

壓縮코일스프링의 設計自動化

권혁홍*, 최선준**

Design Automation of the Compressive Coil Spring

Hyuk-Hong Kwon*, Sun-Jun Choi**

Abstract

Springs for vehicle suspension control the vibration of a car and influence on the ridability, safety, and life of a car. In the paper, the computer aided design program has been developed, which design the leaf spring shape from the given specifications using basic theory and the expert's knowledge, and the design results are checked by the analysis theory in order to increase the accuracy, and feed back to the design input.

For the purpose of easy use, this program consists of pull-down menu and interactive input mode. To prove the effectiveness of this program, two springs, of which one is symmetric, other asymmetric, are designed and analyzed, and the outputs are compared to the experiments. Considering the tolerance of the given specifications, the results are good.

Key Words : Compressive Coil Spring (압축코일스프링), Design Automation (설계자동화), Design Theory(설계식), Design Knowledge(설계지식)

1. 서론

스프링을 형상에 의해 분류하여 보면 곁판 스프링, 코일 스프링, 토손바 스프링, 벌류트 스프링, 스파이럴 스프링, 접시 스프링, 선세공 스프링, 링 스프링, 박판 스프링, 공기 스프링 등으로 나누어 지는데 스프링은 기계요소품으로 자동차, 선박, 정밀기기, 전자기기 등 대부분의 공산품에

사용되어지며 이중에서도 자동차에 사용되는 코일스프링은 히스테리시스 현상이 거의 없어 동적특성이 정적특성과 거의 같기 때문에 실차에서의 승차감이 좋아 승용차, 소형자동차 등 승차감이 중요시되는 차량에 많이 사용되고 있다. 그러나 횡방향의 하중을 지지할 수 없으므로 여러 종류의 링크 시스템이 필요하다. 코일스프링에는 스프링형상 또는 소재형상에 의해 수많은 종류로 나눌수가 있

* 대전대학교 기계설계공학과
** 비지테크(주)

으나 주로 많이 사용되는 형은 등반경 코일스프링으로 Fig. 1과 같은 형상이다.

코일스프링에 대한 연구동향을 주제별로 살펴보면 우선 코일스프링 설계에 대해서는 Wahl⁽¹⁾과 SAE⁽²⁾가 필요한 재료, 수식 및 이론을 종합 정리하였으며, Chandler⁽³⁾가 응력수정계수를 도입한 식을 이용하여 설계를 직접할 수 있는 방법에 대해 연구하였으며, Saynor⁽⁴⁾는 설계에 영향을 미치는 여러가지 인자에 대해 보고하였고, John⁽⁵⁾은 코일스프링의 계산식을 조합하여 반복계산없이 직접 설계할 수 있는 방법을 연구하였다. Solomon⁽⁶⁾은 테이퍼 소재를 사용한 특수 형태의 비선형 코일스프링 설계에 관한 방법에 대해 개략적인 보고를 하고 있다. 반복하중에 사용되는 코일스프링의 경우에 있어 무한대의 내구수명을 갖는 코일스프링의 설계에 대해서는 Kock⁽⁷⁾이, 최소중량, 체적 및 길이를 갖는 코일스프링의 최적설계 방법에 대해서는 Erisman⁽⁸⁾, Hinkle⁽⁹⁾, Weiss⁽¹⁰⁾ 등이 연구하였으며, 동적인 최적특성을 발휘할 수 있는 코일스프링의 컴퓨터 원용설계 방법에 대해서는 Lin⁽¹¹⁾이 연구하였다. 코일스프링의 피치와 코일 반경의 효과가 특성에 미치는 영향을 Ancker⁽¹²⁻¹⁴⁾ 등이 연구보고하였다.

두번째 주제는 스프링의 설계시 고려해야 할 사항들인데 Wahl⁽¹⁵⁾은 압축 코일스프링이 하중을 받았을 때의 코일경 팽창에 대해 이론적으로 해석하였으며, Costello⁽¹⁶⁾는 충격하중을 받을 때의 코일경 팽창에 대해서 해석하였다. 좌권부가 코일스프링의 특성에 미치는 영향에 대한 연구는 Ekert⁽¹⁷⁾가, 성형시의 스프링 백문제에 대한 해석은 Gardiner⁽¹⁸⁾와 Palazotto⁽¹⁹⁾가 각각 행하였다. 좌굴문제에 대해서는 Satoh⁽²⁰⁾ 등이 일반적인 압축 코일스프링이 하중을 받을 때의 좌굴현상에 대해 해석할 수 있는 모델을 제시하였으며, Blake⁽²¹⁾는 좌권부 양쪽이 피봇 구속된 사각단면 코일스프링의 좌굴문제를 해석하였다. 코일스프링이 하중을 받으면 풀림현상이 발생하고 이것에 의해 좌권

부에서 회전이 생기는데 이 현상을 없애기 위한 코일스프링의 설계방법에 대해서는 Barmore⁽²²⁾가 연구하였으며 고온에서의 코일스프링 설계시 유의사항에 대해서는 Johnson⁽²³⁾ 등이 보고하고 있다.

본 연구에서는 자동차의 현가장치에 가장 널리 사용되는 코일스프링 설계를 자동화하기 위한 스프링 설계 프로그램의 개발을 그 목적으로 하고 있다. 스프링 설계를 위해서는 설계, 해석, 설계데이터 검색, 설계지식 조회, 기타 스프링 조립상태, 거동해석 기능 등이 포함되어야 하는데 본 연구에서는 설계, 해석, 자동도면작성 부분만 개발하였다. 현단계에서 스프링의 설계 자동화는 입력과 출력의 성격상 크게 두가지로 나누어 생각하였는데, 하나는 스프링의 해석으로 주어진 형상과 하중에 의해 스프링의 특성과 응력분포를 계산하는 것이고, 다른 것은 스프링의 설계로 해석과 반대로 스프링의 특성과 사용하중이 주어지면 스프링의 형상을 결정하는 것이다. 그러나, 앞에서 연구된 것은 해석이기 때문에 설계에 응용하기에는 부적합한 점이 많아 경험과 거듭된 시행착오를 요구하고 있다. 또한 설계란 해석과 달리 하나의 해답이 있는 것이 아니고 여러가지의 결과중에 최적을 선택하는 것이므로 스프링의 설계를 한다는 것은 매우 어려운 작업이 되어왔다. 그리고 스프링 계산을 위한 프로그램이 많이 발표되었으나 이는 단순한 계산식을 그대로 이용한 해석식이 주이며 설계도 설계지식을 포함하지 않고 단순식의 조작에 머물렀다.

따라서, 본 논문에서는 지금까지 소개된 현가장치용 스프링의 설계식 및 해석식을 기본적인 역학관점에서 재정리하고, 설계와 관련된 각종 지식 및 자료를 숙련된 기술자의 지식과 결합하여 설계기술 관련지식의 표준화를 이룩하고 이를 바탕으로 설계 및 해석 알고리즘 및 프로그램을 개발하고자 한다.

