

경계요소법에 의한 이상유체의 부가질량 및 슬러싱 강성행렬 도출과 원통형 액체저장탱크 지진응답해석

Derivation of Added Mass Matrix and Sloshing Stiffness Matrix of the Ideal Fluid Using BEM and Application to the Seismic Analysis of Cylindrical Liquid Storage Tanks

김재관* 이진호** 진병무***
Kim, Jae Kwan Lee, Jin Ho Jin, Byung Mu

국문요약

유연한 액체저장탱크 내 유체의 부가질량 및 슬러싱 강성행렬을 도출하는 새로운 방법을 제시하였다. 비점성, 비압축성 이상유체를 표면 출렁임을 고려하여 경계요소법에 의하여 모델링하였다. 유체의 표면과 저장탱크 벽체의 접촉면과 같은 불연속 경계를 다루기 위해 특별한 과정을 도입하였다. 원통형 액체저장탱크의 지진응답해석에 적용하여 우수한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

주요어 : 부가질량행렬, 슬러싱 강성행렬, 이상유체, 경계요소법, 지진응답해석, 원통형 액체저장탱크

ABSTRACT

A novel procedure is proposed for the derivation of added mass matrix and sloshing stiffness matrix of the fluid region in a flexible storage tank. The dynamic motion including the surface sloshing of the inviscid and incompressible ideal fluid is modeled using boundary element method. A special procedure is developed for the treatment of discontinuous portion of the boundary such as the contact curve between the fluid surface and the tank wall. Excellent results were obtained from the application to the seismic analysis of cylindrical liquid storage tanks.

Key words : added mass matrix, sloshing stiffness matrix, ideal fluid, boundary element method, seismic response analysis, cylindrical liquid storage tanks

1. 서 론

최근 지진에서 액체저장탱크가 파괴되어 경제적 손실을 초래하는 사례가 계속 보고되고 있다. 1999년 9월 21일 발생한 Taiwan Chi-Chi 지진시에 Taichung 항에 위치한 액체저장탱크 다수가 파괴되었다. 진앙으로부터 Taichung 항까지의 거리는 약 70km 이상이였으며 매립지에 발생한 액상화로 인하여 구조물에 피해가

초래된 것을 제외하고는 Taichung 항에서는 심각한 구조적 피해가 관찰되지 않았다. 파괴된 액체저장탱크는 주로 넓은 액체저장탱크였으며 과도한 슬러싱 운동에 기인한 것으로 판단된다. 이 사례는 우리나라와 같은 중약진지역에서도 액체저장탱크의 내진설계가 중요함을 단적으로 보여주고 있다고 하겠다.

액체저장탱크의 지진기동은 내부에 저장된 유체와 유연한 구조체와의 상호작용에 의해서 큰 영향을 받음이 확인되고 있고 설계시에 고려되고 있다(Veletsos⁽¹⁹⁾, Rammerstorfer et al.⁽¹⁷⁾). 일반적으로 강진시에는 저장구조체가 비선형 영역에서 거동하는 것을 설계시에는 전제하고

* 정회원 · 서울대학교 토목공학과 부교수

** 서울대학교 토목공학과 석사과정

*** 학생회원 · 서울대학교 토목공학과 박사과정

본 논문에 대한 토의를 2000년 12월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다

있으나 지진응답해석에는 탄성해석법이 주로 사용되고 있다. 단, 탄성지진력을 응답수정계수로 나누어서 설계지진력으로 취하는 과정에서 비선형 거동 특성이 반영되고 있다. 저장구조체의 비선형 거동을 엄밀하게 추적할 수 있는 비선형 해석의 중요성이 최근 더욱더 강조되고 있다.

액체저장탱크의 지진해석에서 액체는 비압축성, 비점성 유체로 가정하여 지배하는 Laplace 방정식의 해를 해석적 또는 수치적으로 구하고 구조체는 Rayleigh-Ritz 방법 또는 유한요소로 모델링하는 방법이 널리 사용되고 있다(윤정방과 이창근⁽⁵⁾, Rammerstorfer et al.⁽¹⁷⁾, Park et al.⁽¹⁶⁾, Kim et al.⁽¹⁴⁾, Koh et al.⁽¹⁵⁾, 황철성과 백인열⁽⁷⁾). 경계요소법은 특히 이상 유체의 모델링에 편리하여 유체-구조물 상호작용 해석에 적용되었다(Park et al.⁽¹⁶⁾, 고현무 등⁽¹⁾, Koh et al.⁽¹⁴⁾, 김문겸 등⁽²⁾). 이 경우 유체영역과 구조체를 결합함에 있어서 유체를 부가질량으로 표현하는 방법이 일반적으로 사용되고 있다. 그러나 유체 표면의 슬러싱 운동이 고려될 때는 질량행렬 뿐만 아니라 슬러싱 강성행렬이 사용되어야 한다. 이때 유체표면과 구조체의 접촉경계에서의 동수압력은 슬러싱 높이의 함수로 표현되어야 하나 기존의 해석방법에서는 이를 대기압과 동일한 것으로 처리하고 있기 때문에 엄밀하지 못한 문제가 있다.

이 논문에서는 유체영역의 경계요소모델로부터 유체와 구조체의 경계 불연속성을 엄밀히 고려하는 질량행렬과 슬러싱 강성행렬을 도출함에 있어서 새로운 절차를 연구하여 제시하였다. 그리고 원통형 액체저장탱크의 지진해석에 적용하여 그 타당성을 입증하였다. 저장구조체는 환형 쉘 유한요소로 모델링하였다.

2. 경계적분식을 이용한 유체의 모델링

그림 1(a) 에서와 같이 유연한 구조체 내부에 저장된 비점성-비압축성 이상유체의 비회전 운동은 속도 포텐셜 함수 ϕ 에 의해 다음과 같이

표현된다 (Currie⁽⁹⁾).

$$v_j = \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ 는 위치벡터, $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ 는 유체입자의 속도 벡터이다. 속도 포텐셜 ϕ 는 영역 Ω 에서 Laplace 방정식을 만족하고 동수압 p 는 다음식으로 주어진다.

$$p = -\rho_l \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad (2)$$

여기서 ρ_l 은 유체의 밀도이다.

유체의 정지수면 S_f 에서 유체동압력에 미치는 슬러싱 높이의 영향을 고려한 선형화된 경계조건은

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + g\eta(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (3)$$

여기서 η 는 유체표면의 슬러싱 높이를 의미한다. 구조체와의 접촉경계에서는 법선방향 속도가 같다는 조건이 다음과 같이 부과된다.

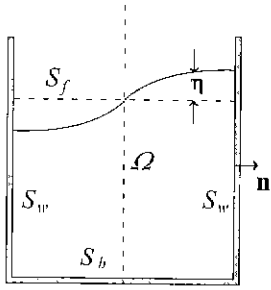
$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial n} = \mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{u}} = \dot{u}_n \quad (4)$$

여기서 \mathbf{n} 은 외향 법선벡터, $\dot{\mathbf{u}}$ 는 구조체 벽면의 속도벡터, \dot{u}_n 은 Ω 에 대해서 외향의 법선방향 속도이다.

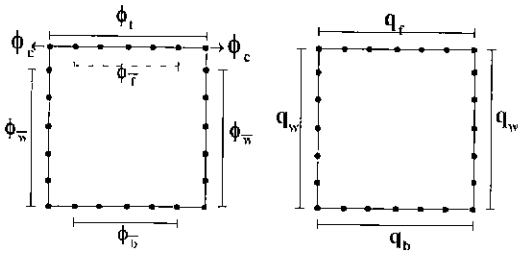
Laplace 방정식의 Lagrange-Green identity로부터 다음 적분식이 유도된다 (John⁽¹³⁾).

$$\begin{aligned} \phi(\xi, t) = & - \int_S \phi(\mathbf{x}, t) \frac{d}{dn} G(\mathbf{x}; \xi) ds \\ & + \int_S \frac{\partial}{\partial n} \phi(\mathbf{x}, t) G(\mathbf{x}; \xi) ds \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 ξ 는 source point의 위치 벡터이고 $G(\mathbf{x}; \xi)$ 는 다음에 정의되는 Laplace 방정식의 기본해이다.



(a) 유체영역에서 경계의 정의



(b) 경계요소의 설정

그림 1 유체영역과 경계 정의

$$\nabla^2 G(\mathbf{x}; \xi) = -\delta(\mathbf{x} - \xi) \quad (6)$$

유체 영역의 경계를 그림 1(b)와 같이 구분하고 경계에서의 유체의 속도 포텐셜 함수 ϕ 와 속도 포텐셜 함수의 법선방향 미분, $\frac{d\phi}{dn} = q$ 를 9절점과 6절점 2차 곡면 경계요소를 사용하여 각 절점의 속도 포텐셜과 법선방향 미분으로 보간하였다. 이때 곡면은 평면에서 3차원 공간으로 사상되는 매개화된 곡면(parametrized surface)이다. 경계요소법의 근사방법을 적용하면 식 (5)로부터 다음 형태의 3차원 경계요소에 관한 대수 방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ff} & \mathbf{H}_{f\bar{w}} & \mathbf{H}_{f\bar{b}} \\ \mathbf{H}_{\bar{w}f} & \mathbf{H}_{\bar{w}\bar{w}} & \mathbf{H}_{\bar{w}\bar{b}} \\ \mathbf{H}_{\bar{b}f} & \mathbf{H}_{\bar{b}\bar{w}} & \mathbf{H}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_f \\ \phi_{\bar{w}} \\ \phi_{\bar{b}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{ff} & \mathbf{G}_{f\bar{w}} & \mathbf{G}_{f\bar{b}} \\ \mathbf{G}_{\bar{w}f} & \mathbf{G}_{\bar{w}\bar{w}} & \mathbf{G}_{\bar{w}\bar{b}} \\ \mathbf{G}_{\bar{b}f} & \mathbf{G}_{\bar{b}\bar{w}} & \mathbf{G}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_f \\ q_{\bar{w}} \\ q_{\bar{b}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 하첨자 f 는 S_f 상의 절점, w 는 벽체 위의 절점, 하첨자 b 는 바닥의 절점, \bar{w} 는 유체 표면과 접촉하는 경계를 제외한 벽체 위의 절점, 하첨자 \bar{b} 는 벽체와 인접한 절점을 제외한 구조체 바닥에 정의된 절점을 각각 의미한다.

