

효용이론과 수정복합법에 기초한 사출 성형품의 다특성 최적화를 위한 자동 금형설계

박종천*, Byung H. Kim**

Automated Mold Design to Optimize Multi-Quality Characteristics in Injection Molded Parts Based on the Utility Theory and Modified Complex Method

Jong Cheon Park* and Byung H. Kim**

ABSTRACT

Plastic mold designers are frequently faced with optimizing multi-quality issues in injection molded parts. These issues are usually in conflict with each other, and thus tradeoff needs to be made to reach a final compromised solution. In this study, an automated injection molding design methodology has been developed to optimize multi-quality characteristics of injection molded parts. The features of the proposed methodology are as follows: first, utility theory is applied to transform the original multi-objective problem into single-objective problem. Second is an implementation of a direct search-based injection molding optimization procedure with automated consideration of robustness against process variation. The modified complex method is used as a general optimization tool in this study. The developed methodology was applied to an actual mold design and the results showed that the methodology was useful through the CAE simulation using a commercial injection molding software package. Applied to production, this study will be of immense value to companies in reducing the product development time and enhancing the product quality.

Key Words : Injection Molded Parts(사출 성형품), Multi-objective Optimization(다목적 최적화), Utility Theory(효용 이론), Modified Complex Method(수정복합법)

1. 서론

1.1 연구목적 및 내용

사출성형(plastic injection molding)은 고압의 용융된 플라스틱 고분자 수지를 금형의 캐비티

(cavity) 안으로 주입하여 냉각시킴으로써 원하는 형상의 제품을 만드는 기술이다^[1]. 일반적으로 사출 성형품의 품질은 수지(material), 금형(mold), 제품(part), 공정 조건(process conditions) 등의 사출성형과 관련된 설계 공간(design space)들에 의해 총체적으로 결정된다.

* 금오공과대학교 기계공학부

** Dept. of Mechanical Engineering, Univ. of Massachusetts, Amherst, U. S. A.

그러나 이들 설계 공간과 각 설계 공간에 속하는 변수들은 복잡한 다차원적이고 비선형적 관계(complex multi-dimensional and nonlinear relationships)를 가지고 있어서 성형불량을 최소화할 수 있는 최적의 설계 변수값을 찾기란 매우 어렵다²⁾. 특히 한 성형품에 최소화하고자 하는 서로 다른 성형불량 특성들이 동시에 나타날 때에는 서로 충돌(conflict)하는 경우가 많으므로 이것들을 동시에 최적화하는 일은 단일 불량 특성이 존재하는 경우에 비해 더욱 어려워진다. 게다가 사출 공정은 내재적으로 공정 변동(process variation)이 심하고 이를 제거하기가 거의 불가능한 특징을 갖고 있다. 이것은 사출기에 의해 성형이 진행되는 동안 공정 변수들을 초기에 설정한 설계값대로 일정하게 유지시키기가 매우 어렵기 때문이다. 이러한 공정 조건의 변동으로 인해 최종 성형품 내의 품질도 변동되므로 최적설계의 어려움은 더욱 커질 수밖에 없다.

이러한 이유로 인해 전통적으로 사출금형 설계자는 경험에 근거한 시행착오적 설계 방법에 의존해왔다. 최근에 와서는 컴퓨터와 사출성형 CAE(Computer Aided Engineering)의 발달로 해석용 소프트웨어를 이용하여 금형설계 단계에서 성형불량의 발생 여부를 예측할 수 있게 되었다. 그러나 현재의 사출성형 해석 소프트웨어가 뛰어난 많은 기능이 있음에도 불구하고 아직까지도 최적 금형설계의 어려움은 계속되고 있는데, 이것은 이들 소프트웨어가 위에서 설명한 사출성형 공정에 내재된 문제점들을 해결할 수 있는 최적의 설계해를 직접적으로 제시해 주지는 못하기 때문이다. 이로 인해 현재까지도 대부분의 설계자들은 해석 소프트웨어를 전통적인 설계 방식에 따라 사용하고 있는 실정이다. 즉 소프트웨어로 성형 과정을 시뮬레이션(run)하고 그 결과를 평가(evaluation)한 후 설계 변수들을 재설계(redesign)하여 다시 시뮬레이션하는 설계 방식에서 벗어나지 못하고 있다. 이러한 설계 방식은 여전히 비효율적일 뿐만 아니라 최적해를 얻기도 매우 어려우므로 새로운 최적 자동설계 방안이 요구된다.

이와 같은 관점에 따라 본 연구에서는 제품, 금형, 공정 조건의 설계 공간을 고려하여 사출 성형품 내의 서로 충돌하는 성형불량 특성들을 동시에 최적화하는 설계해를 자동으로 결정하기 위한 설계 방법을 개발하고자 하였다. 본 연구의 설계 방법에서 최적해(optimal solution)란 최적성(optimality)과 강건성(robustness)을 동시에 갖는 설계해를 의미한다. 여기에서 최적성이란 문제의 특성값이 설계 목표값에 근접해 있는 정도를 말하고, 강건성은 잡음(noise), 즉 제어 불가능한 변수들의 변동으로 인해

발생된 특성값들이 평균치를 중심으로 산포(deviation)된 정도를 뜻한다. 본 연구에서는 설계자의 설계 의도에 따라 절충(tradeoff)되어 결정되는 다수의 성형불량 특성들에 대한 전체 선호도(overall preference)를 최적화를 위한 특성값으로 하였다. 따라서 본 연구에서 추구하는 최적해란 설계자의 성형불량 특성들에 대한 절충 태도(tradeoff attitude)에 의해 결정되는 전체 선호도가 최대로 됨과 동시에 공정 변동에 대해 그 값의 변화가 작은 설계해를 말하며, 자동설계란 최적화 알고리즘을 사용하여 설계자와 대화를 최소화하면서 적은 횟수의 탐색으로 최적해를 효율적으로 결정할 수 있는 방법을 의미한다. 이를 위해 본 연구에서는 다목적 최적화를 위한 효용 이론(utility theory)과 강건 설계 방법(robust design method) 및 최적해 탐색 방법(optimal solution search method)을 통합한 새로운 최적 자동설계 방법을 개발하였다. 다수 성형불량 특성의 최적화를 위해 설계자의 선호도에 기초한 효용함수(utility function)를 개발하여 사용하였으며, 해의 강건성을 평가하기 위해서는 Taguchi의 신호 대 잡음비(signal-to-noise(S/N) ratio)^{3,4)} 개념을 사용하였다. 또한 최적해를 자동으로 탐색하기 위해 직접 탐색법(direct search method)의 하나인 콤플렉스법(complex method)을 일부 수정한 수정콤플렉스법(modified complex method)을 사용하였다. 끝으로 본 연구에서는 개발된 최적 자동설계 방법을 캔(can)모델²⁾에 적용하여 이 모델에 나타나는 성형불량인 휨(warpage)과 웰드라인(weld line)을 최적화하였다. 시뮬레이션을 통해 기존 설계와 비교한 결과 만족할 만한 설계해를 얻었으며 본 설계 방법의 유용성을 확인할 수 있었다.

