frac{C_2^*}{R}$	$-\frac{U_0}{H} R\omega_4(\theta)$	$-\left( \frac{U_0}{T} + \frac{V_F}{H} \right) Z + V_F$

$\omega_1(\theta) = R_{ir}^{P_1}(\theta) \cdot A_1 \cdot \sin \langle n_1, \theta \rangle$  ,  $\omega_2(\theta) = R_{iv}^{P_2}(\theta) \cdot A_2 \cdot \sin \langle n_1, \theta \rangle$   
 $C_1^* = U_0 \frac{R_{ir}^2 R_0^2}{R_0^2 - R_{ir}^2} \left[ \frac{1}{2T} \left( 1 + \frac{d\omega_1}{d\theta} - 2\omega_1(\theta) \tan \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) - \frac{1}{T-H} \left( \frac{d\omega_2}{d\theta} - \frac{H}{T} - \omega_2(\theta) \tan \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) \right) \right]$   
 $\omega_3(\theta) = R_{ih}^{P_3}(\theta) \cdot A_3 \cdot \sin \langle n_2, \theta \rangle$  ,  $\omega_4(\theta) = R_{ih}^{P_4}(\theta) \cdot A_4 \cdot \sin \langle n_2, \theta \rangle$   
 $C_2^* = U_0 \frac{R_{ih}^2 R_0^2}{R_0^2 - R_{ih}^2} \left[ \frac{1}{2T} \left( 1 + \frac{d\omega_3}{d\theta} + 2\omega_3(\theta) \tan \theta \right) - \frac{1}{H} \omega_4(\theta) \tan \theta \right]$   
 $V_F = -\frac{2H}{R_0^2} C_2^* - U_0 \left( \frac{d\omega_4}{d\theta} + \frac{H}{T} \right)$

Table 2 The kinematically-admissible velocity field for stage II

Element No.	$U_{rII}$	$U_{\theta II}$	$U_{zII}$
I	$\frac{U_0 R}{2T} \left( 1 + \frac{d\omega_5}{d\theta} \right)$	$-\frac{U_0}{T} R\omega_5(\theta)$	$-\frac{U_0}{T} Z$
II	$\frac{R}{2T} \left[ U_0 \left( 1 + \frac{d\omega_6}{d\theta} \right) + V_F \right] + \frac{C_3^*}{R}$	$-\frac{U_0}{T} R\omega_6(\theta)$	$-\frac{U_0 + V_F}{T} Z + V_F$

$\omega_5(\theta) = R_{ih}^{P_5}(\theta) \cdot A_5 \cdot \sin \langle n_2, \theta \rangle$  ,  $\omega_6(\theta) = R_{ih}^{P_6}(\theta) \cdot A_6 \cdot \sin \langle n_2, \theta \rangle$   
 $C_3^* = \frac{U_0}{2T} \frac{R_{ih}^2 R_0^2}{R_0^2 - R_{ih}^2} \left( 1 + \frac{d\omega_5}{d\theta} + 2(\omega_5 - \omega_6) \tan \theta \right)$   
 $V_F = -\frac{2T}{R_0^2} C_3^* - U_0 \left( 1 + \frac{d\omega_6}{d\theta} \right)$

본 연구에서는 요소분할을 최소화하기 위하여 후방압출부는 사각형, 전방압출부는 육각형을 기준으로 분할하였다. 따라서 전단에너지소비율과 마찰에너지소비율을 계산할 때, 90°의 대칭축을 기준으로 하였으며, 종립면에서는 Fig. 3에 보이는 바와 같이 각 형상에 대해서 전단에너지소비율과 마찰에너지소비율을 고려하여 계산하였다.

### 3. 실험

#### 3.1 실험소재 및 물성치

실험소재로는 안티몬납을 사용하였으며, 소재의 물성치를 알기 위해 실린더압축시험을 하여 다음 관계식을 얻었다.

$$\bar{\sigma} = 36.1 \bar{\epsilon}^{0.1806} \quad (\text{MPa}) \quad (15)$$

### 3.2 실험장치 및 방법

실험은 50ton유압프레스에 금형을 설치하고 스트로크에 따른 하중을 측정하기 위하여 변위측정기(최대측정길이 100mm)와 로드 셀(최대 용량 30ton)을 설치하였다.

편치와 다이의 재질은 기계구조용탄소강(S45C)을 사용하였다.

실 제품 실험은 안티몬납을 사용하여 무운활상 상태에서 하였으며, 마찰 상수값은 링압축시험을 통하여 0.4의 값을 얻었다. 또한 스트로크에 따른 압출길이를 구하기 위하여 스트로크를 2mm단위(2, 4, 6, 8, 10, 12, 14mm)로 변화시키며 실험하였다. 스트로크에 따른 성형된 제품을 Fig. 4에 나타내었다.