식 (7)을 시간에 대하여 미분한 후 경계조건을 적용시키면 다음이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{ff} & \mathbf{T}_{f\bar{w}} & \mathbf{T}_{f\bar{b}} \\ \mathbf{T}_{\bar{w}f} & \mathbf{T}_{\bar{w}\bar{w}} & \mathbf{T}_{\bar{w}\bar{b}} \\ \mathbf{T}_{\bar{b}f} & \mathbf{T}_{\bar{b}\bar{w}} & \mathbf{T}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\rho g \eta \\ -\mathbf{p}_{\bar{w}} \\ -\mathbf{p}_{\bar{b}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{ff} & \mathbf{G}_{f\bar{w}} & \mathbf{G}_{f\bar{b}} \\ \mathbf{G}_{\bar{w}f} & \mathbf{G}_{\bar{w}\bar{w}} & \mathbf{G}_{\bar{w}\bar{b}} \\ \mathbf{G}_{\bar{b}f} & \mathbf{G}_{\bar{b}\bar{w}} & \mathbf{G}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{wn} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{bn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{T} = \mathbf{H}/\rho$ 이며 η 는 수면에 설정된 절점에서의 슬러싱 높이 벡터이다. 식 (8)을 다음과 같이 두개로 구획된 대수방정식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{ff} \end{bmatrix} \{-\rho g \eta\} + \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{f\bar{w}} & \mathbf{T}_{f\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{p}_{\bar{w}} \\ -\mathbf{p}_{\bar{b}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{ff} & \mathbf{G}_{f\bar{w}} & \mathbf{G}_{f\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{wn} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{bn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (9a)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\bar{w}f} \\ \mathbf{T}_{\bar{b}f} \end{bmatrix} \{-\rho g \eta\} + \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\bar{w}\bar{w}} & \mathbf{T}_{\bar{w}\bar{b}} \\ \mathbf{T}_{\bar{b}\bar{w}} & \mathbf{T}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{p}_{\bar{w}} \\ -\mathbf{p}_{\bar{b}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\bar{w}f} & \mathbf{G}_{\bar{w}\bar{w}} & \mathbf{G}_{\bar{w}\bar{b}} \\ \mathbf{G}_{\bar{b}f} & \mathbf{G}_{\bar{b}\bar{w}} & \mathbf{G}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{wn} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{bn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9b)$$

식 (9b)를 이용해 식 (9a)에서 동수압 벡터를 소거하면 슬러싱에 관한 운동방정식이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\eta\eta} \end{bmatrix} \{\dot{\eta}\} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\eta w} & \mathbf{M}_{\eta b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{wn} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{bn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\eta\eta} \end{bmatrix} \{\eta\} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 [M_{\eta\eta}] &= -[G_{ff}] \\
 &+ [T_{f\bar{w}} \ T_{f\bar{b}}] \begin{bmatrix} T_{\bar{w}\bar{w}} & T_{\bar{w}\bar{b}} \\ T_{\bar{b}\bar{w}} & T_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} G_{\bar{w}\bar{f}} \\ G_{\bar{b}\bar{f}} \end{bmatrix}, \\
 [M_{\eta w} \ M_{\eta b}] &= -[G_{fw} \ G_{fb}] \\
 &+ [T_{f\bar{w}} \ T_{f\bar{b}}] \begin{bmatrix} T_{\bar{w}\bar{w}} & T_{\bar{w}\bar{b}} \\ T_{\bar{b}\bar{w}} & T_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} G_{\bar{w}\bar{w}} & G_{\bar{w}\bar{b}} \\ G_{\bar{b}\bar{w}} & G_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix}, \\
 [K_{\eta\eta}] &= -\rho g [T_{ff}] \\
 &+ \rho g [T_{f\bar{w}} \ T_{f\bar{b}}] \begin{bmatrix} T_{\bar{w}\bar{w}} & T_{\bar{w}\bar{b}} \\ T_{\bar{b}\bar{w}} & T_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_{\bar{w}\bar{f}} \\ T_{\bar{b}\bar{f}} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

수평 1축만의 지반 가속도를 고려하면 각각의 자유도는 $\theta=0^\circ$ 에 대하여 평면대칭성을 가지게 되므로 Fourier 급수의 1차항 (Fourier number $n=1$)에 의해 표현될 수 있다. 같은 동심원상에 있는 임의의 물리량에 대하여 다음과 같이 Fourier 급수전개를 하여 Fourier 급수의 1차항의 계수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \hat{u}_c &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_c \cos \theta d\theta \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [N_\theta] \cos \theta d\theta \{u_c\} = [S_u] \{u_c\} \quad (11)
 \end{aligned}$$

여기서 u_c 는 같은 동심원상에 있는 임의의 물리량, $\{u_c\}$ 는 u_c 의 절점 벡터, \hat{u}_c 의 Fourier 1차항, $[N_\theta]$ 는 $\{u_c\}$ 의 형상함수이다.

만약 유체의 영역 Ω 내에 source가 있다면 식 (10)은 실제로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 [M_{\eta\eta}] \{\bar{\eta}\} + [M_{\eta w} \ M_{\eta b}] \begin{Bmatrix} \bar{u}_{wn} \\ \bar{u}_{bn} \end{Bmatrix} \\
 + [K_{\eta\eta}] \{\eta\} = \{f_\eta\} \quad (12)
 \end{aligned}$$

여기서 $\{f_\eta\}$ 는 유체 영역내의 source로 인한 외력 벡터이다.

식 (12)에서 같은 동심원 상에 있는 $\{f_\eta\}$ 에 대해 식 (11)과 같은 Fourier 변환을 수행하면

식 (12)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \{\hat{f}_\eta\} &= [S_\eta] \{f_\eta\} \\
 &= [S_\eta] [M_{\eta\eta}] \{\bar{\eta}\} + [S_\eta] [M_{\eta w} \ M_{\eta b}] \begin{Bmatrix} \bar{u}_{wn} \\ \bar{u}_{bn} \end{Bmatrix} \\
 &\quad + [S_\eta] [K_{\eta\eta}] \{\eta\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

여기서 $\{\hat{f}_\eta\}$ 는 $\{f_\eta\}$ 에 대한 Fourier 급수의 1차항의 계수이다.

그런데 본 연구에서는 유체 영역 내에 source가 없는 경우이므로 식 (10)은 식 (13)으로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 [S_\eta] [M_{\eta\eta}] \{\bar{\eta}\} + [S_\eta] [M_{\eta w} \ M_{\eta b}] \begin{Bmatrix} \bar{u}_{wn} \\ \bar{u}_{bn} \end{Bmatrix} \\
 + [S_\eta] [K_{\eta\eta}] \{\eta\} = \{0\} \quad (14)
 \end{aligned}$$

또한 각각의 자유도는 Fourier 급수의 1차항에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\{\bar{\eta}\} = [\Phi_\eta] \{\hat{\eta}\} \quad (15a)$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{u}_{wn} \\ \bar{u}_{bn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_w \\ \Phi_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_{wn} \\ \hat{u}_{bn} \end{Bmatrix} \quad (15b)$$

$$\{\eta\} = [\Phi_\eta] \{\hat{\eta}\} \quad (15c)$$

여기서 $\{\hat{\eta}\}$, $\{\hat{u}_{wn}\}$, $\{\hat{u}_{bn}\}$, $\{\hat{\eta}\}$ 는 각각 $\{\bar{\eta}\}$, $\{\bar{u}_{wn}\}$, $\{\bar{u}_{bn}\}$, $\{\eta\}$ 에 대한 Fourier 급수의 1차항의 계수를 나타내고 $[\Phi_\eta]$, $[\Phi_w]$, $[\Phi_b]$ 는 $\cos \theta$ 로 구성된 행렬이며, θ 는 벡터 성분 절점위치의 각도이다.

