

SAS[®]를 활용한 자료포락분석의 실행

김성호* · 최태성**

Implementing Data Envelopment Analysis Using SAS[®]

Seong-Ho Kim* · Tae-Sung Choi**

■ Abstract ■

This paper provides an implementation of data envelopment analysis (DEA) developed by Charnes et al. using SAS. Since a flexible interactive matrix language SAS/IML included in the SAS has a syntax similar with the matrix algebra, one can easily create and understand SAS/IML code for DEA. In this paper, a simple SAS/IML code for DEA and its illustrative implementation with an input-output data set of 25 American private university research libraries are provided.

1. 서론

효율성이나 생산성 향상은 모든 조직의 생존을 위한 필수적 요건이다. 경쟁 및 규제 압력이 가속화될수록 민간부문 및 공공부문의 조직들은 효율성 향상에 더욱 많은 노력을 하여야 하며 자금의 구조조정의 초점도 여기에 두어야 할 것이다. 효율성 향상을 위해서는 객관적인 효율성 수준의 측정 및 평가가 선행되어야 하나 이에 관한 연구는 많지 않은 것이 현실이다.

자료포락분석(data envelopment analysis : 이하 DEA라 칭함)은 동일한 목표 및 목적을 갖는 조직의 상대적 효율성을 평가하기 위한 도구로 1978년 Charnes et al.[26]에 의해 개발되어 소개된 수리계획법 모형이다. DEA에서 동일한 목표 및 목적을 갖는 조직은 다수의 투입요소를 사용해서 다수의 산출물을 생산하는 조직으로 가정되며 의사결정단위(decision-making unit : 이하 DMU라 칭함)라는 용어로 불리워진다. DEA가 소개된 이후 이 분석 방법은 은행, 병원, 약국, 대학, 법원, 지방정부 등

* 인하대학교 경영연구소 책임연구원

** 인하대학교 경영학부 교수

과 같은 매우 다양한 조직에 응용되어 왔다. Seiford[40]는 1978년부터 1996년까지 학술지에 발표된 700편이 넘는 수의 논문목록을 제시한 바 있다. 이러한 DEA에 관한 연구와 응용분야의 급속한 성장과 확산은 DEA가 많은 장점과 폭넓은 적용가능성을 가지고 있음을 보여주는 증거라고 하겠다. 최근 국내에서도 DEA를 활용한 연구가 여러 편([1], [3]-[19]) 발표되었으며, 대학교재[2]에도 DEA가 소개된 바 있다.

DEA모형은 선형계획법에 기초를 두고 있으며 DEA모형의 실행은 효율성을 평가하려는 DMU 數만큼의 선형계획법 문제의 최적해를 구하는 계산작업을 포함하고 있다. LINDO[39]와 같은 표준적인 선형계획법 소프트웨어를 사용할 경우 평가대상 DMU 數만큼의 선형계획법 문제를 입력해야 하며 이는 매우 번거로운 작업이다. DEA 전용 소프트웨어(Warwick DEA, IDEAS, Frontier Analyst, ¹⁾ DEAP²⁾, OnFrontTM ³⁾)가 나타난 배경에는 이러한 번거로움을 덜어주고 연구자가 편리하게 문제자료를 입력하고 결과를 검토할 수 있도록 해주려는 목적이 자리하고 있다.

DEA는 이론과 활용 측면에서 매우 빠르게 발전하고 있다. 특히 새로운 이론의 제시는 DEA전용 소프트웨어가 이를 수용하는 속도보다 훨씬 빠르게 진행되고 있다. 최근 Green[31], Olesen and Petersen[35] 등은 이론이 빠르게 발전하는 상황에서 AMPL[30], GAMS[23]등과 같은 모형구축 언어(modeling language)를 사용하는 것이 전용 소프트웨어를 사용하는 것보다 연구자에게 유리하다는 주장을 제시한 바 있다. 이러한 관점에서 본 논문에서는 모형구축 언어로서의 기능을 가지고 있으며 우리 나라에서 비교적 널리 보급되어 있는

