

미캐니컬 페이스 실의 윤활 최적설계

최병렬^{*} · 이안성^{**} · 최동훈^{***}

(2000년 2월 24일 접수)

A Lubrication Design Optimization of Mechanical Face Seal

Byung-Lyul Choi, An Sung Lee and Dong-Hoon Choi

Key Words : Mechanical Face Seal(미캐니컬 페이스 실), Reynolds Equation(레이놀즈 방정식), Galerkin Finite Element Method(겔러킨 유한요소법), Coning(코닝), Tilt(기울어짐), Lubrication Performance(윤활성능), Optimization(최적화)

Abstract

A mechanical face seal is a tribo-element intended to control leakage of working fluid at the interface of a rotating shaft and its housing. Leakage of working fluid decreases drastically as the clearance between mating seal faces gets smaller. But the very small seal clearance may result in an increased reduction of seal life because of high wear and heat generation. Therefore, in the design of mechanical face seals a compromise between low leakage and acceptable seal life is important, and it presents a difficult and practical design problem. A fluid film or sealing dam geometry of the seal clearance affects seal lubrication performance very much, and thereby its optimization is one of the main design considerations. In this study the Reynolds equation for the sealing dam of mechanical face seals is numerically analyzed, using the Galerkin finite element method, which is readily applied to various seal geometries, to give lubrication performances, such as opening force, restoring moment, leakage, and axial and angular stiffness coefficients. Then, to improve the seal performance an optimization is performed, considering various design variables simultaneously. For the tested case the optimization has successfully resulted in the optimal design values of outer and inner seal radii, coning, seal clearance, and balance radius while satisfying all the operation subjected constraints and design variable side-constraints, and improvements of axial and angular stiffness coefficients by 16.8% and 2.4% respectively and reduction of leakage by 38.4% have been achieved.

기호설명

Δp^*	: 입구와 출구의 압력차
Q^*	: 누설량, $(12\mu Q^*)/(C^* \Delta p)$
B	: 밸런스 비
F_C^*	: 폐쇄력, $F_C^*/(\Delta p^* r_o^{*2})$
F_z^*	: 개방력, $F_z^*/(\Delta p^* r_o^{*2})$
K_{zz}^*	: 축 방향 강성, $(K_{zz}^* C^*)/(\Delta p^* r_o^{*2})$
K_{rr}^*	: 각 방향 강성, $(K_{rr}^* C^*)/(\Delta p^* r_o^{*2})$

M_x	: 리스트링-모멘트, $M_x^*/(\Delta p^* r_o^{*3})$
β	: 코닝, $(\beta^* r_o^*)/C^*$
K	: 압력 구배인자
PV	: PV 인자
Λ	: 실 파라메터, $(12\pi N \mu r_o^{*2})/(\Delta p^* C^{*2})$
$*$: 차원

1. 서 론

미캐니컬 페이스 실(Mechanical face seal)은 회전하는 축을 통한 압력 유체의 밀봉을 위한 기계요소로 자동차 워터펌프에서 로켓엔진 터보펌프에 이르기까지 유체와 터보기계 전반에 걸쳐 널리 사용되고 있다. Fig. 1의 개략도에 보여진 것과 같이 미캐니컬 페이스 실은 크게 프라이머리-실(Primary