식 (15)를 식 (14)에 대입하면 식 (10)은 다음과 같이 Fourier 급수의 1차항에 의해 표현된다.

$$\begin{aligned}
 [\hat{M}_{\eta\eta}] \{\hat{\eta}\} + [\hat{M}_{\eta w} \ \hat{M}_{\eta b}] \begin{Bmatrix} \hat{u}_{wn} \\ \hat{u}_{bn} \end{Bmatrix} \\
 + [\hat{K}_{\eta\eta}] \{\hat{\eta}\} = \{0\} \quad (16)
 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} [\hat{\mathbf{M}}_{\eta\eta}] &= [\mathbf{S}_\eta][\mathbf{M}_{\eta\eta}][\boldsymbol{\phi}_\eta], \\ [\hat{\mathbf{M}}_{\eta w} \quad \hat{\mathbf{M}}_{\eta b}] &= [\mathbf{S}_\eta][\mathbf{M}_{\eta w} \quad \mathbf{M}_{\eta b}]\begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_w \\ \boldsymbol{\phi}_b \end{bmatrix}, \\ [\hat{\mathbf{K}}_{\eta\eta}] &= [\mathbf{S}_\eta][\mathbf{K}_{\eta\eta}][\boldsymbol{\phi}_\eta] \end{aligned}$$

다음에는 유체표면과 벽체간의 접촉점에서의 동수압력에 의한 슬러싱 높이의 영향을 정확하게 고려할 수 있는 부가질량과 슬러싱 강성행렬을 도출하는 새로운 절차를 설명하기로 한다. 벽체와 유체표면과의 접촉 경계의 절점을 (ϕ_c 의 위치) 수면이 아닌 구조물과의 접촉면 S_μ 에 포함시키면 식 (9b)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{w\bar{f}} \\ \mathbf{T}_{\bar{b}f} \end{bmatrix} \{ -\rho g \bar{\eta} \} + \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{ww} & \mathbf{T}_{w\bar{b}} \\ \mathbf{T}_{\bar{b}w} & \mathbf{T}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{p}_w \\ -\mathbf{p}_b \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{wf} & \mathbf{G}_{ww} & \mathbf{G}_{wb} \\ \mathbf{G}_{\bar{b}f} & \mathbf{G}_{\bar{b}w} & \mathbf{G}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\eta} \\ \hat{\mathbf{u}}_{wn} \\ \hat{\mathbf{u}}_{bn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (17) \end{aligned}$$

여기서 $\bar{\eta}$ 는 유체표면에서 벽체와의 접촉경계를 제외한 절점을 나타내고, $\bar{\eta}$ 는 해당 절점에서의 슬러싱 높이 벡터이다. 식 (17)로부터 벽체에 작용하는 유체동압력이 다음과 같이 구하여 진다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -\mathbf{p}_w \\ -\mathbf{p}_b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{wf} \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\bar{b}f} \end{bmatrix} \{ \bar{\eta} \} \\ &+ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{ww} & \tilde{\mathbf{G}}_{wb} \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\bar{b}w} & \tilde{\mathbf{G}}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_{wn} \\ \hat{\mathbf{u}}_{bn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}}_{wf} \\ \tilde{\mathbf{T}}_{\bar{b}f} \end{bmatrix} \{ \eta \} \quad (18) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}_{wf}] &= [\mathbf{T}_{w\bar{f}} : \mathbf{0}], \\ [\mathbf{T}_{\bar{b}f}] &= [\mathbf{T}_{\bar{b}f} : \mathbf{0}], \\ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{wf} \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\bar{b}f} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{ww} & \mathbf{T}_{w\bar{b}} \\ \mathbf{T}_{\bar{b}w} & \mathbf{T}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{wf} \\ \mathbf{G}_{\bar{b}f} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{ww} & \tilde{\mathbf{G}}_{wb} \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\bar{b}w} & \tilde{\mathbf{G}}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{ww} & \mathbf{T}_{w\bar{b}} \\ \mathbf{T}_{\bar{b}w} & \mathbf{T}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{ww} & \mathbf{G}_{wb} \\ \mathbf{G}_{\bar{b}w} & \mathbf{G}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}}_{wf} \\ \tilde{\mathbf{T}}_{\bar{b}f} \end{bmatrix} &= \rho g \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{ww} & \mathbf{T}_{w\bar{b}} \\ \mathbf{T}_{\bar{b}w} & \mathbf{T}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{wf} \\ \mathbf{T}_{\bar{b}f} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

식 (18)도 식 (10)을 식 (16)으로 변환하는 과정과 동일한 방법으로 Fourier 급수의 1차항에 의해 나타낸 후 가상일의 원리로부터 절점력(유체에 작용하는 힘)을 구한다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{F}}_w \\ \hat{\mathbf{F}}_b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_{w\eta} \\ \hat{\mathbf{M}}_{b\eta} \end{bmatrix} \{ \hat{\eta} \} \\ &+ \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_{ww} & \hat{\mathbf{M}}_{wb} \\ \hat{\mathbf{M}}_{bw} & \hat{\mathbf{M}}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_{wn} \\ \hat{\mathbf{u}}_{bn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{w\eta} \\ \hat{\mathbf{K}}_{b\eta} \end{bmatrix} \{ \hat{\eta} \} \quad (19) \end{aligned}$$

여기서 $\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{F}}_w \\ \hat{\mathbf{F}}_b \end{bmatrix}$ 는 동압력에 의한 절점력 벡터이고

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_{w\eta} \\ \hat{\mathbf{M}}_{b\eta} \end{bmatrix} &= [\mathbf{L}] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_w & \\ & \mathbf{S}_{\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{wf} \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\bar{b}f} \end{bmatrix} [\boldsymbol{\phi}_\eta], \\ \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_{ww} & \hat{\mathbf{M}}_{wb} \\ \hat{\mathbf{M}}_{bw} & \hat{\mathbf{M}}_{bb} \end{bmatrix} &= [\mathbf{L}] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_w & \\ & \mathbf{S}_{\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{ww} & \tilde{\mathbf{G}}_{wb} \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\bar{b}w} & \tilde{\mathbf{G}}_{\bar{b}\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_w \\ \boldsymbol{\phi}_b \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{w\eta} \\ \hat{\mathbf{K}}_{b\eta} \end{bmatrix} &= [\mathbf{L}] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_w & \\ & \mathbf{S}_{\bar{b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}}_{wf} \\ \tilde{\mathbf{T}}_{\bar{b}f} \end{bmatrix} [\boldsymbol{\phi}_\eta] \end{aligned}$$

이며, $[\mathbf{L}]$ 은 경계면 응력을 등가 절점하중으로 바꾸는 변환행렬이다.

3. 축대칭 셸 구조물의 모델링

셸(shell)은 그림 2(a)와 같이 환형 셸 유한요소를 사용하여 모델링하였다. 각 요소내의 축(axial) 방향, 원주(circumferential) 방향, 반경(radial) 방향의 변위 $u(\theta, \xi)$, $v(\theta, \xi)$, $w(\theta, \xi)$ 는 θ 에 대해서 주기성을 갖는다. 이 경우 θ 에 대한

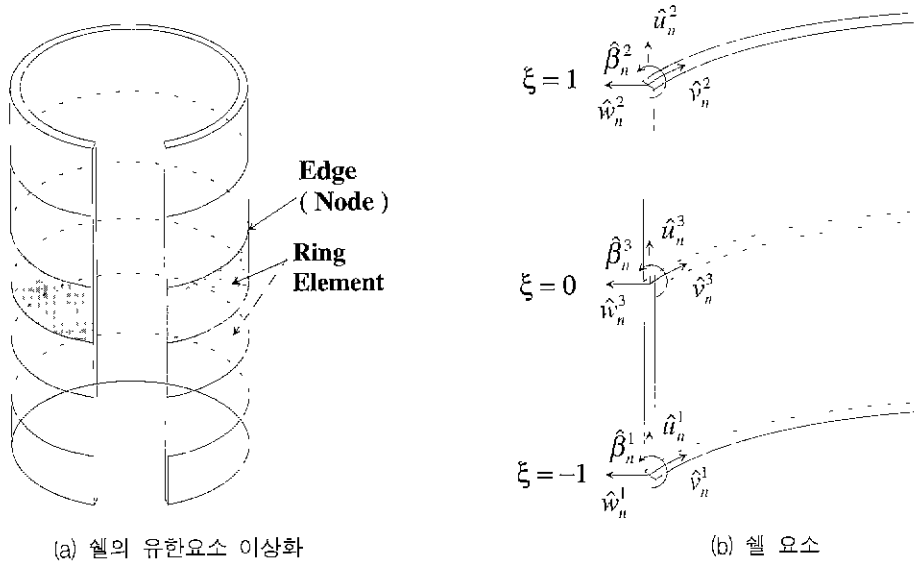


그림 2 원통형 셸 유한요소 모델링

대칭모드로 가정하면 Fourier 급수로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 u(\theta, \xi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{u}_n(\xi) \cos n\theta \\
 v(\theta, \xi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{v}_n(\xi) \sin n\theta \\
 w(\theta, \xi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{w}_n(\xi) \cos n\theta
 \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 ξ 는 각 요소의 국부 좌표 (natural coordinate), $\hat{u}_n, \hat{v}_n, \hat{w}_n$ 은 각각 u, v, w 에 대한 Fourier 급수의 n 차항 계수이다.