2. 설계식

코일 스프링의 설계이론식중에서 가장 광범위하게 사용되고 있는 것은 기초 재료역학을 이용하여 식을 유도한 Wahl의 이론식이다. 일반적으로 코일 스프링의 피치각은 10도 이하이기 때문에 피치각의 영향을 무시한 Wahl의 식을 설계자가 간단하고 편리하게 설계에 사용할 수 있기 때문이다.

코일 스프링의 변위와 응력 계산식을 유도하는 과정은 크게 세가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

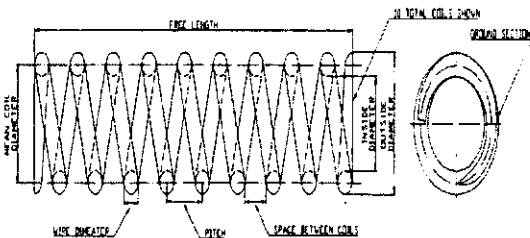


Fig. 1 The scheme of the coil spring

- 1) 스프링의 형상은 곡률을 가지지 않은 단순한 직선보에 비틀림 모멘트만 작용한다고 가정하는 경우
- 2) 스프링의 곡률을 고려한 곡선보가 비틀림 모멘트와 전단하중을 받는다는 가정하에서 식을 유도하는 경우
- 3) 마지막으로 곡률과 피치각에 의해 스프링이 3차원 곡률을 가지고 여기에 모든 방향으로의 힘이 작용하는 경우이다.

위의 세가지 경우 모두 하중은 코일 스프링의 중심에서 중심축상에 수직선으로 작용한다고 가정한 것이다.

2.1 피치당 변위가 작은 경우

2.1.1 기초적인 해의 유도

스프링의 피치각이 10도 미만이고, 권수당 변위량이 $D/4$ 미만인 코일 스프링에 대한 설계식은 다음과 같은 가정하에서 유도할 수 있다.

- 첫째, 곡률의 영향 및 축방향의 힘에 의해 생기는 전단 응력은 무시한다.
- 둘째, 축방향으로 하중을 받는 코일 스프링을 순수한 비틀림만 작용하는 곧은 막대로 가정한다.
- 셋째, 원통형 소재의 축방향에 수직인 면은 변형중에도 수직을 유지하며 비틀림응력이 소재의 반경에 직선적으로 비례하는 분포를 가진다.

이는 코일 스프링의 중심축방향으로 작용하는 하중이 스프링에서는 피치각의 영향에 의해 굽힘모멘트와 비틀림모멘트, 전단력으로 전달되는데 이중에서 굽힘모멘트와 전단력은 비틀림모멘트에 비해 미소하게 스프링에 영향을 미친다는 가정에서 출발한 것이다.

이 가정을 바탕으로 작용하중이 P 일 때 미수정 비틀림 응력 τ_0 는 재료역학식을 사용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\tau_0 = \frac{8PD}{\pi d^3} \quad (1)$$

여기에서 d 는 소재경, D 는 코일경이다. 또한 변위 δ 와 하중과의 관계식은 다음과 같이 구하여 진다.

$$\delta = \int_0^{\pi N_c D} d\delta = \int_0^{\pi N_c D} \frac{8PD^2}{\pi d^4 G} dx = \frac{8PD^3 N_c}{Gd^4} \quad (2)$$

여기에서 G 는 횡탄성계수, N_c 는 유효권수이다.

앞에서 유도한 응력식에 의한 결과는 실측치와는 상당한 차이가 있으나 변위량을 계산하는 식은 매우 작은 스

프링지수를 갖거나 큰 피치각을 갖는 스프링에서도 상당히 정확하다.

2.1.2 근사적인 해의 유도

여기에서는 곡률의 영향과 축방향의 힘에 의한 전단응력을 고려한다. 물론 피치각의 영향은 무시하므로 피치각은 0이다. 최대응력은 코일의 안쪽부분에서 발생하는데 그 크기는 스프링지수와 관계가 있다. 최대응력이 코일의 안쪽부분에서 발생하는 이유는

첫째, 코일의 안쪽부분의 선분길이가 소재의 축을 중심으로 임의의 각도만큼 서로 비틀어 지면 선분의 길이가 짧은 안쪽부분에서 선분의 길이가 긴 바깥쪽보다 더 큰 변형율이 생길 것이다.

둘째, 코일의 안쪽부분에서는 축방향의 힘에 의한 전단응력과 비틀림모멘트에 의한 비틀림응력이 같은 방향이므로 서로 합하여진다. 반대로 코일의 바깥부분에서는 두 응력의 방향이 서로 반대이기 때문에 크기가 감소한다. 이러한 이유로 인하여 대개 코일 스프링의 안쪽에서 파괴가 일어난다.

따라서 이를 고려하여 비틀림모멘트에 의해 생기는 응력을 계산하여 보면 코일의 안쪽부분에서의 응력 τ_{a1} 은 다음과 같다.

$$\tau_{a1} = \frac{16Pr}{\pi d^3} \cdot \frac{4c-1}{4c-4} \quad (3)$$

코일의 바깥부분에서의 응력 τ_{a2} 는 아래와 같다.

$$\tau_{a2} = \frac{16Pr}{\pi d^3} \cdot \frac{4c+1}{4c+4} \quad (4)$$

여기에서 $r = D/2$, $c = D/2$ 로 스프링지수라 한다.

탄성론에서 하중 P 를 받고 있는 원단면의 외팔보에서 표면에 생기는 전단응력 τ_p 는 다음과 같다.

$$\tau_p = 1.23 \frac{P}{A} = 1.23 \frac{P}{\pi d^2 / 4} = 4.92 \frac{P}{\pi d^2} \quad (5)$$

위에서 유도한 두가지 응력을 합하면 코일의 안쪽부분에서는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \tau_{a1} + \tau_p = \frac{16Pr}{\pi d^3} \cdot \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{4.92P}{\pi d^2} \\ &= \frac{8PD}{\pi d^3} \left(\frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0.615}{c} \right) = K \frac{8PD}{\pi d^2} \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서, $K = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0.615}{c}$ 이고, Wahl의 계수라 한다.