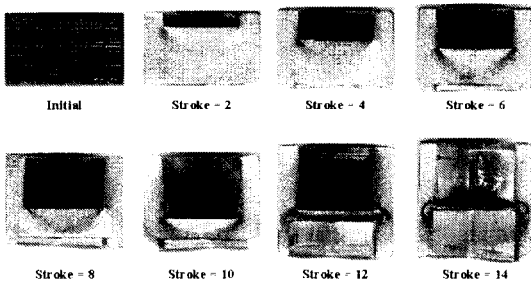


Fig. 4 Deformation pattern of the socket according to the stroke

## 4. 결과 및 고찰

### 4.1 성형하중

Fig. 5에 스트로크에 따른 성형하중을 나타내었으며, 실험치와 이론치가 대체로 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

스트로크가 9mm까지는 하중이 완만하게 상승하고, 이후 하중이 급상승함을 알 수 있다. 이는 Fig. 4의 실 제품의 사진이나 Fig. 6의 압출길이에서 보듯이 이 지점에서 사각부분의 성형이 끝나고 육각부분의 전방압출만이 일어나는 지점임을 알 수 있다. 이는 육각부분의 단면감소율(0.88)이 사각부분의 단면감소율(0.67)보다 크기 때문에 하중이 급상승하게 된다.

### 4.2 압출길이

Fig. 6에 스트로크에 따른 압출길이를 나타내었

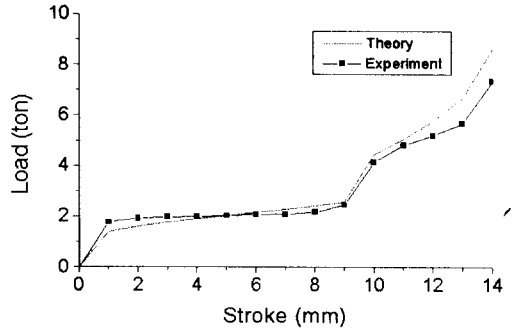


Fig. 5 Load-stroke curve in the combined extrusion process for socket forming

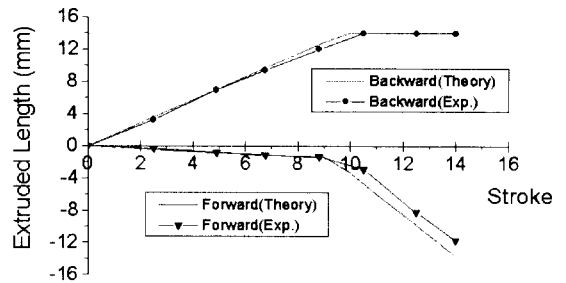


Fig. 6 Comparison of average extruded length between theory and experiment

으며, 이론치의 경우 속도에 의한 압출길이의 계산이 이루어지므로 약간의 오차를 보이지만 실험치와 대체로 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

## 5. 결론

소켓의 전후방압출공정을 해석하기 위한 동적 가용속도장을 제시하였고, 제시된 속도장으로부터 스트로크에 따른 성형하중과 압출길이를 UBET(상계요소법)을 이용하여 해석하였다.

이론 해석의 타당성을 검토하기 위해서 안티몬납을 사용하여 실험한 결과, 스트로크에 따른 성형하중과 압출길이의 변화가 잘 일치하였다.

따라서, 본 논문에서 제시된 속도장은 소켓의 전후방압출공정에서의 성형하중과 압출길이를 예

측하는데 간편하게 사용할 수 있으며, 기존의 공정을 전후방압출공정으로 바꿈으로서 생산성의 향상과 생산비용의 절감을 기대할 수 있다.

### 참고문헌

1. Avitzur, B., Hahn, W. C., and Mori Mashhiro, "Analysis of Combined Backward-Forward Extrusion," J. Engng Ind. Trans ASME, Vol. 98, No. 2, pp. 438-445, 1976.
2. Avitzur, B., and Umana, C. E., "Effect and Application of Geometry Variations on the Combined Forward-Backward Extrusion," J. Engng Ind. Trans ASME, Vol. 101, No. 1, pp. 175-181, 1979.
3. Chitkara, N. R., and Butt, M. A., "Combined Rod and Tube Extrusion : Numerical Solution of Axi-symmetric Slip-line Fields and Associated Velocity Fields," Int. J. Mech. Sci., Vol. 39, No. 4, pp. 435-454, 1997.
4. Kuzman, K., Pfeifer, E., Bay, N., and Hunding, J., "Control of Material Flow in a Combined Backward Can - Forward Rod Extrusion," J. Mat. Proc. Tech., Vol. 60, pp. 141-147, 1996.
5. W.B. Bae, and D.Y. Yang, "An upper-bound analysis of the backward extrusion of tubes of complicated internal shapes from round billets," J. Mat. Proc. Tech., Vol. 36, pp. 157-173, 1993.
6. 김명훈, 황범철, 김호윤, 배원병, "다각형의 머리를 가진 봉의 압출/단조 공정에 관한 UBET 해석," 한국정밀공학회지, Vol. 16, No. 9, pp. 110-116, 1999.