SAS를 사용하여 DEA를 실행하는 방안을 소개하고자 한다. SAS에 포함되어 있는 SAS/IML[38]은 행렬을 기본적인 연산의 대상으로 하며 구문(syntax)이 행렬代數와 매우 유사하여 사용이 편리한 모형구축 언어이다. 따라서 최근 발표되는 새로운 DEA모형의 실행코드를 쉽게 작성할 수 있다. SAS/IML은 작성한 DEA코드를 사용자정의함수로 저장할 수 있다. 따라서 작성해 놓은 DEA코드를 짧은 함수이름과 인수의 지정으로 간단히 사용할 수 있다. 또한 SAS환경에서 DEA를 실행할 경우 SAS에 포함되어 있는 다양하며 정확성이 검증된 통계분석도구들을 쉽게 사용할 수 있다는 장점이 있다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 제2절에서 Charnes et al[26]이 제시한 모형을 중심으로 DEA와 이를 실행하기 위한 SAS/IML코드를 소개한다. 제3절에서는 실행예제로서 25개의 미국사립대학연구도서관의 효율성을 계산하는 과정을 제시한다. 그리고 제4절에서 논문의 내용을 요약하고 결론을 맺는다.

2. DEA모형과 SAS의 활용

2.1 DEA모형

효율성 개념은 투입에 대한 산출의 비율로 정의될 수 있다. 이렇게 정의된 효율성 개념을 다수투입·다수산출 상황에서 사용하려면 다수의 투입(다수의 산출)을 총괄(agggregating)하여 가상의 단일 투입(단일 산출)으로 만들기 위한 일련의 가중치가 필요하다. Charnes et al.[26]은 이러한 가중치를 구하기 위한 도구로 다음과 같은 수리계획모

1) Warwick DEA for Windows Version 1.00, IDEAS Version 5.1, Frontier Analyst Version 1.1 등에 대한 장단점 비교는 Hollingsworth[32]를 참조할 수 있음. Frontier Analyst의 특징 및 사용에 관한 자세한 검토결과를 Nyhan[34]에서 찾아볼 수 있음. Warwick DEA의 관련 자료는 <http://www.warwick.ac.uk/~bsrlu>에서 찾아볼 수 있음. IDEAS의 관련 자료는 <http://www.ideas2000.com/>에서 찾아볼 수 있음. Frontier Analyst의 관련 자료는 <http://www.banxia.co.uk/banxia>에서 찾아볼 수 있음.

2) <http://www.une.edu.au/econometrics/deap.htm>에서 관련자료를 찾아볼 수 있음.

3) <http://www.une.edu.au/econometrics/deap.htm>에서 관련자료를 찾아볼 수 있음.

형을 제안하였다.

$$\text{Maximize : } E_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ik}}$$

subject to :

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij}} \leq 1 ; \text{ for } j=1,2,\dots,n \quad (2.1)$$

$$u_{rk} \geq 0 ; \text{ for } r=1,2,\dots,s$$

$$v_{ik} \geq 0 ; \text{ for } i=1,2,\dots,m$$

여기서

y_{rj} = j 번째 DMU의 r 번째 산출물의 量

x_{ij} = j 번째 DMU의 i 번째 투입요소의 量

u_{rk} = DMU k 의 효율성이 최대가 되도록 r 번째 산출물에 부여되는 가중치로서 모형의 결정변수

v_{ik} = DMU k 의 효율성이 최대가 되도록 i 번째 투입요소에 부여되는 가중치로서 모형의 결정변수

n = DMUs의 數

s = 산출물의 數

m = 투입요소의 數

모형(2.1)에서 목적함수 E_k 는 다수의 투입요소가 가중치 v_{ik} ($i=1,2,\dots,m$)로 총괄된 가상투입 $\sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ik}$ 에 대한, 다수의 산출물이 가중치 u_{rk} ($r=1,2,\dots,s$)에 의해 총괄된 가상산출 $\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rk}$ 의 비율로 DMU k 의 효율성을 의미한다. 즉 모형 (2.1)은 평가대상인 DMU k 의 효율성을 최대화하는 가중치를 결정하는 수리계획모형이다. 제약조건에서 부등호의 좌변은 DMU j 의 (DMU k 의 가중치로 총괄된) 가상투입에 대한 (DMU k 의 가중치로 총괄된) 가상산출 비율, 즉 DMU j 의 (DMU k 의 가중치로 평가된) 효율성을