코일의 바깥쪽에 생기는 응력 τ_2 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \tau_2 = \tau_{a2} - \tau_p &= \frac{16Pr}{\pi d^3} \cdot \frac{4c+1}{4c+4} - \frac{4.92P}{\pi d^2} \\ &= \frac{8PD}{\pi d^3} \left(\frac{4c+1}{4c+4} - \frac{0.615}{c} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

2.2 피치당 변위가 큰 경우

코일 스프링의 피치각이 10도 이상이고 유효권수당 변위량이 $D/4$ 보다 크며 스프링지수값이 큰 스프링에서 피치각과 코일반경의 변화가 큰 경우이다. 스프링지수 값이 작거나 중간값을 가지는 스프링은 피치각이나 코일반경의 변화가 큰 영향을 미칠 만큼 충분한 변위량에 도달하기 전에 높은 응력이 걸리기 때문에 피치각과 코일반경의 변화에 대한 영향을 무시할 수 있다. 그리고 코일 스프링이 압축되면 평균 코일반경은 증가하고 이로 인하여 압축 스프링상수가 영향을 받게 된다. 또한 축방향으로의 변위를 크게 받고 있을 경우 인장력이나 압축력을 받으면 코일이 풀어지는 현상이 발생한다. 그러므로 코일 스프링의 끝부분의 지지조건, 즉 회전변위의 제한 여부에 따라 응력과 변위량이 달라진다. 따라서 코일 스프링 끝부분의 지지조건에 따라 다음 두가지 경우로 나누어 식이 유도된다. 첫째로 스프링의 끝부분이 자유로운 회전변위를 할 수 있는 경우로 이때의 응력 τ_e 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\tau_e = K_3 \frac{16Pr_0}{\pi d^3} \quad (8)$$

여기에서, r_0 는 무하중시의 코일반경,

$$K_3 = \frac{\cos^2 \alpha \cdot (EI/GI_p + \tan^2 \alpha)}{\sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot \tan \alpha + (EI/GI_p) \cos^2 \alpha_0}$$

α_0 및 α 는 무하중시 및 하중시 피치각, E 는 횡탄성계수이다. 또한 이때의 변위 δ 는 무하중시변위 δ_0 로부터 다음식으로 구한다.

$$\delta = \phi_1 \delta_0 = \phi_1 \frac{64Pr_0^3 N_a}{Gd^4} \quad (9)$$

여기에서 $E/G=2.6$ 의 값에 대해 ϕ_1 값이 Fig. 2에 나타

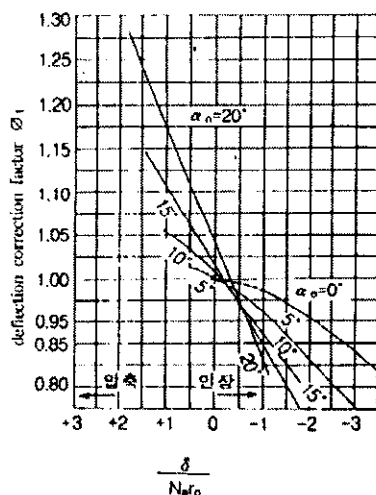


Fig. 2 The deflection correction factor ϕ_1 Curve

나 있다.

둘째로 스프링의 끝부분이 회전변위를 할 수 없는 경우의 τ_e 는 다음과 같이 표현된다.

$$\tau_e = K_3' \frac{16Pr_0}{\pi d^3} \quad (10)$$

여기에서, $K_3' = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha_0} + \left(\frac{M_0}{Pr_0}\right)^2}$, M_0 는 코일

끝부분에 회전변위가 없도록 코일의 끝부분에 작용하는 모멘트이다.

변위 δ 는 다음과 같다.

$$\delta = \phi_1' \delta_1' = \phi_1' \cdot \frac{64P\gamma_0^3 N_a}{Gd^4} \quad (11)$$

여기에서 $E/G=2.6$ 에 대하여 ϕ_1' 의 값을 표시한 것이 Fig. 3이다.

3. 설계지식

3.1 미수정응력과 수정응력을 사용하는 각각의 경우

상온에서 정적인 하중을 받을 경우에는 반복되는 하중을 받을때보다 훨씬 높은 응력으로 사용할 수 있기 때문에 코일 스프링에 있어서 코일 곡률의 영향을 무시한 미수정응력을 설계에 사용하여 왔다. 반면 반복하중이 가해

지는 경우에는 코일곡률의 영향을 무시할 수 없으므로 일반적으로 낮은 응력에서 사용된다. 세팅되지 않은 스프링에서 약간의 세팅이 필요할 경우 효과적인 설계를 위하여 정하중시일지라도 수정응력을 설계의 기본으로 사용하는 것이 바람직하다.

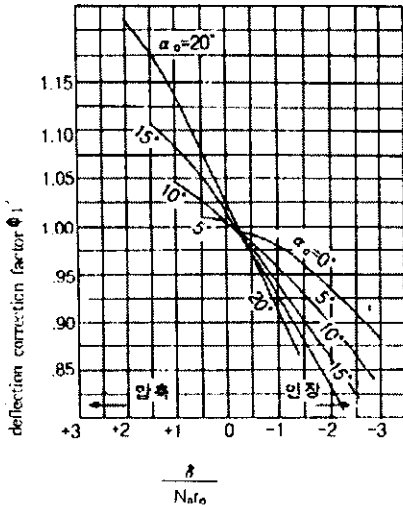


Fig. 3 The deflection correction factor ϕ_1 Curve

3.2 스프링 끝부분 형상의 영향

변위량을 계산할 때 권수는 총권수가 아닌 유효권수가 사용된다. 그런데 코일 끝부분의 형상은 유효권수에 영향을 미치므로 변위량에도 영향을 미친다. 또한 하중의 증가에 따라 코일 끝부분에서는 코일이 서로 접촉하여 무효권수가 증가하게 되어 무하중시의 유효권수와 하중을 받을 때의 유효권수가 서로 다르게 된다.

3.2.1 냉간성형 코일 스프링

- 연삭 맞댐끝형의 유효권수 ; $N_a = N_t - 2$
이런형의 코일 끝부분은 다른형의 코일 끝부분보다 하중의 편심되는 경향이 적다는 장점이 있다.
- 비연삭 맞댐끝형의 유효권수 ; $N_a = N_t - 2$
- 비연삭 벌림끝형의 유효권수 ; $N_a = N_t - 1$
이 형의 코일 끝부분은 가장 큰 하중편심을 나타낸다.
- 연삭벌림 끝형의 유효권수 ; $N_a = N_t - 1.5$
- 2½ 감기끝형의 유효권수 ; $N_a = N_t - 5$

3.2.2 열간성형 코일 스프링

양쪽 테이퍼 맞댐끝형으로 코일 끝부분을 가공하기 위해서는 테이퍼 롤링이 필요한데 이때 코일소재 끝부분의 두께는 소재 직경의 25 %정도로 하고 코일 끝부분의 평평한 면의 가공길이는 4권 정도가 되게 한다. 이때 유효권수 N_a 는 $N_t - 2$ 이다.

테이퍼 맞댐 및 탄젠트 끝형의 유효권수 N_a 는 $N_t - 1.5$ 인데 탄젠트 끝부분에는 취부를 위하여 적당한 치구가 필요하다.

피크테일 끝형의 코일 끝부분은 취부하기 위한 별도의 치구가 필요하며 유효권수 N_a 는 $N_t - 1.5$ 이다.

3.3 강성계수의 영향

실제 스프링의 정확한 변위량을 계산하기 위해서는 유효권수를 아는 것도 중요하지만 스프링 소재의 강성계수를 아는 것도 매우 중요하다. 매우 작은 길이일지라도 탈탄은 강성계수의 값에 큰 영향을 미친다. 강성계수는 본래 재료에 따라 고유의 값을 가지게 되나 동일한 스프링 강에서도 탄소함유량, 선가공도, 세팅, 열처리방법, 그리고 냉간코일 스프링의 경우에서 코일링시의 냉간가공도에 따라 다소 차이가 있다. 스프링강에서는 일반적으로 8,000 kgf/mm²의 값을 사용한다.