1.2 최적화 관련연구

플라스틱 사출 제품의 성형불량으로는 휨(warpage), 웰드라인(weld line), 멜드라인(meld line), 수축(shrinkage), 플로우 마크(flow mark), 플래시(flash), 싱크 마크(sink mark), 공동(void) 등을 들 수 있다. 최적화의 관점에서 본 연구에서는 이들 각각의 성형불량을 품질 특성(quality characteristic)이라고 하고 두 개 이상의 품질 특성을 다특성이라고 부른다. 최근까지 플라스틱 사출 제품의 성형불량을 최적화하는 설계 방법에 대한 연구들이 수행되어 왔다^{2,5,6-13)}. 특히 Jacques⁶⁾, Rezart와 Stafford⁷⁾ 등은 성형품 내의 잔류 응력의 측정 모델을 제시하여 휨을 예측하고자 하였다. Pandelidis와 Zou⁸⁾는 수치적 최적화 알고리즘을 사용하여 성형품 내의 온도차(temperature difference), 과충전(overpack), 마찰 과열(frictional

overheating)을 최소화하는 최적 공정 설계 방법을 제시하였다. 김석주⁹⁾와 김영일¹⁰⁾은 Pandelidis 등¹²⁾과 동일한 목적함수를 사용하되 유전자 알고리즘(genetic algorithm)을 사용하여 최적화를 시도하였다. 그러나 이들은 사출성형 과정 중 충전 과정에 대해서만 최적화를 시도하였고 보압과 냉각 과정은 고려하지 않았다. Lee와 Kim^{13,14)}은 콤플렉스법(complex method)을 사용하여 힘을 최소화하려는 연구를 수행하였다. 이들은 먼저 사출성형 조건을 일정하게 유지하여 제품의 벽 두께를 최적화시킨 후, 다시 성형 조건을 최적화하는 순차적인 설계 방법을 택하였다. Yao¹²⁾는 설계 공간을 수지, 제품, 금형, 공정 조건까지 확장시킨 최적설계 방법을 제안하였다. 이를 위해 그는 콤플렉스법과 Taguchi 방법을 통합한 새로운 설계 방법을 제시하였다. 그러나 Yao는 최적화를 위한 특성으로 웰드라인과 휨을 다루었으나 이것들을 동시에 최적화하지 않고 각각을 따로 고려하는 단일 특성(single attribute) 문제만을 다루었다.

2. 사출 성형품의 다특성 최적화

서론에서도 언급하였듯이 사출 성형불량, 즉 품질 특성들은 사출성형 공정과 관련된 전체 설계 변수들에 의해 동시에 영향을 받으므로 성형품 내에서 이들의 거동이 서로 충돌하는 경우가 자주 발생한다. 다시 말해 다특성을 동시에 제어하는 과정에서 하나의 특성이 개선된다고 하더라도 나머지 다른 특성들은 오히려 악화될 수 있는 것이다.

사출 성형품 내의 상충하는 다특성을 동시에 최적화하는 문제는 전형적인 다목적 최적화 문제(multi-objective optimization problem)에 속한다. 따라서 최적화를 위해서는 충돌하는 목적함수들을 설계 의도에 의해 결정되는 설계자 선호도(designer's preference)에 따라 적절히 절충하는 일이 필요하다. 일반적으로 다목적 최적화 방법으로는 크게 생성 기법(generating methods)과 선호 기반 기법(preference based methods)이 있다^{15,16)}. 생성 기법은 가능한 해공간에서 파레토 최적해(Pareto-optimal solution) 집합, 즉 서로 우열을 가릴 수 없는 해 집합(non-inferior solution set)을 체계적으로 찾을 수 있는 절차를 개발하는 방법이다. 이 방법의 가장 큰 단점은 대부분의 설계 문제에서 완전한 파레토 최적해를 생성하는 데는 한계가 있고, 설령 충분한

해를 얻었다고 하더라도 그 중에서 설계자가 최종해를 선택하기란 쉽지 않다는 데 있다. 반면에, 선호 기반 기법은 각 특성에 대한 설계자의 선호도를 구하고 이로부터 다수 특성에 대한 선호도를 하나의 상위 평가 기준(super criterion)으로 통합하는 효용이론(utility theory)^{17,18)}을 이용한다. 선호 기반 기법은 일단 특성들에 대한 설계자의 선호도가 정의되면 생성된 임의의 해들에 대한 선호 관계를 설계자의 개입없이도 쉽게 판정할 수 있다. 따라서 본 연구에서와 같이 직접 탐색법을 이용하여 최적해를 탐색하기 위해서는 탐색 과정에서 현재까지 탐색된 해들의 우열을 자동으로 가려 나가야 하는데 이러한 경우에 선호 기반 기법이 적합하다고 볼 수 있다. 이에 따라 본 연구에서는 다특성을 최적화하기 위한 수단으로 효용 이론을 사용하였으며, 이로부터 개별 특성값들을 효용(utility)이라고 하는 단일 평가척도로 변환하고 이것을 설계 최적화의 대상으로 하였다.

3. 효용함수의 결정

일반적으로 다목적 최적화 문제에서 최적해를 구하는 일은 가능한 설계 대안들(design alternatives)의 집합, 즉 파레토 최적해 집합 중에서 설계자가 가장 선호하는 대안을 선택하는 일에 해당된다. 본 연구에서는 최적의 설계 대안을 선정하기 위해서는 대안들에 대한 설계자의 선호 관계가 정량화되어야 한다고 보고, 이러한 선호 관계를 표현하는 수단으로 효용이라는 평가 척도를 사용하였다. 효용함수(utility function)는 설계 대안에 대한 효용을 나타내는 함수이며, 효용(utility)이란 대안에 대해 선호하는 정도를 0과 1사이의 수치로 표현한 것이다^{15,17,18)}.

