

영상에서 에지 검출을 위한 통계적 방법

임동훈¹⁾ 박은희²⁾

요약

본 논문에서는 변화점 문제(change-point problem)에 대한 통계적 방법들을 사용하여 에지를 검출하고자 한다. 이를 위해 $n \times n$ 부분영상을 선택하고 선택된 영상이 농도값에서 유의한 차이가 있는 두 개의 영역으로 분할하는 경계에 대응되는 에지점(edge point)을 포함하는지에 대해 가설 검정을 한다. 에지 검출에 사용되는 통계적 방법은 이표본 Kolmogorov-Smirnov 검정에 기초해서 얻은 제안된 방법과 기존의 우도비(likelihood ratio) 방법, 비모수적인 Wolfe-Schechtman 방법 등이다. 위 방법들의 성능을 평가하기 위해 잡음영상과 잡음없는 영상에 대해 실험을 실시하고 비교 분석한다.

주요용어: 에지검출, 변화점문제, Kolmogorov-Smirnov 검정, Wolfe-Schechtman 검정, 우도비검정.

1. 서론

영상에서 에지는 영상내에 있는 물체의 위치, 모양, 크기 뿐 만 아니라 텍스처에 대한 정보를 제공한다. 영상에서 에지는 농도값(intensity)이 낮은값에서 높은값으로 또는 높은값에서 낮은값으로 변화하는 경계에 해당되며 실제 영상에서 에지 검출은 에지 성분과 같은 고주파에 해당되는 잡음 영향이 에지를 흐리게 함으로서 에지 성분만을 추출하는것은 상당히 어렵다. 지금까지 에지 검출에 대한 연구는 주로 단순한 영상에 대해 Sobel, Roberts, Prewitt 연산자 등 미분에 의한 방법에 의해 진행되어 왔다. 이 경우 잡음이 포함된 복잡한 영상에서는 물체간 에지 구별이 어려울 뿐 아니라 임계값(threshold)에 따라 에지가 달라지므로 적당한 임계값을 선택하는데 어려움이 있다. 이로 인해 최근엔 에지 검출에 통계적 방법들이 많이 활용되고 있다. Bovik, Huang and Munson (1986)은 Rosenfeld (1970)의 "difference-of-boxes" 방법과 같이 인접한 화소근방(pixel neighborhood)에 있는 농도값들의 차이에 대한 이표본 위치문제(two sample location problem)에 대한 비모수적인 Wilcoxon 방법과 Median 방법 그리고 모수적인 최소 제곱법에 기초한 방법을 사용하여 에지를 검출하였고 Lim and Sung (2000)은 유의수준(significance level)에 의해 결정된 임계값을 사용하여 검정함으로써 Bovik, Huang and Munson (1986)의 임계값 선택문제를 해결하였다. 또한 Huang and Tseng (1988)은 변화점 문제에 대한 우도비 검정법(likelihood ratio test)에 기초하여 에지를 검출하였다. 그러나 이 방법은 잡음에 민감함을 알 수 있다. 본 논문에서는

1) (660-701) 경남 진주시 가좌동 900, 경상대학교 통계정보학과, 부교수

E-mail: dhlim@nongae.gsnu.ac.kr

2) (660-701) 경남 진주시 가좌동 900, 경상대학교 대학원 통계학과, 석사과정

변화점 문제에 대해 두 모집단이 서로 동일한 분포를 갖는지에 대한 이표본 Kolmogorov-Smirnov 검정법에 기초한 새로운 검정법을 제안하고 이를 에지 검출에 적용하고자 한다. 또한 잡음영상과 잡음없는 영상의 에지 검출에 기존의 변화점 문제에 대한 우도비 방법과 Wolfe and Schechtman (1984)에 의해 제안된 변화점 방법을 적용하여 에지 검출 성능을 비교 분석하고자 한다. 제 2절에서는 에지 검출을 위해 제안된 방법과 기존의 방법들에 대해 논의하고 제 3절에서는 통계적 방법들간에 성능을 비교하기 위해 실험 설계 및 분석을 한다. 끝으로 제 4절에서 결론을 맺는다.