3.4 취부공간의 제한

특정한 형상의 코일 스프링을 설계할때 취부의 제한조건으로부터 스프링이 차지할 수 있는 최대공간을 결정하는 것이 바람직하다. 원통형 코일 스프링에 대한 공간효율계수(space efficiency factor), V/V_s 는 다음과 같다. 여기에서 V 는 유효 스프링길이가 차지하는 부피이고, V_s 는 스프링이 밀착되었을 때 차지하는 원통형 공간의 부피이다.

동하중시에는 곡률등의 영향을 고려하여야 하므로 응력수정계수 K 를 사용하여

$$V/V_s = \frac{1}{K^2} \frac{\pi c}{(c+1)^2} \tag{12}$$

공간효율계수는 스프링지수 c 가 감소할수록 증가하나 스프링의 최대변위량은 감소하게 된다.

3.5 좌굴해석

압축코일 스프링의 자유고가 코일경에 비해 너무 크면 축방향의 힘에 의해 좌굴이 일어난다. 스프링을 설계할 때 좌굴이 일어나는 최소하중보다 작은 크기의 상용하중을 갖도록 스프링의 치수를 정해야 하는데, 현실적으로 이

것이 허락되지 않는 상황이라면 좌굴현상이 일어나지 않도록 지지대를 장치해야 한다. 최소 좌굴변위량 δ_c 를 최소 좌굴하중 P_c 에서의 변위량이라 하고 $C_B = \delta_c / H_0$, 즉 자유높이에 대한 최소 좌굴변위량의 비를 C_B 라 하면 끝부분 조건이 양쪽힌지형일 때 다음식이 유도된다.

$$C_B = \frac{\delta_c}{H_0} = 0.812 \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - 6.87 \left(\frac{D}{H_0} \right)^2} \right\} \quad (13)$$

끝부분 조건이 한쪽은 고정형이고 다른 한쪽은 직선 변형형일때 양쪽 끝부분 조건이 힌지형일 때와 동등한 좌굴 변형의 해를 갖는다. 끝부분 조건이 양쪽 모두 고정형일 때는 위식에서 D/H_0 의 값을 $\frac{1}{2}$ 배하여 대입하고, 한쪽은 고정형이고 다른 쪽은 자유형의 끝부분조건이면 위 식의 D/H_0 값을 2배하여 대입한다.

3.6 편심하중

압축 코일 스프링이 2개의 평행판에 의해 압축될 때 합성하중의 작용선은 일반적으로 스프링의 중심축에서 미소량 e 만큼 이동한다. 이러한 하중의 편심에 있어 하중 작용선에서 먼쪽의 코일의 응력은 증가하고 하중작용선에서 가까운 코일에서는 감소하게 된다. 먼쪽의 응력은 모멘트 암의 길이가 R 에서 $(R+e)$ 로 변화하여 편심이 없을 때의 응력에 비해 $(1+e/R)$ 배 정도 증가하므로 그 차이는 별로 크지 않다.

편심량은 권수에 따라 주기적으로 변화하는 데 그 경향은 자유고/코일경의 비가 클수록 또한 권수가 작아지면 커지는데 이것은 스프링의 피치각이 커지는 것과 동일한 의미를 가지므로 피치각의 영향이라 볼 수 있다. 최근 대두되고 있는 스프링의 측면방향, 정확하게 말하면 반경방향으로의 변형이 한쪽으로 쏠리는 현상, 즉 스프링의 좌굴형상에 직접적으로 영향을 미친다는 것이다.

3.7 변형중 직경의 팽창

압축 코일 스프링의 직경팽창은 두 가지 원인에서 기인한다. 첫째로 압축 코일 스프링이 하중을 받아 압축되어 질 때 원래 경사된 코일이 스프링축과 거의 수직이 됨으로써 팽창이 일어난다. 두번째는 압축시 스프링의 풀림현상(unwinding effect)에 의해 팽창한다. 스프링 끝부분이 자유로운 회전변위를 할 수 있는 경우에는 다음식과 같다.

$$\frac{\Delta D}{D_0} = \frac{1.3p^2 - 0.3d^2 - pd}{13D_0^2} \quad (14)$$

여기에서 ΔD 는 스프링이 자유높이에서 밀착높이까지 변위할 때 생기는 직경팽창, p 는 피치, D_0 는 자유높이시 코일직경이다.

스프링 끝부분이 회전변위를 할 수 없는 경우에는 다음 식으로 표시된다.

직경의 팽창 ΔD 는

$$\Delta D = \left(\sqrt{1 + \frac{p^2 - d^2}{\pi^2 D_0^2}} - 1 \right) D_0 \quad (15)$$

3.8 고유진동수

코일 스프링의 끝부분에 가해지는 하중의 변화가 사인 함수의 꼴을 가지면서 스프링의 고유진동수중의 하나와 일치하는 진동수를 가지는 경우 커다란 응력의 증가를 가져오게 된다. 대개 최저 고유진동수가 가장 큰 영향을 미친다.

양끝부분이 고정된 경우의 스프링 최저 고유진동수의 식은 다음과 같이 표시한다.

$$f_n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kg}{W}} = \quad (16)$$

$$\frac{2d}{\pi D^2 N_a} \sqrt{\frac{Gg}{32\gamma}} \text{ (cycles/sec)}$$

3.9 스프링 조합

한 개의 스프링으로 요구되는 스프링의 특성을 얻기 어려운 경우 스프링을 조합하여 요구되는 특성을 얻게 되는 데, 이러한 조합방식에는 Fig. 4와 같이 직렬형 조합과 병렬형 조합이 있다. 각각의 스프링 상수를 $k_1 + k_2 + k_3 + \dots$ 이라 하면 전체 스프링상수 k 는

병렬형 $k = k_1 + k_2 + k_3 + \dots$

직렬형 $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots$

동심형으로 배치된 코일스프링은 제한된 장소에서 가능한 한 높은 스프링특성을 얻고자 할 때 사용되며 보통 두 개(이중)내지 세개(삼중)의 스프링이 사용된다. 코일의 권 방향은 인접하는 스프링을 상호 엇갈리게 하여 한쪽이 우

권이면 다음은 좌권, 다시 우권의 순이 되게 한다. 이와 같은 스프링을 설계하기 위해서는 사용되는 각 스프링의 밀착높이, 자유높이, 그리고 스프링지수를 같게 해야 하는데 이는 최적설계를 위해 각 스프링에 생기는 최대응력을 동일하게 하는 것이 좋기 때문이다. 따라서 삼중스프링의 경우 선경을 d_1, d_2, d_3 , 코일경을 D_1, D_2, D_3 라 하면 다음식으로 구할 수 있다.