Keeney와 Raiffa¹⁷⁾에 의하면 특성들이 상호 효용 독립(utility independence)일 때 전체 다특성 효용함수(overall multi-attribute utility(MAU) function)는 아래 (1)식으로 나타낼 수 있다. 특성의 상호 효용 독립이란 한 특성에 대한 효용의 비선형성 정도가 다른 특성의 특성값 수준에 의해 영향을 받지 않는다는 것을 의미한다.

$$U(x) = \frac{1}{K} \left[\left[\prod_{i=1}^n (Kk_i U_i(x_i) + 1) \right] - 1 \right] \quad (1)$$

식 (1)에서 $U(\mathbf{x})$ 는 특성 벡터 (attribute vector) $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 로 주어지는 설계 대안에 대한 MAU 함수이고 x_i 는 i 번째 특성의 특성값, $U_i(x_i)$ 는 i 번째 특성에 대한 단일 효용함수(single attribute utility(SAU) function), k_i 는 i 번째 특성에 대한 스케일링 상수(scaling constant)이다. 또한 K 는 규준화 상수(normalizing constant)로서 다음 식을 만족하는 상수이다.

$$1 + K = \prod_{i=1}^n (1 + Kk_i) \quad (2)$$

일반적으로 공학적 설계 과정에서는 설계 특성 간에 상호 효용 독립이 만족되는 경우가 많다고 알려져 있다¹⁷⁾. 만약 최적화해야 할 특성이 두 개이고 그것들이 상호 효용 독립이라고 가정하면 MAU 는 (1), (2)식으로부터 다음과 같이 표현된다.

$$MAU = k_1 U_1 + k_2 U_2 + (1 - k_1 - k_2) U_1 U_2 \quad (3)$$

여기에서 MAU를 결정하는 변수로서 U_1, U_2 는 두 개별 특성에 대한 각각의 SAU이고 k_1, k_2 는 스케일링 상수로서 각 특성의 상대적 중요도를 나타낸다.

SAU는 가장 선호하는 해의 경우 $U_{best}=1$ 을, 그 반대의 경우에는 $U_{worst}=0$ 을 부여하고 이들 두 극점 사이는 어떤 식으로든 설계자의 선호 관계를 반영하여 직선 또는 곡선 형태로 나타내는 것이 일반적이다. 전통적으로는 식 (1)의 MAU 결정 변수들을 구하기 위해 로터리 질문(lottery questions)에 기초한 확실 등가 방법(certainty equivalence method)^{15,17,19)}을 사용해 왔다. 그러나 이 방법은 매우 단순하여 변수들을 쉽게 구할 수는 있으나 특성에 관한 설계자의 선호 관계를 정확히 획득하기가 어렵다.

본 연구에서는 특성에 관한 설계자의 비선형적 선호 관계를 잘 반영하기 위해 Satty²⁰⁾가 제안한 계층분석법(Analytic Hierarchy Process : AHP)과 최적화 알고리즘을 이용하여 MAU 결정 변수를 구하는 새로운 방법을 고안하였다. 이 방법에서는 가상의 설계 대안들에 대해 AHP를 적용하여 이들 설계 대안

들에 대한 설계자의 선호 순위를 얻은 다음, 이러한 선호 순위가 식 (1)에 대해서도 성립하도록 식 (1)의 MAU 결정 변수들을 최적화 알고리즘을 사용하여 구한다. 이 과정을 구체적으로 설명하면 다음과 같다. 설명의 편의를 위해 개별 특성이 두 개이고 이들이 상호 효용 독립 관계에 있는 식 (3)의 경우에 대해서 설명하기로 한다.

[단계 1] 두 개별 특성의 SAU를 표현하기 위한 함수의 형태와 미지수를 결정한다. 본 연구에서는 SAU 함수 형태로 다음과 같이 정의되는 Bezier 곡선²¹⁾을 사용하였다.

$$P(u) = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} P_i \quad (4)$$

여기에서 u 는 Bezier곡선의 매개변수(parameter), P_i 는 조정점(control point), n 은 곡선의 차수(degree)이고 $(n+1)$ 은 조정점의 개수이다. Bezier 곡선은 조정점의 좌표를 조정함으로써 임의 형상의 곡선을 쉽게 표현할 수 있어서 특성에 관한 설계자의 비선형적인 선호도를 잘 나타낼 수 있다. Fig.1은 조정점이 네 개인 3차 Bezier 곡선을 사용하여 어떤 개별 특성의 SAU를 표현한 예이다. 그림에서 곡선의 양 끝 조정점들은 각각 $U_{best}=1$ 인 점(P_0)과 $U_{worst}=0$ 인 점(P_3)으로 고정되어 있으며 따라서 중간 조정점들(P_1, P_2)의 x, y 좌표를 조정함으로써 곡선 형상을 결정할 수 있다. 그러나 여기에서는 곡선의 형상을 간단히 구하기 위해 중간 조정점들의 y 좌표만을 결정 변수로 하고 x 좌표들은 특성

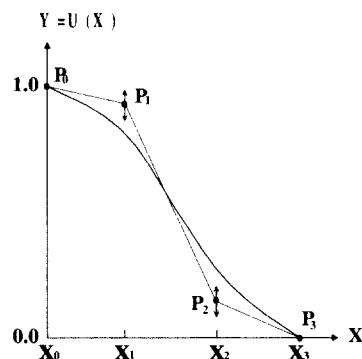


Fig. 1 Example of Bezier curve of degree 3.

값의 생성 가능한 최소-최대 범위($x_0 - x_3$)내에서 서로 균등하게 배치되도록 일정한 좌표값을 부여하였다. 이때 특성값의 범위는 Taguchi의 직교배열(orthogonal array) 실험과 설계자의 공학적 판단에 의해 쉽게 예측될 수 있다. 나머지 다른 하나의 특성에 대해서도 SAU 함수 형태를 이와 유사하게 정의할 수 있다. 따라서 MAU 함수는 두 SAU를 정의하는 Bezier 곡선들의 중간 조정점들의 y 좌표와 스케일링 상수 k_1, k_2 에 의해 결정된다.

[단계 2] 가상의 설계 대안들을 생성한다. 설계 대안은 두 개별 특성의 특정한 값의 쌍으로서, 단계1에서 예측된 각 특성값의 최소-최대 범위 내에 속하는 파레토 최적해 집합 중에서 임의로 선정하되 가능한 한 서로 균일한 분포를 이루도록 한다. 또한 MAU 결정 변수들을 최적화하기 위해 설계 대안을 MAU 결정 변수의 개수보다 많은 수가 되도록 생성한다.

[단계 3] 설계 대안들간의 선호 관계를 정한다. 본 연구에서는 설계 대안들간의 상대적 중요도를 AHP 방법을 사용하여 결정하였다. AHP 기법은 다목적 최적화 문제를 해결하기 위한 방법중의 하나로서, 계층 구조를 통해 의사 결정의 최종 목표, 의사 결정 요소, 설계 대안들을 차례로 최상위 계층, 중간 계층, 최하위 계층에 배치한 다음, 각 계층별로 계층내의 요소들간의 상위 계층의 한 요소에 대한 중요도를 요소들간의 쌍별 비교(pairwise comparison)에 의해 산출하고 이들을 종합하여 전체 설계 대안들간의 선호 순위를 자동으로 결정하는 방법이다. 이 방법은 설계 대안을 구성하는 특성들과 개개의 특성값간의 모든 쌍비교를 통해 설계 대안들에 대한 선호 관계를 얻으므로 로터리 질문 방식에 비해 설계자의 선호도를 보다 정확하게 획득할 수 있다. AHP 기법에 대한 구체적인 내용은 참고문헌[20]을 참고하기 바란다.