* 한양대학교 대학원

** 회원, 한국기계연구원

*** 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : dhchoi@email.hanyang.ac.kr

TEL : (02) 2290-0443 FAX : (02) 2290-1639

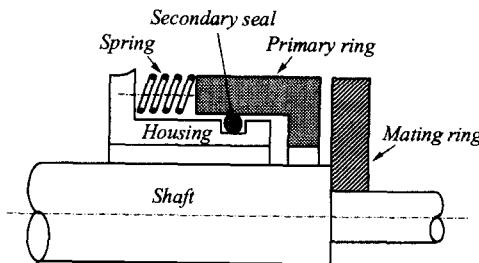


Fig. 1 Schematic of a mechanical face seal

seal) 또는 프라이머리-링(Primary ring), 메이팅-링(Mating ring), 세컨더리-실(Secondary seal), 스프링, 그리고 프라이머리-실의 회전 여부에 따라 Anti-rotation lock(Fig. 1과 같이 프라이머리-실이 회전하지 않는 경우) 또는 Positive drive mechanism으로 구성되며, 프라이머리-실은 메이팅-링의 런-아웃(Runout) 트랙킹(Tracking)이 가능하도록 축 방향과 각(Angular) 방향의 변위가 허용되는 유연성을 가지고 설치된다. 미케니컬 페이스 실의 기본적 기능은 자동유체의 누설을 제어하는 것이며, 누설은 짹을 이루는 프라이머리-링과 메이팅-링의 실 면들이 서로 작은 틈새를 가질수록 감소하게 된다. 따라서, 비접촉식 미케니컬 페이스 실의 설계목표는 실 면들 사이의 틈새를 충분히 작게하여 누설 조건을 만족하는 한편, 실 면들 사이의 유체막이 최대한의 양의 강성을 갖도록 하는 것이다. 유체막이 양호한 양의 강성을 갖게 되면, 실 면들이 가진 외력에 대해 능동적으로 설계틈새를 유지하는 완전 유체윤활막을 형성하여 실 면들 사이의 접촉마찰이 방지되어 결과적으로 실의 수명이 최대화되게 된다.

미케니컬 페이스 실의 틈새를 이루는 유체막 또는 실링-댐의 형상이 앞서 언급된 누설과 강성을 포함한 실의 윤활성능 전반에 크게 영향을 주며, 따라서 실링-댐 형상설계에 따른 윤활성능 변화의 예측이 실 설계시 우선적으로 수행되어야 한다. 지금까지, 미케니컬 페이스 실의 수치적 윤활해석에는 유한차분법(Finite difference method)가 널리 사용되어 왔으며,⁽¹⁾ 상대적으로 보다 적은 숫자에서 유한요소법(Finite element method)가 사용되어 왔다.⁽²⁾ 유한차분법은 정식화가 비교적 순쉬운 반면, 유한요소법에 비해 내재적으로 수치적 안정도가 떨어지고 복잡한 기하형상과 경계조건의 취급이 어려우며 나아가 실의 구조변형 해석과의 연계성 면에서 크게 불리하다. 그러므로 근자에는 유한요소법의 적용이 보다 선호되는 추세이다. 한편, 실의 폭이 원주에 비해 아주 작다는 가정(Narrow seal approximation)하에 Reynolds 윤활 방정식의 해석적 해를 구하는 연구 결과들이 1980년대 초반에 활발히 발표되었다.^(3~6) 이제까지, 대부분의 비접촉식 미케니컬 페

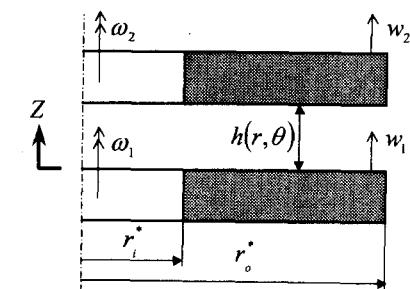


Fig. 2 Coordinate system for seal rings

이스 실의 윤활성능 연구들은 매개변수 연구를 통해 각 설계변수의 윤활성능에 대한 기여도를 파악하는데 집중되고 있으며, 여러 가지 설계변수가 복합적으로 연계되고 실의 기하학적 제약 조건들과 누설제한치 등 여러 운전제한 조건들을 동시에 만족시키면서 한 개 또는 복수개의 성능인자를 최적화하는 연구에는 미치지 못하고 있다.

본 연구에서는 비접촉식 미케니컬 페이스 실의 윤활해석을 위해 Galerkin 유한요소법을 이용하여 레이놀즈 윤활 방정식의 정식화가 수행되고, 실링-댐의 압력분포로부터 실의 개방력(Opening Force), 리스토링-모멘트(Restoring Moment), 누설, 그리고 유체막의 축 방향과 각(Angular) 방향의 강성계수(Stiffness coefficient)가 계산된다. 그리고, 최적설계 기법을 도입하여, 외부 반경과 내부 반경, 실틈새, 코닝(Coning), 밸런스-반경(Balance radius)를 실제 설계변수로 하고, 설치공간 등을 고려한 설계변수의 기하학적 부수-구속조건들(Side constraints)과 최대 누설제한치, 개방력(Opening force)과 폐쇄력(Closing force)의 평형, PV제한치 등 운전제한 종속조건들을 동시에 만족시키면서, 축 방향과 각 방향 강성계수를 최대화하는 미케니컬 페이스 실의 윤활성능 최적설계를 수행하고자 한다.

