

# 단계 스트레스 가속수명모형을 이용한 쿨백-라이블러 정보함수에 대한 추정

박병구<sup>1)</sup> 윤상철<sup>2)</sup> 조건호<sup>3)</sup>

## 요약문

이 논문에서는 변환확률변수에서 수명시간이 지수분포를 따르고 서로 독립일 때 두 단계 스트레스 가속수명시험으로부터 얻은 자료를 이용하여 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 모수의 추정량을 제안하고, 두 단계 스트레스 가속수명시험의 정상조건에서 편의와 평균제곱오차 관점에서 모의실험을 통하여 세가지 추정량들의 소표본 특성을 비교 논의하고자 한다.

주요용어: 가속수명시험, 단계 스트레스, 쿨백-라이블러 정보함수, 변환확률변수, 정상 조건.

## 1. 서론

일반적으로 대부분의 수명검사는 정상조건에서 이루어져 왔다. 그러나 수명시험은 많은 시간과 비용을 요구하게 되므로 이를 해결하기 위해서 가속 수명시험 (accelerated life tests) 방법이 널리 이용되어 왔는데 이는 관심있는 시스템을 정상조건보다 더 높은 스트레스를 (예를들면 온도, 압력, 진동등) 준 조건에서 시험하는 방법이다. 이런 조건에서 시험한 자료를 이용하여 정상 조건에서의 시스템의 평균수명 등을 추론하는 것이다.

가속 수명시험에서 널리 이용되고 있는 방법 중의 하나는 단계 스트레스 가속수명시험 (step stress accelerated life tests)으로서 적당한 시간 간격을 두어 단계적으로 스트레스를 변화시키면서 시스템의 수명을 시험하는 방법이다. 단계 스트레스 가속수명시험에서 사용되는 모형 중 하나는 DeGroot와 Goel (1979) 이 제안한 변환확률변수 (tampered random variable ; TRV) 모형이다.

DeGroot와 Goel (1979)은 변환확률변수가 어떤 미지의 가속인자  $\alpha$  에 의해 변화시간  $a$ 의 단위에 대한 나머지 수명의 곱으로 나타나는 낮은 스트레스에서 높은 스트레스로 변화

1) (702-701) 대구시 북구 산격동 1370번지, 경북대학교 자연과학대학 통계학과, 교수

E-mail: bgpark@knu.ac.kr

2) (702-701) 대구시 북구 산격동 1370번지, 경북대학교 자연과학대학 통계학과, 강사

E-mail: scyoona@stat.knu.ac.kr

3) (702-701) 경상북도 경산시 점촌동 산75, 경산대학교 자연과학대학 정보과학부, 부교수

E-mail: ghcho@kyungsan.ac.kr

는 효과를 제안하였다. 이 모형을 표현하기 위하여  $T$ 를 정상 수준에서 수명시간이라 하고  $Y$ 를 단계 스트레스 가속수명시험에서의 수명시간이라 하면 단위 시험의 수명분포는 다음과 같이 표현된다.

$$Y = \begin{cases} T, & T < a \\ a + \alpha(T - a), & T > a \end{cases} \quad (1.1)$$

여기에서  $Y$ 는 변환확률변수 (TRV)이고,  $a$ 는 변환점 (tampering point)이라 하며,  $\alpha$ 는 변환계수 (tampering coefficient)라고 한다. 또한  $0 < \alpha < 1$ 이다.

두 단계 (흔히 단계) 스트레스 가속 수명시험에서는 Miller와 Nelson (1983) 이 최적 시험계획을 토의했으며 그들의 결과는 배 도선 등 (1989, 1992) 에 의해 시간 중단된 경우로 확장되었다. Bhattacharrya 와 Soejoeti (1989)는 변환확률변수 (TRV)에서 회귀모형을 포함하는 추론을 제안하였다. Xiong (1998)은 고장 중단된 경우의 자료를 이용한 모수 추론으로 확장하였다.