[단계 4] 최적화 알고리즘을 사용하여 MAU 결정 변수들을 구한다. 본 연구에서는 단계3에서 획득한 설계 대안들의 선호 순위와 이 설계 대안들의 효용, 즉 식 (3)으로 계산되는 MAU 값의 순위가 서로 일치하도록 결정 변수들을 최적화한다. 이 때 최적화 계산 과정에서 설계 대안들간의 선호 우선 관계를 엄격히 판정하기 위해 작은 양의 상수 δ 를 설정하고, 두 설계 대안의 MAU값의 차이가 δ 보다 클 때만 두 설계 대안이 우열 관계에 있음을 판정

하도록 하였다.

4. 최적해의 구현

본 연구에서 추구하는 최적 설계해는 최적성(optimality)과 강건성(robustness)을 동시에 갖춘 해이다. 최적성은 설계 특성값이 목표값에 얼마나 근접해 있는지에 대한 척도이고, 강건성은 잡음(noise), 즉 제어할 수 없는 공정상의 변동(process variation)에 대한 특성값의 민감 정도를 말한다. 사출성형 공정을 위한 설계해는 최적성과 함께 특히 강건성이 대단히 중요한 설계 목표가 되어야 한다. 이것은 사출성형은 내재적으로 공정 변동이 심하여 초기에 설정한 설계 조건들이 공정이 진행되는 동안에 높은 정도의 공차 범위내에서 유지되기 어렵기 때문이다. 따라서 최적해의 자동설계는 가능한 한 최고의 특성값을 가지면서 동시에 그 값에서 공정 변동으로 인한 특성값의 편차(deviation)가 작게 되는 해(최적해)를 일정한 규칙에 따라 자동으로 탐색하여 결정할 수 있는 설계(자동설계)이다. 자동설계 과정에 대해서는 다음 절에서 설명하기로 한다.

본 연구에서 최적설계를 위한 특성값은 효용이며 따라서 효용의 최적성과 강건성을 추구한다. 본 연구에서는 설계해의 최적성과 강건성을 동시에 구현하기 위해 Taguchi의 직교 배열(orthogonal arrays) 실험^[3,4]을 수행하고 평가 척도로서 S/N비^[3,4]를 사용하였다. 직교 배열은 주어진 설계 변수들로 한정된 횟수의 실험만을 수행하고 이로부터 전체 실험에 대한 최대한의 정보를 얻을 수 있도록 고안된 일종의 실험 계획표에 해당한다. 본 연구에서는 현재의 설계 변수들(design factors)의 설계값에서 잡음에 의한 공정 조건의 변동을 모델링하기 위해 잡음 변수들(noise factors)로 직교 배열을 구성하였다. Table 1은 잡음 변수에 의한 직교 배열의 한 형태로서 L_4 의 예를 보인 것이다. 배열의 열에는 잡음 변수(N_1, N_2, N_3)가 배치되고, 행은 잡음 변수들의 4개의 다른 수준 조합을 나타낸다. 실제 실험은 설계 변수들(X_1, X_2, \dots, X_n)의 현재 설계값, 즉 현재의 설계점(current design point)에 대해 잡음 배열의 정해진 실험 순서대로 반복해서 실시한다. Table 1의 경우는 현재의 설계점에 대해 총 4번의 실험이 필요하며, 각 실험은 실험별로 정해져 있는 잡음

Table 1 Noise array (L_4) and its experiments for the current design.

Noise Factors			
Run	N_1	N_2	N_3
R_1	1	1	1
R_2	1	2	2
R_3	2	1	2
R_4	2	2	1

변수의 수준값을 참조하여 실시한다.

많은 설계 문제에서 설계해의 최적성과 강건성은 서로 충돌할 소지가 많다. 따라서 이 경우에도 최적해를 얻기 위해서는 이 두 속성(attributes)을 절충할 필요가 있다. 본 연구에서는 Taguchi가 제안한 S/N비 개념을 사용하여 이러한 다속성 최적화 문제(multi-attribute optimization problem)를 S/N비를 목적함수로 하는 단일 속성 최적화 문제로 변환하였다. S/N비는 특성값의 평균과 평균에 대한 특성값의 산포를 동시에 평가하기 위한 척도로서 본 연구에서 효용에 대한 최적성과 강건성을 동시에 구현하기 위한 평가 기준으로 사용될 수 있다. S/N비는 특성에 따라 크게 망소형(smaller-the better type), 망대형(larger-the better type), 망목형(nominal-the best type) 등으로 나눌 수 있는데, 본 연구와 같이 효용은 클수록 바람직하므로 망대형에 속한다. 망대형 문제에서 S/N비는 다음과 같이 정의된다^[3,4].

$$S/N_L = -10 \log \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right\} \quad (5)$$

여기에서 n 은 현재의 설계점에 대해 직교 배열 실험을 통해 얻은 실험 데이터의 개수이고, y_i 는 i -번째 실험 데이터로서 여기에서는 MAU에 해당한다. 일반적으로 망대형의 경우 특성값의 S/N비가 클수록 특성값의 평균은 커지고(최적성 향상) 평균을 중심으로 특성값의 편차는 작아진다(강건성 향상)^[3,4]. 이것은 S/N비가 큰 설계해가 곧 본 연구에서 정의한 최적해가 됨을 뜻한다. 따라서 효용에 대한 최적설계를 얻기 위해서는 효용에 대한 S/N비

가 큰 설계를 얻으면 된다.

5. 최적해의 자동 탐색

본 연구에서는 최적해의 자동 탐색을 위해 직접 탐색법에 기초한 콤플렉스법(Complex Method)을 문제에 맞게 수정한 수정콤플렉스법(Modified Complex Method: MCM)을 개발하여 사용하였다. 콤플렉스법은 Box^[22]에 의해 제안된 탐색법으로서 문제의 설계 변수가 n 개일 때 임의로 생성된 $2n$ 개의 후보설계점을 꼭지점(vertices)으로 하는 다각형(simplex)을 생성하고 꼭지점의 위치 이동으로 그 형상을 변형시켜 가면서 최적점을 탐색해 간다. 즉, 목적 함수값이 가장 불리하게 되는 점(worst point)을 나머지 점들의 무게중심(centroid)쪽으로 일정한 거리만큼 연장하여 새로운 탐색점(new point)을 찾고, 이어서 그 점이 설계 제한조건을 만족하는지(feasibility) 또한 현재점에 비해 목적 함수값이 개선되었는지(acceptability)를 조사하고, 만족시킬 때까지 탐색점을 무게중심쪽으로 일정 비율만큼 반복적으로 후퇴(retraction)시켜 나간다. 이 과정을 탐색 종료조건에 도달할 때까지 계속한다. Fig.2는 $n=2$ 인 경우에 대한 콤플렉스법의 개략도를 나타낸다.

