격리받침 위에 놓인 세장한 강체 블록의 비선형 동적거동 해석

Nonlinear Dynamic Response Analysis of Slender Rigid Blocks Mounted on Seismic Isolation Systems

김 재 관* 채 윤 병**
Kim, Jae Kwan Chae, Yun Byeong

국문요약

적층되어 있는 다중블록 시스템은 역사적 건물이나 문화재등에 자주 사용되고 있다. 이러한 구조시스템은 지진에 매우 취약하고, 특히 세장한 구조물일 경우에는 낮은 수준의 지반가속도에 대해서도 전도가 일어날 수 있다. 지진으로부터 이러한 구조물을 보호할 수 있는 방법중의 하나로써 지진격리받침의 사용을 들 수 있으나, 아직 격리받침이 설치되어 있는 다중블록의 거동에 대해서는 잘 알려지지 않은 실정이다. 이 논문에서는 각각 P-F 시스템, FPS, LRB 시스템이 설치되어 있을 때의 세장한 강체 블록의 동적거동에 대해 살펴보았다. P-F 시스템과 FPS에서의 마찰모델은 Coulomb의 마찰법칙을 이용하였고, 상부구조물은 붙음(stick) 모드와 록킹(rocking) 모드만이 존재하도록 가정하였다. 충격은 개별요소법(distinct element method, DEM) 을 이용해 기술하였고, 조화입력운동에 대한 응답을 조사하였다.

주요어 : 다중블록 시스템, 지진격리장치, 개별요소법, 비선형 동역학, 마찰

ABSTRACT

Piled multi-block system has been frequently adopted in the historic structures or monuments of cultural heritage. It is well known that such a structural system is very vulnerable to the earthquake shaking. If the structure is of slender type, then it may experience overturning at very low level intensity of ground shaking. One of the methods used to protect such structures from earthquake is seismic isolation system. But the behavior of multi-block systems mounted on the isolated basis is not well understood yet. In this paper, we investigate the dynamic behavior of single slender rigid block mounted on the three different isolation systems, i.e., P-F system, FPS and LRB system. Sliding at the isolation interface of P-F system and FPS is formulated based on Coulomb friction law. The mounted single block is assumed undergoing rocking or sticking only. Impacting of a single block is described using distinct element method (DEM). Responses to the harmonic excitation are calculated and presented as application examples.

Key words *: piled multi-block, seismic isolation system, distinct element method, nonliner dynamics, friction*

1. 서 론

기본적으로 적층다중블록의 동역학적인 문제는 닿임경계조건으로 인해서 고도로 비선형적인 거동을 보이고 블록간에 다양한 모드가 존재한다. 석탑과 같은 적층블록구조시스템은 바로 이러한 구조물중의 대표적인 예가 될 수 있다. 여러 가지 모드 중에서 세장한 구조물 즉, 폭-높이비가(b/h) 작을 경우에는 록킹 모드가 지배적이 되고 낮은 수준의 지반가속도에 의해서도 전도가 일어날 수 있다.

문화재와 같이 구조적 보강이 용이하지 아니한 구조물을 지진으로부터 보호하는 방법 중

* 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수
** 서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정
본 논문에 대한 토의를 2001년 2월 28일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

하나는 지진격리받침이다. 그러나, 아직 지진격리받침 위에 올려진 적층블록구조물의 거동특성은 잘 규명되지 않은 실정이다. 이러한 방향으로의 연구의 시작단계로서 먼저 지진격리받침 위에 놓여진 세장한 강체 블록의 동적 거동에 대해서 살펴보았다. 지진격리받침로서는 비교적 널리 사용되고 있는 P-F(pure friction) 시스템, FPS(friction pendulum system), LRB (laminated rubber bearing) 시스템을 선정하였다.

본 연구에서는 충격시 거동의 모델링을 위해 개별요소법(distinct element method, DEM[1]) 을 사용하였다. 충격에 의한 에너지 손실은 강성비례감쇠행렬을 사용하여 효과적으로 묘사하였다. 지진격리받침의 마찰 미끄러짐은 Coulomb의 법칙을 적용하여 모델링 하였으며, 비선형 방정식은 Runge-Kutta 방법을 사용하여 수치적으로 그 해를 구하였다. 또한 조화입력운동(harmonic excitation)에 대한 응답을 개발된 기법으로 해석하였고, 그 특성을 비교하였다.

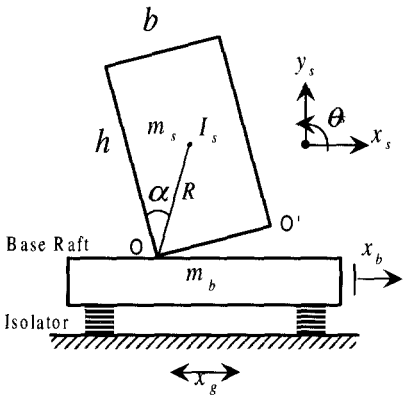


그림 1 지진격리받침 위에 놓인 강체 블록

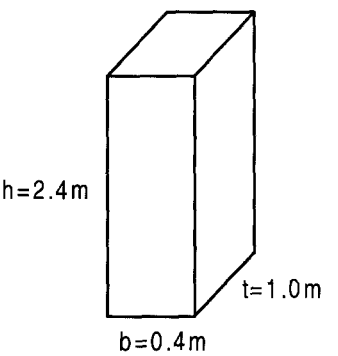


그림 2 상부 강체 블록

2. 수치해석법

2.1 모델링

단일블록에서는 일정한 마찰계수값에 대해 폭-높이비가 작을수록 미끄러짐(slide)보다는 록킹모드가 지배적이게 된다.[2] 따라서 붙음과 록킹모드만 존재하는 단일블록 모델만으로도 폭-높이의 비가 작은 구조물의 일반적인 거동 경향을 살펴보는데 있어서 그리 큰 문제는 없게 된다. 물론 석탑과 같은 구조물의 정밀한 거동결과를 얻기 위해서는 다중블록으로 모델링 해야 하나, 여기서는 그림 1과 같이 격리받침위에 놓인 단일 강체블록의 거동에 대한 조사로 연구의 범위를 국한하였다. 상부구조물의 폭, 높이, 두께는 그림 2에 주어진 바와 같고, 블록의 밀도는 $\rho = 2,700\,\mathrm{kg/m^3}$, 바닥판의 질량은 $m_b = 500\mathrm{kg}$으로 가정하였다.