2. 에지 검출 방법들

적당한 크기 $n \times n$ 의 정방형 영역으로 이루어진 부분영상을 생각하자. 이 때 n 의 값이 너무 작으면 잡음에 민감하기 때문에 잡음에 덜 민감하면서 많아야 한 개의 에지점을 포함하도록 n 을 선택한다. 그림 2.1은 본 논문에서 고려하는 4 가지 방향의 에지를 갖고 있는 $n=5$ 인 5×5 부분영상의 예를 보여준다. 에지점을 중심으로 분할된 두 개의 부분 영역들은 영역내에서는 균일한 농도값을 갖고 영역간에는 서로 상이한 농도값을 갖고 있음을 알 수 있다.

23	23	22	23	24
21	25	24	26	25
24	23	26	79	77
81	87	81	89	89
88	82	83	81	82

(a) 수평방향

23	23	21	79	78
21	25	22	74	72
24	23	81	79	78
25	22	81	79	79
21	21	83	79	75

(b) 수직방향

23	23	22	23	74
21	25	24	76	75
24	73	74	71	69
72	67	79	65	72
68	73	73	71	72

(c) 45° 방향

84	81	82	79	78
21	84	81	88	89
21	25	76	71	75
19	22	21	27	79
19	21	23	18	25

(d) 135° 방향

그림 2.1: 4가지 방향에서 에지를 갖고 있는 5×5 부분영상의 예들이고 여기서 굵은 숫자에 해당되는 농도값이 에지점이다.

$X_1, X_2, \dots, X_k, X_{k+1}, X_{k+2}, \dots, X_N$ 들은 서로 독립이고 $X_i, i = 1, \dots, k$ 은 분포함수 $F(x)$ 로 부터 연속확률변수이고 $X_i, i = k+1, \dots, N$ 은 분포함수 $F(x-\Delta), -\infty < \Delta < \infty$, 로 부터 연속확률변수라고 하자. 일반적으로, 영상에서 화소들의 농도값에 대응되는 X_i 들은 국소적으로 종속이다. 우리가 검정하고자 하는 귀무가설과 대립가설은 각각 다음과 같

다.

$$\begin{aligned} H_0 &: \Delta = 0 \\ H_1 &: \Delta \neq 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서 H_0 이 참이면 X_i 열에는 변화가 없음을 의미하며 H_1 이 참이면 점 k 에서 변화가 있음을 의미한다. 이 때, 점 k 을 알고 있는 경우 위의 검정은 표준적인 이표본 문제이고 점 k 를 모르는 경우는 변화점 문제로 간주한다. 우리의 에지 검출 문제에서 H_0 를 기각하면 점 k 를 경계로 하여 두 개의 분할 영역으로 나누어질 수 있음을 뜻한다. 예를들어, 그림 2.1의 (a)인 경우 H_0 를 기각하면 $k=13$ 번째 화소를 에지점으로 두 개의 영역 농도값 23, 23, ..., 26와 79, 77, ..., 82로 분할된다. 다음은 변화점 문제에서 H_0 를 H_1 에 대하여 검정하기 위해 제안된 검정법을 포함한 3가지 방법에 대해 논의한다.

2.1. 제안된 KOLMOGOROV-SMIRNOV 방법

첫번째 확률표본 X_1, X_2, \dots, X_k 의 표본분포함수를 $F_k(x)$, 두번째 확률표본 $X_{k+1}, X_{k+2}, \dots, X_N$ 의 표본분포함수를 $F_{N-k}(x)$ 라 할 때 H_0 를 검정하기 위한 검정통계량은 다음과 같다.