Bessler, Chernoff 와 Marshall (1962)은 쿨백-라이블러 정보 (Kullback-Leibler Information) 함수를 이용하여 가속 실험에 대한 최적 축차 계획법을 제안하였으나, 그 이후 쿨백-라이블러 정보 함수를 이용한 가속수명시험 연구는 거의 이루어진 바가 없었다. 그러므로 이러한 연구가 좀 더 깊이 있는 논의가 필요할 것으로 생각된다. 따라서 이 논문에서는 변환확률변수에서 수명시간이 지수분포를 따르고 서로 독립일 때 두 단계 스트레스 가속 수명시험으로부터 얻은 자료를 이용하여 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 모수의 추정량을 제안하고, 가속수명시험의 정상조건에서 편의와 평균제곱오차 관점에서 각 추정량들의 소표본 특성을 비교하고자 한다.

많은 학자들이 쿨백-라이블러 정보 함수의 확률변수에 대한 엔트로피(entropy) 추정량을 제안한 바 있다. 그 예로서, Vasicek (1976), van Es (1992), Correa (1995), Ebrahimi, Habibullahi 와 Soofi (1992), Mazzuchi, Soofi와 Soyer (2000) 등이 있다. Vasicek (1976)은 정규분포에 대한 적합도 검정을 위하여 엔트로피에 대한 추정량을 제안하고, 추정량의 약일치성등을 밝혔고, van Es (1992)는 엔트로피에 대한 새로운 추정량을 제안하고 제안된 추정량의 강일치성과 점근적 정규성을 밝혔다.

하지만 최근 엔트로피와 관련한 많은 연구가 주로 추정 문제를 다루어 왔지만 모의 실험을 통한 추정량의 소표본 특성에 대한 연구 또한 활발하게 진행되고 있다. 예로서, Correa (1995)는 엔트로피에 대한 추정량을 새로 제안하고, 모의실험을 통하여 제안된 방법이 Vasicek의 추정량보다 평균제곱오차 관점에서 우수하다는 것을 밝혔다. Wiczorkowski 와 Grzegorzewski (1999)는 Vasicek과 Correa의 엔트로피 추정량을 수정한 새로운 엔트로피 추정량을 제안하고 모의실험을 통하여 편의와 평균제곱오차 관점에서 수정 엔트로피 추정량이 기존의 Vasicek과 Correa의 엔트로피 추정량 보다 우수하다는 것을 밝혔다.

따라서, 이 논문에서는 쿨백-라이블러 정보함수에 기초한 지수모형의 단계 스트레스 가속수명모형을 제안하고 모수의 추정과 점근적 성질을 연구한다. 2절에서는 쿨백-라이블러

정보함수의 추정을 위하여 지수모형의 단계 스트레스 가속수명모형에서 모수의 추정량을 구하고 그 점근적 성질을 알아보며, 3절에서는 2절에서 구한 추정량을 이용하여 쿨백-라이블러 정보함수의 추정량들을 제안하고 그 점근적 성질들을 함께 검토한다. 4절에서는 제안된 모수의 추정량을 이용하여 모의실험을 통하여 각 추정량들의 소표본에 대한 특성을 정상조건에서 단계 스트레스 가속수명시험의 편의와 평균제곱오차 관점에서 비교 논의한다.

## 2. 단계 스트레스 가속수명모형에서의 모수추정

먼저, 본 절은 쿨백-라이블러 정보함수의 추정을 위한 지수모형의 단계 스트레스 가속수명모형에서 모수의 최대우도추정량과 이들의 성질에 대하여 검토한다.

만일, 정상조건에서의 수명시간  $T$ 가 모수  $\theta$ 인 지수분포를 따른다면 단계 스트레스 가속수명모형인 식 (1.1)에 대한 확률밀도함수는

$$f_Y(y|\theta) = \begin{cases} \theta \exp\{-\theta y\} & , y < a \\ \frac{\theta}{\alpha} \exp\{-\theta(a + \frac{y-a}{\alpha})\} & , y > a \end{cases} \quad (2.1)$$

로 나타낼 수 있다.