그림 1에서 상부구조는 단일블록이지만 전체적으로는 바닥판까지 포함해 다중블록 시스템이 된다. 다중 블록의 각 모드에 대한 지배 방정식은 평형 방정식인 Newton-Euler 법칙과 닿임점에서의 운동학적 조건을 이용해 구할 수 있다.[3] 하지만 충격시의 거동은 이러한 지배방정식으로 해결이 되지 않는다. 상부구조물에서 록킹이 발생하면 필연적으로 바닥판과 충돌이 일어나게 되는데, 충격이 발생하면 시스템의 전체 에너지는 일정량 손실 된다. 이렇게 되면 충격을 전후해서 전체 거동이 판이하게 달라질 수 있게 되는데, 단일 블록의 경우 운동량 보존법칙에 의해 간단하게 에너지 손실량을 계산할 수 있지만,[4]-[6] 다중 블록인 경우는 이에 대한 적용이 어렵게 된다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해 최근들어 DEM을 다중블록의 거동분석에 사용하기 시작하였다.[7],[8]

DEM에서는 그림 3과 같이 닿임점에 가상의 스프링과 점성감쇠기를 설치하고, 양해법(explicit method)으로 평형방정식의 시간적분을 수행해 각 블록의 변위, 속도, 가속도 벡터를 구한다.[9] 보통 강체블럭 문제에서는 법선 방향과 접선 방향의 스프링 강성계수 및 감쇠계수 값을 같게 해준다($k_n = k_s = k$, $c_n = c_s = c$). DEM은 충격시의 거동을 효과적으로 묘사하는 것으로 알려져 있어서 다중블록 시스템의 해석에 자주 사용되지만, 안정성 문제로 인해 시간간격 설정에 제약을 받게 된다. 즉, 비교적 정확한 결과를 얻기 위해서는 충분히 작은 시간간격을 사용해야 하는데, 이렇게 되면 시간영역해석에서 상당히 오랜 시간이 걸리게 된다. 이번 연구에서는 전체적으로 효율성을 높이기 위해 강체블록과 바닥판의 역학적 관계를 충격시에는 DEM을 적용하여 표현하였고, 그 이외의 경우는 운동학적 조건을 적용하여 지배방정식을 구성하였다. 비선형 운동방정식의 해는 Runge-Kutta 방법을 이용하여 수치적으로 구하였다.

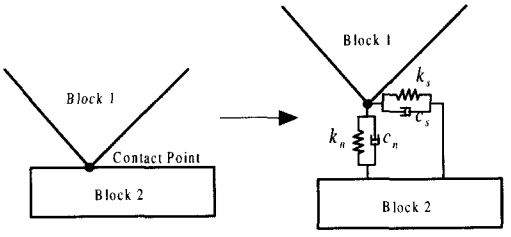


그림 3 DEM 모델링

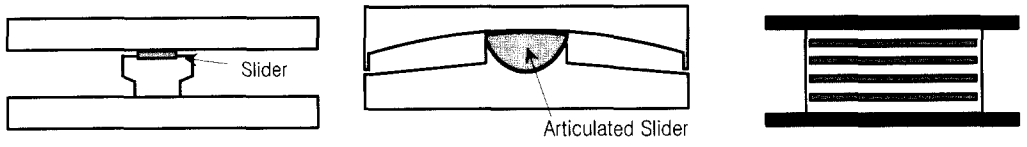
각 지진격리받침의 개략적 형상과 역학적 모델은 각각 그림 4와 그림 5에 묘사되어있다. P-F 시스템과 FPS의 경우 마찰 모델은 Coulomb 마찰법칙을 사용하였고, 정지마찰계수와 운동마찰계수는 동일하다고 가정하였다. FPS에서 복원력은 상대 변위의 크기에 따라 비선형적으로 변하게 되나, 본 연구에서는 선형 스프링으로 표현하였다.

2.2 지배방정식

주어진 구조물에서는 바닥판에서 미끄러짐과 붙음의 2가지 모드가 있고, 상부구조물에는 록킹과 붙음의 2가지 모드가 존재한다. 따라서 전체적으로는 그림 6과 같이 4가지 모드가 존재할 수 있다. 각 모드별 지배방정식은 다음에 차례대로 요약하였다. 이 중 (i), (ii), (iii)은 이미 기존의 연구자들에 의해 방정식이 얻어졌으며,[4)-6),10] (iv)는 본 연구에서 새로 도출한 것이다.

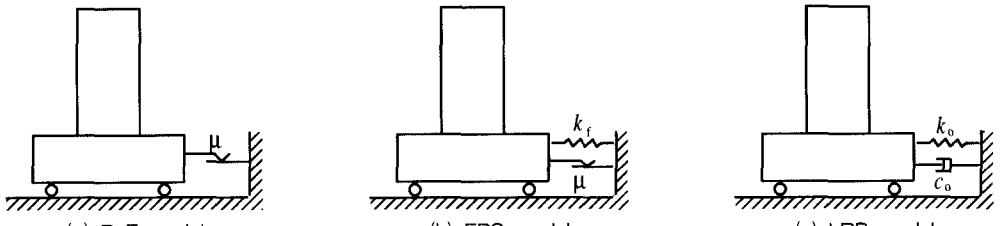
(i) 바닥판 붙음, 상부구조물 붙음(그림 6(a))

이 경우는 모든 구조물이 지반과 일체가 되어 움직이게 된다. 지배방정식은 다음과 같다.



(a) P-F system (b) FPS (c) LRB

그림 4 지진격리받침



(a) P-F model (b) FPS model (c) LRB model

그림 5 지진격리받침의 역학적 모델

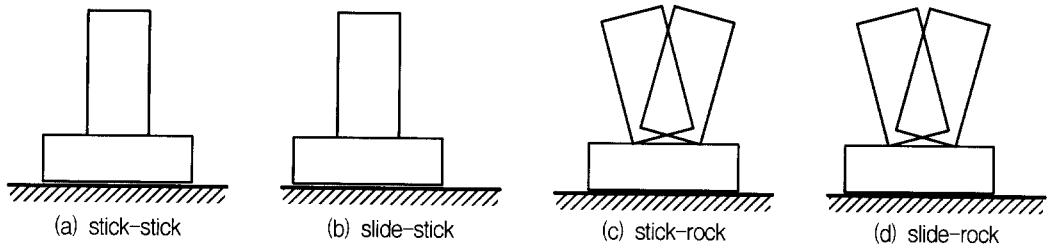


그림 6 4가지 형태의 모드

$$\ddot{x}_s = \ddot{x}_b = \ddot{x}_g \tag{1a}$$

$$\ddot{y}_s = \ddot{\theta}_s = 0 \tag{1b}$$

여기서 $\ddot{x}_s$, $\ddot{y}_s$, $\ddot{\theta}_s$는 각각 상부구조물의 수평, 수직, 회전방향의 가속도이고, $\ddot{x}_b$는 바닥판의 가속도, $\ddot{x}_g$는 지반가속도를 나타낸다.