$\hat{u}_n(\xi), \hat{v}_n(\xi)$ 에 대해서는 2차 다항식의 $\hat{w}_n(\xi)$ 에 대해서는 4차 Hermitian 다항식의 형상함수를 정의한다. 그림 2(b)에서와 같이 자유도를 사용하면 $\hat{u}_n(\xi), \hat{v}_n(\xi), \hat{w}_n(\xi)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \hat{u}_n(\xi) &= \frac{1}{2}(-\xi + \xi^2) \hat{u}_n^1 + \frac{1}{2}(\xi + \xi^2) \hat{u}_n^2 \\
 &\quad + (1 - \xi^2) \hat{u}_n^3 \\
 \hat{v}_n(\xi) &= \frac{1}{2}(-\xi + \xi^2) \hat{v}_n^1 + \frac{1}{2}(\xi + \xi^2) \hat{v}_n^2 \\
 &\quad + (1 - \xi^2) \hat{v}_n^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{w}_n(\xi) &= (\xi^2 - 1.25\xi^3 - 0.5\xi^4 + 0.75\xi^5) \hat{w}_n^1 \\
 &\quad + 0.25(\xi^2 - \xi^3 - \xi^4 + \xi^5) \frac{\partial z}{\partial \xi} \hat{\beta}_n^1 \\
 &\quad + (\xi^2 + 1.25\xi^3 - 0.5\xi^4 - 0.75\xi^5) \hat{w}_n^2 \\
 &\quad - 0.25(\xi^2 + \xi^3 - \xi^4 - \xi^5) \frac{\partial z}{\partial \xi} \hat{\beta}_n^2 \\
 &\quad + (1 - 2\xi^2 + \xi^4) \hat{w}_n^3 + (\xi - 2\xi^3 + \xi^5) \frac{\partial z}{\partial \xi} \hat{\beta}_n^3
 \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 $\hat{u}_n^j, \hat{v}_n^j, \hat{w}_n^j, \hat{\beta}_n^j, j=1,2,3$ 은 각각 $\hat{u}_n, \hat{v}_n, \hat{w}_n, \hat{\beta}_n$ 의 j 번째 절점 변위이다.

구조물에 가해지는 지진이 수평 1축이면 Fourier 급수에서 $n=1$ 인 경우에 해당한다. 만약 수평 2축의 지진이 가해지면 각각의 방향에 대해서 독립적인 해석을 수행한 후 중첩하면 되고 수직 방향의 지진이 가해지면 Fourier 급수에서 $n=0$ 인 축대칭한 경우에 대해서 생각하면 된다.

위의 형상함수를 이용하여 $n=1$ 인 경우에 대해서 구조물의 질량 행렬과 강성 행렬을 구하여 운동 방정식을 구성한다 (Haroun & Housner^{(10),(11)}, Haroun⁽¹²⁾, 윤정방과 이창근⁽⁵⁾).

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_{11}^s & \hat{\mathbf{M}}_{12}^s \\ \hat{\mathbf{M}}_{21}^s & \hat{\mathbf{M}}_{22}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_1^t \\ \hat{\mathbf{u}}_2^t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11}^s & \hat{\mathbf{K}}_{12}^s \\ \hat{\mathbf{K}}_{21}^s & \hat{\mathbf{K}}_{22}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_1^t \\ \hat{\mathbf{u}}_2^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \hat{\mathbf{F}}_2^{hyd} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

여기서 $\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_{11}^s & \hat{\mathbf{M}}_{12}^s \\ \hat{\mathbf{M}}_{21}^s & \hat{\mathbf{M}}_{22}^s \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{11}^s & \hat{\mathbf{K}}_{12}^s \\ \hat{\mathbf{K}}_{21}^s & \hat{\mathbf{K}}_{22}^s \end{bmatrix}$ 은 각각 구조물의 질량 행렬, 강성도 행렬이고, $\begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_1^t \\ \hat{\mathbf{u}}_2^t \end{Bmatrix}$ 는 구조물의 자유도이고 윗첨자 s 는 절대변위를 의미한다. $\{\hat{\mathbf{F}}_2^{hyd}\}$ 은 유체의 동압력으로 인한 구조물에 작용하는 절점력을 나타내고, 하첨자 1은 구조물과 유체의 비공통자유도, 하첨자 2는 공통 자유도를 의미한다.

4. 유체-구조물계의 지배방정식

축대칭 요소를 이용한 구조물의 지배방정식은 식 (22)으로 주어진다. 표현을 단순하게 하기 위해 앞으로 기호는 생략하여 표기한다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^s & \mathbf{M}_{12}^s \\ \mathbf{M}_{21}^s & \mathbf{M}_{22}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1^t \\ \mathbf{u}_2^t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^s & \mathbf{K}_{12}^s \\ \mathbf{K}_{21}^s & \mathbf{K}_{22}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1^t \\ \mathbf{u}_2^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{F}_2^{hyd} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

식 (19)로부터 $\{\mathbf{F}_2^{hyd}\}$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$-\{\mathbf{F}_2^{hyd}\} = [\mathbf{M}_{2n}^f]\{\ddot{\boldsymbol{\eta}}\} + [\mathbf{M}_{22}^f]\{\ddot{\mathbf{u}}_2\} + [\mathbf{K}_{2n}^f]\{\boldsymbol{\eta}\} \quad (24)$$

여기서 $[\mathbf{M}_{2n}^f]$, $[\mathbf{M}_{22}^f]$, $[\mathbf{K}_{2n}^f]$ 는 각각 $\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{wn} \\ \mathbf{M}_{bn} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ww} & \mathbf{M}_{wb} \\ \mathbf{M}_{bw} & \mathbf{M}_{bb} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{wn} \\ \mathbf{K}_{bn} \end{bmatrix}$ 의 요소중에서 공통자유도 $\{\mathbf{u}_2\}$ 에 해당하는 요소들이다. 식 (24)를 식 (23)에 대입하면 동수압에 의한 외부 절점력을 소거할 수 있고 다음식이

주어진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^s & \mathbf{M}_{12}^s & 0 \\ \mathbf{M}_{21}^s & \mathbf{M}_{22}^s + \mathbf{M}_{22}^f & \mathbf{M}_{2n}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_1^t \\ \ddot{\mathbf{u}}_2^t \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^s & \mathbf{K}_{12}^s & 0 \\ \mathbf{K}_{21}^s & \mathbf{K}_{22}^s & \mathbf{K}_{2n}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1^t \\ \mathbf{u}_2^t \\ \boldsymbol{\eta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (25)$$

유체표면의 운동방정식 식 (16)과 결합시키면 유체-구조물의 상호작용을 고려한 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^s & \mathbf{M}_{12}^s & 0 \\ \mathbf{M}_{21}^s & \mathbf{M}_{22}^s + \mathbf{M}_{22}^f & \mathbf{M}_{2n}^f \\ 0 & \mathbf{M}_{n2}^f & \mathbf{M}_{nn}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_1^t \\ \ddot{\mathbf{u}}_2^t \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^s & \mathbf{K}_{12}^s & 0 \\ \mathbf{K}_{21}^s & \mathbf{K}_{22}^s & \mathbf{K}_{2n}^f \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{nn}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1^t \\ \mathbf{u}_2^t \\ \boldsymbol{\eta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

여기서 $[\mathbf{M}_{n2}^f]$ 는 $[\mathbf{M}_{nw} \ \mathbf{M}_{nb}]$ 의 요소중에서 공통자유도 $\{\mathbf{u}_2\}$ 에 해당하는 요소들이고 $[\mathbf{M}_{nn}^f] = [\mathbf{M}_{nn}]$, $[\mathbf{K}_{nn}^f] = [\mathbf{K}_{nn}]$ 이다.

$\ddot{\mathbf{u}}_g$ 의 지반가속도가 주어질 경우 구조물의 상대변위에 대한 최종적인 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^s & \mathbf{M}_{12}^s & 0 \\ \mathbf{M}_{21}^s & \mathbf{M}_{22}^s + \mathbf{M}_{22}^f & \mathbf{M}_{2n}^f \\ 0 & \mathbf{M}_{n2}^f & \mathbf{M}_{nn}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_1 \\ \ddot{\mathbf{u}}_2 \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^s & \mathbf{K}_{12}^s & 0 \\ \mathbf{K}_{21}^s & \mathbf{K}_{22}^s & \mathbf{K}_{2n}^f \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{nn}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \boldsymbol{\eta} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^s & \mathbf{M}_{12}^s & 0 \\ \mathbf{M}_{21}^s & \mathbf{M}_{22}^s + \mathbf{M}_{22}^f & \mathbf{M}_{2n}^f \\ 0 & \mathbf{M}_{n2}^f & \mathbf{M}_{nn}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{r} \end{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (27)$$

여기서 $\{\mathbf{r}\}$ 은 지진 영향계수 벡터이다.

감쇠 행렬은 다음과 같이 비례감쇠를 채택하여 다음과 같이 구성하였다.

$$\begin{bmatrix} C_{11}^s & C_{12}^s & 0 \\ C_{21}^s & C_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & C_{\eta\eta}^f \end{bmatrix} = \alpha_i \begin{bmatrix} M_{11}^s & M_{12}^s & 0 \\ M_{21}^s & M_{22}^s + M_{22}^f & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ + \beta_i \begin{bmatrix} K_{11}^s & K_{12}^s & 0 \\ K_{21}^s & K_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ + \alpha_s \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{\eta\eta}^f \end{bmatrix} + \beta_s \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{\eta\eta}^f \end{bmatrix} \quad (28)$$

여기서

$$\alpha_i = \frac{2\xi_i \omega_{\max,i} \omega_{\min,i}}{\omega_{\max,i} + \omega_{\min,i}}, \quad \beta_i = \frac{2\xi_i}{\omega_{\max,i} + \omega_{\min,i}}, \\ \alpha_s = \frac{2\xi_s \omega_{\max,s} \omega_{\min,s}}{\omega_{\max,s} + \omega_{\min,s}}, \quad \beta_s = \frac{2\xi_s}{\omega_{\max,s} + \omega_{\min,s}}$$

이고 ξ_i 는 상호작용모드의 감쇠비, ξ_s 는 슬러싱모드의 감쇠비이다. $\omega_{\min,i}$, $\omega_{\max,i}$ 는 각각 상호작용모드 고유진동수의 최소값과 최대값, $\omega_{\min,s}$, $\omega_{\max,s}$ 는 각각 슬러싱모드 고유진동수의 최소값과 최대값이다.