따라서 식 (2.1)의 우도함수는

$$\begin{aligned} L(\theta, \alpha) &= \prod_{i=1}^n f_Y(y_i|\theta) \\ &= \theta^{n_1} \exp\left\{-\theta \sum_{i=1}^{n_1} y_i\right\} \left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^{n_2} \exp\left\{-\theta \sum_{i=1}^{n_2} \left(a + \frac{y_i - a}{\alpha}\right)\right\} \\ &= \theta^n \alpha^{-n_2} \exp\left\{-\theta \left[V + \left(n_2 a + \frac{1}{\alpha} W\right)\right]\right\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

이다. 여기서  $n = n_1 + n_2$ ,  $V = \sum_{i=1}^{n_1} y_i$ 이고  $W = \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - a)$ 이다. 즉,  $n_1$ 은 비변환 관찰값 (untampered observation)의 개수이고,  $n_2$ 는 변환 관찰값 (tampered observation)의 개수이다. 그리고  $V$ 는 비변환 관찰치의 합이며,  $W$ 은 변환 관찰치와 변환점의 차에 대한 합이다.

식 (2.2)에 의해서 대수우도함수는

$$\ln L(\theta, \alpha) = n \ln \theta - n_2 \ln \alpha - \theta \left\{ V + \left( n_2 a + \frac{1}{\alpha} W \right) \right\} \quad (2.3)$$

으로 표현된다. 따라서  $\theta$ 와  $\alpha$ 에 대한 일차 편미분 방정식은

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\theta, \alpha)}{\partial \theta} &= \frac{n}{\theta} - \left\{ V + \left( n_2 a + \frac{1}{\alpha} W \right) \right\} = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\theta, \alpha)}{\partial \alpha} &= -\frac{n_2}{\alpha} + \frac{\theta}{\alpha^2} W = 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

로 표현되고, 모수  $\theta$ 와  $\alpha$ 에 대한 추정량은

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= \frac{n - n_2}{V + n_2 a} \\ \hat{\alpha} &= \frac{W}{n_2} \frac{n - n_2}{V + n_2 a}\end{aligned}\quad (2.5)$$

로 표현된다. 이때, 식 (1.1)로부터  $T_i < a, i = 1, 2, \dots, n_1$ 인 경우는  $Y_i = T_i$ 가 성립하고, 이는 비변환 (untampered) 확률변수이다. 또 식 (1.1)로부터  $T_i > a, i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n$ 인 경우는  $T_i = \frac{Y_i - a}{\alpha} + a$ 의 관계가 성립하므로 식 (1.1)의 역치환 (inverse transformation)한 확률표본  $T_{n_1+1}, T_{n_1+2}, \dots, T_n$ 은 모수  $\theta$ 인 지수분포를 따른다는 사실을 알 수 있다.

만약,  $\hat{\alpha}$ 가  $\alpha$ 에 대한 추정량이라고 하면,  $T_i > a, i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n$ 인 확률변수에 대하여  $\hat{T}_i = \frac{Y_i - a}{\hat{\alpha}} + a$ 로 높은 스트레스 조건에서 관찰된 값을 정상조건에서의 값으로 치환 가능할 것이다. 이렇게 치환한 관찰값들을  $\hat{T}_1, \hat{T}_2, \dots, \hat{T}_{n_2}$ 로 두자. 이 때 정상조건에서의 관찰값  $T_i$ 는  $\hat{T}_i, i = 1, 2, \dots, n_1$ 라 두고, 높은 스트레스 조건에서 관찰된 관찰값  $\hat{T}_i, i = 1, 2, \dots, n_2$ 는  $\tilde{T}_i, i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n$ 라 두자. 그러면 확률변수  $\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_{n_1}, \tilde{T}_{n_1+1}, \dots, \tilde{T}_n$ 은 모수가  $\theta$ 인 지수분포를 하는 확률변수로 취급할 수 있다.

$\hat{\alpha}$ 를  $\alpha$ 에 대한 최대우도추정량을 구한다면,  $\hat{\alpha}$ 는  $\alpha$ 의 일치추정량이므로 다음과 같은 정리가 성립함을 알 수 있다.