(ii) 바닥판 미끄러짐, 상부구조물 붙음(그림 6(b))

이 경우 P-F 시스템과 FPS에서의 지배방정식은 단순마찰블록에서의 지배방정식과 같으므로 다음과 같다.

$$\ddot{x}_b = -\mathrm{sgn}(\dot{x}_b - \dot{x}_g)\mu g - \frac{k_f}{m_s + m_b}(x_b - x_g) \tag{2a}$$

$$\ddot{x}_s = \ddot{x}_b,\ \ddot{y}_s = \ddot{\theta}_s = 0 \tag{2b}$$

여기서 m_s는 상부구조물 질량, m_b는 바닥판 질량, μ는 P-F 혹은 FPS에서 바닥판과의 마찰계수이고, g는 중력가속도이다. k_f는 FPS에서의 복원력 스프링 강성으로써, 이는 P-F 시스템의 경우 0이 된다. sgn( )은 다음과 같이 정의되는 signum 함수이다.

$$\mathrm{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \tag{3}$$

LRB 시스템에서는 바닥판과 지반사이에 미끄러짐이 존재하지 않지만, 여기서는 지반운동에 의해 바닥판이 이동하는 현상을 편의상 LRB에서의 미끄러짐(이동)이라 표현하였다. 이 경우 상부와 바닥판 구조물이 일체로 움직이므로 기존의 1자유도 시스템의 지배방정식과 동일하게 된다.

(iii) 바닥판 붙음, 상부구조물 록킹(그림 6(c))

단일블록에서의 록킹모드와 동일하므로 지배방정식은 다음과 같다.

$$(I_s + m_s R^2)\ddot{\theta}_s = m_s R\cos(\alpha - |\theta_s|) - \mathrm{sgn}(\theta_s) m_s R \sin(\alpha - |\theta_s|) g \tag{4a}$$

$$\ddot{x}_b = \ddot{x}_g \tag{4b}$$

여기서 I_s는 상부구조물의 질량 중심에서의 회전 관성이고, α는 임계각도로써 이는 그림 1에 표시되어 있다.

(iv) 바닥판 미끄러짐, 상부구조물 록킹 (그림 6(d))

구조물의 자유물체도는 그림 7과 같다. 여기서 $\mathbf{f} = [f_x\ f_y]^T$는 닿임력 벡터, $\mathbf{r} = [r_x\ r_y]^T$은 닿임점의 상부구조물의 질량중심에 대한 전체좌표계에서의 위치 벡터이고, $\tilde{\mathbf{r}} = [-r_y\ r_x]^T$이다. Newton-Euler 법칙에 의해서 다음 평형방정식이 얻어진다.

$$m_s\ddot{x}_s = f_x \tag{5a}$$

$$m_s\ddot{y}_s = f_y - m_s g \tag{5b}$$

$$I_s\ddot{\theta}_s = \tilde{\mathbf{r}}^T \cdot \mathbf{f} = -r_y f_x + r_x f_y \tag{5c}$$

$$m_b\ddot{x}_b = -f_x + F_f + F_s + F_d \tag{5d}$$

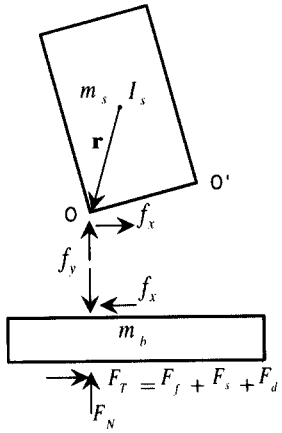


그림 7 자유 물체도

여기서, F_f는 P-F 시스템 혹은 FPS에서의 마찰력이고, F_s는 FPS 혹은 LRB 시스템의 복원력, F_d는 LRB 시스템의 감쇠력이고, 이들은 다음과 같다.

$$F_f = -\mu \cdot \mathrm{sgn}(\dot{x}_b - \dot{x}_g) \cdot (f_y + m_b g) \tag{6}$$

$$F_s = -k_s \cdot (x_b - x_g) \tag{7}$$

$$F_d = -c_o \cdot (\dot{x}_b - \dot{x}_g) \tag{8}$$

여기서 k_s는 복원력 스프링의 강성계수로써 FPS 의 경우는 k_f, LRB 시스템에서는 k_o가 된다. c_o는 LRB 시스템의 감쇠계수이다.

상부구조물이 록킹을 할 때, 닿임점은 O 혹은 O'이 되고 $\mathbf{r}_{ct}$를 상부구조물의 질량중심에 대한 국부좌표계에서의 이들 닿임점의 위치벡터라 하면, $\mathbf{r}_{ct}$는 각각 $[-b/2 \quad -h/2]$, $[b/2 \quad -h/2]$가 된다. $\mathbf{r}$과 $\mathbf{r}_{ct}$사이에는 회전변환에 의해 다음의 관계가 성립한다.

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{r}_{ct} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix} \tag{9}$$

여기서,

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta_s & -\sin\theta_s \\ \sin\theta_s & \cos\theta_s \end{bmatrix}$$

평형방정식인 (5)는 미지수가 자유도 4개와 닿임력 2개를 합해서 모두 6개가 된다. 따라서 2개의 방정식이 더 필요하게 되는데, 이는 닿임점에서 변위, 속도, 가속도가 각 물체간에 서로 같아야 하는 운동학적 조건으로부터 다음 식과 같이 얻을 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{X}}_s - \dot{\theta}_s^2 \mathbf{r} + \ddot{\theta}_s \tilde{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{X}}_b \tag{10}$$

여기서 $\ddot{\mathbf{X}}_s = [\ddot{x}_s \;\; \ddot{y}_s]^T$, $\ddot{\mathbf{X}}_b = [\ddot{x}_b \;\; 0]^T$ 이다. (5)와 (10)으로부터 다음과 같이 행렬식 형태의 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \bar{\mathbf{f}} \\ \bar{\mathbf{c}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{X}} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{F}}_e \\ \bar{\mathbf{b}} \end{bmatrix} \tag{11}$$