2. 윤활해석

2.1 유한요소 정식화

Fig. 2는 미케니컬 페이스 실의 윤활 해석을 위한 원통좌표계를 나타내며, 원통좌표계에서의 무차원화된 비압축성 레이놀즈 방정식은 식 (1)로 표현된다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{H^3}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial R} \left(R H^3 \frac{\partial P}{\partial R} \right) \\ &= \Lambda R \frac{\partial H}{\partial \theta} + 2 \Lambda R \frac{\partial H}{\partial \tau} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, R, H, P, τ, Λ 는 식 (2)로 정의된다.

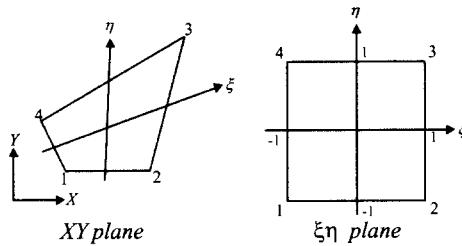


Fig. 3 Plane bilinear isoparametric element

$$R = r/r_o^*, H = h/C^*, P = p/\Delta p^*, \tau = t\omega$$

$$\Lambda = \frac{12\pi N\mu}{\Delta p^*} \left(\frac{r_o^*}{C^*} \right)^2 \quad (2)$$

Galerkin residual 방법을 식 (1)에 적용하여 유한 요소 정식화를 수행하면 식 (3)이 얻어진다..

$$[K^e] \{P^e\} = \{r^e\} \quad (3.1)$$

$$K_{ij}^e = \int_A \left\{ \frac{H^3}{R^2} \frac{\partial N_i}{\partial \theta} \frac{\partial N_j}{\partial \theta} + H^3 \frac{\partial N_i}{\partial R} \frac{\partial N_j}{\partial R} \right\} dA \quad (3.2)$$

$$r_i^e = \Lambda \int \frac{\partial N_i}{\partial \theta} H dA + \int N_i H^3 \frac{\partial P}{\partial R} l dS + \int N_i \left(\frac{H^3}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} - \Lambda R H \right) m dS + 2\Lambda \int N_i \frac{\partial H}{\partial \tau} dA \quad (3.3)$$

한편, 본 연구에서 사용한 유한요소는 Fig. 3에 나타난 4개의 절점을 갖는 Plane bilinear isoparametric element이며, 각 형상함수는 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} N_1 &= 1/4(1-\xi)(1-\eta) \\ N_2 &= 1/4(1+\xi)(1-\eta) \\ N_3 &= 1/4(1+\xi)(1+\eta) \\ N_4 &= 1/4(1-\xi)(1+\eta) \end{aligned} \quad (4)$$

$-1 \leq \xi \leq 1, -1 \leq \eta \leq 1$

2.2 성능해석

Fig. 4는 미케니컬 페이스 실의 실링-댐을 형성하는 프라이머리-링과 메이팅-링의 기하형상과 좌표계를 보여준다. 유막두께를 식 (3)의 유한요소 방정식에 대입하여 조립 구성한 전체 시스템의 윤활 행렬방정식으로부터 구한 유막의 압력을 이용하여 실의 개방력과 리스토링-모멘트를 식 (5), (6)과 같이 계산할 수 있다.

$$F_z = \int_0^{2\pi} \int_{R_i} PR dR d\theta \quad (5)$$

$$M_x = \int_0^{2\pi} \int_{R_i} PR^2 \cos \theta dR d\theta \quad (6)$$

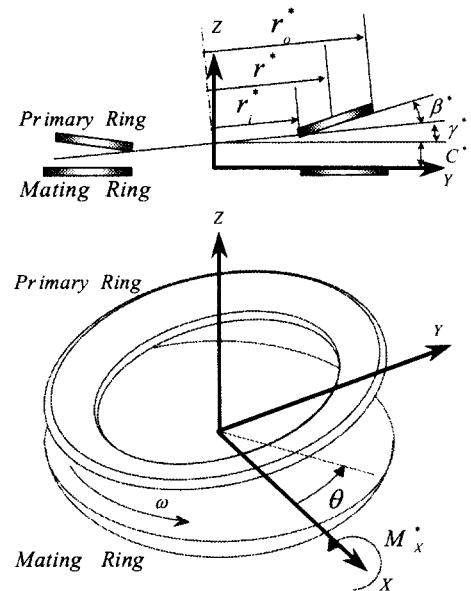


Fig. 4 Geometries of primary and mating rings with coordinate system

그리고, 실의 내경과 외경에서의 누설은 식 (7)로부터 계산될 수 있다

$$Q_r = -\sum_i r_i \quad (7)$$

여기서, i 는 내경 또는 외경을 따른 누설경로 상의 절점 전부를 나타낸다.

