

향상된 정규 근사법의 간략화된 표현을 이용한 MCR-DS/CDMA 시스템의 성능 분석

정희원 주민철*, 김귀훈**, 김형명**

Performance Analysis of MCR-DS/CDMA Systems Using a Simplified Expression for the Improved Gaussian Approximation

Min chul Joo*, Kooi Hoon Kim**, Hyung. Myung Kim** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 요구되는 서비스와 비트율에 따라서 칩률, 반송 주파수, 처리 이득, 그리고 전송 전력을 다르게 할당하는 비동기 multiple-chip-rate(MCR)-DS/CDMA 시스템의 성능을 분석하였다. '향상된 정규 근사법의 간략화된 표현(SEIGA)'은 성능 분석 중 비트 오류율을 간단하게 하면서도 정확히 얻을 수 있는 방법으로 알려져 있는데, 본 논문에서는 이 방법을 MCR 시스템의 분석에 적용하여 그 결과를 얻도록 하였다. 기존의 방법에서 사용하는 칩 수열간의 관계를 이용하는 대신 칩 파형간의 관계와 적분식을 이용하였으며, 이 방법은 시스템의 모형 계수를 직접적으로 사용하기 때문에 계수사이의 직접적인 관계를 알 수 있다. 제안된 과정을 이용하여 얻은 MCR-DS/CDMA 시스템의 성능 분석 결과를 모의 실험을 통하여 보여 주었다.

ABSTRACT

In this paper, we investigate the performance of asynchronous multiple-chip-rate (MCR)-DS/CDMA systems, where signals are transmitted at different chip rates, carrier frequencies, processing gains, and transmitted powers according to the required services and their own bit rates. A simplified expression for the improved Gaussian approximation (SEIGA), which is known for as a very accurate and simple tool for the performance evaluation, is applied to MCR systems. The correlations between chip waveforms and integrations are utilized instead of correlations between chip sequences which are used in conventional method [6][7][8], and since this approach makes use of the system model parameter directly, we obtain more direct relationship among system parameters. Simulation results show that the performance of MCR-DS/CDMA systems can be evaluated more accurately by using the proposed procedure than by using the GA.

1. 서론

제3세대 이동 통신에서는 다양한 종류의 멀티미디어 서비스를 제공한다. 이러한 서비스를 지원하는 CDMA 기술로는 여러 가지가 제안되었는데, 대표

적인 것으로 multi-modulation 시스템, multi-carrier 시스템, variable-processing-gain(VPG) 시스템 mfl고 MCR 시스템 등이 있다. 이들 중에서 멀티미디어 서비스의 제공과 한정된 주파수의 효율적 사용이라는 관점에서 볼 때 MCR-DC/CDMA 시스템은 매우 주목을 끌만하다^{[1][2]}. 이 시스템의 대역폭은 서

* 한국 전자부품 연구소

** 한국과학기술원 전기 및 전자공학과

논문번호 : 99114-0328, 접수일자 : 1999년 3월 28일

비스하는 데이터량의 최대값에 따라서 결정되는데, 지원하는 서비스별로 다른 칩률, 즉, 서로 다른 대역폭으로 결정한다.

이러한 자원의 효율적 배분을 위해서는 시스템에 대한 정확한 성능분석이 필요하다. 하지만 지금까지의 연구들은^{[2][3][4]} 문제점들이 있다. [2]에서는 모든 사용자들의 칩률을 최소 칩률의 2ⁿ배로 가정한 동기화된 MCR-DS/CDMA 시스템을 분석하였고, [3][4]에서는 앞의 연구와는 달리 비동기 시스템을 분석하였지만, 정규 근사법을 사용하였기 때문에 시스템 내에 사용자가 적을 때는 정확하지 않다는 단점이 있다.

따라서, 본 논문에서는 적은 사용자에서도 정확한, 비동기 MCR-DS/CDMA 시스템의 성능을 분석한다. 비트 오류는 칩률과 반송 주파수가 같은 시스템의 분석에서 정확하다고 알려진 '향상된 정규 근사법의 간략화된 표현(SEIGA)'을 이용하는데, 다시 말하면, SEIGA를 MCR 시스템에 확장해서 적용한다. 하지만, 칩률이 서로 다르고 다른 반송 주파수의 신호가 같은 대역에 존재하므로 다중 접속 간섭의 분석이 어렵게 되어 기존의 접근 방법으로는 성능 분석을 할 수 없게 된다. 그러므로 기존의 논문들에서 사용했던 칩 수열간의 상관 관계가 아닌 칩 파형의 상관 관계와 적분을 이용하는데, 이 때문에 수식 전개가 기존의 것과는 전혀 다르게 된다. 그리고 계산을 간단히 하기 위해서 제한을 가하는데, 원하는 사용자의 칩 길이를 T_{cl} , 간섭자의 칩 길이를 T_{ck} 라 하면 다음의 관계를 만족하도록 하였다. $T_{cl} = \alpha_k T_{ck}$ 또는 $T_{ck} = \beta_k T_{cl}$ 이며 α_k 와 β_k 는 정수라고 가정하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 시스템 모형을 설명하고, III장에서는 제안된 방법으로 수식 전개를 하고, IV장에서는 모의 실험(simulation)을 통해 MCR-DS/CDMA 시스템의 성능을 분석하고, V장에서는 결론을 맺었다.

II. MCR-DS/CDMA 시스템 모형

MCR-DS/CDMA 시스템은 칩률, 반송 주파수, 처리 이득, 그리고 전송 전력을 사용자마다 다르게 제공한다. 사용자가 K명인 비동기 시스템의 k번째 사용자의 전송된 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$s_k(t - \tau_k) = \sqrt{2P_k} b_k(t - \tau_k) a_k(t - \tau_k) \cos(\omega_k t + \phi_k). \tag{1}$$

이때 $b_k(t)$ 와 $a_k(t)$ 는 각각 데이터 신호와 대역 확산 신호를, P_k 는 전송 전력을, ω_k 는 반송 주파수를 나타낸다. 그리고, τ_k 와 ϕ_k 는 시간차와 위상차를 나타내는데, 각각은 $[0, T_{ck}]$ 와 $[0, 2\pi]$ 에서 균일 분포라 가정한다. 데이터 신호와 대역 확산 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$b_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j^{(k)} P_{T_k}(t - jT_k)$$

$$a_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j^{(k)} P_{T_{ck}}(t - jT_{ck}).$$

여기서 $P_{T_k}(\cdot)$ 와 $P_{T_{ck}}(\cdot)$ 는 파형의 길이가 각각 T_k 와 T_{ck} 인 구형파이고, 매 데이터마다 N_k 개의 칩이 있으므로 $T_k = N_k T_{ck}$ 이며, $b_j^{(k)}$ 와 $a_j^{(k)}$ 는 모두 i.i.d.하며 비주기적인 확률 변수로 가정한다. 그리고, 지금까지 언급한 확률변수들인 $b_j^{(k)}$, $a_j^{(k)}$, τ_k 과 ϕ_k 은 모두 상호 독립이라 가정한다.

사용자 1의 신호를 검파한다고 가정하면 $\tau_1 = \phi_1 = 0$ 이고, 사용자 1에 대한 정합 필터 출력(Y_1)은 다음과 같이 표현된다.

$$Y_1 = \sqrt{\frac{P_1}{2}} T_1 + \sum_{k=2}^K I_k + \eta. \tag{2}$$

그리고

$$I_k = \sqrt{\frac{P_k}{2}} \int_0^{T_1} b_k(t - \tau_k) a_k(t - \tau_k) a_1(t) \cos(\Delta \omega_k t + \phi_k) dt \tag{3}$$

$$= \sqrt{\frac{P_k}{2}} \int_0^{T_1} a_k(t - \tau_k) a_1(t) \cos(\Delta \omega_k t + \phi_k) dt \tag{4}$$

I_k 는 k번째 사용자에 의한 다중 접속 간섭(MAI: multiple access interference)이고, η 는 가산성 백색 잡음에 의한 것으로 평균이 0이고 분산이 $N_0 T_1 / 4$ 인 정규분포를 따른다. 그리고 $\Delta \omega_k = \omega_k - \omega_1$ 인데 이것은 k번째 사용자와 1번째 사용자 사이의 반송 주파수 차이를 나타낸다. 무작위 코드를 가정하였기 때문에 $b_k(t - \tau_k) a_k(t - \tau_k)$ 과 $a_k(t - \tau_k)$ 의 확률적 성질이 같으므로, 식 (3)는 식 (4)로 표현되었다.

III. 비트 오류의 계산

칩률과 반송 주파수가 같은 시스템의 비트 오류는 참고 문헌[7][8]에 주어져 있으나, 본 논문에서

고려하는 경우인 칩률과 반송 주파수가 다른 MCR-DS/CDMA 시스템의 비트 오율은 위의 결과를 조금 바꾸면 다음과 같이 적을 수 있다.

$$P_e \approx \frac{2}{3} Q\left(\sqrt{\frac{P_1}{2} T_1}\right) + \frac{1}{6} Q\left(\sqrt{\frac{P_1}{2} T_1}\right) + \frac{1}{6} Q\left(\frac{\sqrt{\frac{P_1}{2} T_1}}{\sqrt{\mu\psi - \sqrt{3\sigma\psi}}}\right) \quad (5)$$

이때 $\mu\psi = E[\Psi]$, $\sigma_\psi^2 = \text{Var}[\Psi]$, 그리고 $\psi = \text{Var}[MAI | \{\tau_k\}, \{\phi_k\}, a^{(1)}]$.