여기서,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_b \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ r_y & -r_x \\ 1 & a \end{bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{y}_s \\ \ddot{\theta}_s \\ \ddot{x}_b \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{F}}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_s g \\ 0 \\ b + F_s + F_d \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_y & -1 \\ 0 & 1 & r_x & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{b}} = \dot{\theta}_s^2 \cdot \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_s^2 r_x \\ \dot{\theta}_s^2 r_y \end{bmatrix}$$

위 식은 세가지 격리장치가 모두 다 설치되었을 때의 방정식을 나타낸다. P-F 시스템에서는 $a = \mu \mathrm{sgn}(\dot{x}_b - \dot{x}_g)$, $b = \mu \mathrm{sgn}(\dot{x}_b - \dot{x}_g) m_b g$ 이고, 복원력과 감쇠력이 없으므로 $F_s = F_d = 0$ 이 된다. FPS에서는 감쇠력이 없으므로 a와 b는 P-F 시스템과 동일하고, $F_d = 0$ 이다. LRB 시스템에서는 a 와 b 만 0이 된다. 그러나 상기 방정식에서는 충격 순간에 발생하는 에너지의 소산이 고려되지 않고 있다. 이는 후술하는 바와 같이 DEM을 이용하여 모델링하였다.

2.3 각 모드간의 전환

닿임점에서의 닿임력 및 속도 등에 의해 주어진 구조물은 모드간의 전환이 이루어지게 된다. 각 모드간의 변환에 필요한 조건식을 나타내면 표 1과 같다. P-F 시스템과 FPS의 경우는 상부구조물과 바닥판과의 조합에 의해 총 4가지의 모드전환 조건식이 필요하지만, LRB 시스템의 경우 바닥판에서 붙음 모드가 없으므로 상부구조물에서의 2가지 모드전환 조건식만 필요하게 된다.

상부구조물이 붙음 모드일 경우 닿임력은 (12)와 같고, 록킹일 경우에는 (11)에 의해서 구한다.

$$f_x = m_s \ddot{x}_s \tag{12a}$$

$$f_y = m_s g \tag{12b}$$

F_x와 F_y는 P-F 시스템과 FPS에서 지반과 바닥판 사이에 작용하는 수직, 수평방향의 닿임력으로써 이는 앞의 지배방정식으로부터 다음과 같이 구할 수 있다. 여기서 P-F 시스템일 경우에는 $F_s = 0$ 이 된다.

$$F_x = m_b \ddot{x}_b - F_s + f_x \tag{13}$$

$$F_y = m_b g + f_y \tag{14}$$

바닥판과 지반사이의 상대속도가 0일 경우 다음단계에서 가능한 상태는 붙음 모드와 마찰력 방향의 역전이다. 상대속도가 0인 다음단계를 붙음 모드라고 가정하고, 지배방정식으로부터 F_x를 구했을 때, 표 1에서 붙음 모드일 조건을 만족한다면, 다음단계는 붙음 모드이지만, 그렇지 않은 경우는 방향이 역전된다.

표 1 모드 전환에 필요한 조건식

상부 구조물		바닥판	
stick → rock	rock → stick	stick → slide	slide → stick
$\lvert f_x \rvert > \frac{b}{h} f_y$	$\theta_s = \dot{\theta}_s = 0$	$\lvert F_x \rvert \geq \mu F_y$	$\lvert F_x \rvert < \mu F_y$ $\dot{x}_b = \dot{x}_g$

2.4 충격의 묘사

상부구조물에 록킹이 발생하면 전도가 바로 일어나지 않는 한 반드시 바닥판과의 충격이 일어나게 되고, 이로 인해 충격 전후로 전체 시스템의 속도 및 가속도의 불연속이 발생한다.

록킹이 일어나고 있는 단일블록에서 충격 전후의 거동을 Housner[4]는 되튐(no bounce)현상이 없다는 가정하에 그림 8에서 O′에 대한 각운동량 보존법칙을 이용해 설명하였다.

O′에 대한 충격 전후의 각운동량을 각각 $H_{O'}^{-}$, $H_{O'}^{+}$ 라 하면 이는 다음과 같다.

$$H_{O'}^{-} = I_C \dot{\theta}^{-} + \mathbf{r}_{O'C} \times (m \mathbf{v}_C)$$
$$= \frac{1}{3} m R^2 \dot{\theta}^{-} + \frac{m}{4}(h^2 - b^2)\dot{\theta}^{-} \tag{15a}$$

$$H_{O'}^{+} = I_{O'} \dot{\theta}^{+} = \frac{4}{3} m R^2 \dot{\theta}^{+} \tag{15b}$$

여기서 +는 충격후의 상태를, -는 충격전의 상태를 나타낸다. I_C는 질량 중심에 대한 회전관성, $I_{O'}$은 O′에 대한 회전관성을 나타내고, $\mathbf{v}_C$는 충격 직전의 질량중심에서의 속도를 나타낸다. 각운동량 보존법칙에 의해 $H_{O'}^{-} = H_{O'}^{+}$ 이므로 충격에 의한 각속도 감소계수(δ)를 구하면 다음과 같다.

$$\delta = \frac{\dot{\theta}^{+}}{\dot{\theta}^{-}} = 1 - \frac{3}{2}\sin^2\alpha \tag{16}$$

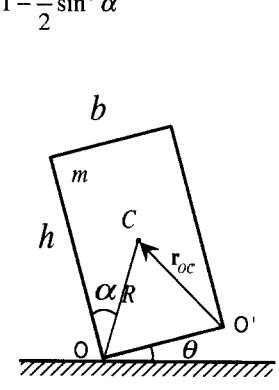


그림 8 단일 강체 블록

이렇게 운동량 보존법칙을 통해 단일 블록에서는 록킹에 의한 충격전후의 거동을 비교적 쉽게 알 수 있지만 다중블록시스템에서는 이것만으로는 매우 어렵게 된다. 본 연구에서는 충격시의 거동분석을 위해 DEM을 사용하였다.

합리적인 거동분석을 위해서는 적절하게 닿임점에서의 강성계수와 감쇠계수를 선택해야 한다. DEM이 페널티 방법(penalty method)의 일종이므로 충격시의 강성계수는 일반적으로 클수록 좋고, 감쇠계수는 충격에 의한 에너지 손실을 적절하게 묘사할 수 있도록 선택해 주어야 한다. 보통 이들 값의 결정은 실험에 의해 정하지만 그리 명확하게 규명되지 않은 실정이고, 감쇠계수의 경우는 일률적인 값을 사용하고 있다.[7],[8] 하지만 이렇게 되면 빈번하게 모드 변환이 이루어지는 상황을 제대로 반영하지 못하는 단점이 있다.