한편, 실링-댐의 축 방향과 각 방향 강성계수는 해당 변위의 수치적 교란을 이용하여 식 (8), (9)와 같이 계산할 수 있다.

$$K_{zz} = -\frac{\partial F_z}{\partial Z} \quad (8)$$

$$K_{yy} = -\frac{\partial M_x}{\partial Y} \quad (9)$$

3. 최적설계

미케니컬 페이스 실에 있어서 실링-댐의 형상이 누설, 개방력, 강성계수 등 윤활성능 전반에 걸쳐 직접적으로 영향을 미치므로, 실 설계시 실링-댐의 형상을 최적화하는 것이 윤활성능의 향상을 꾀하는 중요한 방법이 된다.

3.1 최적설계 정식화

윤활성능 해석결과의 검토는 다음과 같다. 코닝이 커질수록, 누설과 개방력은 증가한다. 코닝의 증가에 따라 축 방향과 각 방향 강성계수는 어느

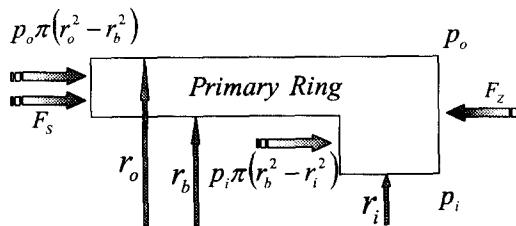


Fig. 5 Forces on an outside pressurized seal

수준까지는 증가하나 이를 초과하면 감소하는 경향을 보인다. 내외경의 반경비에 따른 최적 코닝값이 존재하며, 코닝은 무차원화를 통해 간접적으로 실틈새의 영향을 받는다. 그리고, 누설은 실틈새에 크게 민감하며, 밸런스-반경은 실의 개방력과 폐쇄력의 평형에 직접적인 영향을 준다. 이상으로부터, 윤활성능 최적화를 위한 실의 설계변수로는 외부 반경과 내부 반경, 중심선 실틈새(Centerline seal clearance), 코닝, 그리고 밸런스-반경(Balance radius)을 선정하였다.

미케니컬 페이스 실은 프라이머리-링의 축 방향 접근과 각 방향 틸트(Tilt)에 의해 메이팅-링과 접촉마찰을 야기할 수 있기 때문에, 이의 방지를 위한 완전 윤활막 형성을 목적으로 축 방향과 각 방향 강성계수들의 최대화를 목적함수로 선정하였다.

실의 폐쇄력과 개방력이 Fig. 5에 도식적으로 나타나 있다. 폐쇄력은 식 (10)과 같이 외부 유체수력과 내부 유체수력, 그리고 스프링의 힘의 합으로 표현된다.

$$F_c^* = p_o \cdot \pi (r_o^{*2} - r_b^{*2}) + p_i \cdot \pi (r_b^{*2} - r_i^{*2}) + F_s^* \quad (10)$$

평형 설계점의 결정을 위해 개방력과 폐쇄력의 평형을 종속조건으로 선정하였다. 외부 밀봉 압력 하에서 작용하는 미케니컬 페이스 실의 밸런스 비는 식 (11)로 정의된다. 고압용 실의 밸런스 비를 적용하여,

$$B = \frac{(r_o^{*2} - r_b^{*2})}{(r_o^{*2} - r_i^{*2})} \quad (11)$$

밸런스 비가 0.5에서 1 사이에서 유지되도록 종속 조건으로 처리하였다. 그리고, 밸런스 반경이 실 내부 반경보다 크도록 또한 종속조건으로 처리하였다. 중요한 성능인자인 누설의 경우 주어진 최대 누설제한치 이하가 되도록 종속조건으로 처리하였다. 미케니컬 페이스 실의 상대적인 윤전조건의 가혹함을 반영하기 위해서는 PV인자가 고려되어야 한다. PV인자는 식 (12)로 정의된다.