본 연구에서 MCM을 사용하여 최적해를 자동 탐색하는 과정은 다음과 같다(*표시는 콤플렉스법을 수정한 부분에 해당한다).

[단계 1] 설계 변수와 잡음 변수, 설계 변수의 설계 범위와 잡음 변수의 수준 등을 결정한다. 여기에서 각 설계 변수의 설계 범위는 공정상 허용 가능한 상하한값으로 주어지며 이로부터 최적해의 탐색공간이 정해진다.

[단계 2] 최적해 탐색공간 안에서 $2n$ 개의 초기 설계점 C_p ($p=1, 2, \dots, 2n$)를 임의로 생성한다. 여기에서 n 은 설계 변수의 개수이다.

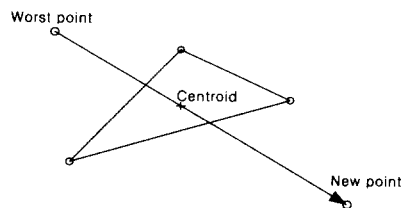


Fig. 2 Topology of the complex method.

[단계 3] 2n개의 설계점에서 잡음 변수들에 의한 식과 배열 실험을 실시하여 실험 데이터(MAU's)를 얻고 이로부터 식 (5)를 사용하여 각 설계점에서의 S/N비를 계산한다. 이 S/N비가 각 설계점에서의 목적 함수값 $F_p(p=1, 2, \dots, 2n)$ 가 된다.

[단계 4] 2n개의 설계점 중 가장 작은 목적 함수값 F_m 을 갖는 설계점 C_m 을 나머지 설계점들의 무게중심인 C_c 쪽으로 투사(reflection)하여 새로운 설계점 C_r 을 생성하고 이 점에서의 목적 함수값 F_r 을 계산한다.

$$C_r = C_c + \alpha(C_c - C_m) \quad (6)$$

여기에서 α 는 투사율 인자(reflection factor)로서 Box^[22]는 $\alpha=1.3$ 을 추천하였다.

* (a) 만약 C_r 이 탐색공간에 속하고 $F_r < F_m$ 이면 C_r 을 무게중심 C_c 쪽으로 $C_c C_r$ 의 1/2만큼 후퇴시키고 그 점에서 새로운 목적 함수값을 계산한다. 이 과정을 $F_r > F_m$ 이 만족될 때까지 반복한다. MCM에서는 후퇴과정에서 최대 4점까지만 목적 함수 계산을 허용하고 그때까지도 $F_r < F_m$ 이면 $C_c = C_m (F_r = F_m)$ 으로 한다.

(b) 만약 C_r 이 탐색공간에 속하고 $F_r > F_m$ 이면, $C_r = C_m (F_r = F_m)$ 으로 한다.

* (c) 만약 C_r 이 탐색공간에 속하지 않으면, 속할 때까지 $\alpha=0.95\alpha$ 의 후퇴비율로 C_r 을 C_c 쪽으로 반복적으로 후퇴시켜 나간다.

[단계 5] 탐색 종료 조건을 조사한다. 만약 종료 조건이 만족되면 탐색과정을 중지하고, 그렇지 않다면 단계 4로 가서 탐색을 계속한다.

탐색의 종료 조건으로 여러 경우를 설정할 수 있으나 본 연구에서는 목적 함수값의 반복 계산에 따른 과도한 탐색 시간을 줄이기 위해 탐색 회수의 상한치를 설정하여 종료하는 경우를 채택하였다.

6. 설계 예

다특성 최적 자동설계 방법의 유용성을 보이기 위해 Fig.3에 보인 미국 Cavallero사의 capacitor can 모델^[2]에 대해 전산 실험을 수행하였다. 시뮬레이션

소프트웨어로 C-MOLD^[23]를 사용하였으며 수치명은 PP/HUNTSMAN CHEM/P4-011이다. 원래 이 모델은 Fig.4와 Table 2에서 보듯이 옆면에 에어트랩(air trap)이 동반된 긴 웰드라인과 휨이 발생하였지만 Yao^[24]는 이 모델에 대해 웰드라인의 최소화만을 설계 목표로 하여 최적화를 수행하였었다. 그는 제품의 벽두께(=1.524mm)와 공정 조건들은 원래 설계치와 동일하게 유지한 채 게이트의 위치(X)만을 설계 변수로 하여 최적화를 시도하였다. 그 결과 Fig.4와 Table 3에서와 같이 X=11.5mm일 때 웰드라인과 에어트랩이 완전히 제거되었으나 오히려 휨은 더 커지는 결과를 낳았다. 여기에서 Yao는 Fig.5에 제시한 방법으로 휨과 웰드라인의 크기를 측정하였다. 본 설계 예에서는 두 특성이 서로 충돌하는 이 모델에 대해 다특성 최적 자동설계 방법을 적용해 두 특성을 동시에 최적화하고자 하였다.

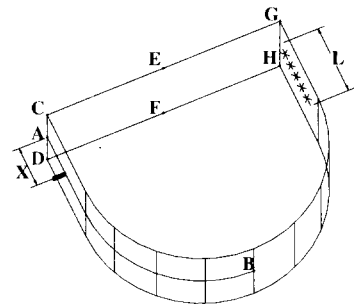


Fig. 3 3-D view of the capacitor can, in which X is the gate location located on the line AB and L the weld line length.

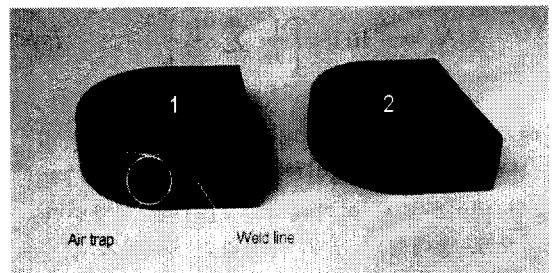


Fig. 4 Comparisons of part quality between the original design (1) and the design optimized by Yao (2) for the can^[2].

Table 2 Results of the original design for the can. (unit: mm)

Design	Gate location X	Experimentation	
		Weld line	Warpage
Original	3.5	15.5	0.52

Table 3 Results of the design optimized by Yao for the can. (unit: mm)

Design	Gate location X	Simulation		Experimentation	
		Weld line	Warpage	Weld line	Warpage
Optimized	11.5	0.0	0.664	0.0	0.70

Table 4 Selected non-inferior design alternatives and the preferred rank estimated by the AHP.

Alternatives	Weld line (mm)	Warpage (mm)	Preferred rank
A ₁	2.0	1.01	5
A ₂	4.1	0.57	4
A ₃	6.5	0.36	2
A ₄	8.0	0.24	1
A ₅	13.2	0.19	3
A ₆	22.7	0.12	6
A ₇	30.5	0.08	7

Table 5 Variables optimized for the MAU function.