본 연구에서는 충격 지속 시간에만 DEM을 사용하였다. 일반적으로 강체에서는 충격이 이루어지는 시간은 매우 짧고, 충격전후의 변위량 차이가 매우 작은 것으로 알려져 있다. 따라서 닿임점의 위치벡터가 거의 변하지 않게 되는데, 이러한 성질을 이용해 충격시의 강성도 행렬을 구성할 수 있게 된다. 보통 DEM에서는 비선형 문제 및 대변위 문제등을 다루기 때문에 강성도 행렬을 구성하지 않지만,[9] 본 연구에서는 충격에 의한 에너지 손실을 효과적으로 표현하기 위해 질량행렬과 강성도 행렬을 구성한 다음 강성비례감쇠행렬을 구하였다. 그림 9는 질량행렬과 강성도 행렬을 구성하기 위한, 블록이 2개이고 닿임점이 1개인 기본 구조계를 나타낸다.

블록 i와 j의 닿임점에 작용하는 닿임력 벡터 $\mathbf{f}_i$, $\mathbf{f}_j$는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{f}_i\\ \mathbf{f}_j\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}\mathbf{K} & -\mathbf{K}\\ -\mathbf{K} & \mathbf{K}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{u}_i\\ \mathbf{u}_j\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{f}_{oi}\\ \mathbf{f}_{oj}\end{bmatrix} \tag{17}$$

여기서,

$\mathbf{K}$: 2×2 강성도 행렬
$\mathbf{u}$: 닿임점의 변위벡터
$\mathbf{f}_o$: 초기 닿임력벡터

$\mathbf{f}_o$는 모드가 변했을 때의 초기 닿임력 벡터로써 이는 새로운 모드로 변하기 전까지는 $\mathbf{u}$에 관계없이 일정한 값이 된다. 닿임점이 붙음 상태와 미끄러짐 상태일 경우 $\mathbf{K}$는 다르게 구성되는데 이는 (18)과 같다.

$$\text{Stick}: \quad \mathbf{K} = \mathbf{T}^T\begin{bmatrix}k & 0\\ 0 & k\end{bmatrix}\mathbf{T} \tag{18a}$$

$$\text{Slide}: \quad \mathbf{K} = \mathbf{T}^T\begin{bmatrix}0 & \mu k\\ 0 & k\end{bmatrix}\mathbf{T} \tag{18b}$$

여기서 $\mathbf{T}$는 닿임점에서 구성된 국부좌표계를 전체좌표계로 바꾸어 주는 변환행렬이고, k는 닿임 스프링의 강성계수, μ는 마찰력 방향을 포함하고 있는 일반화된 형태의 마찰계수이다.

블록 중심에서의 수평, 수직, 회전방향의 변위벡터를 $\mathbf{U} = [u_c \;\; v_c \;\; \theta_c]^T$라 하면 $\mathbf{u}$와 $\mathbf{U}$ 사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix}1 & 0 & -r_y\\ 0 & 1 & r_x\end{bmatrix}\mathbf{U} = \mathbf{c}\mathbf{U} \tag{19}$$

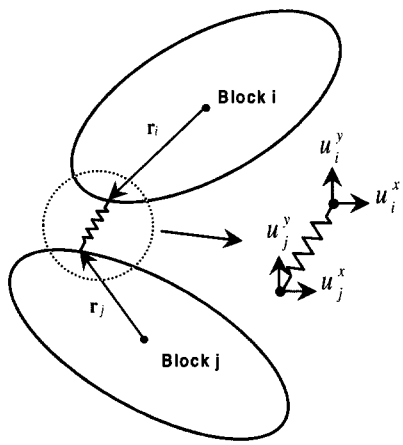


그림 9 서로 닿아 있는 블록시스템

여기서,

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_y \\ 0 & 1 & r_x \end{bmatrix}$$

따라서 (17)은 (19)에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{f}_j \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{K}\mathbf{c}_i & -\mathbf{K}\mathbf{c}_j \\ -\mathbf{K}\mathbf{c}_i & \mathbf{K}\mathbf{c}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_i \\ \mathbf{U}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{oi} \\ \mathbf{f}_{oj} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$\mathbf{F}_e$를 블록에 작용하는 외력(모멘트 포함)이라 하면, 충격에 의한 에너지 감쇠가 없을 경우의 블록 i와 j의 평형방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_i & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_i \\ \ddot{\mathbf{U}}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{bi} \\ \mathbf{F}_{bj} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ei} \\ \mathbf{F}_{ej} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \tilde{\mathbf{r}}_i^T \mathbf{f}_i \\ \mathbf{f}_j \\ \tilde{\mathbf{r}}_j^T \mathbf{f}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{oi} \\ \tilde{\mathbf{r}}_i^T \mathbf{f}_{oi} \\ \mathbf{f}_{oj} \\ \tilde{\mathbf{r}}_j^T \mathbf{f}_{oj} \end{bmatrix} \tag{21}$$

여기서,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_b = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{bmatrix}$$

(20)과 (21)을 결합하면 최종적으로 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_i & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_i \\ \ddot{\mathbf{U}}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_{ii} & -\bar{\mathbf{K}}_{ij} \\ -\bar{\mathbf{K}}_{ji} & \bar{\mathbf{K}}_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_i \\ \mathbf{U}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{bi} \\ \mathbf{F}_{bj} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ei} \\ \mathbf{F}_{ej} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{oi} \\ \mathbf{F}_{oj} \end{bmatrix} \tag{22}$$

여기서,

$$\bar{\mathbf{K}}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}\mathbf{c}_j \\ \tilde{\mathbf{r}}_i^T \mathbf{K}\mathbf{c}_j \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_o \\ \tilde{\mathbf{r}}^T \mathbf{f}_o \end{bmatrix}$$

(22)는 1개의 닿임점에 관한 지배방정식을 나타내고 있다. 다수의 블록과 다수의 닿임점이 존재할 때는 바로 이 식으로부터 중첩을 통해 쉽게 전체 시스템에 대한 평형방정식을 (23)처럼 얻을 수 있게 된다.

$$\mathbf{M}_T \ddot{\mathbf{U}}_T + \mathbf{K}_T \mathbf{U}_T = \mathbf{F}_{bT} + \mathbf{F}_{eT} + \mathbf{F}_{oT} \tag{23}$$

이 식에 감쇠행렬을 추가하면

$$\mathbf{M}_T \ddot{\mathbf{U}}_T + \mathbf{C}_T \dot{\mathbf{U}}_T + \mathbf{K}_T \mathbf{U}_T = \mathbf{F}_{bT} + \mathbf{F}_{eT} + \mathbf{F}_{oT} \tag{24}$$

감쇠행렬은 Rayleigh 감쇠 혹은 강성비례감쇠행렬 등으로 구할 수 있지만, Rayleigh 감쇠는 강체운동을 표현하지 못하기 때문에 본 논문에서는 강성비례감쇠행렬을 사용하였다.