기존의 논문[7][8]에서는 Ψ 를 칩 수열간의 관계로 나타내었으나, $\Delta\omega_k \neq 0$ 이고 $T_{ck} \neq T_c$ 일 때 Ψ 를 칩 수열간의 관계로 나타내면 $\mu\psi$ 와 σ_ψ^2 의 수식 전개가 어려워진다. 그러므로 다른 접근 방법을 택하는데 Ψ 를 칩 파형간의 관계와 적분식을 이용해서 나타낸다.

$$\Psi = \sum_{k=2}^K E[I_k^2 | \tau_k, \phi_k, a^{(1)}] = \sum_{k=2}^K Z_k \quad (6)$$

이때

$$Z_k = \frac{P_k}{2} \int_0^{T_1} \int_0^{T_1} a_1(t_1)a_1(t_2)E[a_k(t_1-\tau_k)a_k(t_2-\tau_k) | \tau_k] \cdot \cos(\Delta\omega_k t_1 + \phi_k)\cos(\Delta\omega_k t_2 + \phi_k)dt_1dt_2 \quad (7)$$

$$\text{그리고 } \cos x \cos y = \frac{1}{2} \{\cos(x+y) + \cos(x-y)\}$$

이고, 만약 $f(t_1, t_2) = f(t_2, t_1)$ 이면 $\int_0^{T_1} \int_0^{T_1} f(t_1, t_2)dt_1 dt_2 = 2 \int_0^{T_1} \int_0^{t_1} f(t_1, t_2)dt_1 dt_2$ 이므로 Z_k 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Z_k = \frac{P_k}{2} \int_0^{T_1} \int_0^{t_1} a_1(t_1)a_1(t_2)\Gamma_k(t_1, t_2; \tau_k, \phi_k)dt_1dt_2. \quad (8)$$

이때

$$\Gamma_k(t_1, t_2; \tau_k, \phi_k) = E[a_k(t_1-\tau_k)a_k(t_2-\tau_k) | \tau_k] \cdot \{\cos(\Delta\omega_k(t_1+t_2) + 2\phi_k) + \cos(\Delta\omega_k(t_1-t_2))\} \quad (9)$$

가 되므로 $\mu\psi$ 와 σ_ψ^2 는 다음과 같이 전개된다.

$$\mu\psi = \sum_{k=2}^K E[Z_k]$$

$$\sigma_\psi^2 = \sum_{k=2}^K (E[Z_k^2] - E^2[Z_k]) + \sum_{k=2}^K \sum_{j=2, j \neq k}^K \text{Cov}(Z_k, Z_j)$$

하지만, 식 (8)을 이용하여 $E[Z_k]$ 와 $E[Z_k^2]$, $\text{Cov}(Z_k, Z_j)$ 를 구하는 것이 쉽지 않으므로 다음의 성질을 이용한다.

$$a_1(t_1)a_1(t_2) = \begin{cases} 1 & l_1 = l_2 \\ a_{l_1}^{(1)}, a_{l_2}^{(1)} & l_1 \neq l_2 \end{cases} \quad (10)$$

이때 $l_i = \lfloor t_i/T_{ck} \rfloor$ 이며 $\lfloor x \rfloor$ 는 x 의 정수 부분을 나타낸다. (10)을 (8)에 치환하고 전체 적분을 N_1 개의 작은 적분식으로 나누면, Z_k 를 다음과 같이 두 부분으로 나눌 수 있다.

$$Z_k = \frac{P_k}{2} (A_k + B_k) \quad (11)$$

여기서 A_k 와 B_k 는

$$A_k = \sum_{l=0}^{N_1-1} \int_{lT_{c1}}^{(l+1)T_{c1}} \int_{lT_{c1}}^{(l+1)T_{c1}} \Gamma_k(t_1, t_2; \tau_k, \phi_k)dt_1dt_2 \quad (12)$$

$$B_k = \sum_{l_1=0}^{N_1-1} \sum_{l_2=l_1+1}^{N_1-1} a_{l_1}^{(1)}a_{l_2}^{(1)} \int_{l_2T_{c1}} \int_{l_1T_{c1}} \Gamma_k(t_1, t_2; \tau_k, \phi_k)dt_1dt_2 \quad (13)$$

를 나타낸다. 그리고 $\int_{lT_{c1}}^{(l+1)T_{c1}}$ 를 의미한다. 여기서 기억할 것은 $a_{l_1}^{(1)}$ 와 $a_{l_2}^{(1)}$ 가 $l_1 \neq l_2$ 에 대해서 독립이므로, 임의의 정수인 k 와 j 에 대해서 $E[B_k] = E[A_k B_j] = 0$ 를 만족한다는 것이다. 이 성질은 $E[Z_k]$, $\text{Cov}(Z_k, Z_j)$, 그리고 $E[Z_k^2]$ 의 계산에서 매우 중요하다.

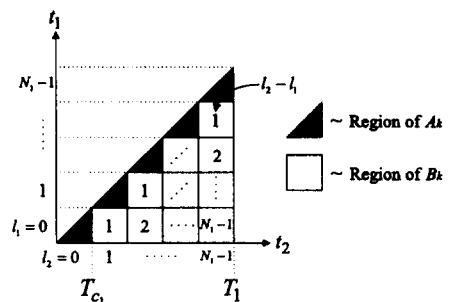


그림 1. A_k 와 B_k 의 영역

이러한 칩 파형과 적분식을 이용한 접근 방법의 중요한 잇점은, 식 (12)와 식 (13)으로부터 알 수 있듯이 T_{c1} 는 적분 영역에만 관계하고, T_{ck} 는 적분식의 내부 함수에만 관계하게 된다는 것이다. 만약 기존의 방법인 칩 수열간의 관계로 표현한다면 T_{c1}

과 T_{ck} 가 하나의 식에 포함되어 수식 유도에 있어 복잡도가 많이 증가하게 된다.

다음은 $E[Z_k]$, $Cov(Z_k, Z_j)$ 와 $E[Z_k^2]$ 의 수학적 전개이다.

1. $E[Z_k]$ 의 계산

다음의 계산 과정은 [12]에 의해 고쳐진 [11]의 과정과 비슷하다. 식 (11)의 평균을 취하면 $E[Z_k]=0$ 이고 $E[\cos(\Delta\omega_k(t_1+t_2)+2\phi_k)]=0$ 이므로, $E[Z_k]$ 는 다음과 같다.

$$E[Z_k] = \frac{P_k}{2} E[A_k] = \frac{P_k}{2} \sum_{l=0}^{N_1-1} \int_{lT_{c1}}^{(l+1)T_{c1}} E[a_k(t_1 - \tau_k) a_k(t_2 - \tau_k)] \cos(\Delta\omega_k(t_1 - t_2)) dt_1 dt_2 \quad (14)$$

그리고 다음의 관계를 이용하고^[10].

$$E[a_k(t_1 - \tau_k) a_k(t_2 - \tau_k)] = \begin{cases} 1 - \frac{|t_1 - t_2|}{T_{c_k}}, & |t_1 - t_2| \leq T_{c_k}, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (15)$$

식 (15)를 식 (14)에 치환하면, $E[Z_k]$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$E[Z_k] = \begin{cases} \frac{P_k}{2} N_1 \frac{3\alpha_k - 1}{2\alpha_k} T_{c_k}^2, & T_{c1} = \alpha_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k = 0, \\ \frac{P_k}{2} N_1 \frac{3\alpha_k - 1}{2\alpha_k} T_{c_k}^2, & T_{c1} = \beta_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k = 0, \\ \frac{P_k}{2\Delta\omega_k^2} N_1 (1 + \alpha_k + (1 - \alpha_k) \cos U_k - \frac{\beta_k}{\alpha_k} \sin U_k), & T_{c1} = \alpha_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k \neq 0, \\ \frac{P_k}{2\Delta\omega_k^2} N_1 (\frac{1+\beta_k}{\beta_k} + \frac{1-\beta_k}{\beta_k} \cos V_k - \frac{\beta_k}{\alpha_k} \sin V_k), & T_{c1} = \beta_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k \neq 0. \end{cases} \quad (16)$$

이 때 $U_k = \Delta\omega_k T_{c_k}$ 이고 $V_k = \Delta\omega_k T_{c1}$ 이다.