**정리 2.1**  $T_i, i = 1, 2, \dots, n$ 가 모수  $\theta$ 인 지수분포를 하는 단계 스트레스 가속수명시험의 확률표본이면,  $\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_{n_1}, \tilde{T}_{n_1+1}, \dots, \tilde{T}_n$ 에 대하여

$$T_i - \hat{T}_i \xrightarrow{P} 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

이다.

**증명:**  $\hat{\alpha} \xrightarrow{P} \alpha$ 이므로 식 (2.6)의 증명은 분명하다. □

### 3. 단계 스트레스 가속수명모형을 이용한 쿨백-라이블러 정보함수들의 추정량

본 절은 단계 스트레스 가속수명모형의 세가지 추정량을 이용하여 쿨백-라이블러 정보함수와 엔트로피 추정량들을 제안하고 그 성질을 검토한다.

$\hat{T}_1, \hat{T}_2, \dots, \hat{T}_n$ 를 전체의 확률표본이라 하고,  $f_0$ 를 모수  $\theta$ 을 가지는 지수분포의 확률밀도 함수이고,  $f$ 를 임의의 확률밀도함수라 하자. 이때  $f_0$ 에 대한  $f$ 의 쿨백-라이블러 정보함수는 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 I(f, f_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left\{ \frac{f(t)}{f_0(t)} \right\} f(t) dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \ln \{f(t)\} f(t) dt - \int_{-\infty}^{\infty} \ln \{f_0(t)\} f(t) dt \\
 &= -H(f) - \int_{-\infty}^{\infty} \ln \{f_0(t)\} f(t) dt
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

여기서

$$H(f) = \int_0^1 \ln \left\{ \frac{d}{dp} F^{-1}(p) \right\} dp \tag{3.2}$$

로서 엔트로피 (entropy)라 한다.

$\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots, \tilde{T}_n$ 가 확률밀도함수 식 (2.1)로부터 추출한 가속수명시험에서 추출된 확률표본일 때, Vasicek (1976)의 엔트로피 추정량에 기초한  $H(f)$ 에 대한 추정량을  $H_{mn}$ 이라 둔다면 제안된 추정량은 다음과 같다.

$$H_{mn} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left\{ \frac{n}{2m} \left( \tilde{T}_{(i+m)} - \tilde{T}_{(i-m)} \right) \right\} \tag{3.3}$$

여기서  $m$ 은  $n/2$ 보다 작은 양의 정수로서 윈도우의 크기라고 한다. 식 (3.3)에서 만약  $i < 1$ 이면  $\tilde{T}_{(i)} = \tilde{T}_{(1)}$ 이고  $i > n$ 이면  $\tilde{T}_{(i)} = \tilde{T}_{(n)}$ 이다. 그리고  $\tilde{T}_{(1)} \leq \tilde{T}_{(2)} \leq \dots \leq \tilde{T}_{(n)}$ 는 표본의 크기가  $n$ 인 확률표본의 순서 통계량이다.

Vasicek의  $H_{mn}$ 의 점근적 성질을 이용하여 단계 스트레스 가속수명모형에서 점근적 성질을 다음과 같이 밝힐 수 있다.

**정리 3.1** 확률표본  $\tilde{T}_i$ 가 분포함수  $F$ 와 확률밀도함수  $f$ 를 갖고  $Var(\tilde{T}_i) < \infty$ 이면,  $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots, \tilde{T}_n$ 가  $F$ 로부터 추출된 확률표본일 때  $n \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty$ 에 대하여  $m/n \rightarrow 0$ 이면

$$H_{mn} \xrightarrow{p} H(f) \tag{3.4}$$

**증명:**  $\hat{\alpha}$ 는  $\alpha$ 의 최우추정량이므로 일치통계량이다. 그러므로 식 (3.3)은  $H(f)$ 의 일치통계량이다. □

이제, 지수분포의 확률표본  $Y_i$ 에 대하여  $\tilde{T}_i = \frac{Y_i - a}{\alpha} + a, i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n$ 로 변수치환시켜 만든 지수분포의 단계 스트레스 가속수명모형에서의 쿨백-라이블러 정보함수,  $I(f, f_{\tilde{T}})$ 는

$$\begin{aligned}
 I(f, f_{\tilde{T}}) &= -H(f) - \int_0^{\infty} \ln \{f_{\tilde{T}}(t)\} f(t) dt \\
 &= -H(f) - \ln \theta + 1
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

로 표현 할 수 있다.