표 2는 록킹이 일어나는 단일강체블록에서 Housner[4]가 구한 각속도 감소계수와, 본 논문에서 제시한 방법으로 충격전후의 각속도를 비교해 구한 각속도 감소계수(δ_k)를 k값에 따라 비교해 본 것이다. 감쇠비는 모두 90%로 가정하였고, 강체블록은 그림 2의 모델을 사용하였다. 이 모델에서 Housner의 방법을 사용하면 각속도 감소계수는 $\delta = 0.9595$ 이 된다.

표 2를 통해 알 수 있듯이 k가 커질수록 Housner가 제시한 값에 가까워져 점차 강체의 운동에 가까워지는 것을 알 수 있다. 하지만 지나치게 큰 값을 사용하면 오히려 수치적인 문제가 발생할 수 있고, 또한 실제모델이 석조(stone) 혹은 강(steel)이라 하여도 이론적으로는 완전한 강체가 아니기 때문에 여기서는 $k = 8\times10^{11}$N/m

표 2 k 값에 따른 각속도 감소계수 비교

k (N/m)	δ_k	δ_k/δ
1×10^{8}	0.8780	0.9151
1×10^{9}	0.9297	0.9690
1×10^{10}	0.9497	0.9899
1×10^{11}	0.9560	0.9964
1×10^{12}	0.9581	0.9986
1×10^{13}	0.9590	0.9995

로 하였다. 그림 10은 단일블록에서 자유진동을 시켰을 때의 거동을 Housner의 선형이론[4]과 본 논문에서 제시한 방법을 서로 비교해 본 것이다. 초기 회전각은 0.2α 로 주었다.

DEM을 다중블록의 해석에 처음으로 도입한 Winkler(Winkler et al.[7])의 논문에는 단일 강체블록의 자유진동을 실험값, 선형 이론해, 그리고 DEM에 의한 수치해석결과가 비교되어 있다. 그의 논문을 보면 실험결과와 이론해는 잘 일치하고 있지만 DEM의 해석 결과는 다소차이를 보이고 있다.

본 논문의 방법을 따른다면 정해진 δ값을 스프링 강성계수와 감쇠비를 가지고 결정할 수 있다. 충격시 되튐현상이 없을 경우 감쇠계수는 보통 임계감쇠근처의 값을 갖게 된다. 따라서 감쇠비는 보통 100% 근처의 값을 가지게 되고, 이는 적당한 범주 안에서 전체 거동에 그리 큰 차이를 주지 않게 된다. 따라서 강성계수만을 바꿔 줌으로써 충분히 임의의 δ값을 구현할 수 있게 된다.

충격이 끝나는 것은 충격이 일어난 닿임점에서의 상대속도를 통해서 알 수 있다. 즉 충격이 일어난 닿임점에서의 상대속도는 시간이 지날수록 0으로 수렴하게 되는데, 이는 강체에서 닿임점의 운동학적 조건에 의해 충격이 없을 때에는 상대속도가 0이 되기 때문이다.

3. 조화입력운동에 대한 응답해석

각 격리장치에서 다음 식으로 정의된 조화입력운동을 주었을 때의 응답결과를 조사해 보았다.

$$\ddot{x}_g = A\sin(2\pi f) \tag{25}$$

본 논문의 적용예에서 A=1.5g, f=3Hz 로 주었다. P-F 시스템의 경우 $\mu=0.17$, FPS에서는 $\mu=0.17$, 주기=2.0초(곡률반경=1.0m), LRB 시스템에서는 감쇠비=20%, 주기=2.0초로 가정하였다. 그림 11에는 P-F 시스템의 응답해석 결과가 도시되어 있다.

그림 11(a), (b), (c)에는 각각 상부구조물의 회전각 시간이력, 지반에 대한 바닥판의 상대변위 시간

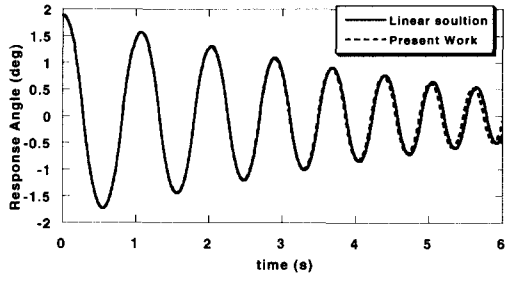
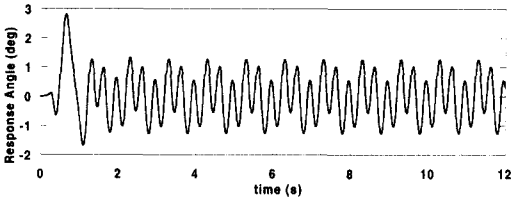
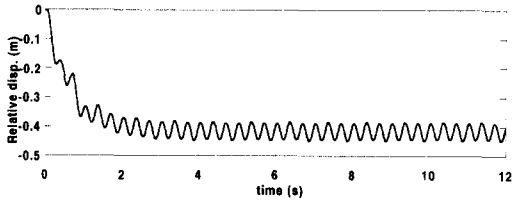


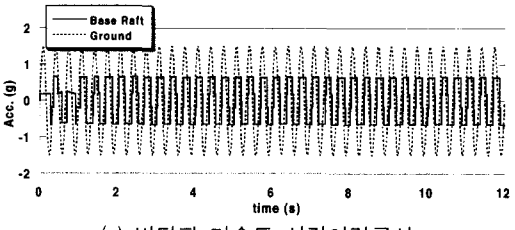
그림 10 자유진동 비교



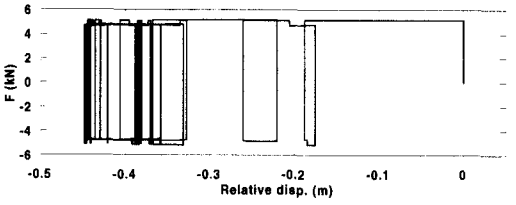
(a) 상부구조물 회전각 시간이력곡선



(b) 지반에 대한 바닥판의 상대변위



(c) 바닥판 가속도 시간이력곡선



(d) 마찰력 이력루프

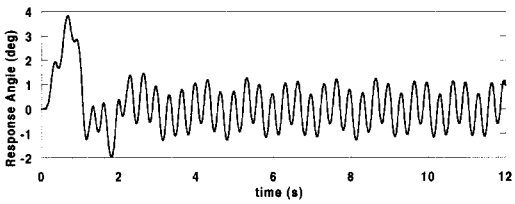
그림 11 상부 강체블록이 록킹하는 P-F 시스템의 조화입력운동 응답 (A=1.5g, f=3Hz, μ=0.17)