$$D = \max_{1 < k \leq N-1} D_k$$

여기서 $D_k = \max_x |F_k(x) - F_{N-k}(x)|$ 이고 이것은 두 모집단이 동일한 분포를 가지는가에 대해 알아보기 위한 이표본 Komogorov-Smirnov 통계량이다. H_0 하에서 통계량 D 의 분포를 유도하는 것은 거의 불가능하다. 따라서 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 D 의 기각값을 다음과 같이 구한다. Visual C++를 사용하여 5×5 부분영상의 화소수에 해당되는 25개의 0과 255사이의 일양난수 (uniform random number)를 발생시킨 후 통계량 D 를 계산한다. 위의 과정을 10,000번 반복하여 얻은 유의수준 α 에 대한 근사적인 기각값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha = 0.10 & \quad d_\alpha = 0.70 \\ \alpha = 0.05 & \quad d_\alpha = 0.75 \\ \alpha = 0.01 & \quad d_\alpha = 0.85 \end{aligned}$$

통계량 D 는 다음과 같은 직감적인 의미를 갖고 있다. 각 에지점 k 에 대해 에지 콘트라스트가 낮으면 (즉, $|F_k(x) - F_{N-k}(x)|$ 가 작으면) D 의 값은 작고 이는 에지가 존재하지 않음을 의미하며 반대로 에지 콘트라스트가 높으면 (즉, $|F_k(x) - F_{N-k}(x)|$ 가 크면) D 의 값은 크므로 에지가 존재함을 뜻한다. 유의수준 α 에서 $D \geq d_\alpha$ 이면 H_0 를 기각하고 변화점 k 가 에지점에 해당된다.

2.2. WOLFE-SCHECHTMAN 방법

$U_{k,N-k}$ 를 표본 X_1, X_2, \dots, X_k 와 $X_{k+1}, X_{k+2}, \dots, X_N$ 로 부터 계산된 Mann-Whitney-Wilcoxon 통계량이라 하자. 즉, $U_{k,N-k} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=k+1}^N \psi_{ij}$, 단, ψ_{ij} 는 $X_j > X_i$ 이면 1, 아니

면 0이다. 그러면 Wolfe and Schechtman (1984)에 의해 제안된 검정통계량은 다음과 같다.

$$V = 2\max_{1 \leq k \leq N-1} \{|U_{k,N-k} - E_0(U_{k,N-k})|/[Var_0(U_{k,N-k})]^{1/2}\}$$

여기서 $E_0(U_{k,N-k}) = k(N-k)/2$ 이고 $Var_0(U_{k,N-k}) = k(N-k)(N+1)/12$ 이다. 통계량 V 에 대한 근사적인 귀무분포표(null distribution table)는 Schechtman (1982)에 주어져 있다. 참고로, 5×5 윈도우에 대해 V 의 기각값은 $\alpha = 0.01$ 일때 $v_\alpha = 3.046$ 이고 $\alpha = 0.05$ 일때 $v_\alpha = 2.6278$, $\alpha = 0.10$ 일때 $v_\alpha = 2.4457$ 이다. 만약, 통계량 V 를 계산하는데 동점이 있는 경우 $U_{k,N-k} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=k+1}^N \{\psi_{ij} + (1/2)I_{ij}\}$, 단, I_{ij} 는 $X_j = X_i$ 이면 1, 아니면 0이다. 그리고 이 경우 $Var_0(U_{k,N-k}) = k(N-k)[(N+1)/12 - (\sum_{j=1}^g t_j(t_j^2 - 1))/(N(N-1))]$, 다만, g 는 동점의 수이고 t_j 는 j 번째 동점그룹의 크기이다.

2.3. 우도비 방법

X_i 들의 분포함수는 정규분포 $N(\mu_i, \sigma^2)$, $i = 1, \dots, N$ 로 부터 서로 독립인 확률변수라 하자. 그러면, (2.1)의 귀무가설과 대립가설은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_i &= \mu, \quad i = 1, \dots, N \\ H_1 : \mu_i &= \mu, \quad i = 1, \dots, k \\ &= \mu', \quad i = k+1, \dots, N \end{aligned}$$

여기서 μ, μ' 와 k 는 모르는 모수(parameter)이다. σ^2 을 모르는 경우 우도비 검정통계량은 다음과 같다.