Design coefficients		Estimated result
SAU _{weld line}	P ₁ ^y	0.9377
	P ₂ ^y	0.0883
	k ₁	0.5432
SAU _{warpage}	Q ₁ ^y	0.6694
	Q ₂ ^y	0.0740
	k ₂	0.3734

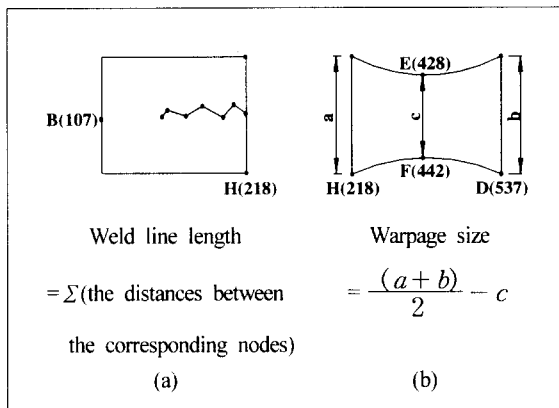
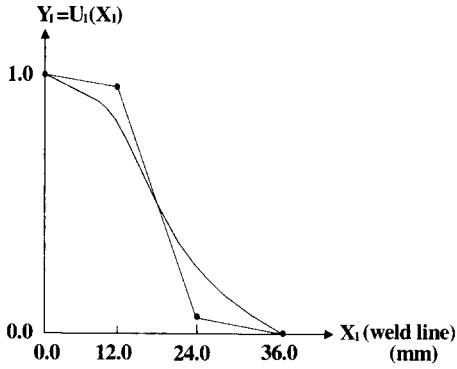


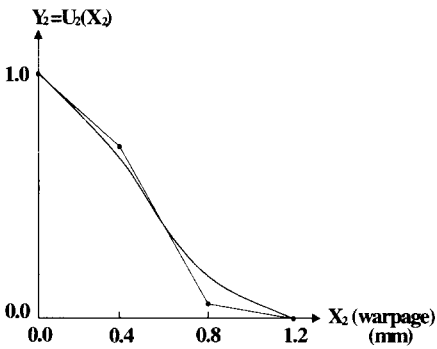
Fig. 5 Evaluation function of the weld line(a) and warpage(b) for the can, in which the numbers in parentheses are the node numbers on the real mesh model.

먼저 이 모델에서 설계자가 갖는 휨과 웰드라인에 대한 선호도 관계, 즉 MAU 함수를 결정하여야 한다. 여기에서는 휨과 웰드라인이 효용 독립 관계에 있다고 가정하였고 이것들의 SAU 함수 형태로 Fig.1에서 보인 3차식의 Bezier 곡선으로 하였으며, MAU 결정 변수 (P₁^y, P₂^y, Q₁^y, Q₂^y, k₁, k₂)는 가상의 설계 대안들에 대한 설계자의 선호 순위와 MAU 함수식에 의해 계산된 선호 순위와 일치하도록 하는 방식으로 최적화하였다. Table 4는 이를 위해 임의

로 정한 가상의 설계 대안들과 이것들에 AHP와 최적화 알고리즘을 적용하여 산출한 설계자의 선호 순위 결과를 나타낸다. Table 5는 최적화 과정을 통해(δ=0.01로 둠) 수립된 MAU 결정 변수의 값이고, Fig.6은 형상화한 웰드라인과 휨의 SAU 함수 곡선이다. 다음으로 최적해의 탐색에 필요한 설계 변수 및 잡음 변수, 설계 변수의 설계 범위, 잡음 변수의 수준을 결정하여야 한다. 본 모델에서는 제품, 금형, 공정 조건을 설계 공간으로 고려하기 위해 후보 설계 변수로서 게이트 위치(Gate location, X), 제품의 옆면 벽두께(Side thickness, Th_{side}), 상하면 벽두께(Top&bottom thickness, Th_{top&bottom}), 충전 시간(Fill time, t_{fill}), 보압 시간(Hold time, t_{hold}), 후충전 시간(Postfill time, t_{postfill}), 수지 온도(Melt temperature, T_{melt}), 냉각 온도(Coolant temperature, T_{coolant}), 보압 프로파일 비율(Pack-profile-percent,



(a) For the weld line



(b) For the warpage

Fig. 6 SAU function curves for the can.

Table 6 Design factors and their limits.

Design factor	Lower limit	Upper limit
X (mm)	0.0	33.0
Th _{side} (mm)	1.0	2.0
Th _{top&bottom} (mm)	1.0	2.0
t _{hold} (sec)	1.25	2.75
T _{melt} (°K)	505.0	545.0
P _{pack} (%)	30.0	90.0

P_{pack})등을 선정하였다. 그러나 이들 후보 설계 변수들은 그 개수가 너무 많아 실험의 횟수가 크게 늘어날 수 밖에 없으므로 이들 중에서 중요한 설계

Table 7 Noise factors and their levels.

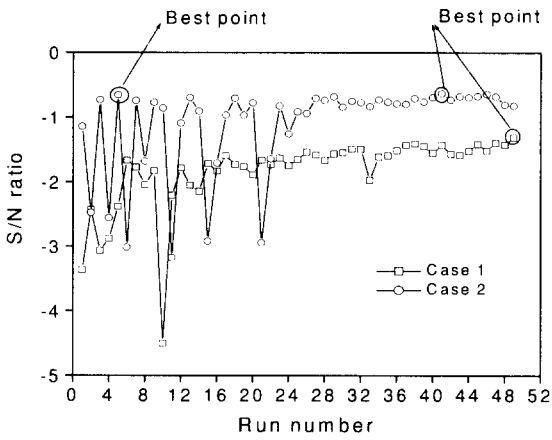
Noise factor	Level 1	Level 2
t _{fill} (sec)	-0.1	+0.1
t _{hold} (sec)	-0.25	+0.25
t _{postfill} (sec)	-1.0	+1.0
T _{melt} (°K)	-5.0	+5.0
T _{coolant} (°K)	-5.0	+5.0
P _{pack} (%)	-10.0	+10.0

변수들을 선별하기 위해 L₁₂ 직교배열에 의한 예비 실험을 실시하고 그 결과에 대해 분산 분석 (Analysis of Variance; ANOVA)^{13,41}을 수행하였다. Table 6은 ANOVA 분석 결과와 설계자의 공학적 판단에 따라 최종 선정된 설계 변수와 그것들의 상하한치를 나타내고, Table 7은 잡음 변수와 그 수준을 나타낸다. F 검정 결과 충전 시간, 후충진 시간, 냉각 온도는 휨과 웰드라인 모두의 경우에서 유의하지 않음으로 인해서(유의 수준 α=0.05로 됨) 설계 변수에서 제외하되, 본 실험에서의 C-MOLD 수행에서는 예비 실험에서 사용한 1, 2 수준의 평균값을 해당 변수들의 공칭값으로 사용하였다.