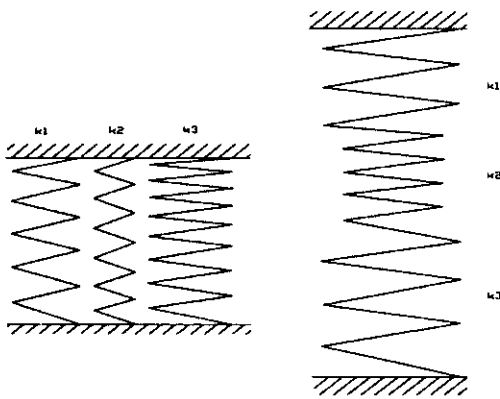


Fig. 4 The combination of springs

$$\begin{aligned}
 d_1 &= Z \frac{D_0}{c+1} & D_1 &= Z \frac{cD_0}{c+1} \\
 d_2 &= Z^2 \frac{D_0}{c+1} \frac{c-1}{c+1} & D_2 &= Z^2 \frac{cD_0}{c+1} \frac{c-1}{c+1} \\
 d_3 &= Z^3 \frac{D_0}{c+1} \left(\frac{c-1}{c+1}\right)^2 & D_3 &= Z^3 \frac{cD_0}{c+1} \left(\frac{c-1}{c+1}\right)^2 \quad (17)
 \end{aligned}$$

여기에서 Z 는 틱새상수, 즉 틱새가 없는 경우의 스프링 직경에 대한 실제 스프링 직경의 비로써 이 값은 코일 바 깔직경이 25 mm보다 작으면 0.92까지 작아지고 바깔직경이 25 mm에서 25 mm증가할 때마다 약 0.01씩 증가한다.

4. 프로그램 구성

코일스프링의 경우 작업 종류는 설계, 해석 및 도면 자동 작성으로 구성되어 있다. 설계는 주어진 사양 즉, 스프링의 특성, 공간제한조건, 하중조건에 의해 스프링의 형상 즉, 소재경, 코일경, 권수 등을 결정하고 응력계산을 하는 것으로 코일 스프링이 사용되어질 조건에 의해 형상을 결

정하는 작업이다. 이 작업은 코일 스프링이 시스템의 부품으로 사용되어 그 시스템에서 요구되어지는 스프링의 특성과 장착 조건이 주어질 때 많이 사용되는 것이다. 이에 반해 해석 작업은 사용되고 있는 코일스프링의 특성을 정확히 알아내는 작업으로 설계와는 입력과 출력이 반대로, 주어진 형상과 하중 조건으로부터 코일 스프링의 특성과 응력분포를 정확히 계산하는 작업이다. 이 작업은 주어진 코일 스프링의 제원을 검증하거나 설계 검증을 위해 많이 사용되는 작업이다. 도면자동작성 작업은 단독 또는 설계 및 해석 작업과 연결되어 사용되어 질 수 있는데 주어진 제원 또는 계산된 결과의 코일 스프링 도면을 자동으로 작성하는 것이다. 이를 위하여 코일 스프링의 표준 도면을 만들어 코일 스프링의 형상, 사양, 주기, 표기 위치를 정하였으며 특히 형상은 실제의 크기를 가변 축척 시킬 수 있도록 프로그램 되어 있어 도면에서의 형상의 크기가 항상 일정하도록 함과 동시에 전체 형상의 비율이 실제형상과 같도록 하였다.

메인 프로그램의 풀다운 메뉴에서 설계, 해석으로 나누어져 있고 Fig. 5와 같이 각 작업 종류에서 코일 스프링을 선택할 수 있도록 되어 있다. 각각의 작업은 Fig. 6과 같이 크게 전처리 과정, 해결과정, 후처리 과정으로 나누어져 있으며 전처리 과정은 데이터 입력단계이며 이 입력에 의해 해결 과정에서 계산이 수행된다. 작업 결과의 화면 및 외부 출력은 후처리 과정에서 행하여진다. 후처리 과정의 화면 출력 데이터가 많지 않기 때문에 전 처리 과정과 동일 화면을 사용하여 결과를 즉시 확인할 수 있도록 하여 사용자의 편의를 도모하였다. 코일 스프링의 설계, 해석 및 자동도면작성 프로그램은 Fig. 6과 같은 흐름으로 되어 있는데 설계와 해석 작업을 별도의 프로그램으로 분리되어 있으며 자동 도면 작성 프로그램은 설계 및 해석 결과와 연결하여 사용하거나 별도로 사용할 수 있도록 되어 있다.

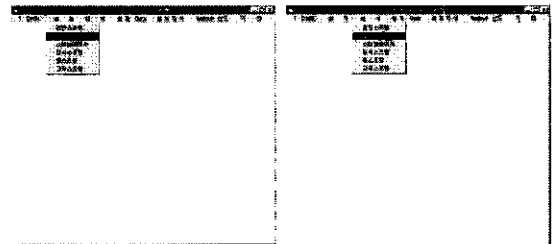


Fig. 5 The main program scene for design and analysis of coil spring

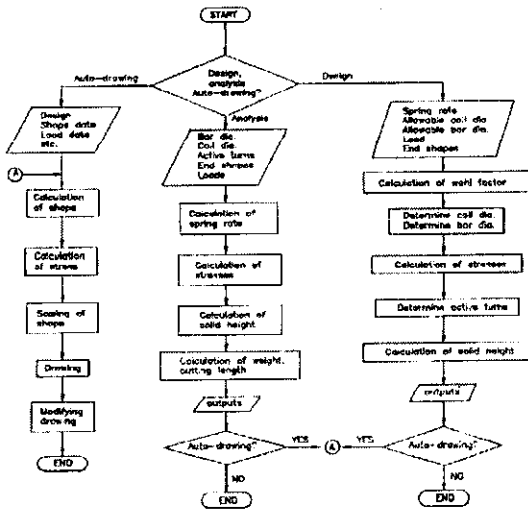


Fig. 6 The flow chart of coil spring program

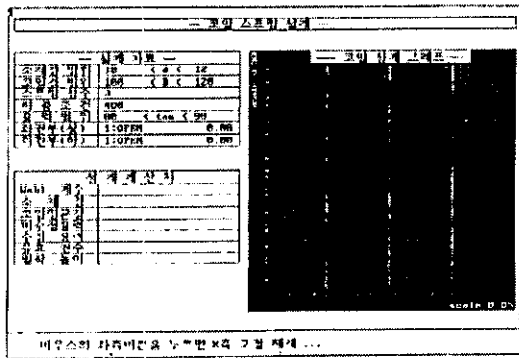


Fig. 7 The input scene of coil spring design

코일스프링의 설계를 위해서는 스프링 특성, 하중 조건, 공간 조건 등의 데이터를 입력시켜야 한다. 스프링 특성은 스프링 상수를, 하중 조건은 상용하중과 상용하중 시의 허용응력 범위를, 공간조건은 허용코일경 및 소재 경의 범위와 좌편부의 형상을 각각 입력하게 되어 있다.