식 (2.5), 식 (3.4)와 식 (3.5)로부터 단계 스트레스 가속수명모형에서의 쿨백-라이블러 정보함수  $I(f, f_{\hat{T}})$ 의 추정량은 다음과 같이 제안한다.

$$KLH_{mn} = \hat{I}(f, f_{\hat{T}}) = -H_{mn} - \ln \hat{\theta} + 1 \quad (3.6)$$

여기서  $\hat{\theta}$ 은 식 (2.5)에 주어진  $\theta$ 의 최대우도추정량이다.

**정리 3.2** 변환확률변수 (TRV)  $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots, \tilde{T}_n$ 가 지수분포의 확률밀도함수에서 추출된 가속수명시험의 확률표본이고,  $n \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty$ 에 대하여  $m/n \rightarrow 0$ 이면

$$\hat{I}(f, f_{\tilde{T}}) \xrightarrow{p} I(f, f_{\tilde{T}}) \quad (3.7)$$

를 따른다.

**증명:** 정리 2.1, 정리 3.1의 결과와  $\hat{\theta} \xrightarrow{p} \theta$ , 그리고 Slutsky 정리에 의하여 분명히 밝혀진다.  $\square$

이외에도 van Es (1992)는 확률표본의 차이에 기초하여 식 (3.2)에 대한 엔트로피 추정량을 다음과 같이 제안하였다.

$$\begin{aligned} HE_{mn} &= \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^{n-m} \ln \left\{ \frac{n+1}{m} \left( \tilde{T}_{(i+m)} - \tilde{T}_{(i-m)} \right) \right\} \\ &\quad + \sum_{k=m}^n \frac{1}{k} + \ln(m) - \ln(n+1) \end{aligned} \quad (3.8)$$

따라서 식 (3.5), 식 (3.6)과 식(3.8)에 의하여 다음과 같은 단계 스트레스 가속수명모형의 추정량을 제안한다.

$$KLHE_{mn} = -HE_{mn} - \ln \hat{\theta} + 1 \quad (3.9)$$

또한, Corre (1995)는 Vasicek의 추정량을 변형한 엔트로피 추정량을

$$HC_{mn} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(b_i) \quad (3.10)$$

로 표현하였다. 여기서

$$b_i = \frac{\sum_{k=i-m}^{i+m} (\tilde{T}_{(k)} - \tilde{T}_{(i)})}{n \sum_{k=i-m}^{i+m} (\tilde{T}_{(k)} - \tilde{T}_{(i)})^2}$$

이고

$$\tilde{T}_{(i)} = \frac{1}{2m+1} \sum_{k=i-m}^{i+m} \tilde{T}_{(k)}$$

이다. 따라서 식 (3.5), 식 (3.6)과 식 (3.9)의 엔트로피 추정량을 이용하여 다음과 같은 단계 스트레스 가속수명모형의 추정량을 제시한다.

$$KLHC_{mn} = -HC_{mn} - \ln \hat{\theta} + 1 \quad (3.11)$$

#### 4. 모의실험

식 (3.6), 식 (3.9)과 식 (3.11)에서 제안한 단계 스트레스 가속수명모형의 세 개의 추정량  $KLH_{mn}$ ,  $KLHE_{mn}$ 과  $KLHC_{mn}$ 에 대한 정상조건인 단계 스트레스 가속수명모형의 참값을  $\theta_0 = 2.0$ 으로  $\alpha_0 = 0.5$ 로 가정하였으며, 변환점  $a$ 는  $-\ln(0.5)/2.0$ 으로 두고 소표본의 특성을 조사하기 위하여 모의 실험을 실시하였다.