이력, 바닥판 가속도 시간이력이, 그리고 그림 11(d)에는 마찰력의 이력루프가(hysteresis loop) 주어져 있다. 그림 12에는 FPS의 응답이, 그림 13에는 LRB 시스템의 응답이 제공되어 있다.

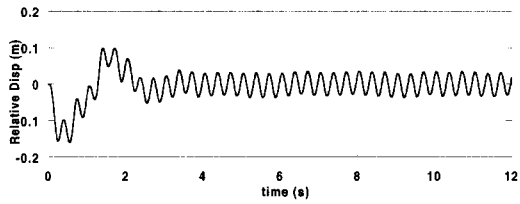
거동특성을 비교하기 위해서 상부 강체블록이 항상 바닥판에 붙어있는 모델, 즉, 록킹하지 않는 강체블록모델에 대한 응답을 계산하였다. 그림 14(a)에는 P-F 시스템에서 바닥판의 가속도 시간이력이, 그림 14(b)에는 마찰력의 이력루프가 주어져 있다. 그림 15와 그림 16에는 각각 FPS와 LRB 시스템에서 그림 14에 대응하는 응답이 제공되어 있다.

상부구조물이 록킹을 하면 바닥판에 작용하는 수직력이 변하기 때문에 P-F 시스템이나 FPS에서의 마찰력은 록킹상태에 따라 변하게 된다. 따라서 그림 11(d), 12(d)에서처럼 마찰력이 일정한 값을 갖지 않고 곡선 형태로 나타나게 된다.

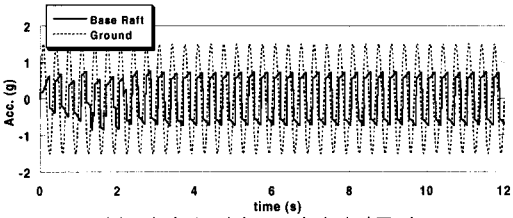
P-F 시스템은 복원력이 없으므로 그림 11b에서 관찰할 수 있는 바와 같이 영구변위가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 그리고 특기할 것은



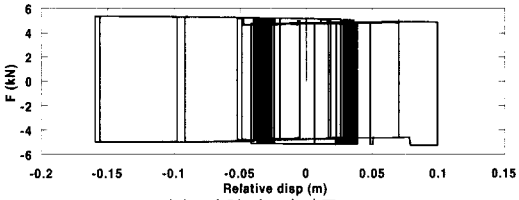
(a) 상부구조물 회전각 시간이력곡선



(b) 바닥판 상대변위 시간이력곡선

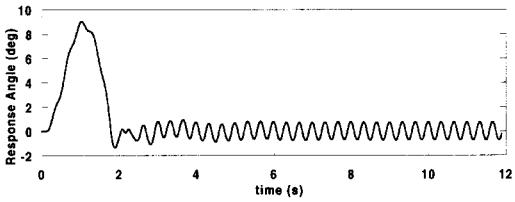


(c) 바닥판 가속도 시간이력곡선

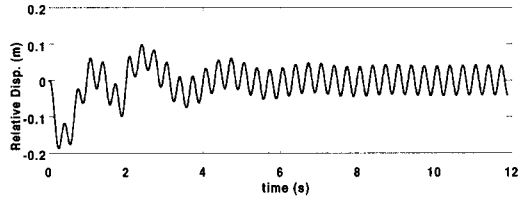


(d) 마찰력 이력루프

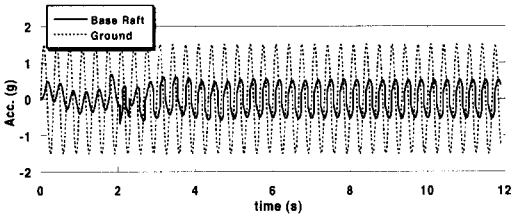
그림 12 상부 강체블록이 록킹하는 FPS의 조화입력운동 응답 (A=1.5g, f=3Hz, T=2.0, μ=0.17)



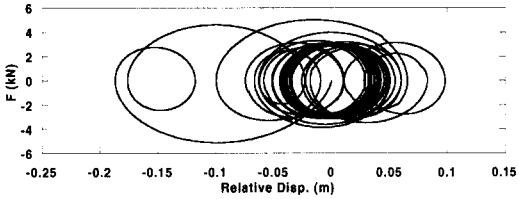
(a) 상부구조물 회전각 시간이력곡선



(b) 바닥판 상대변위 시간이력곡선

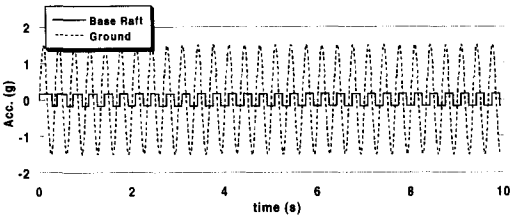


(c) 바닥판 가속도 시간이력곡선

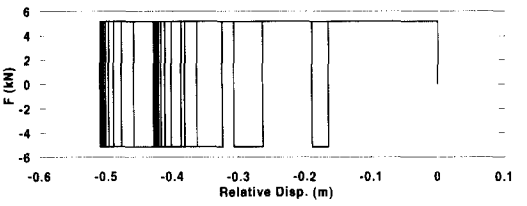


(d) 감쇠력 이력루프

그림 13 상부 강체블록이 록킹하는 LRB 시스템의 조화입력운동 응답 (A=1.5g, f=3Hz, T=2.0, ξ=0.20)