본 프로그램에서는 데이터 입력을 위해 Fig. 7과 같이 화면이 구성되어 있어 왼쪽 위 테이블(설계 자료)에 기본적인 데이터의 입력이 완료되면 오른쪽 그래프(코일 설계 그래프)가 나와 주어진 조건을 만족시킬 수 있는 소재 경과 코일경을 결정하도록 되어 있다. 이 그래프에서는 주어진 조건을 만족시키는 부분이 붉은 색으로 범위가 정하여져 마우스 또는 키보드의 방향키로 그 범위내의

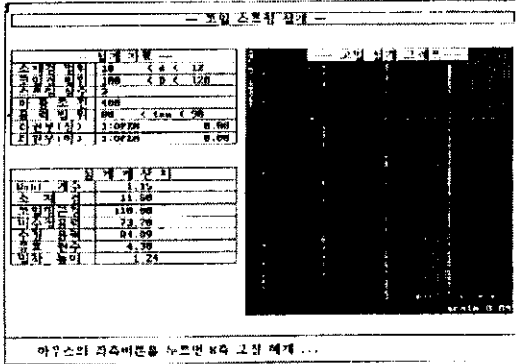
적정한 값을 선정할 수 있도록 되어 있으며 값이 설정되면 왼쪽아래 화면 설계계산표에 설계 결과가 표시되도록 되어 있다.

설계의 결과는 화면에 나타남과 동시에 파일 형태로도 저장되어 프린터로 출력할 수 있도록 하였다. 출력 내용은 주어진 입력 데이터와 계산된 상세 내용 즉, 스프링 특성, 스프링 소재경 및 코일경, 권수 등의 형상, 응력값 등이며 Fig. 9와 같다. 화면 출력의 경우 모든 출력을 한 화면에 출력할 수 없으므로 설계자가 중요시 여기는 데이터만 표시하고 상세한 출력은 파일 형태로 저장하였다가 설계자가 만족하는 설계인 경우에 프린터로 출력할 수 있도록 하였다.

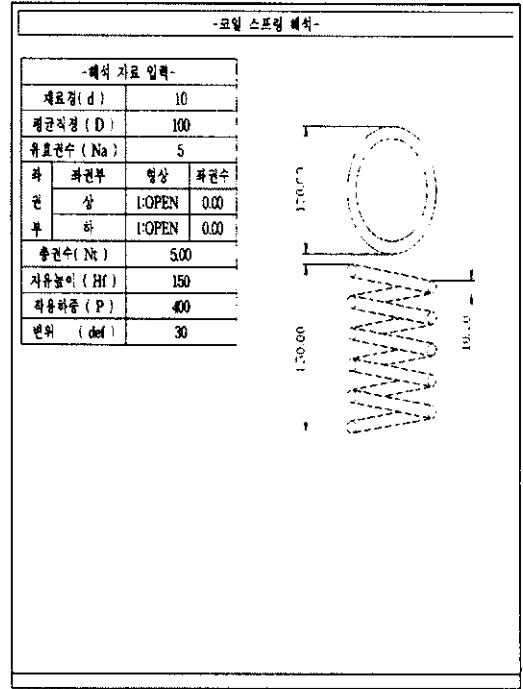
코일 스프링의 해석을 위해서는 스프링 형상, 하중 조건의 데이터를 입력하여야 한다. 스프링 형상은 소재경, 코일경, 권수, 좌편부 형상을, 하중 조건은 상용 하중과 이배의 변위, 그리고 무하중시의 높이를 각각 입력하게 되어 있다. Fig. 10과 같이 화면의 좌측 위 테이블(해석 자료 입력)에 해석을 위한 데이터를 입력시키면 우측에 형상의 기본적인 그림과 치수가 표시되며 그 계산의 결과치가 좌측 아래 테이블(결과치)에 표시된다. 해석의 결과도 설계와 마찬가지로 화면과 파일 형태로 동시에 나타나게 되어 있다. 화면으로 나타나는 결과는 설계자의 판단에 중요한 데이터만 표시하였는데 이는 화면의 크기가 제한되어 있고 설계자가 결정하기 전에는 모든 설계 데이터를 필요로 하지 않기 때문에 작업의 편의성을 높이기 위한 배려이다. 따라서 화면 출력 데이터는 스프링 특성으로서의 스프링 상수, 응력값 계산치, 제조에 관련된 스프링 중량, 소재 길이, 밀착 하중이 표시되도록 하였다.

파일 형태의 출력은 Fig. 9와 같이 주어진 입력 데이터 및 계산된 출력데이터등 모든 값을 포함하고 있으며 프린터로 출력할 수 있도록 하였다. 구체적인 출력 내용은 스프링형상으로 소재경, 코일경, 좌편부 형상, 권수, 무하중시 높이 등을, 하중 조건으로 상용 하중, 상용 하중의 변위, 응력값 등을, 스프링 특성으로 스프링 상수, 스프링 제조에 관련된 것으로 중량, 펼친 길이 등을 포함하고 있다.

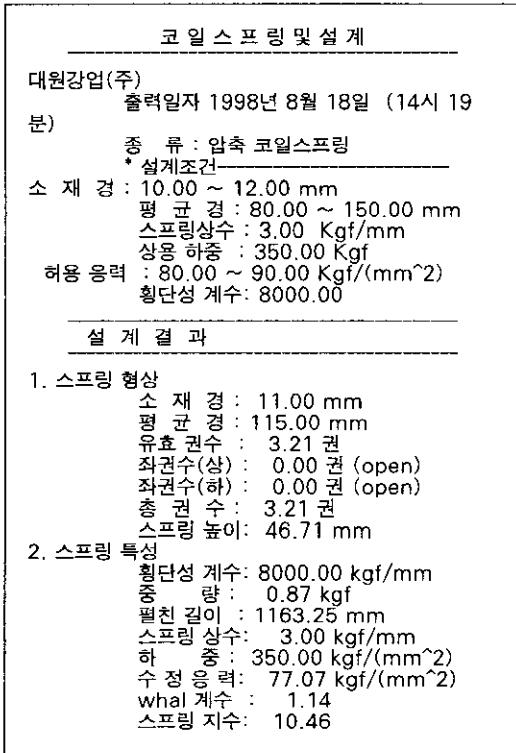
자동도면작성 작업은 설계 및 해석 결과와 연계하지 않고 단독으로 사용할 때의 입력 데이터는 도면에 표기되는 모든 데이터를 입력해야 되는데 크게 나누어 형상 데이터, 하중 데이터, 주기 및 표제 데이터로 나눌 수 있다. 형상 데이터는 소재경, 코일경, 유효 권수, 총권수, 좌편부 형상 등이 있으며 하중 데이터는 스프링 특성, 하중 및 변위 데이터 등이고 주기 및 표제 데이터는 도면 이름, 재질, 제