$$W = \max_{1 \leq k \leq N-1} (N-2)^{1/2} |T_k| / S_k \quad (2.2)$$

여기서 $S_k^2 = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X}_k)^2 + \sum_{i=k+1}^N (X_i - \bar{X}'_k)^2$, $T_k^2 = (k(N-k)/N)(\bar{X}_k - \bar{X}'_k)^2$ 이고 $\bar{X}_k = \sum_{i=1}^k X_i/k$, $\bar{X}'_k = \sum_{i=k+1}^N X_i/(N-k)$ 이다. 통계량 W 에 대한 귀무분포표는 Worsley (1979)에 주어져 있고 5×5 윈도우에 대한 W 의 기각값은 $\alpha = 0.01$ 일때 $w_\alpha = 3.94$ 이고 $\alpha = 0.05$ 일때 $w_\alpha = 3.23$, $\alpha = 0.10$ 일때 $w_\alpha = 2.89$ 이다. 참고로, Huang and Tseng (1988)에 의해 유도된 우도비 통계량은 식(2.2)의 통계량 W 의 제공형태이다.

3. 실험설계 및 분석

우리는 $180 \times 180 \times 256$ 해상도를 갖고 있는 Lenna의 표본영상에서 윈도우 크기 $n=5$ 인 5×5 인 부분영상을 적용하여 에지를 검출한다. 먼저 5×5 인 부분영상을 영상 왼쪽 끝으로부터 취하여 4가지 방향 모두에 대하여 에지 유무를 조사하고 한 화소씩 오른쪽으로 이동하면서 실험한다. 오른쪽 끝에 이르면 한 화소 아래 왼쪽 끝으로 되돌아가 부분영상을 다시 취하고 조사하며 전체 영상에 대해 실험이 끝날 때까지 위의 과정을 반복 수행한다. 여기서 잡음에 덜 민감하면서 명확한 에지를 검출하기 위해 에지성분이 적어도 5개 화소점을 포함하도록 실험을 설계하였으며 모두 30,976개의 부분영상에 대해 조사하였다. 잡음분석

을 위해 잡음영상은 원영상에 일양난수로 부터 선택된 6,000개에 해당되는 화소점에 salt and pepper 잡음을 추가하여 만들었다. 각 통계적 방법에 대해 유의수준 $\alpha=0.01$ 에서 검정을 수행하였으며 원영상과 잡음 영상에서 수행된 실험결과는 그림 3.2와 그림 3.3에 각각 나타나 있다.

우리는 위 실험으로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다. 첫째, 제안된 Kolmogorov-Smirnov 방법은 그림 3.2와 3.3에서 보듯이 잡음에 관계없이 비교적 에지검출이 잘 됨을 알 수 있다. Lenna 형체 윤곽이 비교적 명확하고 형체와 배경사이 뿐만아니라 배경내에 물체 간 윤곽도 뚜렷함을 알 수 있다. 둘째, 그림 3.3의 잡음영상에 대해 우도비 검정법은 Huang and Tseng (1988)의 실험결과에서 보듯이 다른 두 가지 비모수적 방법보다 잡음에 민감하여 에지가 흐릿함을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 변화점 문제(change-point problem)에 대한 통계적 방법들을 사용하여 영상분석하는데 중요한 에지 검출을 수행하였다. 먼저, $n \times n$ 부분영상을 선택하고 선택된 부분영상이 수평, 수직방향 에지 및 45° , 135° 에지를 포함하는지 제안된 Kolmogorov-Smirnov 검정법에 기초해서 얻은 새로운 방법을 적용하여 조사하였다. 또한 변화점 문제에 대한 우도비 방법과 Wolfe-Schechtman 방법을 잡음영상과 잡음없는 영상의 에지를 검출하는데 적용하였다.

에지 검출 성능 실험으로부터 제안된 Kolmogorov-Smirnov 방법은 잡음에 관계없이 비교적 에지검출이 잘 수행됨을 알 수 있었고 우도비 방법은 다른 두 가지 비모수적 방법보다 잡음에 민감하여 에지가 흐려짐을 알 수 있었다.