결국 유체와 구조물의 상호작용을 고려한 최종적인 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M_{11}^s & M_{12}^s & 0 \\ M_{21}^s & M_{22}^s + M_{22}^f & M_{2\eta}^f \\ 0 & M_{\eta 2}^f & M_{\eta\eta}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{\eta} \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} C_{11}^s & C_{12}^s & 0 \\ C_{21}^s & C_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & C_{\eta\eta}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{\eta} \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} K_{11}^s & K_{12}^s & 0 \\ K_{21}^s & K_{22}^s & K_{2\eta}^f \\ 0 & 0 & K_{\eta\eta}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \eta \end{Bmatrix} \\ = - \begin{bmatrix} M_{11}^s & M_{12}^s & 0 \\ M_{21}^s & M_{22}^s + M_{22}^f & M_{2\eta}^f \\ 0 & M_{\eta 2}^f & M_{\eta\eta}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (29)$$

식 (29)로부터 상대변위 및 슬러싱 높이의 시간이력을 구할 수 있다.

만약 강체 구조물인 경우에는 식 (16)의 슬러싱에 관한 운동방정식으로부터 같은 방법으로 감쇠행렬을 구성한 후 슬러싱 높이의 시간이력을 구할 수 있다.

5. 정해석 및 자유진동해석

표 1에 그 제원이 수록되어 있는 2개의 강탱크 모델에 대해서 해석을 수행하였다. 높이/반경의 비, H_s/R 에 따라서 탱크의 동적거동특성이 큰 영향을 받는 것으로 알려져 있으므로, $H_s/R=3$ 인 높은 탱크와 $H_s/R=0.67$ 인 넓은 탱크를 해석대상으로 선정하였다. 지붕이 없고 탱크의 바닥은 강체기반에 고정되어 있으며, 액체는 가득 차 있어서 그 깊이는 탱크의 높이와 같다고 가정하였다.

표 1 유체저장 탱크 모델의 제원

	높은 탱크	넓은 탱크	
반지름 R	7.32 m	18.3 m	
Tank의 높이 H_s	21.96 m	12.2 m	
벽체 두께 h	2.54 cm		
유체의 밀도 ρ_l	1000 kg/m ³		
구조물의 밀도 ρ_s	7840 kg/m ³		
Poisson 비 ν	0.3		
탄성계수 E	206.7 GPa		
구조물의 유한요소수	24	12	
유체의 경계요소수	축방향	24	12
	원주방향	8	8
	반경방향	8	8

5.1 정수압을 받는 셸

우선 정수압으로 인한 탱크 바닥에서 z 만큼 떨어진 곳에서의 변위를 계산한 후 그림 3에서 참고문헌에 제공되어 있는 다음의 정해와 비교하였다 (Timoshenko & Woinowsky-Krieger⁽¹⁸⁾).

$$w = \frac{\rho_l g R^2}{Eh} \{ H - z - e^{-\gamma z} [H \cos \gamma z \\ + (H - \frac{1}{\gamma}) \sin \gamma z] \} \quad (30)$$

여기서 $\gamma^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{R^2 h^2}$, H 는 유체의 깊이, z 는 바닥으로부터의 높이를 나타낸다.

축대칭 셸 유한요소해석결과와 정해는 잘 일

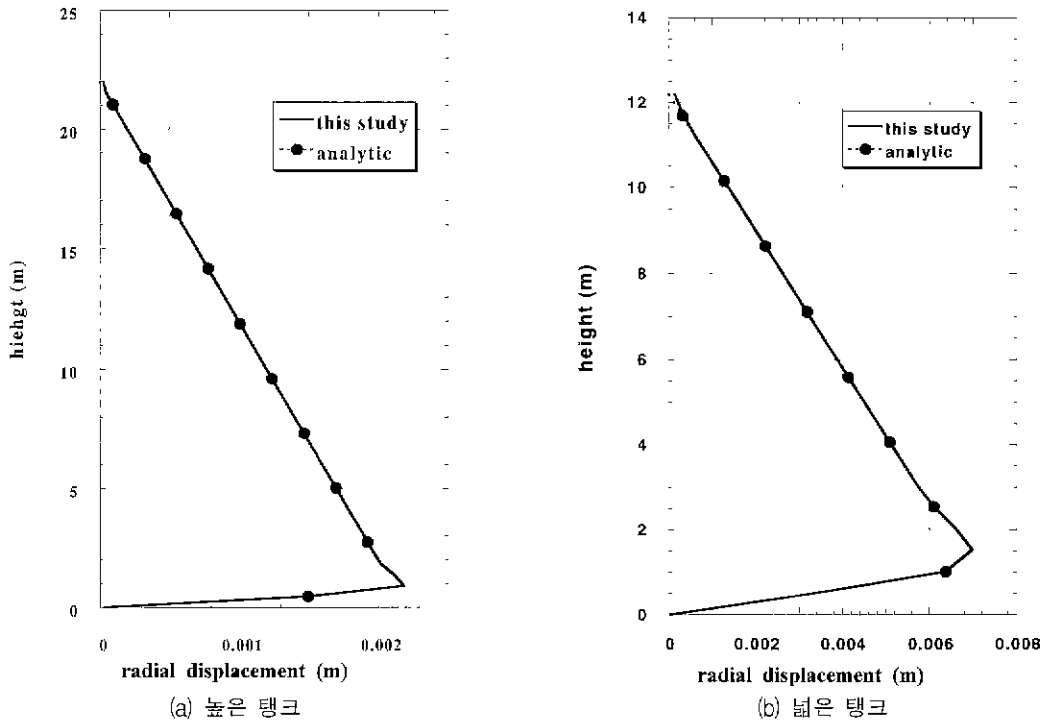


그림 3 정수법에 의한 탱크의 변형

치함이 그림 3에서 확인된다.

5.2 자유진동해석

물을 가득 담고 있는 탱크의 자유진동해석을 수행하여 고유진동수와 고유모드를 구하였다. 이 경우 고유주기와 고유모드는 두 종류로 구분된다. 하나는 유체표면의 슬러싱 모드로서 장주기의 특성을 가지고 있다. 다른 하나는 유체-구조물의 상호작용 모드이다. 또한, 강체탱크 모델의 슬러싱 고유진동수도 계산을 하였다.

표 2에서는 개발한 해석기법에 의해서 계산된 높은 탱크의 제1차 슬러싱 모드와 제1차 상호

작용 모드의 고유진동수의 값을 Haroun⁽¹²⁾에 의한 계산결과와 비교하였다. 낮은 탱크에 대한 계산결과는 표 3에 비교되어 있다.

유연한 탱크와 강체탱크의 슬러싱 진동수는 높은 탱크와 낮은 탱크 모두에서 차이를 없음을 보여주고 있다. 탱크의 유연성이 슬러싱에 주는 영향은 무시할 수 있음을 알 수 있다. 슬러싱 높이의 영향을 고려한 유연탱크모델의 경우 Haroun⁽¹²⁾의 결과와 사실상 동일한 결과를 얻었다. 또한 개발된 해석법에 의해서 계산된 모든 고유 값이 양의 실수로 얻어졌다.

높은 탱크와 낮은 탱크의 제1차 상호작용모드의 형상이 그림 4(a)와 4(b)에 각각 주어졌다.

표 2 높은 탱크의 동적 특성

고유진동수	본연구		기존연구 [Haroun, 1983]
	유연한 탱크	강체 탱크	
$\omega_{1,s}(rad/sec)$	1.58	1.58	1.57
$\omega_{1,r}(rad/sec)$	33.60	-	33.25

표 3 낮은 탱크의 동적 특성

고유진동수	본연구		기존연구 [Haroun, 1983]
	유연한 탱크	강체 탱크	
$\omega_{1,s}(rad/sec)$	0.91	0.91	0.91
$\omega_{1,r}(rad/sec)$	38.77	-	38.79

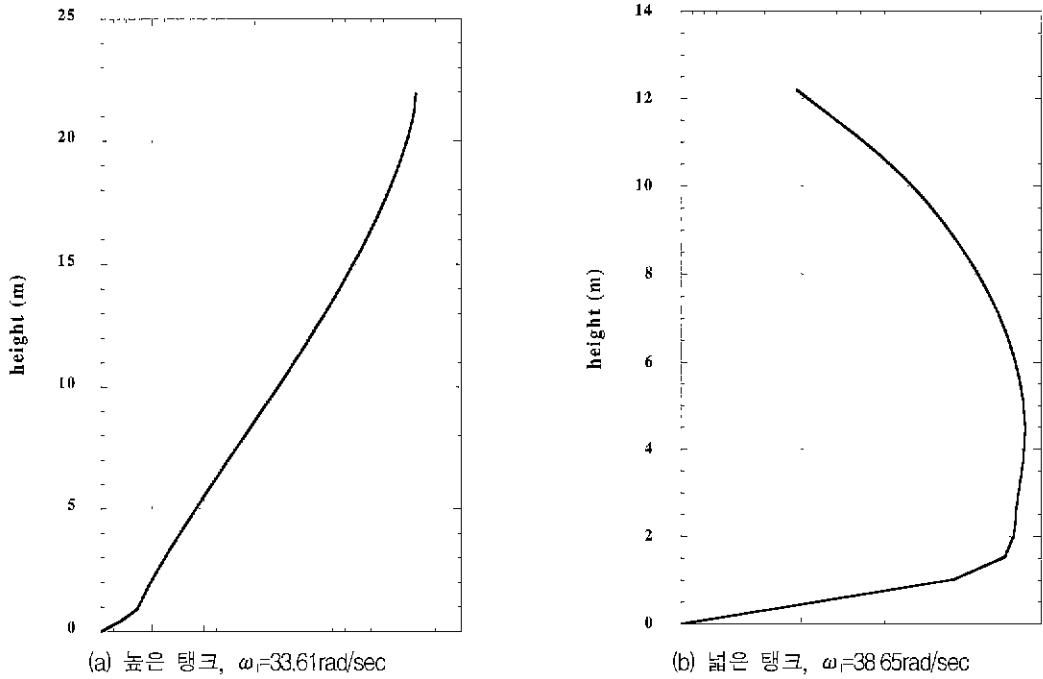


그림 4 저장탱크의 변형 모드

높은 탱크는 외팔보의 변형형상과 유사한 점이 보이지만 낮은 탱크는 그러하지 않음을 알 수 있다. 이 형상은 Haroun과 Housner^{(10),(11)}와 Haroun⁽¹²⁾의 결과와 일치함을 보여주고 있다.