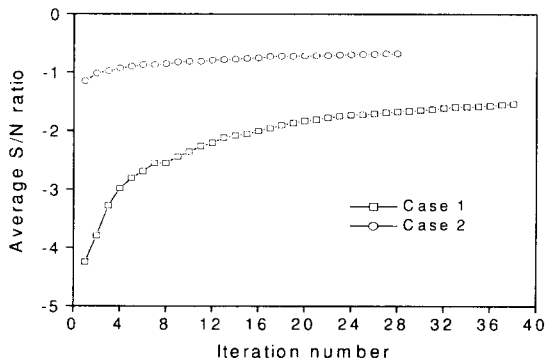
끝으로 수정콤플렉스법을 사용하여 최적해를 자동 탐색하기 위해서는 먼저 탐색 공간 내에서 임의의 초기 설계해(설계점)의 집합을 생성해야 한다. 한편 본 연구에서는 초기 설계점이 탐색 효율에 미치는 영향을 비교해 보기 위해 초기 설계점 집합을 두 가지 다른 방법으로 생성하고 각각에 대해 수정콤플렉스법을 적용해 보았다. 첫 번째 경우는 탐색 공간 내에서 조건없이 임의로 생성하는 경우이고 두 번째는 탐색 공간으로부터 별도의 축소된 공간을 얻은 다음 이 공간 내에서 초기 설계점 집합을 임의로 생성하는 경우이다. 두 번째 경우를 위해 설계 변수와 잡음 변수에 의한 Taguchi 직교 배열 실험(L₁₈×L₈)을 수행한 후 S/N비가 가장 큰 단위 실험에 해당하는 설계 변수들의 수준값을 중심으로 현재의 설계 변수들의 범위를 1/4로 축소한 공간을 얻고 이 공간 내에서 초기 설계점 집합을 임의로 생성하였다. 일단 초기 설계점들이 주어지면 각 설계점에서 잡음 변수에 의한 직교 배열 실험을 수행하여 휨과 웰드라인, MAU를 차례로 얻은 다음 해

Table 8 Noise factor array for experiment.

Run	t_{fill}	t_{hold}	$t_{postfill}$	T_{melt}	$T_{coolant}$	P_{pack}
R ₁	1	1	1	1	1	1
R ₂	1	1	1	2	2	2
R ₃	1	2	2	1	1	2
R ₄	1	2	2	2	2	1
R ₅	2	1	2	1	2	1
R ₆	2	1	2	2	1	2
R ₇	2	2	1	1	2	2
R ₈	2	2	1	2	1	1



(a) Value versus run number



(b) Average versus iteration number

Fig. 7 Optimization procedure of the S/N ratio for the can.

당 설계점에서의 S/N비를 계산한다. Table 8은 S/N비를 계산하기 위해 사용된 잡음 직교 배열(L_8)이다. 초기 설계점들에서 S/N비가 계산되면 이들을 꼭지점으로 하는 다각형이 완성되고(1st iteration), 이들 꼭지점들에 수정컴플렉스법을 적용하여 새로운 다각형(2nd iteration,...)을 계속해서 탐색해 나간다. Fig.7은 수정컴플렉스법에 의한 최적해 탐색 결과이다. Fig.7(a)는 단위 탐색회수(run number)에 따른 탐색해의 S/N비 거동을 나타낸 것으로 탐색이 진행될수록 S/N비가 안정된 값으로 수렴해 가는 것으로 나타났다. Fig.7(b)는 다각형 탐색회수(iteration number)에 따른 다각형의 평균 S/N비 거동을 나타낸 것으로 탐색이 진행될수록 S/N비의 평균이 완만하게 증가하면서 수렴하는 것을 볼 수 있다. 또한 Fig.7에서 초기 설계점 집합을 원래 탐색 공간으로부터 생성한 경우(case 1)보다 Taguchi 직교 배열 실험 결과로부터 선정된 해를 중심으로 생성한 경우(case 2)가 최적해의 탐색이 훨씬 효과적임을 알 수 있었다. Table 9는 전체 탐색 과정에서 얻은 최적해의 S/N비, MAU, 웰드라인, 힙의 평균치와 표준편차를 정리한 것이다. 여기에서 case 1의 경우는 49번째 탐색에서 얻은 최적해의 S/N비가 -1.3120에 불과했으나 case 2의 경우는 Taguchi 직교 배열 실험 회수를 포함하여 23번째와 59번째에서 S/N비가 각각 -0.6560와 -0.6361로 나타나 case 1에 비해 해의 개선 정도가 뛰어나 알 수 있었다. 특히 case 2의 두 최적해는 MAU의 평균이 각각 0.9277과 0.9295로서 충분히 최적성이 클 뿐만 아니라 표준편차는 각각 0.0196과 0.0097의 매우 작은 값을 가져 공정 변동에도 불구하고 이 해에서 설계자의 선호도는 매우 강건함을 알 수 있다. 또한 본 연구에서 얻은 Table 9의 최적해들은 Table 2와 Table 3의 두 설계해와 비교해서 힙의 크기가 대폭 줄어드는 쪽으로 웰드라인과 힙이 적당히 절충된 해임을 알 수 있는데 이것은 효용 함수를 이용한 다목적 최적화의 결과로 기대했던 바와 일치한다고 할 수 있다. Table 10은 최적해에 대한 설계 변수, 즉 게이트 위치, 제품의 두께, 공정 조건들이다.

7. 결론

본 연구에서는 플라스틱 사출 성형품의 다특성을 동시에 최적화하기 위한 새로운 최적 자동설계 방법을 개발하였다. 본 연구에서 개발된 설계 방법의 특징과 이로

Table 9 Best optimal robust designs selected for different initial design points.

Design	S/N ratio	MAU		Weld line		Warpage	
		Average	Standard deviation	Average	Standard deviation	Average	Standard deviation
Case 1	-1.3120	0.8599	0.0105	1.9470	1.2017	0.2964	0.0207
Case 2 ¹	-0.6560	0.9277	0.0196	2.2715	0.6008	0.1438	0.0381
Case 2 ²	-0.6361	0.9295	0.0097	1.6225	0.6008	0.1511	0.0176

Table 10 Results of molding variables for the best optimal robust designs.