참고문헌

- [1] Bovik, A.C, Huang, T.S. and Munson, D.C. (1986). Nonparametric Tests for Edge Detection in Noise, *Pattern Recognition*, Vol.19, No.3, 209-219.
- [2] Huang, J.S. and Tseng, D.H. (1988). Statistical Theory of Edge Detection, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 43, 337-346.
- [3] Lim, D.H. and Sung, S.H. (2000). 통계적 에지 검출방법, 정보처리논문집 7권 3호, 1021-1024.
- [4] Rosenfeld, A. (1970). A Nonlinear Edge Detection Technique. *Proceedings of the IEEE* 58, 814-816.
- [5] Schechtman, E. (1982). A Nonparametric Test for Detecting Changes in Location. *Communications in Statistics-Theory and Method* 11(13), 1475-1482.

- [6] Wolfe, D.A. and Schechtman, E. (1984). Nonparametric Statistical Procedures for the Change-point Problem. *Journal of Statistical Planning and Inference* 9, 389-396.
- [7] Worsley, K.J. (1979). On the Likelihood Ratio Test for a Shift in Location of Normal Populations, *Journal of the American Statistical Association* 74, 365-367.

[1999년 3월 접수, 2000년 8월 채택]



(a)



(b)



(c)

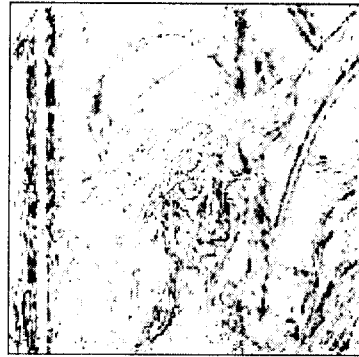


(d)

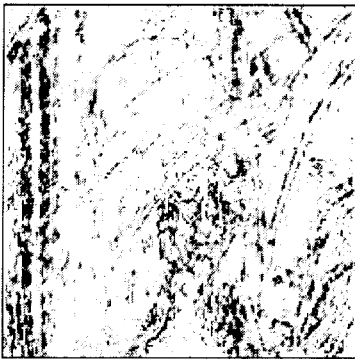
그림 3.2 : (a)는 원영상이고 (b)는 (a)에 제안된 Kolmogorov-Smirnov 방법을 사용하여 얻은 에지맵이고 (c)는 (a)에 Wolfe-Schechtman 방법을 사용하여 얻은 에지맵, 그리고 (d)는 (a)에 우도비 방법을 사용하여 얻은 에지맵이다.



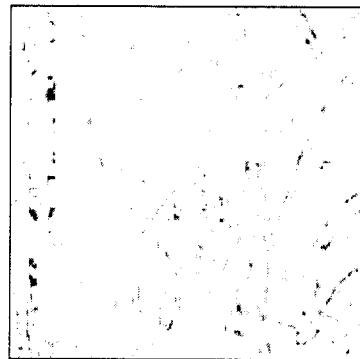
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 3.3 : (a)는 원영상에 잡음이 추가된 영상이고 (b)는 (a)에 제안된 Kolmogorov-Smirnov 방법을 사용하여 얻은 에지맵이고 (c)는 (a)에 Wolfe-Schechtman 방법을 사용하여 얻은 에지맵, 그리고 (d)는 (a)에 우도비 방법을 사용하여 얻은 에지맵이다.

Statistical Methods for Edge Detection in Images

Dong Hoon Lim ¹⁾ Eun Hee Park ²⁾

ABSTRACT

In this paper we detect edges using statistical methods of the change-point problem. For this, we perform the hypothesis testing for differences in gray levels to see whether any $n \times n$ subimage contains edge segments. The proposed method based on the two-sample Kolmogorov-Smirnov test is introduced and the likelihood ratio test and the Wolfe-Schechtman test for change-point problem are also applied for edge detection. We perform the experimental study to assess the performance of these methods in both noisy and uncontaminated sample noises.

Keywords: Edge detection; Change-point problem; Kolmogorov-Smirnov test; Wolfe-Schechtman test; Likelihood ratio test.

1) Associate Professor, Department of Information Statistics, Gyeongsang National University.
E-mail: dhlim@nongae.gsnu.ac.kr

2) Graduate Student, Department of Statistics, Gyeongsang National University.