IMSL 난수 발생 부프로그램을 이용하여 1,000번을 반복하여 정상조건에서의 단계 스트레스 가속수명실험의 세 개의 추정량  $KLH_{mn}$ ,  $KLHE_{mn}$ 과  $KLHC_{mn}$ 에 대한 편이 (bias)와 평균제곱오차 (mean squared error ; MSE)를 각각 구하였다.  $\alpha_0 = 0.5$ 일때 세 개의 추정량  $KLH_{mn}$ ,  $KLHE_{mn}$ 과  $KLHC_{mn}$ 에 대한 정상조건인 단계 스트레스 가속수명모형의 편이와 평균제곱오차의 결과는 표 4.1에 주어져 있다.

위의 모의실험 결과 중 그림 4.1과 그림 4.2는 단계 스트레스 가속수명모형에서 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 정상조건에 대한 편이와 평균제곱오차를 각각 보여준다.

모의실험의 결과를 통하여 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

- 1)  $m, n$ 의 값이 증가할수록 단계 스트레스 가속수명모형에서 편이와 평균제곱오차는 줄어 든다.
- 2) 제안된 단계 스트레스 가속수명모형에서 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 추정량  $KLH_{mn}$ ,  $KLHE_{mn}$ 과  $KLHC_{mn}$ 은 편이와 평균제곱오차 관점에서  $KLHE_{mn}$ 의 추정량이 소표본 특징에서 다른 추정량보다 우수하다.

정통적인 엔트로피 추정량에 대하여 편이와 평균제곱오차 관점에서 Corre (1995) 추정량  $HC_{mn}$ 이 Vasicek 추정량  $H_{mn}$ 보다 우수하다는 사실이 모의실험을 통하여 밝혔다. 또한, Wiczorkowski과 Grzegorzewski (1999)도 수정된 Corre 추정량과 Vasicek 추정량을 제안하고 정통적인 엔트로피와 비교 결과 위 사실과 동일하다는 것을 밝혔다. 그러나 기존 연구에서는 Vasicek 추정량, van Es 추정량과 Corre 추정량의 엔트로피 추정량의 비교는 없었다. 따라서 우리는 엔트로피 추정량을 대신하여 가속수명모형에서 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 세가지 추정량을 비교한 결과 van Es 엔트로피 추정량이 다른 추정량보다 우수하다는 사실을 알 수 있었다.

결론적으로 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 가속수명모형 모의실험의 결과, 거의 모든 경우에 있어서 편이와 평균제곱오차 관점에서  $KLHE_{mn}$ 의 추정량이 다른 추정량보다 우수한 것으로 보여진다.