$$PV = [\Delta p^* (B - K) + p_s^*] U \quad (12)$$

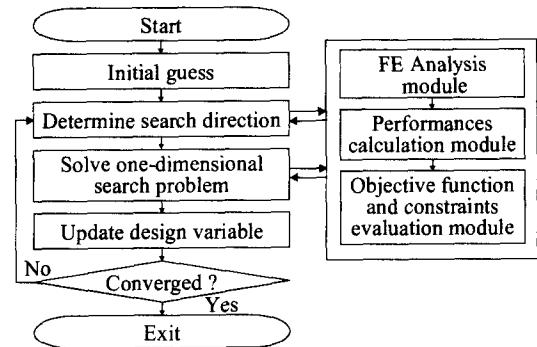


Fig. 6 Flow chart for optimization scheme

여기서, Δp^* , K , p_s^* , U 는 각각 내외부 압력차, 압력 구배인자, 스프링 압력, 평균 미끄럼속도이다. PV인자가 주어진 상한치보다 작도록 종속조건으로 고려하였다.

한편, 실의 기하학적인 공간제약과 비접촉 실의 조건이 만족하여, 양의 코닝이 고려되도록 앞서 선정된 설계변수들의 변화범위를 정의하여 부수구속조건으로 처리하였다.

축 방향과 각 방향 강성계수 모두를 목적함수로 선정하였으므로, 다중 목적함수를 처리하기 위하여 가중치 방법(Weighting method)을 사용하였으며, 본 연구에서는 두 성능인자에 동일한 가중치가 적용되었다. 이상으로부터, 비접촉식 미케니컬 페이스 실의 윤활성능 최적설계 정식화는 식 (13)으로 표현된다.

$$\text{Minimize } -(K_{zz} + K_{rr}) \quad (13.1)$$

$$\text{Subject to } F_z^* = F_c^*, \quad (13.2)$$

$$q_r^*/(q_r^w) - 1 \leq 0, \quad (13.3)$$

$$r_i^*/r_b^* - 1 \leq 0, \quad (13.4)$$

$$2r_b^{*2}/(r_i^{*2} + r_a^{*2}) - 1 \leq 0, \quad (13.5)$$

$$PV/(PV)^U - 1 \leq 0 \quad (13.6)$$

Side Constraints

$$\beta \geq 0, \quad (13.7)$$

$$r_i^* \geq a(r_{\text{shaft}}^*), \quad \text{단, } a \geq 1 \quad (13.8)$$

$$r_o^* \leq 1/a(r_{\text{housing}}^*), \quad (13.9)$$

$$C^* \geq C^{*L} \quad (13.10)$$

최적설계의 수행에 필요한 미케니컬 페이스 실의 치수, 작동조건, 그리고 상하한 제한치 등의 초기입력 데이터가 Table 1에 정리되어 있다. 표에서 무차원 변수들과의 구분을 위해 차원 변수들에는 *를 사용하였다.

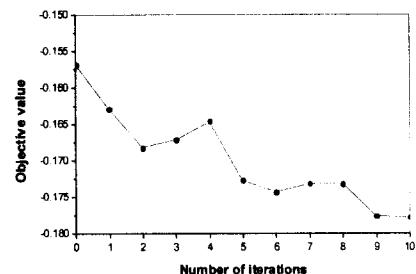
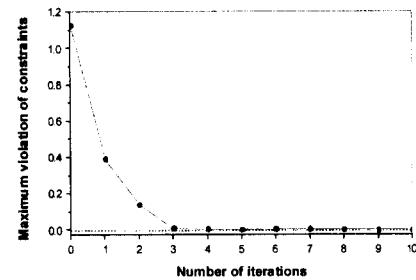
Table 1 Input data for optimization

Dimensions and operating conditions		
r_o^*	Seal outer radius [m]	0.04
r_i^*	Seal inner radius [m]	0.032
r_b^*	Seal balance radius [m]	0.036
C^*	Centerline clearance [m]	1.0×10^{-5}
ω	Shaft speed [rpm]	9550
p_o^*	Outer pressure [MPa]	0.1
p_i^*	Inner pressure [MPa]	0.0
p_s^*	Spring force [N]	400
μ	Viscosity [Pa·s] (49°C water)	5.0×10^{-4}
q_r^{*U}	Upper bound leakage [m^3/s]	2.47×10^{-6}
$(PV)^{*U}$	Upper bound PV [Mpa·m/s]	17.5
r_{shaft}^*	Shaft radius [m]	0.03
$r_{housing}^*$	Housing radius [m]	0.042
C^{*L}	Lower bound clearance [m]	5.0×10^{-6}