(a) print of monitor



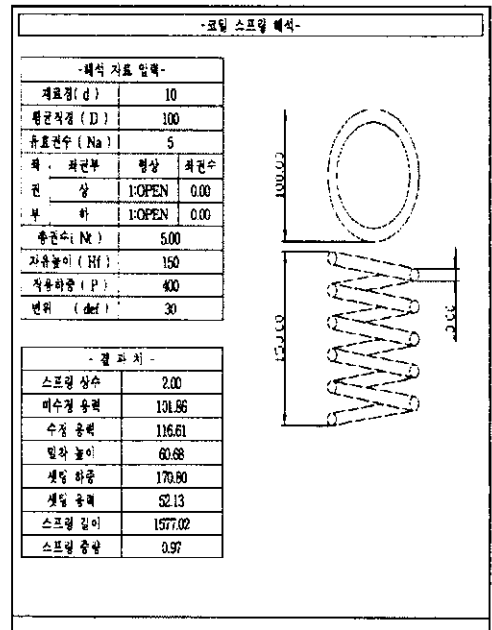
(a) input



(b) print of file

Fig. 8 The output of coil spring design

조 관련 주기 사항 등이며 구성은 Table 1과 같고 예는 Table 2와 같다. 입력이 완료되면 입력 데이터를 바탕으로 도면 작성에 필요한 형상, 응력 등이 계산되고 Auto-CAD 상태로 자동 전환되어 표준 도면 용지 상태에 Fig. 10과 같이 도면이 작성된다.



(b) output

Fig. 9 The input and output scene of coil spring analysis

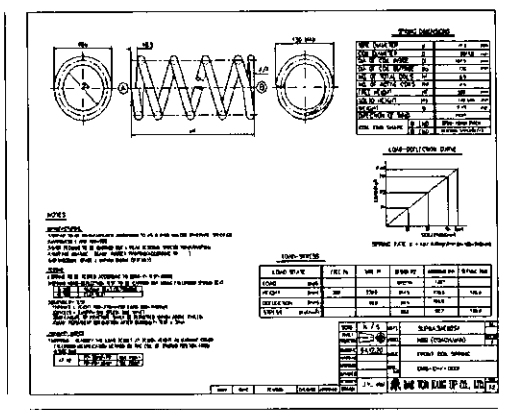


Fig. 10 The output of coil spring auto-drawing

Table 1 The input for auto-drawing

주요 구성

1. 1 ~ 6라인 : 스프링 종류, 용지 크기 및 LABEL 구성요소 나열
2. 7라인 ~ BOF : NOTE, TABLE, DIMENSION 등

주요 인덱스의 구성

1. #NOTE : 노트의 시작
2. #TABLE : TABLE의 시작
3. #DIMENSION : 각 치수의 시작
 - ▷매 라인 처음에 "#"표시가 있으면 주 인덱스의 시작
 - ▷매 라인 처음에 "##"표시가 있으면 부 인덱스의 시작
 - ▷각 인덱스 이름에 "#XXXXXX_END"가 붙으면 인덱스의 끝

구 성

라인	내 용	비 고
1라인	#COIL-CYLIND-PREE	스프링 사양
2	용지 SIZE	
3	모델번호	
4	스프링이름	
5	도면번호	
6	작성자	
7라인	#DIMENSION	치수 시작
인	##001 999.999	
	##002 999.999	내 용
	##nnn	
	#DIMENSION_END	치수끝
	#TABLE	테이블 시작
	#TABLENAME	테이블 이름
	##001 각 도면의 규격에 맞추어 필요한 자료만 출력한다.	내 용
	##002 (선 택)	
	##nnn	테이블 끝
	#TABLE_END	
	#NOTE	노트 시작
	##001 각 도면별 규격에 맞추어 Note의 첫 선부터	내 용
	##002 우 하단까지의 표준 내용을 제외한 자료를 입력한다.	
	##nnn	노트의 끝
	#NOTE_END	

Table 2 The example of input for auto-drawing

FILE NAME : DASCMETA.DAT

##COIL-CYLIND-PRESS		##109 92.7
##001 A2	#DIMENSION_END	##020 120.0
##002 SUP9A, SAE9254	#TABLE	##021 4.0
##003 NB9 (COACH, VAN)	##001 0.0	##022 189 ~ 240
##004 FRONT COIL SPRING	##002 400	
##005 DWS-S-K-0001	##003 872	#TABLE_END
#DIMENSION	##004 1457	#NOTE
##001 15	##005 1800	##001 HRB 495 ~ 555
##002 115	##006 289	##002 70
##003 100	##007 230	##003 0.05
##004 130	##008 214.5	##004 2.9
##005 6.5	##009 170.5	##005 10.5 mm SEAT
##006 4.5	##010 145.5	(0.75 TURN)
##007 320	##011	##006 FLAT SEAT
##008 140	##012 30	##007 159 ~ 270
##009 2.45	##013 65.5	##008 552 ~ 1192
##010 RIGHT	##014 109.5	##009 3
##011 PIG-TAIL	##015 135.3	##010 P2-35 KgF-P2
##012 open-PITCH	##106	##011 P2-P2+35 KgF
##013 50.0	##107	##NOTE_END
##014 18	##108 55.5	

도면의 구성은 왼쪽 윗 부분에 코일 스프링의 형상이 표시되는데 정면도를 중심으로 그 좌우에 좌권부의 평면도가 좌권부의 형태에 따라 다르게 작성된다. 윗쪽 오른쪽에는 코일스프링의 형상에 관련된 데이터가 테이블 형태로 작성되며 아래 왼쪽에는 제조, 시험, 기타 주기 사항이 표기되고 아래 오른쪽 부분에는 하중-변위 특성도와 하중-변위-응력 테이블이 작성되도록 되어 있다.

5. 결과 및 고찰

개발된 프로그램을 검증해 보기위해 대형승용차 및 소형승용차에 사용되는 코일 스프링의 사양을 선정하여 설계 및 해석을 하고 이 결과와 실제 스프링의 시험 결과를 서로 비교검토했다. 코일 스프링의 설계를 위한 사양은 Table 3과 같다. 스프링의 형상은 일반적으로 많이 사용되는 원통형 등피치형으로 하였다.

설계 결과는 Table 4와 같다. Table 4에서 볼 수 있듯이 승용차의 경우 소재경이 15.10mm, 코일경이 170.00mm, 설계하중시 허용응력이 73.07 kgf/mm², 스프링 상수 2.80 kg/mm로 주어진 사양을 만족하는 코일 스프링이 설계되었으며 이 때의 유효회수는 3.78권, 총권수

Table 3 The coil spring specification for the design

Specification	Bar dia. (mm)	Coil dia. (mm)	Design Load (kgf)	Allowable Stress (kg/mm ²)	Spring Rate (kg/mm)
Cars					
Passenger car	15.00 ~ 16.00	160.00 ~ 180.00	515.0	70.00 ~ 80.00	2.80
Small bus	16.00 ~ 18.00	106.00 ~ 108.00	87.2	50.00 ~ 70.00	12.00