표 4.1: 정상조건에서 단계 스트레스 가속수명모형 추정량들의 편의와 평균제곱오차

$(n, m)$	$KLH_{mn}$	$KLHE_{mn}$	$KLHC_{mn}$	$KLH_{mn}$	$KLHE_{mn}$	$KLHC_{mn}$
	Bias	Bias	Bias	MSE	MSE	MSE
(10, 1)	-0.444018	0.046494	-0.223311	.237206	.072320	.087982
(10, 2)	-0.355224	-0.001700	-0.054259	.146614	.030471	.023028
(10, 3)	-0.346883	-0.000990	0.006130	.134667	.024836	.015669
(10, 4)	-0.350485	0.004084	0.059184	.136286	.023161	.020311
(15, 1)	-0.384072	0.012640	-0.202335	.172267	.048588	.064526
(15, 2)	-0.279328	-0.020740	-0.042710	.090337	.018242	.014188
(15, 3)	-0.259890	-0.032489	0.006344	.076192	.015447	.010187
(15, 4)	-0.265167	-0.042490	0.036271	.079556	.014727	.013335
(15, 5)	-0.266327	-0.033524	0.066498	.079245	.013741	.015562
(20, 1)	-0.362194	0.007118	-0.201840	.147628	.036128	.056476
(20, 2)	-0.241752	-0.028605	-0.038451	.066781	.012679	.010158
(20, 3)	-0.216719	-0.045501	0.005559	.053368	.011774	.007472
(20, 4)	-0.206784	-0.049713	0.036667	.047927	.010544	.007675
(20, 5)	-0.210689	-0.054152	0.057224	.050468	.011513	.011509
(25, 1)	-0.344351	-0.003191	-0.193974	.130658	.027490	.048845
(25, 2)	-0.219176	-0.031549	-0.035172	.054029	.011025	.007090
(25, 3)	-0.189475	-0.048751	0.005363	.040180	.009418	.004955
(25, 4)	-0.180990	-0.058142	0.028914	.037051	.009263	.006380
(25, 5)	-0.182845	-0.066761	0.044059	.038094	.010561	.008188
(30, 1)	-0.331756	-0.006196	-0.190264	.120630	.024145	.046232
(30, 2)	-0.204559	-0.030032	-0.035765	.046744	.009790	.006235
(30, 3)	-0.170921	-0.046086	0.006374	.032610	.007390	.003993
(30, 4)	-0.162425	-0.057934	0.023581	.029648	.007800	.004673
(30, 5)	-0.162863	-0.066877	0.035260	.029955	.009114	.005695
(35, 1)	-0.323585	-0.005532	-0.188197	.112251	.019514	.042342
(35, 2)	-0.195414	-0.032113	-0.034367	.042168	.008213	.005133
(35, 3)	-0.158709	-0.046014	0.005169	.028078	.007176	.003300
(35, 4)	-0.145564	-0.058417	0.024959	.023742	.007183	.003770
(35, 5)	-0.143616	-0.073779	0.037209	.023562	.009727	.005154
(40, 1)	-0.316605	-0.010628	-0.184396	.107088	.016391	.040431
(40, 2)	-0.189007	-0.031688	-0.034985	.039313	.007538	.004667
(40, 3)	-0.150030	-0.045582	0.003965	.024786	.006001	.002487
(40, 4)	-0.136819	-0.055993	0.020617	.021070	.006270	.003250
(40, 5)	-0.132555	-0.065441	0.030876	.019677	.007502	.003715
(50, 1)	-0.306200	-0.003532	-0.181111	.098973	.012095	.037721
(50, 2)	-0.174757	-0.031163	-0.030274	.032965	.005726	.003319
(50, 3)	-0.137942	-0.039693	0.001294	.020849	.004570	.001992
(50, 4)	-0.120337	-0.052659	0.020066	.015782	.005092	.002022
(50, 5)	-0.114820	-0.063381	0.029858	.014811	.006288	.002908