6. 지진 해석

높은 탱크와 낮은 탱크의 수평방향 지반운동에 대한 응답을 개발한 기법을 사용하여 해석하였다. 입력 지반가속도 시간이력은 1940년 Imperial Valley, California 지진 El Centro 지진기록의 남북방향 성분이 사용되었다. 그림 5에 주어진 이 가속도 시간이력의 PGA는 0.348g 이다.

각 탱크에 대하여 세가지 경우를 해석하여 비교하였다. 첫 경우는 상호작용모드의 감쇠비는 2%, 슬러싱모드의 감쇠비는 0.5%를 적용하였다(case I). 두번째는 상호작용모드의 감쇠비는 2%로 전과 동일하나 슬러싱모드는 비감쇠로 가정하였다(case II). 세번째는 강체탱크 모델로서 구조체 유연성의 영향을 보기 위한 목적으로 선정하였다(case III). 세번째 모델의 경우 슬러

싱모드의 감쇠비는 0.5%를 적용하였다.

반경방향상대변위, 슬러싱 높이, 동수압력에 의한 바닥전단력, 전도모멘트, 탱크 벽체의 축력의 시간이력을 구하였다. 그림 6, 7, 8, 9에는 슬러싱 감쇠를 고려한 유연 탱크모델의 반경방향상대변위, 슬러싱 높이, 동수압력에 의한 바닥전단력과 전도모멘트의 시간이력을 각각 도시하였다. 표 4와 5에는 각각 높은 탱크와 낮은 탱크에 대하여 응답의 최대값을 수록하였다. 슬러싱 높이를

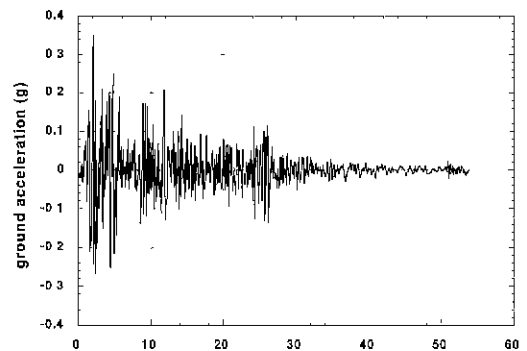


그림 5 입력 지반 가속도 (El Centro 지진, 남북 성분, PGA=0.348g)

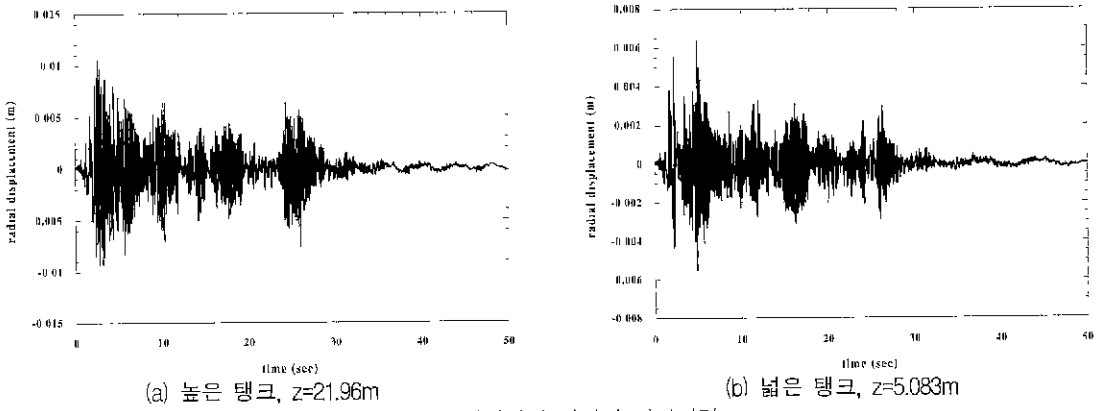


그림 6 반경방향 변위의 시간이력

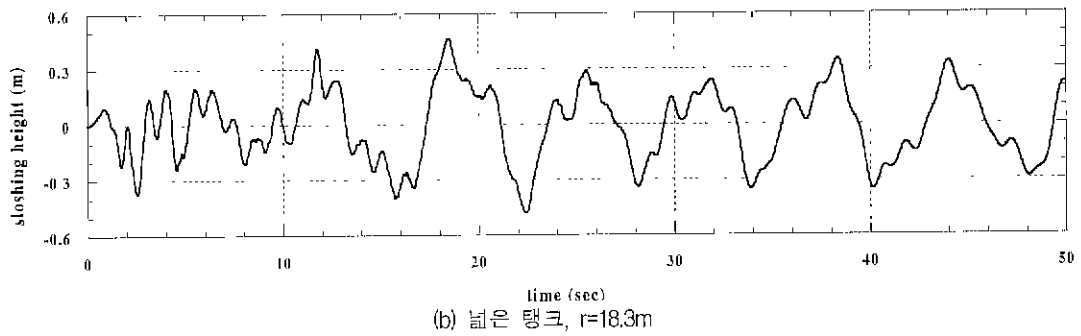
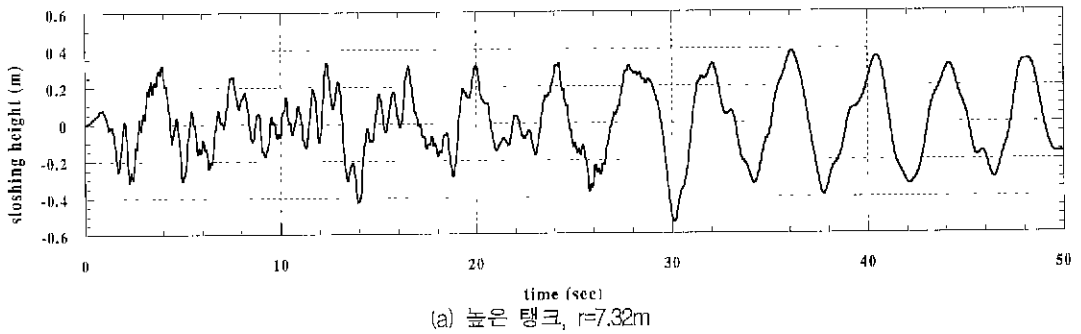


그림 7 슬러싱 높이의 시간이력

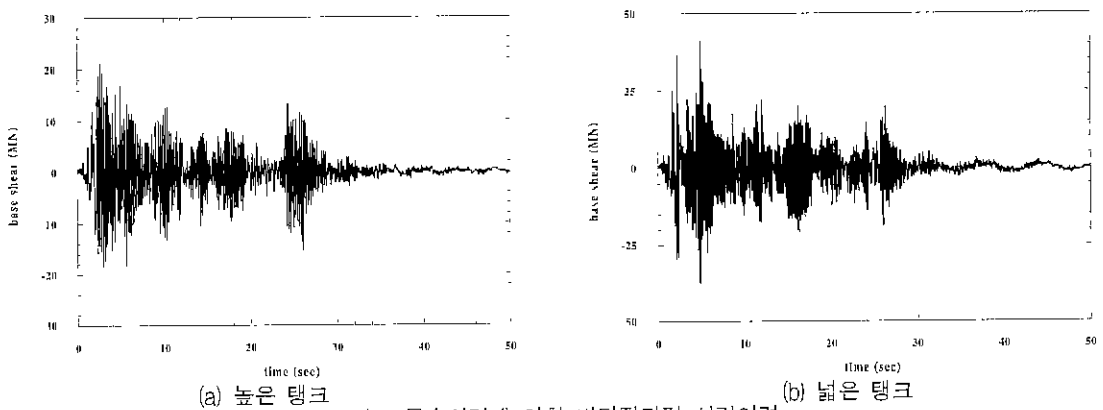
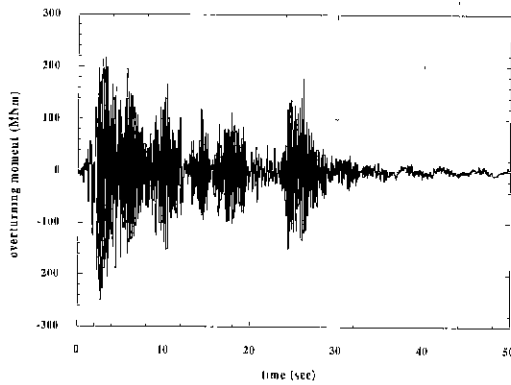
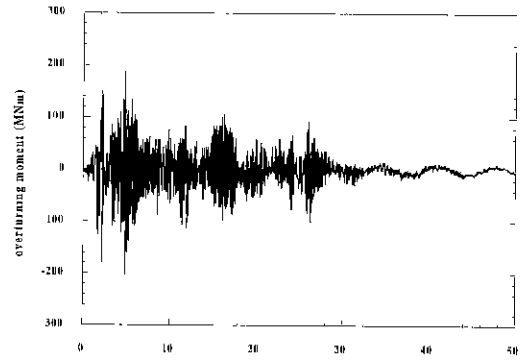