3.2 최적화 알고리듬

최적화 프로그램은 ADS(Automated Design Synthesis)⁽⁷⁾이고, 최적화 기법은 Method of feasible directions 를 사용하였으며, First finding bounds 와 Polynomial interpolation 를 이용하여 선탐색(Line search)를 수행하였다. Method of feasible directions 는 구속조건이 있는 최적설계 문제를 풀 때, 구속조건을 직접 푸는 Direct method 의 한 방법으로 기본 개념은 비선형성을 직접 다루려는 것이다. 이 방법의 특징은 활성화된 구속조건(Active constraint)만을 고려하여 목적함수를 줄이는 방향으로 방향벡터를 결정하는 것이다.⁽⁸⁾ 해석프로그램과 최적화 프로그램과의 접속을 위해서는 ODIN(Optimal Design INfrastructure)⁽⁹⁾을 사용하였다.

최적설계 과정이 Fig. 6 에 흐름도로 표현되어 있다. 초기 해석을 수행하기 위하여 설계변수들의 초기치가 입력된다. 유한요소해석을 통하여 구해진 압력을 이용하여 성능들을 구하고, 최적설계에 필요한 목적함수와 구속조건 값들이 계산된다. 해석 계산된 결과를 토대로 각 설계변수에 대한 미분값을 이용하여 방향벡터를 결정한다. 방향벡터가 결정되면 선탐색을 수행하여 구속조건을 위배하지 않는 범위에서 목적함수를 최소화 시키는 이동거리를 구한다. 수렴조건의 만족여부를 평가하여, 만족하지 않으면 설계변수를 개선하여 위의 과정을 반복 수행하게 된다. 여기서, 수렴조건은 구속조건의 위배량이 제로화되고 목적함수를 이루

**Fig. 7** Convergence history of optimization**Fig. 8** Maximum violated constraint value

는 성능인자의 반복간의 차이가 0.001 이하이다. 설계변수들의 개선은 식 (14)를 따른다.⁽⁸⁾

$$X^q = X^{q-1} + \alpha^* S^q \quad (14)$$

여기서, X 는 설계변수, q 는 반복회수, S 는 방향벡터를 나타내고, α^* 는 S 방향으로의 이동거리를 나타낸다.

3.3 최적설계 결과

Fig. 7 은 목적함수의 수렴 그래프를 보여주고 있다. 목적함수는 최적설계 반복 10 번만에 수렴하였으며, 초기값보다 12.9%가 감소하였다. Fig. 8 은 구속조건의 최대 위배량을 각 반복마다 보여주며, 3 번째 반복부터 구속조건들이 만족되고 있음을 알 수 있다. Fig. 9 는 설계변수들의 변화를 보여주고 있다. 초기값을 모두 1 로 하고, 초기값 대비 최적값의 상대적인 변화를 볼 수 있게 하였다. 코닝과 실틈새가 가장 많은 변화를 보이고 있으며, 이는 코닝과 실틈새가 성능에 가장 큰 영향을 미침을 나타낸다. Fig. 10 은 성능인자들의 최적화 후 값을 초기값 대비 상대적 변화로 보여주고 있다. 축 방향 강성은 16.8% 각 방향 강성은 2.4% 증가하였고, 누설은 34.8%가 감소하여 최적설계가 성공적으로 수행되었음을 알 수 있다.

한편, 설계변수들과 성능인자들의 최적화 전후 절대 값이 Table 2 와 3 에 비교 정리되어 있다.