Design	X mm	Th _{side} mm	Th _{top&bottom} mm	t _{hold} sec	T _{melt} °K	P _{pack} %	t _{fill} sec	t _{postfill} sec	T _{coolant} °K
Case 1	27.4	1.34	1.97	1.37	521.9	49.7	1.0	10.0	303.0
Case 2 ¹	32.3	1.07	1.93	1.82	512.8	58.3	1.0	10.0	303.0
Case 2 ²	31.5	1.10	1.94	1.97	511.4	57.0	1.0	10.0	303.0

부터 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 제품내의 다특성을 설계자의 선호도에 기초한 다목적 최적화 방법을 사용하여 동시에 최적화할 수 있었다. 이를 위해 효용 이론과 계층분석법(AHP)를 이용하여 효용함수를 유도하였으며 그에 따라 상층 관계에 있는 개별 특성들을 자동적으로 절충할 수 있게 되었다. 둘째, 설계해의 최적성과 강건성을 Taguchi의 신호 대 잡음비(S/N비) 개념을 사용하여 동시에 구현할 수 있었다. 셋째, 제품, 금형, 공정 조건을 포함한 설계 공간 내에서 수 정콕플렉스법을 사용하여 최적해를 자동으로 빠르게 탐색할 수 있게 되었다. 넷째, can 모델에 대해 최적 자동설계 방법을 적용해 본 결과 본 설계 방법이 유용성이 있음을 확인할 수 있었다. 특히 탐색 과정에서 최적해들은 개별 특성들(휨과 웰드라인)이 적절히 절충된 형태로 나타났으며 이는 효용함수를 이용한 다목적 함수의 최적화 결과로 기대한 바와 일치하였다.

본 연구에서 개발된 설계 방법을 실제 사출금형 설계에 적용할 경우 최적성과 강건성을 갖춘 설계해를 자동으로 신속히 얻을 수 있어서 설계의 효율성과 제품의 품질이 크게 향상될 것으로 기대된다. 추후 연구 과제로는 효용함수에 의해 다목적 문제를 최적화할 경우, 설계자가 갖는 특성에 관한 선호도를 보다 정확하고 일관성있게 획득하고 결정할 수 있는 새로운 효용함수 결정 방법들을 개발하는데 있다고 판단된다. 또한 현재의 설계 방

법에서는 제품의 품질만을 최적화 특성으로 고려하였으나 차후에는 설계에 따른 제품 및 금형의 경제적 요소(cost)도 특성으로 고려하여 최적화할 수 있어야 하겠다.

후기

이 논문은 한국과학재단이 지원하는 1997년도 전반기 해외 Post-Doc. 프로그램에 의해 수행된 연구 결과의 일부이며 이에 관계자께 감사드립니다.

참고문헌

1. E.C. Bernhardt, CAE-Computer Aided Engineering for Injection Molding, Hanser Publishers, New York, pp. 275~324, 1983.
2. D. Yao, Direct Search-Based Automatic Minimization of Warpage and Weldlines in Injection Molded Parts, Masters Thesis, University of Massachusetts, MA., pp. 40~43, pp. 80~88, 1998.
3. W.Y. Fowlkes and C.M. Creveling, Engineering Methods for Robust Product Design, Addison-Wesley Publishing Company, New York, pp. 53~62, pp. 312~325, 1995.

4. S.R. Schmidt and R.G. Launsby, Understanding Industrial Designed Experiments, Air Academy Press&Associates, Colorado, pp. 4-1~4-20, pp. 5-18~5-21, pp. 5-65~5-71, 1997.
5. B.H. Lee and B.H. Kim, "Automated Selection of Gate Location Based On Desired Quality of Injection-Molded Part," Polym.-Plast. Tech. Eng., Vol. 35, No. 2, pp. 253~269, 1996.
6. M.S. Jacques, "An Analysis of Thermal Warpage in Injection Molded Flat parts Due to Unbalanced Cooling," Polymer Engineering and Science, Vol. 22, No. 4, pp. 241~247, 1982.
7. M. Rezart and R.O. Stafford, "A Thermoviscoelastic Model for Residual Stress in Injection Molded Plastics," Polymer Engineering and Science, Vol. 31, No. 6, pp. 393~398, 1991.
8. I. Pandelidis and Q. Zou, "Optimization of Injection Molding Design, PartII: Molding Condition Optimization," Polymer Engineering and Science, Vol. 30, No. 15, pp. 883~892, 1990.
9. 김석주, 유진 알고리즘을 이용한 사출 성형 조건의 최적화, 석사학위논문, 서울대학교, pp. 1~59, 1995.
10. 김영일, 유진 알고리즘을 이용한 사출 성형 설계의 자동화, 박사학위논문, 서울대학교, pp. 1~135, 1995.
11. G.H. Choi, K.D. Lee, N. Chan and S.K Kim, 1994, "Optimization of Process Parameters of Injection Molding with Neural Network, Application in a Process Simulation Environment," CIRP Annals, Vol. 43, pp. 449~452.
12. S.H. Dillman, D. Howe and H. Robar, "Optimization of the Injection Molding Process," SPE ANTEC Tech. Papers, Vol. 1, pp. 754-757, 1996.
13. B.H. Lee and B.H. Kim, "Variation of Part Wall Thicknesses to Reduce Warpage of Injection Molded Part-Robust Design Against Process Variability," Polym.-Plast. Tech. Eng., Vol. 36, No. 5, pp. 791-807, 1997.
14. B.H. Lee and B.H. Kim, "Optimization of Part Wall Thickness to Reduce Part Warpage Based on the Modified Complex Method," Polym.-Plast. Tech. Eng., Vol. 34, No. 5, pp. 793~811, 1995.
15. S. Gold and S. Krishnamurty, "Trade-offs in Robust Engineering Design," Proceedings of ASME-DETC'97, Sacramento, CA, pp. 1~8, 1997.
16. A. Kunjur and S. Krishnamurty, "A Robust Multi-Criteria Optimization Approach," Mech. Mach. Theory, Vol. 32, No. 7, pp. 797-810, 1997.
17. R.L. Keeney and H. Raiffa, Decisions with Multiple Objectives: Preference and Value Tradeoffs, Cambridge University Press, New York, pp. 131-218, 1993.
18. D.L. Thurston, J.V. Carnahan, and T. Liu, "Optimization of Design Utility," J. Mech. Design, Vol. 116, pp. 801-808, 1994.
19. J. Wan and S. Krishnamurty, "Towards a Consistent Preference Representation in Engineering Design," Proceedings of ASME-DETC'98, Atlanta, GA, pp.1~10, 1998.
20. T.L. Satty, "How to make a decision: The Analytic Hierarchy Process," European J. Operational Res., Vol. 48, pp. 9-26, 1990.
21. G. Farin, Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design-A Practical Guide, Academic Press Inc., San Diego, pp. 41-62, 1993.
22. G.V. Reklatis, A. Ravindran, and K.M. Ragsdell, Engineering Optimization Methods and Applications, John Wiley&Sons Inc., New York, pp. 268-277, 1983.
23. Advanced CAE Technology, C-MOLD Reference Manual, 1993.