그림 8 동수압력에 의한 바닥단력 시간이력



(a) 높은 탱크



(b) 넓은 탱크

그림 9 동수압력에 의한 바닥 전도모멘트의 시간이력

표 4 높은 탱크의 지진응답 최대값

	본연구			기존연구 [Haroun,1983]
	Case I	Case II	Case III	
$W_{max} (cm)$	1.06	1.06	-	1.17
$\eta_{max} (cm)$	53.9	71.6	53.3	38.6
$Q_{max} (MN)$	21.1	21.1	10.5	23.0
$M_{Tmax} (MNm)$	249.4	249.6	102.2	278.6
$N_{zmax} (N/mm)$	1488	1489	-	1655

W_{max} : 최대 반경방향변위 η_{max} : 최대 슬러싱 높이 Q_{max} : 최대 바닥 전단력
 M_{Tmax} : 최대 전도 모멘트 N_{zmax} : 최대 축응력(axial stress resultant)

표 5 넓은 탱크의 지진응답 최대값

	본연구			기존연구 [Haroun,1983]
	Case I	Case II	Case III	
$W_{max} (cm)$	0.636	0.637	-	0.658
$\eta_{max} (cm)$	50.3	54.9	50.4	42.9
$Q_{max} (MN)$	41.0	41.0	17.8	42.4
$M_{Tmax} (MNm)$	202.2	202.4	87.2	212.7
$N_{zmax} (N/mm)$	182	183	-	198

제외한 다른 응답은 Haroun과 Housner^{(10),(11)} 그리고 Haroun⁽¹²⁾의 계산값과 비교하여 큰 차이가 없음을 확인할 수 있다. 그러나, BEM에 근거한 본 해석기법의 의해서 얻어진 슬러싱 높이는 슬러싱 감쇠를 고려한 경우에도 Haroun⁽¹²⁾에 비하여 상당히 크다. 이는 Haroun의 경우에는 슬러싱모드를 1개만 고려했기 때문이다. 만약

고차 모드를 고려하면 본 연구결과와 유사하게 산출될 것으로 예상된다 (Choun & Yun⁽⁸⁾). 또한 이러한 사실은 최근 Chi-Chi 지진에서 관찰된 슬러싱에 의한 손상을 감안할 때 중요한 의미를 갖는다고 보여지며, 비록 Taichung항에서의 연약 지반이 슬러싱 응답을 증폭시켰을 가능성을 고려하더라도 현재 내진규범에서 사용

되고 있는 슬러싱 높이 계산법을 재검토할 필요가 있음은 강하게 시사하고 있다.

그림 10에는 동압력에 의한 바닥전단력이 최대값을 갖는 순간에서의 탱크의 변형형상이 정수압에 의한 변형의 크기와 함께 주어져 있다. 그림 4의 고유모드형상과 비교하면 사실상 동일한 것을 관찰할 수 있는 바, 이는 주로 제1차 상호작용모드로 진동함을 의미하고 있다고 하겠다. 유연탱크 모델에서 바닥전단력이 최대값을 갖는 순간에서의 동수압력의 깊이에 대한 분포를 그림 11에서 비교하였다. 슬러싱 높이의 영향이 작지 않음을 볼 수 있다. 그림 12에서는 유연탱크 모델과 강체탱크 모델에서 바닥전단력이 최대값을 갖는 순간에서의 동수압력의 깊이에 대한 분포를 비교하였다. 이미 잘 알려진 바와 같이 유연성에 의해서 동수압력이 크게 증폭되고 있음이 관찰되고 있다.

그림 13에는 수면과 접하는 벽체에 설정된 절점에서의 유체압력으로 부터 계산된 슬러싱 높이 시간이력을 제공하였다. 그림 7에 주어진 시간이력과 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 이 비교로부터 본 연구에서 제시한 유체부가질량행렬 및 슬러싱 강성 행렬의 도출 과정의 정확성이 입증된다고 판단된다.

7. 결 론

경계요소법에 의해서 비점성, 비압축성, 이상 유체의 비회전운동을 잘 모사할 수 있는 부가질량행렬과 슬러싱 강성행렬을 도출하는 새로운 연구결과를 제시하였다. 이 연구의 가장 중요한 기여는 유체표면과 벽면과의 경계에서 불연속성을 엄밀하게 반영하는 절차를 제시한 것이다. 구하여진 유체의 부가질량행렬과 슬러싱 강성행렬을 쉘의 축대칭 유한요소와 결합하여 원통형 액체저장탱크의 동적특성과 지진응답을 해석하였다. 슬러싱 응답을 제외하고는 발표된 기존의 연구결과와 비교적 잘 일치하는 것을 확인하였다. 그러나 본 해석법에 의한 슬러싱 높이는 기존의 연구 결과보다 상당히 크게 계산되었다. 이는 현

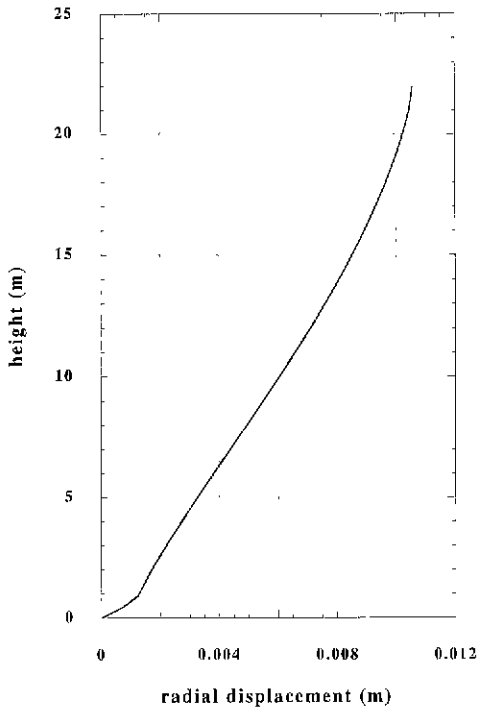
재 사용하고 있는 계산법을 재검토할 필요가 있다는 것을 시사하고 있다고 생각된다.

감사의 글

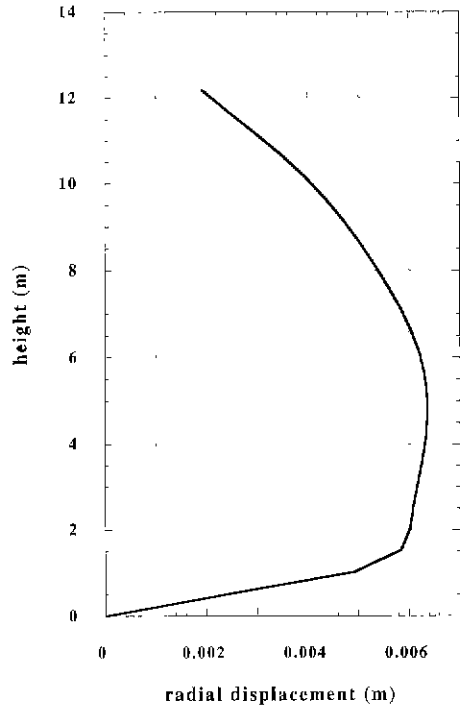
본 연구는 과학기술부에서 시행하는 중점국가 연구개발사업의 하나인 자연재해방재기술 개발사업과 대림산업 주식회사의 지원하에 수행된 것이다. 논문심사위원의 세밀한 검토와 조언이 이 논문의 완성도를 높이는데 크게 기여하였다. 저자들은 연구비 지원기관과 심사위원에게 깊은 감사를 표하는 바이다.

참 고 문 헌

1. 고헌무, 박장호, 김재관, "경계요소-유한요소 연계법에 의한 구형 수조구조물의 동적거동 특성해석", 대한토목학회 논문집, 제14권, 제5호, 1994, pp. 1033-1042.
2. 김문겸, 임윤득, 조성용, 조정환, "유한요소-경계요소 조합에 의한 3차원 유체저장 구조물의 주파수 응답 해석", '99 춘계 학술발표회 논문집, 한국지진공학회, pp. 275-283.
3. 박장호, "면진 및 비면진 직사각형 수조구조물의 동적 거동 해석", 박사학위논문, 서울대학교, 1997.
4. 박정일, "3차원 곡면경계요소법을 이용한 텐션레그플랫폼의 동적해석", 박사학위논문, 서울대학교, 1992.
5. 윤정방, 이창근, "벽면의 유연성을 고려한 액체 저장탱크의 동적해석", 대한토목학회 논문집, 제7권, 제4호, 1987, pp. 21-29.
6. 조의경, "유연 지반상에 놓인 액체저장탱크의 3차원 지진응답해석", 박사학위논문, 서울대학교, 1993.
7. 황철성, 백인열, "유체의 영향을 고려한 프리스트레스트 액체저장 탱크의 동적해석", 한국지진공학회 논문집, 제3권, 제4호, 1999, pp. 71-82.