2. $Cov(Z_k, Z_j)$ 의 계산

임의의 k 와 j 에 대해서 $E[B_k]=0$ 와 $E[A_k B_j]=0$ 이므로, 식 (11)로부터 다음을 알 수 있다.

$$Cov(Z_k, Z_j) = E[Z_k Z_j] - E[Z_k]E[Z_j] = \frac{P_k P_j}{4} E[B_k B_j] \quad (17)$$

이때

$$E[B_k B_j] = \sum_{l_1=0}^{N_1-1} \sum_{l_2=l_1+1}^{N_1-1} \sum_{l_3=0}^{N_1-1} \sum_{l_4=l_3+1}^{N_1-1} E[a_{l_1}^{(1)} a_{l_2}^{(1)} a_{l_3}^{(1)} a_{l_4}^{(1)}] \cdot \int_{l_4} \int_{l_3} \int_{l_2} \int_{l_1} E[\Gamma_k(t_1, t_2; \tau_k, \phi_k) \Gamma_j(t_3, t_4; \tau_j, \phi_j)] dt \quad (18)$$

이다. 그런데, 칩 수열간의 독립인 성질때문에 다음

관계식을 얻을 수 있다.

$$E[a_{l_1}^{(1)} a_{l_2}^{(1)} a_{l_3}^{(1)} a_{l_4}^{(1)} | l_1 < l_2, l_3 < l_4] = \begin{cases} 1, & l_1 = l_3 \text{ and } l_2 = l_4, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (19)$$

그리고, τ_k, ϕ_k, τ_j 와 ϕ_j 를 상호 독립이라 가정했으므로, 식 (18)의 4차 적분은 다음과 같이 두 개의 2차 적분으로 나뉘어 진다.

$$E[B_k B_j] = \sum_{l_1=0}^{N_1-1} \sum_{l_2=l_1+1}^{N_1-1} D_k^{(l_1, l_2)} D_j^{(l_1, l_2)}. \quad (20)$$

이때

$$D_k^{(l_1, l_2)} = \int_{l_2} \int_{l_1} E[a_k(t_1 - \tau_k) a_k(t_2 - \tau_k)] \cos(\Delta\omega_k(t_1 - t_2)) dt_1 dt_2 \quad (21)$$

이다.

그런데 $D_k^{(l_1, l_2)}$ 는 다음의 성질을 만족하므로

$$D_k^{(l_1, l_2)} = \int_{l_2} \int_{l_1} E[a_k(t_1 - \tau_k) a_k(t_2 - \tau_k)] \cos(\Delta\omega_k(t_1 - t_2)) dt_1 dt_2 = \int_{l_2+1} \int_{l_1+1} E[a_k(t'_1 - \tau_k) a_k(t'_2 - \tau_k)] \cos(\Delta\omega_k(t'_1 - t'_2)) dt'_1 dt'_2 = D_k^{(l_1+1, l_2+1)} \text{ for any integer } i, \quad (22)$$

$D_k^{(l_1, l_2)} = D_k^{(0, l_2 - l_1)}$ 이다. 그리고, 그림 1로부터 고정된 m 에 대해 $l_2 - l_1 = m$ 를 만족하는 (l_1, l_2) 쌍의 개수가 $N_1 - m$ 이고, 이때의 $m = 1, \dots, N_1 - 1$ 임을 알 수 있다. 위의 성질들을 종합하면 $Cov(Z_k, Z_j)$ 를 다음과 같이 적을 수 있다.

$$Cov(Z_k, Z_j) = \frac{P_k P_j}{4} \sum_{m=1}^{N_1-1} (N_1 - m) D_k^{(0, m)} D_j^{(0, m)}. \quad (23)$$

이때 식 (15)를 식 (21)에 대입하면 다음을 알 수 있다.

$$D_k^{(0, m)} = \begin{cases} T_{c_k}^2 / 6, & T_{c1} = \alpha_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k = 0 \text{ and } m = 1, \\ (-1 - \cos U_k + \frac{\beta_k}{\alpha_k} \sin U_k) / \Delta\omega_k^2, & T_{c1} = \alpha_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k \neq 0 \text{ and } m = 1, \\ \frac{1}{3\alpha_k} T_{c_k}^2, & T_{c1} = \beta_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k = 0 \text{ and } m = \beta_k, \\ (1 - \frac{\beta_k}{\alpha_k} T_{c_k}^2), & T_{c1} = \beta_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k = 0 \text{ and } 1 \leq m < \beta_k, \\ 2 \cos \frac{mV_k - V_k}{2} (\frac{\beta_k}{\alpha_k} \sin \frac{V_k}{2} - \frac{\beta_k}{\alpha_k} \cos \frac{V_k}{2}) / \Delta\omega_k^2, & T_{c1} = \beta_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k \neq 0 \text{ and } m = \beta_k, \\ E_k(m) / (\Delta\omega_k^2 U_k), & T_{c1} = \beta_k T_{c_k} \text{ and } \Delta\omega_k \neq 0 \text{ and } 1 \leq m < \beta_k, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

이때

$$E_k(m) = 2 \cos(mV_k)(U_k - mV_k)(1 - \cos V_k) + 2 \sin(mV_k)(2(1 - \cos V_k) - V_k \sin V_k)$$

이다.

3. $E\{Z_k^2\}$ 의 계산

$E\{A_k B_k\}=0$ 인 성질을 이용하면, 식 (11)로부터 다음을 알 수 있다.

$$E\{Z_k^2\} = \frac{P_k^2}{4} (E\{A_k^2\} + E\{B_k^2\}). \tag{24}$$

이때

$$E\{A_k^2\} = \sum_{l_1=0}^{N_1-1} \sum_{l_2=0}^{N_1-1} \int_{l_2}^{t_4} \int_{l_1}^{t_2} H_k(t) \gamma_k(t) dt \tag{25}$$

$$E\{B_k^2\} = \sum_{l_1=0}^{N_1-1} \sum_{l_2=l_1+1}^{N_1-1} \sum_{l_3=0}^{N_1-1} \sum_{l_4=l_3+1}^{N_1-1} E [a_{l_1}^{(1)} a_{l_2}^{(1)} a_{l_3}^{(1)} a_{l_4}^{(1)}] \int_{l_1}^{t_4} \int_{l_2}^{t_2} \int_{l_3}^{t_4} H_k(t) \gamma_k(t) dt \tag{26}$$

$$= \sum_{l_1=0}^{N_1-1} \sum_{l_2=l_1+1}^{N_1-1} \int_{l_2}^{t_4} \int_{l_1}^{t_2} H_k(t) \gamma_k(t) dt \tag{27}$$

이고,

$$H_k(t) = E[E\{a_k(t_1 - \tau_k) a_k(t_2 - \tau_k) | \tau_k\} E\{a_k(t_3 - \tau_k) a_k(t_4 - \tau_k) | \tau_k\}] \tag{28}$$

$$\gamma_k(t) = \cos(\Delta\omega_k(t_1 - t_2)) \cos(\Delta\omega_k(t_3 - t_4)) + \frac{1}{2} \cos(\Delta\omega_k(t_1 + t_2 - t_3 - t_4)) \tag{29}$$

이며 $t_1 \leq t_2$ 이고 $t_3 \leq t_4$ 인 $t \triangleq (t_1, t_2, t_3, t_4)$ 이다. 그리고 식 (19)를 이용하면, 식 (26)은 식 (27)로 간단히 나타내어진다.

먼저, 식 (28)의 $H_k(t)$ 의 전개 과정은 부록 A에 보였으며, $t_1 \leq t_2$ 이고 $t_3 \leq t_4$ 이므로 결과는 다음과 같다.

$$H_k(t) = \begin{cases} \frac{1}{T_{ck}} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \mathcal{L}\{[t_2 + (i-1)T_{ck}, t_1 + iT_{ck}] \cap [t_4 - T_{ck}, t_3]\}, & 0 \leq t_2 - t_1, t_4 - t_3 \leq T_{ck}, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{30}$$

이때 $L\{[a, b]\}$ 은 a 와 b 사이의 길이를 의미한다. 그리고 식 (42)또는 식 (30)로부터, 임의의 i 와 j 에 대해 $H_k(t)$ 가 다음의 성질을 만족한다는 것을 알 수 있다.

$$H_k(t) = H_k(t_1 + iT_{ck}, t_2 + iT_{ck}, t_3 + jT_{ck}, t_4 + jT_{ck}). \tag{31}$$

그러므로 새로운 변수를 다음과 같이 정의하자

$$x \triangleq t - nT_{ck} \tag{32}$$

이때 $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$, $0 \leq x_i \leq T_{ck}$, 이고 $n = (n_1, n_2, n_3, n_4) = \lfloor t/T_{ck} \rfloor$ 이다. 그러면, 식 (31)을 이용하면 $H_k(t)$ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$H_k(t) = H_k(x + nT_{ck}) = H_k(x_1, x_2 + (n_2 - n_1)T_{ck}, x_3, x_4 + (n_4 - n_3)T_{ck}). \tag{33}$$

그리고 식 (33)에서 $0 \leq t_2 - t_1, t_4 - t_3 \leq T_{ck}$ 일 때 $H_k(t) \neq 0$ 이므로, $n_2 - n_1, n_4 - n_3 = 0$ 일때는 $x_1 \leq x_2, x_3 \leq x_4$ 이고, $n_2 - n_1, n_4 - n_3 = 1$ 일때는 $x_1 \leq x_2, x_3 \leq x_4$ 이다. 이때 만약 $n_2 - n_1$ 와 $n_4 - n_3$ 의 값을 0 또는 1로 고정시키면, $H_k(x+nT_{ck})$ 가 x 만의 식이 되므로 $H_k(t)$ 를 t 로 전개하는 것보다 수식 전개가 매우 간단해진다.