Table 4 The coil spring output for the design

Design Result	Bar dia. (mm)	Coil dia. (mm)	Active turns	Total turns	Solid height (mm)	Spring rate (kg/mm)	Cutting Length (mm)	Stress (kg/mm ²)	Wahl Factor	Weight (kg)
Cars										
Passenger car	15.10	170.00	3.78	5.28	88.06	2.80	2825.53	73.07	1.13	3.97
Small bus	17.00	107.00	5.68	7.43	136.08	12.00	2520.58	59.97	1.24	4.47

Table 5 The data for the coil spring analysis

Data	Bar dia. (mm)	Coil dia. (mm)	Total turns	End shape		Design load (kgf)	Free height (mm)
				Upper	Lower		
Cars							
Passenger car	15.10	170.00	5.24	Tangent	Open taper	515.0	352.00
Small bus	17.00	107.00	7.40	Tangent	Closed taper	872.00	286.00

Table 6 The experiment results and analysis output of coil spring

Result	Spring rate (kg/mm)	Stress (kg/mm ²)		Solid height	Solid load (kg/mm)	Cutting length	Weight (kg)
		Design	Solid				
Cars							
Small bus	Program	12.07	59.94	124.71	135.64	1814.34	2487.5
	Experiment	12.10	61.0	125.2	136.1	1820.0	2486.0
Passenger car	Program	2.83	73.03	106.10	87.54	748.25	2798.5
	Experiment	2.86	74.0	106.5	88.0	750.0	2795.0

5.28권, 절단 길이 2825.5mm, 중량 3.97kg임을 알 수 있다. 또 소형상용차인 경우도 소재경 17.00mm, 코일경 107.00mm, 허용응력 59.97kgf/mm², 스프링 상수 12.00kgf/mm로 설계 사양을 만족시키며 이때의 권수는 유효 권수가 5.68권, 총권수가 7.43권, 절단 길이가

2520.6mm, 중량이 4.49kg인 스프링이 됨을 알 수 있다.

코일 스프링의 해석을 위한 코일 스프링 형상은 Table 5와 같다. 스프링의 형상은 설계와 같은 원통형 등피치형상으로 하였다. 또한 시험 값과 비교하기 위하여 해석을 위한 형상 데이터를 기준으로 스프링을 제작하여 시험을 실시하였다.

해석결과는 Table 6과 같다. 승용차의 경우는 스프링상수의 계산치가 2.83kgf/mm, 시험치가 2.86kgf/mm이었으며 응력은 계산치가 73.03kgf/mm², 시험치가 74.0kgf/mm², 밀착시 높이는 계산치가 87.5mm, 시험치가 88.0mm, 중량은 계산치가 3.83kg, 시험치가 3.80kg으로 잘 일치함을 알 수 있다.

상용차의 경우 이론치와 시험치를 각각 비교해 보면 스프링 상수가 12.07kgf/mm 및 12.10kgf/mm, 설계하중시 응력은 59.94kgf/mm² 및 61.00kgf/mm², 밀착시 높이는 135.6mm 및 136.1mm, 중량은 4.32kgf 및 4.30kgf로 잘 일치함을 알 수 있다.

6. 결론

코일 스프링의 프로그램 개발에 대하여 정리하여 보면 다음과 같다.

- (1) 코일 스프링의 설계에 있어 주어진 설계사양을 만족시키는 코일 스프링의 형상을 결정하기 위해 기본적인 이론과 기술자의 지식을 결합하여 설계프로그램을 개발하였으며 특히 주어진 설계사양의 범위내에서 최적의 설계가 이루어 질 수 있도록 허용 범위를 표시한 그래프를 이용한 선정 방식을 사용하였다.
- (2) 주어진 형상 데이터에 의한 해석 작업을 수행할 수 있는 해석 프로그램을 개발하였다.
- (3) 프로그램의 결과를 검증하기 위해 대형승용차와 소형상용차에 사용되는 코일 스프링을 대상으로 실험치와 비교한 결과 거의 일치하는 결과를 얻을 수 있어 개발된 프로그램이 코일 스프링의 설계 및 해석에 적용될 수 있음을 알 수 있었다.
- (4) 코일 스프링 자동도면작성 프로그램을 개발하였는데 모든 좌편부 형상에 대해 자동작도가 가능하여 CAD로 도면 작성할 때에 비해 50배 정도 빠르게 도면 작성이 가능하며 도면의 오류도 대폭 줄일 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Wahl A.M., "Mechanical springs", McGraw-Hill Book co., 1966
- (2) SAE, "Manual on design and application of helical and spiral springs", HSJ795, 1992
- (3) Chandeler. R. V. "Direct procedure for helical spring design", Machine design, p. 131, 1961
- (4) Sayhor, D. "Helical coil spring design", Engineering, June, 1986
- (5) John, R. C. "Short cut for designing helical springs", Machine design, November 22, p. 92, 1979
- (6) Solomon, A. R. "Coil spring design, an analytical view", SAE paper 790410, 1980
- (7) Kock, R. W. "Designing Springs for infinite life", Machine design, October.16, 1975
- (8) Erizman. R. J. "Optimum design of helical compression springs", J. of Engineering for Industry, p. 227, 1961
- (9) Hinkle, R. T. et al, "Design of helical springs for minimum weight, volume, and length", J. of Engineering for industry, p. 37, 1959
- (10) Weiss, K. "How to design helical compression springs for Minimum weight, Minimum volume, or minimum length", Machine design, December 6, p. 173, 1962
- (11) Lin, Y. "Computer-aided design of helical springs for optimal dynamic performance", May, p. 82, 1992
- (12) Ancker. C. J. et al, "Pitch and curvature corrections for helical springs", J. of applied mechanics, December, p. 466, 1958
- (13) Ancker. C. J. et al, "Theory of pitch and curvature corrections for the helical spring-I (tension)", J. of applied mechanics, December, p. 471, 1958
- (14) Ancker. C. J. et al, "Theory of pitch and curvature corrections for the helical spring- II (torsion)", J. of applied mechanics, December, p. 484, 1958
- (15) Wahl, A. M. "Diametral expansion of impacted helical compression springs during deflection", J. of applied mechanics, December, p. 565, 1953
- (16) Costello, G. A. "Radial expansion of impacted helical springs", J. of applied mechanics, December, p.789, 1975
- (17) Ekert. E. C, "Effects on rate due to end turns in automotive suspension coil springs", SAE paper 890180, 1989
- (18) Gardiner, F. J. et al, "The spring back of coil springs", Mechanical engineering, p.74, 1958
- (19) Palazotto, A. N. et al, "Spring back of wire products considering natural strain", J. of Engineering for industry, August, p. 809, 1973
- (20) Satoh, T. et al, "Buckling of coiled springs by combined torsion and et al deflection", JSME international Journal, Vol.31, No.1, p. 56, 1988
- (21) Blake, A. "Analysis of backing column spring with pivoted ends and uniform rectangular cross section", J. of engineering for industry, February, p. 61, 1961
- (22) Barnmore, W. J. "Designing for zero end torque or rotation in helical springs", Machine design, October 1, p. 135, 1959
- (23) Johnson. W. R. et al, "Helical springs for high temperature", Machine design, August 15, p. 127, 1963