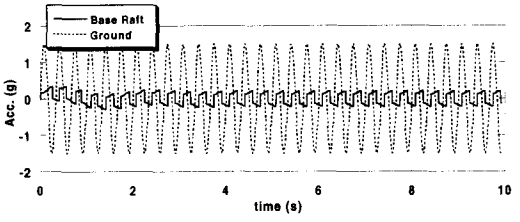


(a) 바닥판 가속도 시간이력

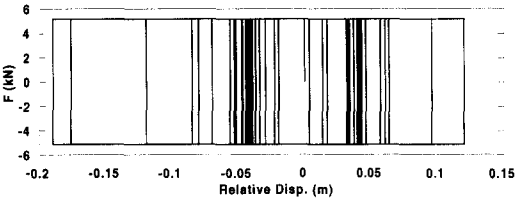


(b) 마찰력 이력루프

그림 14 상부 강체블록이 록킹하지 않는 P-F 시스템 (A=1.5g, f=3Hz, μ=0.17)

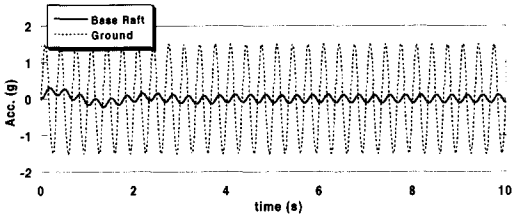


(a) 바닥판 가속도 시간이력

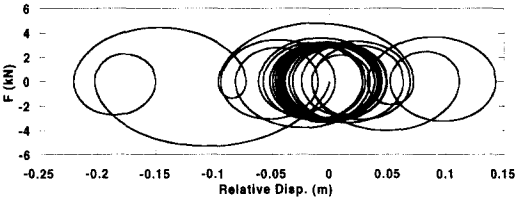


(b) 마찰력 이력루프

그림 15 상부 강체블록이 록킹하지 않는 FPS (A=1.5g, f=3Hz, T=2.0, μ=0.17)



(a) 바닥판 가속도 시간이력



(b) 감쇠력 이력루프

그림 16 상부 강체블록이 록킹하지 않는 LRB 시스템 (A=1.5g, f=3Hz, T=2.0, ξ=0.20)

바닥판의 가속도 시간이력이(그림 11(c)) 비 록킹 시스템의 응답(그림 14(a))과는 큰 차이가 있다는 것이다. 마찰력의 이력루프도 그림 11(d)와 그림 14(b)를 비교하여 알 수 있듯이 차이를 보이고 있고, 그림 11(d)에서는 충격의 영향에 의해 마찰력의 방향이 변하지 않은 상태에서도 점프가 일어나고 있다.

FPS 시스템은 복원력으로 인하여 정상상태 근처의 상대변위가 원점 부근에서 진동함을 그림 12b에서 확인할 수 있다. 그림 12(c), (d)와 그림 15(a), (b)를 비교하여 보면 록킹으로 인하여 바닥판의 가속도가 큰 차이를 보이고, P-F 시스템과 마찬가지로 충격에 의해서 마찰력의 방향이 변하지 않은 상태에서도 마찰력의 불연속이 발생함을 관찰할 수 있다.

LRB 시스템에 대해서도 그림 13과 그림 16에서 알 수 있듯이 다른 시스템에서와 동일한 현상이 관찰되고 있다. 록킹이 발생하지 않으면 연속적인 가속도를 얻을 수 있지만, 록킹이 발생하면 충격에 의해 가속도의 불연속이 발생함을 확인할 수 있다. 속도에서도 역시 불연속이 발생해 그림 13(d)에서와 같이 감쇠력의 불연속이 존재함을 확인할 수 있다.

4. 결 론

지진격리받침위에 놓인 단일강체블록의 록킹 거동해석 기법을 개발하였고 이를 이용해 조화입력운동에 대한 응답을 해석하여 그 특성을 관찰하였다. 적용예는 개발된 해석 기법에 의해

서 다중블록 구조계의 비선형 동적응답이 조사될 수 있음을 보여 주었고, 또한 단일 블록의 록킹이 지진격리된 구조계의 동적 응답에 상당한 영향을 초래할 수 있음을 확인하였다.

그러나 본 연구는 어디까지나 비선형구조계의 수치해석에 국한되고 있으며 실험에 의해서 그 타당성이 검증될 필요가 있다. 특히 충격시 에너지 손실은 실험적으로 결정되어야 할 것이다.

본 연구는 또한 2차원 문제에 한정되어 있으며 석탑 등, 실제 구조물의 지진격리 거동 해석에 적용되기 위해서는 적층다중블록의 3차원적 거동해석기법이 연구되어야 할 것이다.

감사의 글

본 연구는 서울대학교 지진공학연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터의 지원금 및 BK21사업단의 지원금에 의한 것이고, 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참 고 문 헌

1. Cundall, P. A., "A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems," *Proc. Int. Symp. on Rock Fracture*, Vol. II-8, 1971.
2. Shenton, H. W., "Criteria for initiation of slide, rock, and slide-rock rigid-body modes," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 122, No. 7, 1996, pp. 690-693.
3. Pfeiffer, F. and Glocker, C., *Multibody Dynamics with Unilateral Contacts*, Wiley, New York, 1996, p. 317.
4. Housner, G. W., "The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes," *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 53, No. 2, 1963, pp. 403-417.
5. Ishiyama, Y., "Motions of rigid bodies and criteria for overturning by earthquake excitations," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, 1982, pp. 635-650.
6. Shenton, H. W. and Jones, N. P., "Base excitation of rigid bodies. I: formulation," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 117, No. 10, 1991, pp. 2286-2305.
7. Winkler, T., Meguro K., and Yamazaki, F., "Response of rigid body assemblies to dynamic excitation," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, 1995, pp. 1389-1408.
8. Psycharis, I. N., Papastamatiou D. Y., and Alexandris, A. P., "Parametric investigation of the stability of classical columns under harmonic and earthquake excitations," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 29, 2000, pp. 1093-1109.
9. ITASCA, *UDEC, Universal Distinct Element Code. Vol. 1., User's Manual*, Itasca Consulting Group, Minneapolis, MN, 1990.
10. Younis C. J. and Tadjbakhsh, I. G., "Response of sliding rigid structure to base excitation," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 110, No. 3, 1984, pp. 417-432.
11. Fan, F. G., and Ahmadi, G., "Multi-story base-isolated buildings under a harmonic ground motion - Part I: a comparison of performances of various systems," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 123, 1990, pp. 1-16.
12. Wang, Y. P., Chung, L. L., and Liao, W. H., "Seismic response analysis of bridges isolated with friction pendulum bearings," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 27, 1998, pp. 1069-1093.