그러면, $H_k(t)$ 를 $H_k(x+nT_{ck})$ 로 바꾸어야 하는데 다음을 살펴보자. $0 \leq t_2 - t_1, t_4 - t_3 \leq T_{ck}$ 일 때

$$\mathcal{L}\{[t_2 + (i-1)T_{ck}, t_1 + iT_{ck}]\} = \begin{cases} \mathcal{L}\{[0, x_1] \cup [x_2, T_{ck}]\}, & n_2 - n_1 = 0, \\ \mathcal{L}\{[x_2, x_1]\}, & n_2 - n_1 = 1, \end{cases} \tag{34}$$

$$\mathcal{L}\{[t_4 - T_{ck}, t_3]\} = \begin{cases} \mathcal{L}\{[0, x_3] \cup [x_4, T_{ck}]\}, & n_4 - n_3 = 0, \\ \mathcal{L}\{[x_4, x_3]\}, & n_4 - n_3 = 1. \end{cases} \tag{35}$$

이고, $i \neq j$ 에 대해서 구간 $(t_2 + (i-1)T_{ck}, t_1 + iT_{ck})$ 는 $(t_2 + (i-1)T_{ck}, t_1 + jT_{ck})$ 와 상호 배타적이므로, 식 (35)와 식(34)를 식 (30)에 대입하면, $H_k(x+nT_{ck})$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$H_k(x+nT_{ck}) = \begin{cases} \frac{1}{T_{ck}} \mathcal{L}\{([0, x_1] \cup [x_2, T_{ck}]) \cap ([0, x_3] \cup [x_4, T_{ck}])\}, \\ \frac{1}{T_{ck}} \mathcal{L}\{([0, x_1] \cup [x_2, T_{ck}]) \cap [x_4, x_3]\}, \\ \frac{1}{T_{ck}} \mathcal{L}\{[x_2, x_1] \cap ([0, x_3] \cup [x_4, T_{ck}])\}, \\ \frac{1}{T_{ck}} \mathcal{L}\{[x_2, x_1] \cap [x_4, x_3]\}, \\ 0, \end{cases} \tag{36}$$

$$\begin{cases} n_2 - n_1 = 0 \text{ and } n_4 - n_3 = 0, \\ n_2 - n_1 = 0 \text{ and } n_4 - n_3 = 1, \\ n_2 - n_1 = 1 \text{ and } n_4 - n_3 = 0, \\ n_2 - n_1 = 1 \text{ and } n_4 - n_3 = 1, \\ \text{otherwise.} \end{cases}$$

윗 식을 $L(\cdot)$ 이 없는 식으로 전개하기 위해 다음을 살펴보자. $0 \leq x_1, x_2, x_3, x_4 \leq T_{ck}$ 인데, $n_2 - n_1, n_4 - n_3 = 0$ 또는 1로 고정되면 그중 x_1, x_2 와 x_3, x_4 의 순서가 정해지므로 각각의 경우는 $6 = \frac{4!}{2!2!}$ 개의 조합으로 나뉘어진다. 이것은 표 1에 나타나 있다.

$H_k(t)$ 이 $H_k(x+nT_{ck})$ 로 변환되었으므로, 식 (25)와 식 (27)은 x 와 n 의 식으로 고쳐져야 한다. 하지만 이것은 T_{c1} 와 T_{c2} 의 경우에 의해 달라지므로 두가지 경우로 나누어서 계산을 한다. 계산 결과는 부록 B에 잘 나타나 있다.

표 1. $n_2 - n_1$ 와 $n_4 - n_3$ 의 값에 따른 $H_k(x+nT_{ck})$

$n_2 - n_1 = 0, n_4 - n_3 = 0$	$H_k(x_1, x_2, x_3, x_4)$
$\rho_1) x_3 \leq x_4 \leq x_1 \leq x_2$	$T_{ck} - (x_4 - x_3 + x_2 - x_1)$
$\rho_2) x_3 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_4$	$T_{ck} - (x_4 - x_3)$
$\rho_3) x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$	$T_{ck} - (x_4 - x_3 + x_2 - x_1)$
$\rho_4) x_3 \leq x_1 \leq x_4 \leq x_2$	$T_{ck} - (x_2 - x_3)$
$\rho_5) x_1 \leq x_3 \leq x_2 \leq x_4$	$T_{ck} - (x_4 - x_1)$
$\rho_6) x_1 \leq x_3 \leq x_4 \leq x_2$	$T_{ck} - (x_2 - x_1)$

$n_2 - n_1 = 1, n_4 - n_3 = 1$	$H_k(x_1, x_2 + T_{ck}, x_3, x_4 + T_{ck})$
$\rho_1) x_4 \leq x_3 \leq x_2 \leq x_1$	0
$\rho_2) x_4 \leq x_2 \leq x_1 \leq x_3$	$x_1 - x_2$
$\rho_3) x_2 \leq x_1 \leq x_4 \leq x_3$	0
$\rho_4) x_4 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_1$	$x_3 - x_2$
$\rho_5) x_2 \leq x_4 \leq x_1 \leq x_3$	$x_1 - x_4$
$\rho_6) x_2 \leq x_4 \leq x_3 \leq x_1$	$x_3 - x_4$

$n_2 - n_1 = 0, n_4 - n_3 = 0$	$H_k(x_1, x_2, x_3, x_4 + T_{ck})$
$\rho_1) x_4 \leq x_3 \leq x_1 \leq x_2$	$x_3 - x_4$
$\rho_2) x_4 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3$	$(x_3 - x_4) - (x_2 - x_1)$
$\rho_3) x_1 \leq x_2 \leq x_4 \leq x_3$	$x_3 - x_4$
$\rho_4) x_4 \leq x_1 \leq x_3 \leq x_2$	$x_1 - x_4$
$\rho_5) x_1 \leq x_4 \leq x_2 \leq x_3$	$x_3 - x_2$
$\rho_6) x_1 \leq x_4 \leq x_3 \leq x_2$	0

$n_2 - n_1 = 1, n_4 - n_3 = 0$	$H_k(x_1, x_2 + T_{ck}, x_3, x_4)$
$\rho_1) x_3 \leq x_4 \leq x_2 \leq x_1$	$x_1 - x_2$
$\rho_2) x_3 \leq x_2 \leq x_1 \leq x_4$	0
$\rho_3) x_2 \leq x_1 \leq x_3 \leq x_4$	$x_1 - x_2$
$\rho_4) x_3 \leq x_2 \leq x_4 \leq x_1$	$x_1 - x_4$
$\rho_5) x_2 \leq x_3 \leq x_1 \leq x_4$	$x_3 - x_2$
$\rho_6) x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq x_1$	$(x_1 - x_2) - (x_4 - x_3)$

IV. 모의 실험과 결과 분석

이 장에서는, 본 논문에서 SEIGA방식을 적용하여 유도한 결과를 정규 근사법 (GA)과 Monte Carlo(MC) 모의 실험의 결과와 비교하였다. 전체 시스템은 그림 2에서도 알 수 있듯이 두가지의 서비스(Class I과 Class II)를 지원하는 MCR-DS/CDMA 시스템을 가정하였다. Class I과 Class II의 처리이득은 각각 16과 32로, 칩 길이는 T_c 와 $3T_c$ 로 정하였다. 그리고, k 번째 사용자의 전송 전력은 $1/(N_k T_{ck})$ 로 두었는데, 이는 모든 사용자의 에너지를 같이 두기 위함이다($E_{bk} = E_b, k=1, 2, \dots, K$). Class I은 광대역, Class II는 협대역 서비스를 말한다.

그림 3과 4는 평균 비트 오류율 사용자를 변화시키면서 나타낸 것인데, SEIGA의 결과와 GA와 모의 실험 결과를 비교하였다. 그리고, 그림의 원하는 사용자는 각각 그림 2의 User4와 User1이다.

SEIGA가 모의 실험 결과와 거의 일치하는 반면 GA의 결과는 차이가 남을 알 수 있다. 그리고, 사용자 수가 작아지면 SEIGA는 비트 오류율 나쁘게 평가하는 반면, GA는 좋게 평가하는 경향이 있다.