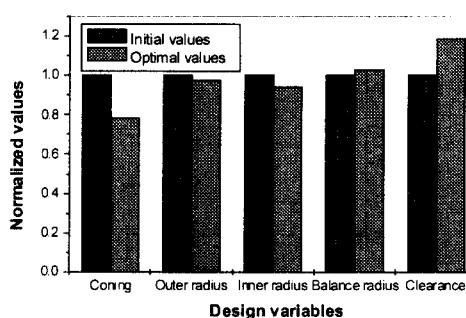


Fig. 9 Changes of design variables after optimization

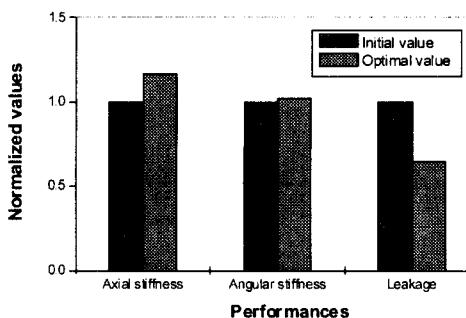


Fig. 10 Changes of performance factors after optimization

Table 2 Initial vs. optimized design variables in dimensional values

	Initial value	Optimal value
Coning [rad]	0.00313	0.00245
Outer radius[m]	0.04	0.0391
Inner radius [m]	0.032	0.03
Balance radius [m]	0.036	0.037
Clearance [m]	1.0×10^{-5}	1.18×10^{-5}

Table 3 Initial vs. optimized performance factors in dimensional values

	Initial value	Optimal value
Axial stiffness [N/m]	1.91×10^6	2.23×10^6
Angular stiffness[N·m]	952.3	974.7
Leakage [m^3/s]	2.47×10^{-6}	1.61×10^{-6}
Opening force [N]	144.0	158.4

4. 결 론

본 연구에서는 Galerkin 유한요소 정식화를 이용

하여 비접촉식 미캐니컬 페이스 실의 윤활해석 프로그램을 개발하였고, 이를 토대로 최적설계를 수행하였다. 해석 프로그램의 결과를 바탕으로 실틈새, 코닝, 내외 반경 등을 설계변수로 설정하고 미캐니컬 페이스 실의 공간제약 등의 부수-구속조건과 운전조건들을 구속조건으로 하여 강성계수들을 향상시키는 방향으로 최적설계를 수행하였다. 그 결과, 주어진 구속조건을 모두 만족시키면서 목적함수를 향상시키는 설계변수의 최적 값들을 구할 수 있었다. 설계변수 가운데 코닝이 가장 많은 변화를 보였고, 다음으로 실틈새가 많은 변화를 보였다. 성능의 경우, 축 방향 강성이 크게 증가하여 안정된 성능을 가지게 되었으며, 누설도 요구 누설량보다 크게 감소하여 설계 요구사항을 모두 만족하는 최적설계 결과를 얻을 수 있었다. 따라서, 최적설계기법이 미캐니컬 페이스 실의 보다 효율적인 윤활성능 설계를 위한 방법임이 확인된다.

참고문헌

- (1) Lebeck, A. O., 1991, *Principles and Design of Mechanical Face Seals*, John Wiley & Sons, Inc.
- (2) Taylor, T. A., 1992, "A Finite Element Based Model of Gas/Liquid Mechanical Seals," Masters thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, U.S.A.
- (3) Etsion, I., 1980, "The Effect of Combined Coning and Waviness on The Separation Force in Mechanical Face Seals," *Journal Mechanical Engineering Science*, Vol. 22, No. 2, pp. 59~64.
- (4) Etsion, I. and Sharoni, A., 1980, "Performance of End-Face Seals with Diametral Tilt and Coning-Hydrostatic Effects," *ASLE Trans.*, Vol. 23, No. 3, pp. 279~288.
- (5) Sharoni, A. and Etsion, I., 1981, "Performance of End-Face Seals with Diametral Tilt and Coning-Hydrodynamic Effects," *ASLE Trans.*, Vol. 24, No. 1, pp. 61~70.
- (6) Green, I. and Etsion, I., 1983, "Fluid Film Dynamic Coefficients in Mechanical Face Seals," *ASME Trans. Journal of Lubrication Technology*, Vol. 105, No. 2, pp. 297~302.
- (7) Vanderplaats, G. N., 1985, *ADS-A FORTRAN Program for Automated Design Synthesis Version 1.10*, Engineering Design Optimization, Inc.
- (8) Vanderplaats, G. N., 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Application*, McGraw-Hill Book Co.
- (9) Park, H. W., 1997, "Automated Code Generation for Optimal Design of Mechanical Systems," Masters thesis, Hanyang Univ., Seoul, Korea.