의미한다. 즉, DMU k 의 가중치로 평가된 DMU j 의 효율성이 1보다 작거나 같아야 한다는 것을 의미한다. 목적함수 및 제약조건이 가상투입에 대한 가상산출의 비율형태의 항을 포함하고 있어 모형 (2.1)은 비율모형(ratio form)으로 불리워진다. 모든 DMU의 효율성을 평가하기 위해서는 DMU의 數 n 개 만큼의 모형을 구성하고 최적해를 계산해야 한다.

비선형인 비율모형(2.1)에 $\sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ik} = 1$ 을 제약조건으로 추가하고 Charnes and Cooper[24]의 변환이론을 적용하면 비율모형을 다음과 같은 승수모형(multiplier form)으로 변환시킬 수 있다.

$$\text{Maximize : } E_k = \sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rk}$$

$$\text{subject to : } \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ik} = 1 \quad (2.2)$$

$$\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij} \leq 0 ;$$

$$\text{for } j=1,2,\dots,n$$

$$u_{rk} \geq 0 ; \text{ for } r=1,2,\dots,s$$

$$v_{ik} \geq 0 ; \text{ for } i=1,2,\dots,m$$

비율모형에서 평가대상인 DMU k 의 효율성 E_k 는 제약조건에도 포함되어 있다. 따라서 효율성 E_k 는 1보다 작거나 같아야 한다. E_k 이 1이면 DMU k 는 상대적으로 효율적인 DMU가 되고, 1보다 작은 값이면 DMU k 는 상대적으로 효율적이지 못한 DMU가 된다. 모형에서 결정된 가중치 u_{rk} , v_{ik} 는 DMU k 에게 가장 유리한 효율성 점수를 제공하는 투입·산출에 대한 상대적 가치체계(relative value system)로 해석할 수 있다.

선형계획법의 쌍대이론을 사용하면 승수모형 (2.2)를 다음과 같은 포락모형(envelopment form)으로 변환시킬 수 있다.

$$\text{Minimize : } \theta_k$$

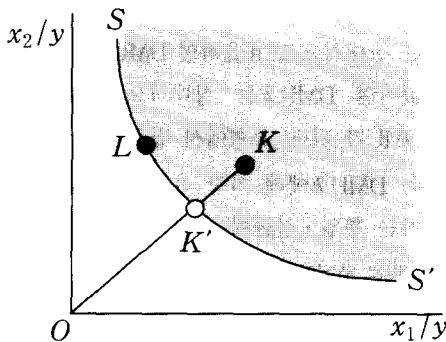
$$\begin{aligned}
 \text{subject to : } & \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_{jk} \geq y_{rk} ; \\
 & \text{for } r = 1, 2, \dots, s \quad (2.3) \\
 & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_{jk} \leq \theta_k x_{ik} ; \\
 & \text{for } i = 1, 2, \dots, m \\
 & \lambda_{jk} \geq 0 ; \text{ for } j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}$$

이 모형의 최적해로 계산되는 θ_k 가 DMU k 의 효율성 점수가 된다. 포락모형은 경제학문헌에서 논의되는 기술효율성(technical efficiency)의 측정도구와 관련시켜 해석할 수 있다. 경제학분야에서 생산기술(production technology)은 생산가능집합(production possibilities set : PPS)으로 묘사되는 경우가 많다. PPS는 기술적으로 실행가능한 모든 투입·산출조합의 집합이며 일반적으로 볼록성(convexity), 투입·산출의 자유처분성(free disposability)을 만족하는 것으로 가정된다(Varian[45]). DMU는 생산가능집합의 원소 중에서 관찰된 투입·산출조합으로 볼 수 있다. PPS의 경계(boundary 또는 frontier)에 있는 DMU는 기술적으로 효율적인 DMU이며 PPS의 내부에 있는 DMU는 기술적으로 효율적이지 못한 DMU이다. Farrell[29]이 소개한 기술효율성 측정도구(technical efficiency measure)는 산출수준(투입수준)을 고정시킨 상태에서 관찰된