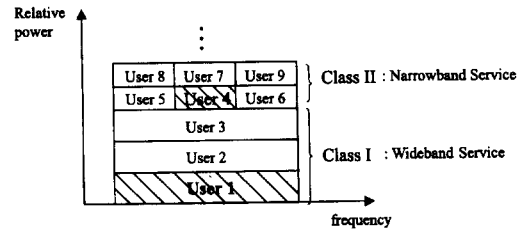


그림 2. 두 종류의 서비스를 지원하는 비동기 MCR-DS/CDMA 시스템의 대역사용

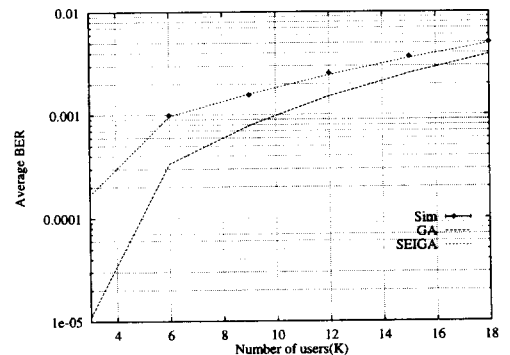


그림 3. 원하는 사용자가 User4일때의 평균 비트 오류율

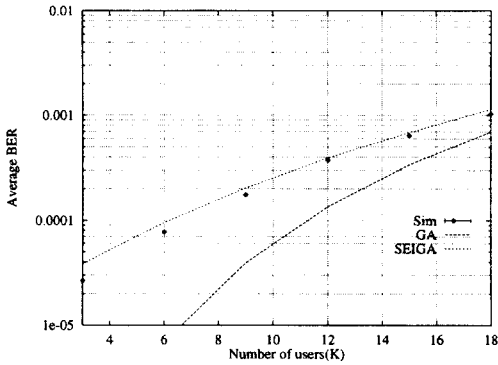


그림 4. 원하는 사용자가 User1일때의 평균 비트 오류

V. 결론

본 논문에서는 각 사용자가 비트율, 칩률, 반송 주파수, 처리 이득 그리고 전송 전력을 다르게 사용하는 MCR-DS/CDMA 시스템의 성능을 분석하였다. 비트 오류를 구하는 방법은 기존의 DS/CDMA

시스템의 성능 분석에서 정확하면서도 간략하며 닫힌 형태로 알려진 SEIGA를 이용하였고, 분석 과정은 기존의 논문에서 사용한 칩 수열 사이의 상관관계를 이용하지 않고 칩 파형을 직접 다루는 방법을 사용하였다.

분석 결과를 닫힌 형태로 얻었으며, 이를 통해 비트율, 칩률, 처리 이득, 전송 전력 그리고 원하는 사용자와 간섭자의 반송 주파수의 차이가 비트 오류에 영향을 미치지 않고 반송 주파수의 차이가 클수록, 그리고 전송 전력이 작을수록 비트오류가 커진다는 것을 알 수 있다. 그리고 이러한 분석 결과는 기존의 GA를 통하여 얻은 결과보다 정확도가 많이 개선되었음을 알 수 있는데, 특히 사용자가 작을수록 그 현상이 두드러진다.

그리고 이러한 성능 분석 결과를 이용하여 전체 시스템의 자원 관리라는 연결을 원하는 사용자에게 원하는 접속과 서비스를 적절히 제공할 수 있게 되며, 이를 통해 전체 시스템의 효율적인 자원 배분과 더 좋은 서비스를 더 많은 사용자에게 제공할 수 있을 것이다.

(부록 A) $H_k(t)$ 의 전개

만약 $G_k(t_1, t_2; \tau_k) = E [a_k(t_1 - \tau_k) a_k(t_2 - \tau_k) | \tau_k]$ 로 정의하면,

$$H_k(t) = E[G_k(t_1, t_2; \tau_k) G_k(t_3, t_4; \tau_k)] \tag{37}$$

이고,

$$\begin{aligned} G_k(t_1, t_2; \tau_k) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} E [a_i^{(k)} a_j^{(k)}] P_{T_{c_k}}(t_1 - iT_{c_k} - \tau_k) P_{T_{c_k}}(t_2 - jT_{c_k} - \tau_k) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} P_{T_{c_k}}(t_1 - iT_{c_k} - \tau_k) P_{T_{c_k}}(t_2 - iT_{c_k} - \tau_k) \end{aligned} \tag{38}$$

가 된다. 식 (38)로부터, 임의의 정수 m 에 대해서 $G_k(t_1, t_2; \tau_k)$ 가 다음의 성질을 만족함을 알 수 있다.

$$G_k(t_1, t_2; \tau_k) = G_k(t_1, t_2; \tau_k - mT_{c_k}). \tag{39}$$

τ_k 가 $[0, T_{c_k}]$ 에서 균일 분포를 따르고, 식 (38)를 식 (37)에 대입하면

$$\begin{aligned} H_k(t) &= \frac{1}{T_{c_k}} \int_0^{T_{c_k}} \sum_{i=-\infty}^{\infty} P_{T_{c_k}}(t_1 - iT_{c_k} - \tau_k) P_{T_{c_k}}(t_2 - iT_{c_k} - \tau_k) G_k(t_3, t_4; \tau_k) d\tau_k \\ &= \frac{1}{T_{c_k}} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{iT_{c_k}}^{(i+1)T_{c_k}} P_{T_{c_k}}(t_1 - u) P_{T_{c_k}}(t_2 - u) G_k(t_3, t_4; u - iT_{c_k}) du \end{aligned}$$

가 되고, 식 (39)로 부터 다음을 알 수 있다.

$$H_k(t) = \frac{1}{T_{c_k}} \int_{-\infty}^{\infty} P_{T_{c_k}}(t_1 - u) P_{T_{c_k}}(t_2 - u) G_k(t_3, t_4; u) du. \tag{40}$$

그리고, $t - T_{c_k} \leq u \leq t$ 일 때 $P_{T_{c_k}}(t - u) = 1$ 이며, 그 외의 범위에서는 $P_{T_{c_k}}(t - u) = 0$ 이므로, 다음의 성질을 유추할 수 있다.

$$P_{T_{c_k}}(t_1 - u) P_{T_{c_k}}(t_2 - u) = \begin{cases} 1, & |t_2 - t_1| \leq T_{c_k} \text{ and } \max\{t_1, t_2\} - T_{c_k} \leq u \leq \min\{t_1, t_2\}, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{41}$$

식 (41)를 식 (40)에 대입하면, $|t_2 - t_1| \leq T_{c_k}$ 에서

$$\begin{aligned} H_k(t) &= \frac{1}{T_{c_k}} \int_{\max\{t_1, t_2\} - T_{c_k}}^{\min\{t_1, t_2\}} G_k(t_3, t_4; u) du \\ &= \frac{1}{T_{c_k}} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{\max\{t_1, t_2\} + (i-1)T_{c_k}}^{\min\{t_1, t_2\} + iT_{c_k}} P_{T_{c_k}}(t_3 - v) P_{T_{c_k}}(t_4 - v) dv \end{aligned} \tag{42}$$

로 나타나므로, $H_k(t)$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$H_k(t) = \begin{cases} \frac{1}{T_{c_k}} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \mathcal{L}\{[\max\{t_1, t_2\} + (i-1)T_{c_k}, \min\{t_1, t_2\} + iT_{c_k}] \cap [\max\{t_3, t_4\} - T_{c_k}, \min\{t_3, t_4\} - T_{c_k}]\}, & |t_2 - t_1|, |t_4 - t_3| \leq T_{c_k}, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{43}$$

이때 $L([a, b])$ 는 a와 b사이의 길이를 나타낸다.

(부록 B) $E[Z_k^2]$ 의 결과

식 (24)를 다시 적으면

$$E[Z_k^2] = \frac{P_k^2}{4} (E[A_k^2] + E[B_k^2]) \tag{44}$$

이므로, $E[A_k^2]$ 와 $E[B_k^2]$ 만을 구하면 $E[Z_k^2]$ 를 알 수 있다.

침몰과 반송 주파수에 따라 4가지로 나뉘어지는데, 각 경우마다 $E[A_k^2]$ 와 $E[B_k^2]$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다. 침몰에 따른 적분 영역의 차이는 그림 5를 통해 알 수 있다.

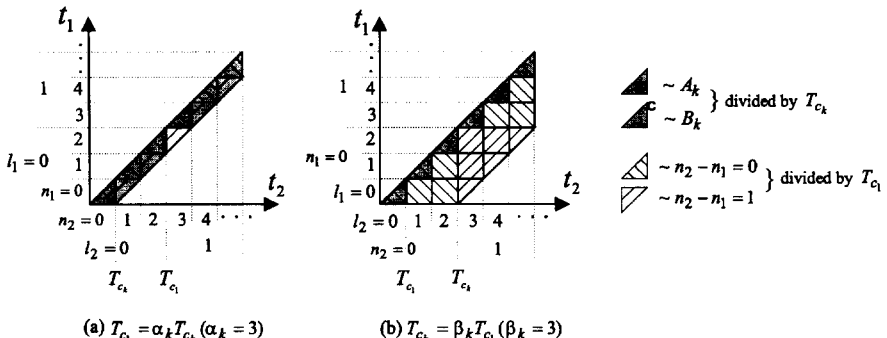


그림 5. T_{c1} 와 T_c 의 관계에 따른 (t_1, t_2) 영역의 구분, $n_i = \lfloor t_i / T_{c1} \rfloor$ 이고 $l_i = \lfloor t_i / T_{c1} \rfloor$ 임

(부록 B.1) $T_{c1} = \alpha_k T_{ck}$ 그리고 $\Delta\omega_k \neq 0$ 인 경우

첫 번째로, $E[A_k^2]$ 를 계산해 보자. $H_k(x+nT_{ck})$ 가 $n_2 - n_1, n_4 - n_3 = 0$ 또는 1에 따라 달라지므로 4부분으로 나뉘어 진다. 그림 5(a)로부터 식 (25)가 다음과 같이 바뀔 수 있다.