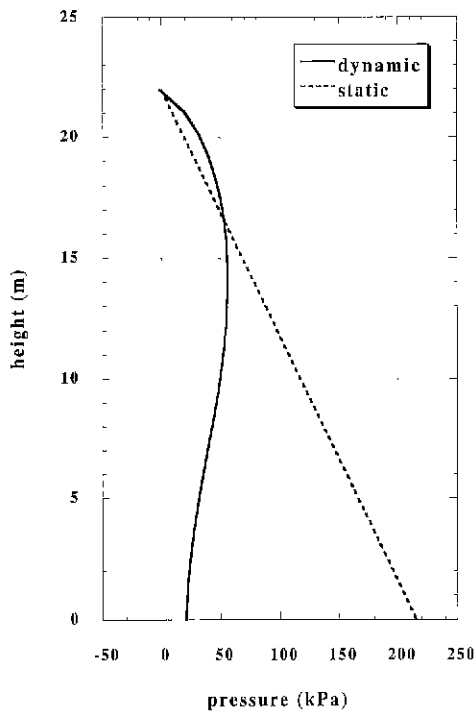


(a) 높은 탱크, $t=2.68\text{sec}$

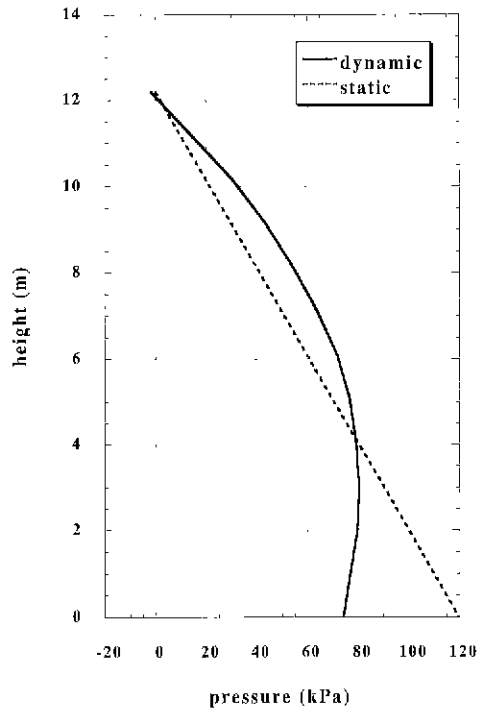


(b) 넓은 탱크, $t=4.92\text{sec}$

그림 10 탱크의 동적 변형 형상



(a) 높은 탱크, $t=2.68\text{ sec}$



(b) 넓은 탱크, $t=4.92\text{ sec}$

그림 11 유연탱크 동수압력의 깊이에 대한 분포

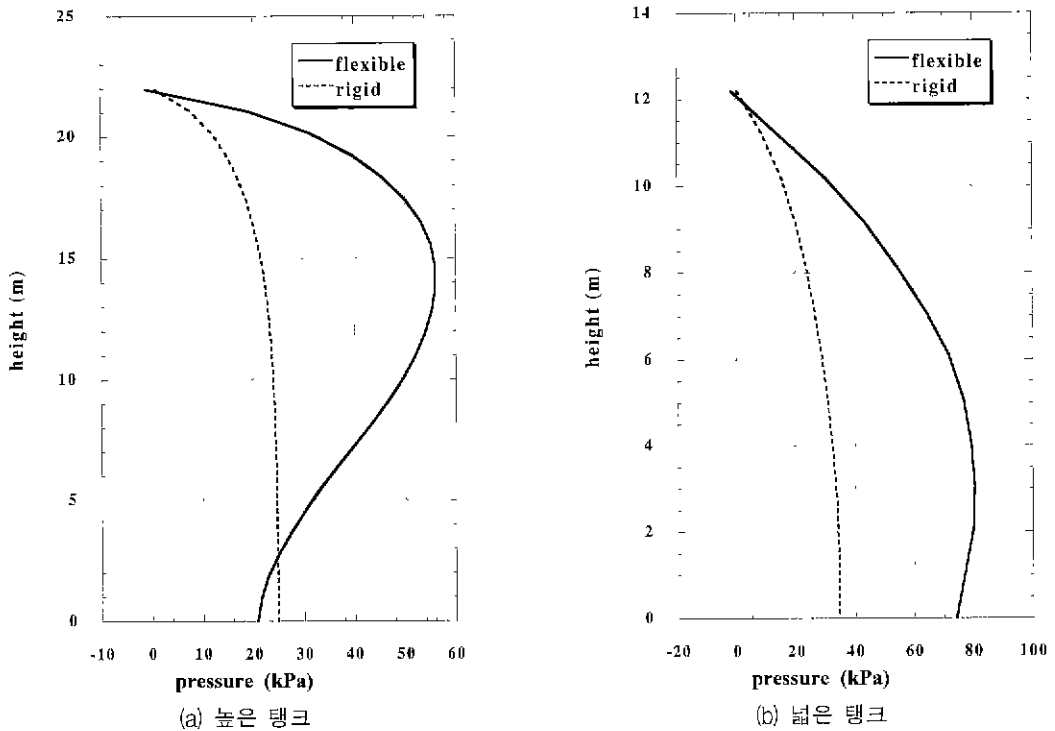


그림 12 유연탱크와 강체탱크의 동수압력분포의 비교

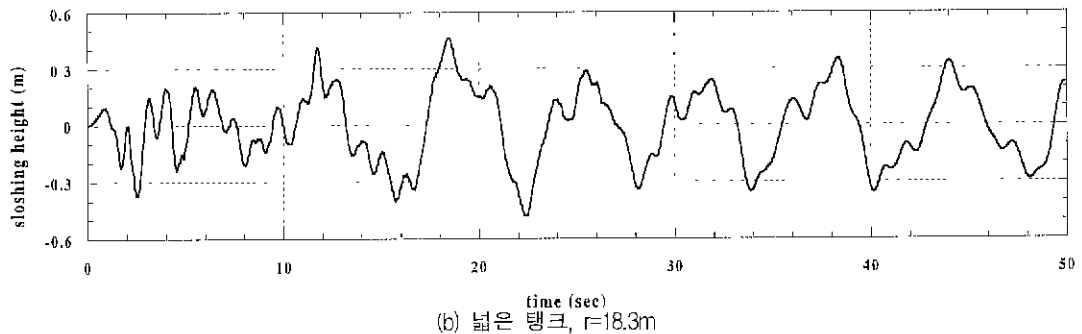
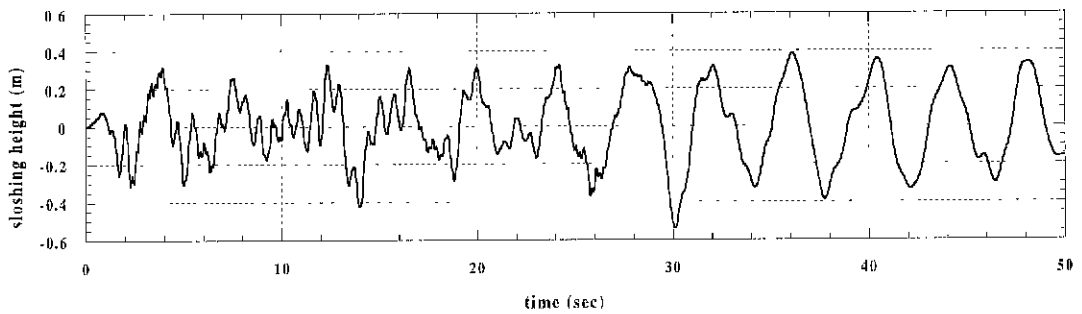


그림 13 벽체 압력으로부터 구하여진 슬러싱 높이 시간이력

8. Choun, Y. S. and Yun, C. B., "Sloshing analysis of rectangular tanks with a submerged structure by using small-amplitude water wave theory," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 28, 1999, pp. 763-783.
9. Currie, I. G., *Fundamental Mechanics of Fluids*, McGraw-Hill, New York, 1974.
10. Haroun, M. A. and Housner, G. W., "Earthquake response of deformable liquid storage tanks," *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 48, 1981, pp. 411-418.
11. Haroun, M. A. and Housner, G. W., "Seismic design of liquid storage tanks," *Journal of the Technical Councils*, ASCE, Vol. 107, 1981, pp. 747-763.
12. Haroun, M. A., "Vibration studies and tests of liquid storage tanks," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 11, 1983, pp. 179-206.
13. John, F., *Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, 1982.
14. Kim, J. K., Koh, H. M., and Kwahk, I. J., "Dynamic response of rectangular flexible fluid containers," *J. Engrg. Mech.*, ASCE, Vol. 122, 1996, pp. 807-817.
15. Koh, H. M., Kim, J. K., and Park, J. H., "Fluid-structure interaction analysis of 3-D rectangular tanks by a variationally coupled BEM-FEM and comparison with test results," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 27, 1998, pp. 109-124.
16. Park, J. H., Koh, H. M., and Kim, J., "Fluid-structure interaction analysis by a coupled boundary element-finite method in time domain," *Proceedings of 7th International Conference on Boundary Element Technology*, BEIECH/92, Computational Mechanics Publications, Southampton, 1992, pp. 227-243.
17. Rammerstorfer, F. G., Sharf, K., and Fisher, F. D., "Storage tanks under earthquake loading," *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 43, 1990, pp. 261-282.
18. Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S., *Theory of Plates and Shells*, McGraw-Hill, Singapore, 1959.
19. Veletsos, A. S., "Seismic response and design of liquid storage tanks," Guidelines for the seismic design of oil and gas pipeline systems, *Tech. Council on Lifeline Earthquake Engrg.*, ASCE, New York, 1984, pp. 255-370.