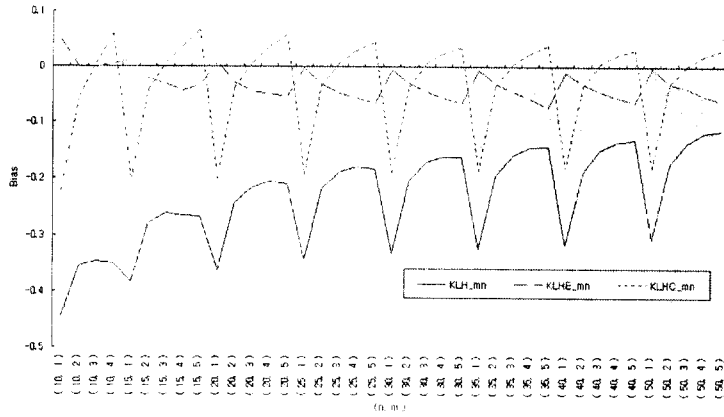


그림 4.1: 정상조건에서 단계 스트레스 가속수명모형 추정량들의 편의

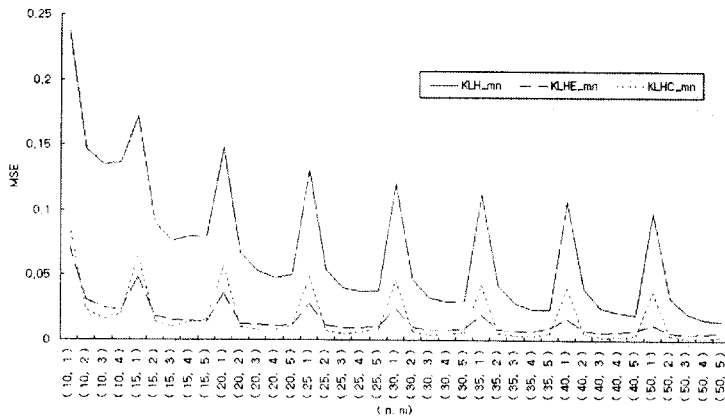


그림 4.2: 정상조건에서 단계 스트레스 가속수명모형 추정량들의 평균제곱오차

## 참고문헌

- [1] Bai, D.S., Kim, M.S. and Lee, S.H. (1989). Optimum Simple Step Stress Accelerated Life Test with Censoring, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 38, 528-532.
- [2] Bai, D.S. and Chung, S.W. (1992). Optimum Design of Partially Accelerated Life Tests for the Exponential Distribution under Type-I Censoring, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 41, 400-406.
- [3] Bhattacharrya, G.K. and Soejoeti, Z. (1989). A Tampered Failure Rate Model for Step-Stress Accelerated Life Test, *Communications in Statistics-Theory and Method*, A18, 1627-1643.
- [4] Correa, J.C. (1995). A New Estimator of Entropy, *Communications in Statistics-Theory and Method*, A24, 2439-2449.
- [5] DeGroot, M.H. and Goel, P.K. (1979). Bayesian Estimation and Optimal Design in Partially Accelerated Life Testing, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 26, 223-235.
- [6] Ebrahimi, N., Habibullah, M. and Soofi, E.S. (1992). Testing Exponentiality based on Kullback-Leibler Information, *Journal of Royal Statistical Society, Ser. B*, Vol. 54, 739-748.
- [7] Mazzuchi, T.A., Soofi, E.S. and Soyer, R. (2000). Computation of Maximum entropy Dirichlet for modeling lifetime data, *Computational Statistics & Data Analysis*, 32, 361-378.
- [8] Miller, R. and Nelson, W. (1983). Optimum Simple Step-Stress Plans for Accelerated Life Testing, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 32, 59-65.
- [9] van Es, B. (1992). Estimating Functionals Related to a Density by a Class of Statistics Based on Spacings, *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol. 19, 61-72
- [10] Vasicek, O.A. (1976). A Test for Normality Based on Sample Entropy, *Journal of Royal Statistical Society, Ser. B*, Vol. 38, 55-59.
- [11] Wieczorkowski, R. and Grzegorzewski, P. (1999). Entropy Estimators Improvement and Comparison, *Communications in Statistics-Simulations*, B28, No. 2, 541-567.
- [12] Xiong, C. (1998). Inferences On a Simple Step-Stress Model with Type-II Censored Exponential Data, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 47, 142-146.

# An Estimation of Kullback-Leibler Information Function based on Step Stress Accelerated Life Test

Byung Gu Park<sup>1)</sup> Sang Chul Yoon<sup>2)</sup> Geon-Ho Cho<sup>3)</sup>

## ABSTRACT

In this paper, we propose three estimators of Kullback-Leibler Information functions using the data from accelerated life tests. This acceleration model is assumed to be a tampered random variable model. Some asymptotic properties of proposed estimators are proved. Simulations are performed for comparing the small sample properties of the proposed estimators under use condition of accelerated life test.

*Keywords:* Accelerated life tests; Tampered random variable; Step stress; Kullback-Leibler Information function; Use condition.

---

1) Professor, Department of Statistics, Kyungpook National University.

E-mail: bgpark@knu.ac.kr

2) Lecture, Department of Statistics, Kyungpook National University.

E-mail: scyoon@stat.knu.ac.kr

3) Associate Professor, Faculty of Information Science, Kyungsan University.

E-mail: ghcho@kyungsan.ac.kr