$$E[A_k^2] = \sum_{\substack{(n_1, n_2) \in \mathcal{R}_{S_1} \\ (n_3, n_4) \in \mathcal{R}_{S_1}}} W_{k,1}(\mathbf{n}) + \sum_{\substack{(n_1, n_2) \in \mathcal{R}_{S_1} \\ (n_3, n_4) \in \mathcal{R}_{S_2}}} W_{k,2}(\mathbf{n}) + \sum_{\substack{(n_1, n_2) \in \mathcal{R}_{S_2} \\ (n_3, n_4) \in \mathcal{R}_{S_1}}} W_{k,3}(\mathbf{n}) + \sum_{\substack{(n_1, n_2) \in \mathcal{R}_{S_2} \\ (n_3, n_4) \in \mathcal{R}_{S_2}}} W_{k,4}(\mathbf{n}). \quad (45)$$

이때

$$\begin{aligned} W_{k,1}(\mathbf{n}) &= \int_{n_3}^{t_4} \int_{n_3 T_{ck}}^{t_4} \int_{n_1}^{t_2} \int_{n_1 T_{ck}}^{t_2} H_k(t) \gamma_k(t) dt \\ &= \int_0^{T_{ck}} \int_0^{x_4} \int_0^{T_{ck}} \int_0^{x_2} H_k(x) \gamma_k(x + nT_{ck}) dx \\ &= \int_0^{T_{ck}} \int_0^{x_4} \left(\int_{x_4}^{T_{ck}} \int_{x_4}^{x_2} \rho_1 + \int_{x_3}^{x_4} \int_{x_3}^{x_2} \rho_2 + \int_0^{x_3} \int_0^{x_2} \rho_3 + \int_{x_4}^{T_{ck}} \int_{x_3}^{x_4} \rho_4 \right. \\ &\quad \left. + \int_{x_3}^{x_4} \int_0^{x_3} \rho_5 + \int_{x_4}^{T_{ck}} \int_0^{x_3} \rho_6 \right) \gamma_k(x + nT_{ck}) dx \\ &= \frac{1}{4U_k \Delta\omega_k^4} \left\{ 20U_k + 4U_k \cos U_k - 28 \sin U_k + 2 \sin(2U_k) \right. \\ &\quad \left. + \cos(2(n_1 - n_3)U_k) (7U_k + 4U_k \cos U_k + U_k \cos(2U_k) - 8 \sin U_k - 2 \sin(2U_k)) \right\} \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} W_{k,2}(\mathbf{n}) &= \int_{n_3+1}^{t_4} \int_{t_4 - T_{ck}}^{(n_3+1)T_{ck}} \int_{n_1}^{t_2} \int_{n_1 T_{ck}}^{t_2} H_k(t) \gamma_k(t) dt \\ &= \int_0^{T_{ck}} \int_0^{x_3} \int_0^{T_{ck}} \int_0^{x_2} H_k(x_1, x_2, x_3, x_4 + T_{ck}) \gamma_k(x + nT_{ck}) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \\ &= \frac{1}{4U_k \Delta\omega_k^4} \left\{ 4 \cos(1.5U_k) (-6 \cos(0.5U_k) + 9 \sin(0.5U_k) + \sin(1.5U_k)) \right. \\ &\quad \left. - \cos((2n_1 - 2n_3 - 1)U_k) (6U_k + 6U_k \cos U_k - 10 \sin U_k - \sin(2U_k)) \right\} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} W_{k,3}(\mathbf{n}) &= \int_{n_3}^{t_4} \int_{n_3 T_{ck}}^{t_4} \int_{n_1+1}^{t_2} \int_{t_2 - T_{ck}}^{(n_1+1)T_{ck}} H_k(t) \gamma_k(t) dt \\ &= \int_0^{T_{ck}} \int_0^{x_4} \int_0^{T_{ck}} \int_0^{x_1} H_k(x_1, x_2 + T_{ck}, x_3, x_4) \gamma_k(x + nT_{ck}) dx_2 dx_1 dx_3 dx_4 \\ &= \frac{1}{4U_k \Delta\omega_k^4} \left\{ 4 \cos(1.5U_k) (-6 \cos(0.5U_k) + 9 \sin(0.5U_k) + \sin(1.5U_k)) \right. \\ &\quad \left. - \cos((2n_1 - 2n_3 + 1)U_k) (6U_k + 6U_k \cos U_k - 10 \sin U_k - \sin(2U_k)) \right\} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} W_{k,4}(\mathbf{n}) &= \int_{n_3+1}^{t_4} \int_{t_4 - T_{ck}}^{(n_3+1)T_{ck}} \int_{n_1+1}^{t_2} \int_{t_2 - T_{ck}}^{(n_1+1)T_{ck}} H_k(t) \gamma_k(t) dt \\ &= \int_0^{T_{ck}} \int_0^{x_3} \int_0^{T_{ck}} \int_0^{x_1} H_k(x_1, x_2 + T_{ck}, x_3, x_4 + T_{ck}) \gamma_k(x + nT_{ck}) dx_2 dx_1 dx_3 dx_4 \\ &= \frac{1}{U_k \Delta\omega_k^4} \left\{ 2U_k + U_k \cos U_k - 3 \sin U_k \right. \\ &\quad \left. + (\cos(2(n_1 - n_3)U_k) + \cos(3U_k)) (2U_k + U_k \cos U_k - 3 \sin U_k) \right\} \end{aligned} \quad (49)$$

이다. 또한 $R_{s_1} = \{(n_1, n_2) \mid n_2 - n_1 = 0, 0 \leq n_1 < N_1 \alpha_k\}$ 이고 $R_{s_2} = \{(n_1, n_2) \mid n_2 - n_1 = 1, j \alpha_k \leq n_1 < (j+1) \alpha_k - 1, \text{ for } j=0, \dots, N_1-1\}$ 이다. 그림 6(a)를 이용해서 (46)은 (47)로 바꿀 수 있는데, 이때 (47)의 $\rho_1 \sim \rho_6$ 는 표 3.의 $H_k(x_1, x_2, x_3, x_4)$

의 가 열을 나타낸다. 같은 방법으로 $W_{k,2}(n)$ 는 그림 6(a)에서 $n_4 - n_3 = 1$ 일때는 $x_3 \geq x_4$ 의 자리만 바뀌므로 표 3.을 이용하여 구할 수 있고, $W_{k,3}(n)$ 와 $W_{k,4}(n)$ 는 마찬가지로 구할 수 있다.

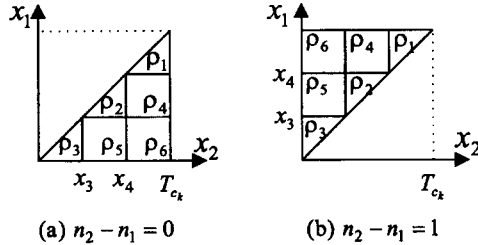


그림 6. $n_4 - n_3 = 0$ ($x_3 \leq x_4$)일 때 $n_2 - n_1 = 0$ 또는 1에 따른 (x_1, x_2) 영역의 구분

두 번째로, $E[B_k^2]$ 를 구해보자. 그림 5(a)로부터 식 (26)이 다음과 같이 전개됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E[B_k^2] &= \sum_{\substack{j=1 \\ n=j\alpha_k}}^{N_1-1} \int_n \int_{t_4-T_{ck}}^{nT_{ck}} \int_n \int_{t_2-T_{ck}}^{nT_{ck}} H_k(t) \gamma_k(t) dt \\
 &= \sum_{\substack{j=1 \\ n=j\alpha_k}}^{N_1-1} W_{k,4}(n+1, n, n+1, n) \\
 &= \frac{N_1-1}{U_k \Delta \omega_k^4} (2 + \cos(3U_k))(2U_k + U_k \cos U_k - 3 \sin U_k).
 \end{aligned}$$

(부록 B.2) $T_{c1} = \alpha_k T_{ck}$ 그리고 $\Delta \omega_k = 0$ 인 경우

이번 경우는 부록 V.의 경우와 비슷하다. $\Delta \omega_k = 0$ 이라 두면, $\gamma_k(t) dt = \gamma_k(x = nT_{ck}) = 3/2$ 이고, (46), (48), (49)와 (50)을 계산하면, $W_{k,1}(n) = \frac{7}{40} T_{ck}^4$, $W_{k,2}(n) = \frac{3}{40} T_{ck}^4$, $W_{k,3}(n) = \frac{3}{40} T_{ck}^4$ 그리고 $W_{k,4}(n) = \frac{2}{40} T_{ck}^4$ 이다. 그러므로,

$$\begin{aligned}
 E[A_k^2] &= (\alpha_k N_1)^2 \frac{7}{40} T_{ck}^4 + 2(\alpha_k N_1)(\alpha_k - 1) N_1 \frac{3}{40} T_{ck}^4 + (\alpha_k - 1)^2 N_1^2 \frac{2}{40} T_{ck}^4 \\
 &= \frac{1}{40} (15\alpha_k^2 - 10\alpha_k + 2) N_1^2 T_{ck}^4 \\
 E[B_k^2] &= \frac{N_1 - 1}{20} T_{ck}^4
 \end{aligned}$$

가 되며

$$E[Z_k^2] = \frac{P_k^2}{160} ((15\alpha_k^2 - 10\alpha_k + 2) N_1^2 + 2(N_1 - 1)) T_{ck}^4 \tag{51}$$

로 얻어진다.

(부록 B.3) $T_{ck} = \beta_k T_{c1}$ 그리고 $\Delta \omega_k \neq 0$ 인 경우

먼저, $E[A_k^2]$ 를 계산해 보자. 식 (25)는 다음과 같이 바뀐다.

$$\sum_{l_1=0}^{N_1-1} \sum_{l_2=0}^{N_1-1} \int_{r_2} \int_{r_2 T_{c1}}^{x_4} \int_{r_1} \int_{r_1 T_{c1}}^{x_2} H_k(x + nT_{ck}) \gamma_k(x + nT_{ck}) dx \tag{52}$$

이 때 $r_i = ((l_i))_{\beta_k}$ 인데, 이는 l_i 를 β_k 로 나눈 나머지를 나타낸다. 그림 5(b)에서 보듯이 $E[A_k^2]$ 의 영역은 $n_2 - n_1 = n_4 - n_3 = 0$ 일 때만 존재하므로, 사실상 $H_k(x + nT_{ck})$ 를 $H_k(x)$ 로 대체해도 된다. 하지만 이 경우도 $r_1 = r_2$ 인 경우와 $r_1 \neq r_2$ 인 경우로 나누어서 계산을 해야 하는데, 그림 7을 참조하면 다음과 같이 얻어진다.

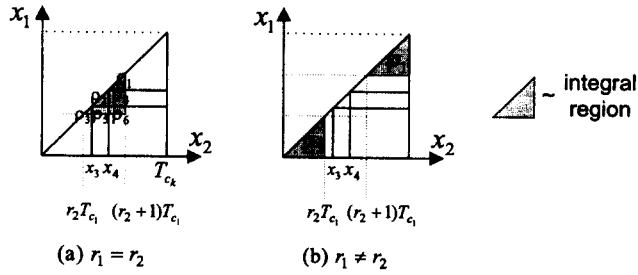


그림 7. $r_1 = r_2$ 또는 $r_1 \neq r_2$ 에 따른 경우

$$E[A_k^2] = \sum_{(l_1, l_2) \in \mathcal{R}_{Q_1}} Q_{k,1}(l_1, l_2) + \sum_{(l_1, l_2) \in \mathcal{R}_{Q_2}} Q_{k,2}(l_1, l_2) \tag{53}$$

이때

$$\begin{aligned} Q_{k,1}(l_1, l_2) &= \int_{r_1 T_{c_1}}^{(r_2+1)T_{c_1}} \int_{r_2 T_{c_1}}^{x_4} \left(\int_{x_4}^{(r_1+1)T_{c_1}} \int_{x_4}^{x_2} \rho_1 + \int_{x_3}^{x_4} \int_{x_3}^{x_2} \rho_2 + \int_{r_1 T_{c_1}}^{x_3} \int_{r_1 T_{c_1}}^{x_2} \rho_3 \right. \\ &\quad \left. + \int_{x_4}^{(r_1+1)T_{c_1}} \int_{x_3}^{x_4} \rho_4 + \int_{x_3}^{x_4} \int_0^{x_3} \rho_5 + \int_{x_4}^{T_{c_1}} \int_0^{x_3} \rho_6 \right) \gamma_k(\mathbf{x} + \mathbf{n}T_{c_k}) dx \\ &= \frac{1}{4U_k \Delta \omega_k^4} \left\{ 6U_k + 14V_k - 28 \sin V_k - 4(2U_k - 3V_k) \cos V_k \right. \\ &\quad \left. + 2(U_k - V_k) \cos(2V_k) + 2 \sin(2V_k) + \cos(2(l_1 - l_3)V_k) \right. \\ &\quad \left. \cdot (3U_k + 4V_k - 4(U_k - 2V_k) \cos V_k + U_k \cos(2V_k) - 8 \sin V_k - 2 \sin(2V_k)) \right\} \\ Q_{k,2}(l_1, l_2) &= \int_{r_2 T_{c_1}}^{(r_2+1)T_{c_1}} \int_{r_2 T_{c_1}}^{x_4} \int_{r_1 T_{c_1}}^{(r_1+1)T_{c_1}} \int_{r_1 T_{c_1}}^{x_2} (\rho_1 \text{ or } \rho_3) \gamma_k(\mathbf{x} + \mathbf{n}T_{c_k}) dx \\ &= \frac{1}{4U_k \Delta \omega_k^4} \left\{ 6U_k + 4V_k - 8U_k \cos V_k - 16 \sin V_k \right. \\ &\quad \left. + 2(U_k - 2V_k) \cos(2V_k) + 8 \sin(2V_k) + \cos(2(l_1 - l_3)V_k) \right. \\ &\quad \left. \cdot (3U_k - 4V_k - 4(U_k - V_k) \cos V_k + U_k \cos(2V_k) + 4 \sin V_k - 2 \sin(2V_k)) \right\} \end{aligned}$$

가 된다

그리고, 두 번째로 $E[B_k^2]$ 를 계산하자. 그림 5(b)를 참조하면, 식 (27)을 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$$\sum_{l_1=0}^{N_1-2l_1+\beta_k-1} \sum_{l_2+1} Q_{k,3}(l_1, l_2) + \sum_{l_1=0}^{N_1-1-\beta_k} Q_{k,4}(l_1, l_1 + \beta_k) \tag{54}$$

이때

$$\begin{aligned} Q_{k,3}(l_1, l_2) &= \int_{l_2} \int_{l_1} \int_{l_2} \int_{l_1} H_k(t) \gamma_k(t) dt \\ Q_{k,4}(l_1, l_2) &= \int_{l_2} \int_{t_4-T_{c_k}}^{(l_1+1)T_{c_1}} \int_{l_2} \int_{t_2-T_{c_k}}^{(l_1+1)T_{c_1}} H_k(t) \gamma_k(t) dt \end{aligned}$$

가 되는데 그림 5(b)에서도 알 수 있듯이 $Q_{k,3}(l_1, l_2)$ 의 영역은 $n_2 - n_1 = n_4 - n_3 = 0$ 또는 1이므로, 두 가지로 나누어서 구하여야 한다. 이는 그림 8(a),(b)를 통해 알 수 있다.

이를 $Q_{k,3}(l_1, l_2) = Q_{k,3,1}(l_1, l_2) + Q_{k,3,2}(l_1, l_2)$ 라 두면

$$Q_{k,3,1}(l_1, l_2) = \int_{r_2 T_{c_1}}^{(r_2+1)T_{c_1}} \int_{r_1 T_{c_1}}^{(r_1+1)T_{c_1}} \left(\int_{r_2 T_{c_1}}^{x_4} \int_{x_3}^{(r_1+1)T_{c_1}} \rho_2 + \int_{x_4}^{(r_2+1)T_{c_1}} \int_{x_3}^{(r_1+1)T_{c_1}} \rho_4 \right.$$

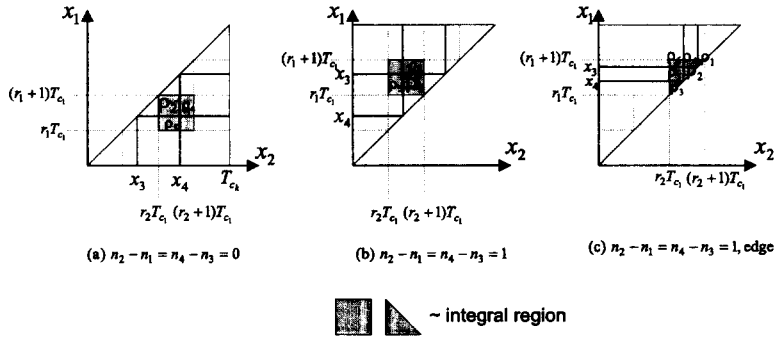


그림 8. $E[B_k^2]$ 의 적분 영역의 구분

$$+ \int_{r_2 T_{c_1}}^{x_4} \int_{r_1 T_{c_1}}^{x_3} \rho_5 + \int_{x_4}^{(r_2+1)T_{c_1}} \int_{r_1 T_{c_1}}^{x_3} \rho_6 \gamma_k(\mathbf{x} + \mathbf{n}T_{c_k}) d\mathbf{x} \tag{55}$$

$$Q_{k,3,2}(l_1, l_2) = \int_{r_2 T_{c_1}}^{(r_2+1)T_{c_1}} \int_{r_1 T_{c_1}}^{(r_1+1)T_{c_1}} \left(\int_{x_4}^{(r_2+1)T_{c_1}} \int_{r_1 T_{c_1}}^{x_3} \rho_2 + \int_{x_4}^{(r_2+1)T_{c_1}} \int_{x_3}^{(r_1+1)T_{c_1}} \rho_4 + \int_{r_2 T_{c_1}}^{x_4} \int_{r_1 T_{c_1}}^{x_3} \rho_5 + \int_{r_2 T_{c_1}}^{x_4} \int_{x_3}^{(r_1+1)T_{c_1}} \rho_6 \right) \gamma_k(\mathbf{x} + \mathbf{n}T_{c_k}) dx_2 dx_1 dx_4 dx_3 \tag{56}$$

가 된다. 이때 식 (55)의 $\rho_2, \rho_4, \rho_5, \rho_6$ 는 표 3.에서 $H_k(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 의 열요소이고, 식 (56)의 것은 $H_k(x_1, x_2 + T_{c_k}, x_3, x_4 + T_{c_k})$ 의 열요소이다. 식 (55)와 식 (56)을 계산하면 같은 값을 갖는다는 것을 알 수 있고, $l_2 - l_1 = i$ 라 두면 다음과 같다.

$$Q_{k,3}(i) = \frac{1}{2U_k \Delta \omega_k^4} \left\{ (U_k - iV_k)(12 - 16 \cos V_k - 4 \cos((2i - 1)V_k)) + (U_k - V_k - iV_k)(4 \cos(2V_k) + \cos((2i + 2)V_k) - 4 \cos((2i + 1)V_k) + 6 \cos(2iV_k) + \cos((2i - 2)V_k) + 2V_k(2 + \cos(2iV_k) + \cos((2i - 2)V_k)) - 16 \sin V_k + 8 \sin(2V_k) + 3 \sin((2i - 2)V_k) + 12 \sin(2iV_k) + \sin((2i + 2)V_k) - 10 \sin((2i - 1)V_k) - 6 \sin((2i + 1)V_k) \right\}$$

그리고 그림 8(c)를 통해 다음을 구할 수 있다.

$$Q_{k,4}(l_1, l_2) = \int_{r_1 T_{c_1}}^{(r_1+1)T_{c_1}} \int_{r_2 T_{c_1}}^{x_1} \left(\int_{x_3}^{(r_1+1)T_{c_1}} \int_{x_3}^{x_1} \rho_1 + \int_{x_4}^{x_3} \int_{x_4}^{x_1} \rho_2 + \int_{r_1 T_{c_1}}^{x_4} \int_{r_2 T_{c_1}}^{x_1} \rho_3 + \int_{x_3}^{(r_1+1)T_{c_1}} \int_{x_4}^{x_3} \rho_4 + \int_{x_4}^{x_3} \int_{r_2 T_{c_1}}^{x_4} \rho_5 + \int_{x_3}^{(r_1+1)T_{c_1}} \int_{r_1 T_{c_1}}^{x_4} \rho_6 \right) \gamma_k(\mathbf{x} + \mathbf{n}T_{c_k}) dx_2 dx_1 dx_4 dx_3 = \frac{1}{U_k \Delta \omega_k^4} (2 + \cos(3V_k))(2V_k + V_k \cos V_k - 3 \sin V_k). \tag{57}$$

식 (57)의 $\rho_1 \sim \rho_6$ 는 표 3.의 $H_k(x_1, x_2 + T_{c_k}, x_3, x_4 + T_{c_k})$ 의 열요소이므로 다음을 알 수 있다.

$$E[B_k^2] = \sum_{i=1}^{\beta_k - 1} (N_1 - i)Q_{k,3}(i) + (N_1 - \beta_k)Q_{k,4}. \tag{58}$$

(부록 B.4) $T_{ck} = \beta_k T_{c1}$ 그리고 $\Delta \omega_k = 0$ 인 경우

이 경우는 부록 V.과 비슷하다. 만약 $\Delta \omega_k = 0$ 라 두면, $Q_{k,1}(l_1, l_2) = \frac{15\beta_k - 8}{40\beta_k} T_{c1}^4$, $Q_{k,2}(l_1, l_2) = \frac{15\beta_k - 10}{40\beta_k} T_{c1}^4$, $Q_{k,3}(i) = \frac{3\beta_k - 3i - 1}{2\beta_k} T_{c1}^4$, 그리고 $Q_{k,4} = \frac{1}{20\beta_k} T_{c1}^4$ 이다. 그러므로,

$$E[A_k^2] = \frac{1}{40\beta_k} ((15\beta_k - 8)\Lambda_k + (15\beta_k - 10)(N_1^2 - \Lambda_k)) T_{c1}^4$$

$$E[B_k^2] = \frac{1}{40\beta_k} \left(20 \sum_{i=1}^{\beta_k - 1} (N_1 - i)(3\beta_k - 3i - 1) + 2(N_1 - \beta_k) \right) T_{c1}^4$$

가 되며, 이때 Λ_k 는 $r_1 = r_2$ 를 만족하는 (l_1, l_2) 쌍의 개수이고, $N_1^2 - \Lambda_k$ 는 $r_1 \neq r_2$ 일때의 (l_1, l_2) 쌍의 개수이다. $\Lambda_k = u(v+1)^2 + (\beta_k - u)v^2$ 이며, $v = \lfloor \frac{N_1}{\beta_k} \rfloor$, $u = N_1 - v$ 이다. 그러면, $E[Z_k^2]$ 는 다음과 같다.

$$E[Z_k^2] = \frac{P_k^2}{160\beta_k} ((15\beta_k - 8)\Lambda_k + (15\beta_k - 10)(N_1^2 - \Lambda_k) + 20 \sum_{i=1}^{\beta_k - 1} (N_1 - i)(3\beta_k - 3i - 1) + 2(N_1 - \beta_k)) T_{c1}^4.$$

참 고 문 헌

- [1] A. Baier, U. C. Fiebig, W. Granzow, W. Koch, P. Teder, and J. Thielecke, "Design study for a CDMA-based third-generation mobile radio system," *JEEE. J. Selected Areas Commun.*, vol. 12, pp. 733-743, May 1994.
- [2] T. H. Wu and E. Geraniotis, "CDMA with multiple chip rates for multi-media communication," *Proc. Conf. Inform. Sci. Syst.*, Princeton University, pp. 992-997, 1994.
- [3] D. Lyu, I. Song, Y. Han, and H. M. Kim, "Analysis of the performance of an asynchronous multiple-chip-rate DS/CDMA system," *Inf. J. Electron. commun.*, vol. AEÜ-51, pp. 213-218, July 1997.
- [4] D. Lyu, "Performance Analysis of the Multi-Rate DS/CDMA Communication Systems," Ph.D. Dissertation, Dept. Elec. Eng., KAIST, Korea, Feb. 1998.
- [5] J.S Lehnert and M.B.Pursely "Error probabilities for binary direct sequence spread-spectrum communications with random signature sequences," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 35, pp. 87-98, Jan. 1987.
- [6] R. M. Morrow and J.S Lehnert, "Bit-to-bit error dependence in slotted DS/CDMA packet system with random signature sequences" *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, pp. 1052-1061, Oct. 1989.
- [7] J. M. Holtzman, "A Simple, Accurate Method to Calculate Spread Spectrum Multiple Access Error Probabilities," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 40, pp. 461-464, March 1992.
- [8] Liberti and T. S. Rappaport, "Accurate Techniques to Evaluate CDMA Bit Error Rates in Multipath Channels with Imperfect Power Control," *Proc. IEEE GLOBECOM*, Singapore, pp. 33-37, Nov. 1995.
- [9] J. M. Holtzman, "A Simple, Accurate Method to Calculate Spread Spectrum Multiple Access Error Probabilities," *Proc. IEEE Conf. Vehic. Technol.*, 1998.
- [10] J. D. Gibson, *Principles of Digital and Analog Communications*, New York: Macmillan Publishing Company, 1989.
- [11] S. X. Wei, "An alternative derivation for the signal-to-noise ratio of a SSMA system," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, pp. 2224-2226, June 1994.

- [12] D. V. Sarwate, "Comments on "An alternative derivatio for the signal-to-ratio of a SSMA system"," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, p. 2903, Dec. 1994.

주 민 철(Min Chul Joo) 정회원



1997년 2월: 포항공과대학
전자공학과 학사
1999년 2월: 한국과학기술원
전기 및 전자공학과 석사
1999년 2월~현재: 한국 전자
부품 연구소 연구원

<주관심 분야> CDMA, MCR DS/CDMA 시스템,
부호 획득

김 귀 훈(Kooi Hoon Kim) 정회원



1998년 2월: 한국과학기술원
전기 및 전자공학과 학사
2000년 2월: 한국과학기술원
전기 및 전자공학과 석사
2000년 2월~현재: 데이콤 연구
소 연구원

<주관심 분야> CDMA, 호 수락 제어

김 형 명(Hyung Myung Kim) 정회원



1974년 2월: 서울대학교 공학사
1982년 4월: 미국 Pittsburgh
대학 전기공학과 석사
1985년 12월: 미국 Pittsburgh
대학 전기공학과
공학박사

1986년 4월~1992년 8월: 한국과학기술원 전기 및
전자공학과 조교수

1992년 9월~2000년 2월: 한국과학기술원 전기 및
전자공학과 부교수

2000년 3월~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공
학과 정교수

<주관심 분야> 이동 통신 기술, 디지털 신호와 영
상 처리, 다차원 시스템 이론, 다중사용자
검파기, 호 수락 제어