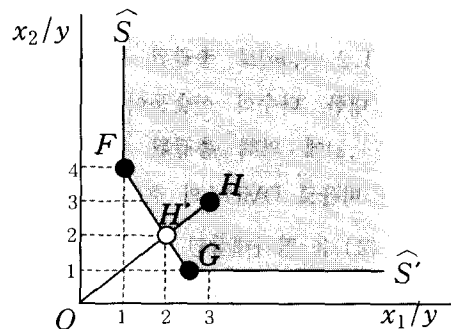
투입수준(산출수준)과 PPS의 경계로 투사된 투입수준(산출수준)간의 거리를 사용해서 정의된다.

<그림 1>은 두가지의 투입요소 x_1, x_2 를 사용해서 산출물 y 를 생산하는 경우의 생산기술을 단위등량선(unit isoquant)에 나타낸 것이다. 불변규모수익(constant return to scale)을 가정하면 이 그림에서의 논리를 다른 산출수준에 그대로 적용할 수 있다.

<그림 1a>에서 \square 영역은 $y=1$ 에서 볼록성과 자유처분성을 만족하는 PPS를 나타낸다. PPS의 경계선 SS' 에 있는 L 은 기술적으로 효율적인 DMU이다. PPS의 내부에 있는 K 는 기술적으로 효율적이지 못한 DMU이며 DMU K 에 대한 Farrell의 기술효율성은 OK'/OK 으로 정의된다. 이 정의는 PPS의 경계선 SS' 을 알고 있음을 전제로 하고 있다. 그러나 현실에서는 이를 추정해서 사용할 수 밖에 없다. 포락모형은 관찰된 DMU로부터 PPS의 경계선을 추정하고 DMU의 Farrell 기술효율성을 계산하는 선형계획법 모형이라고 할 수 있다. <그림 1b>에서 조각선(piecewise line) $\hat{S}\hat{S}'$ 는 관찰된 DMU $F=(x_1, x_2, y)=(1, 4, 1), G=(2.5, 1, 1), H=(3, 3, 1)$ 로부터 추정된 PPS의 경계선이다. 따라서 <그림 1b>에서 \square 영역은 관찰된 DMU로부터 추정된 PPS를 나타낸다. OH'



(a) 기술효율성의 이론적 측정도구



(b) 기술효율성의 실증적 측정도구

<그림 1> 기술효율성의 측정도구

$/OH(=1/3)$ 은 DMU H 의 효율성을 계산하기 위한 다음과 같은 포락모형의 최적해에서 θ_H 의 값으로 계산된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize : } \theta_H \\ & \text{subject to :} \\ & 1\lambda_{FH} + 1\lambda_{GH} + 1\lambda_{HH} \geq 1 \\ & 1\lambda_{FH} + 2.5\lambda_{GH} + 3\lambda_{HH} \leq 3\theta_H \quad (2.4) \\ & 4\lambda_{FH} + 1\lambda_{GH} + 3\lambda_{HH} \leq 3\theta_H \\ & \lambda_{FH}, \lambda_{GH}, \lambda_{HH} \geq 0 \end{aligned}$$

위 모형의 최적해로 계산된 $\lambda_{FH}(=1/3)$, $\lambda_{GH}(=2/3)$, $\lambda_{HH}(=0)$ 의 값은 DMU H 의 효율성 개선을 위한 관리적 정보를 제공해 준다. <그림 1b>에서 DMU H 의 효율성 개선 목표는 PPS의 경계선으로 투사된 H' 이다. DMU H' 는 DMU F 와 DMU G 의 선형결합

$$F\lambda_{FH} + G\lambda_{GH} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \frac{1}{3} + \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{2}{3}$$

이며 따라서 λ_{FH} 과 λ_{GH} 는 DMU H 가 효율성 개선을 위한 관리목표를 설정하는데 있어서 DMU F 와 DMU G 를 참조할 때 각 DMU에 부여하는 중요도로 해석할 수 있다.

최근 국내에서 발표된 18편의 DEA관련 논문에서 사용된 계산도구를 검토해본 결과 LINDO 2편([6], [15]), QSB 3편([9]-[11]), GAMS⁴⁾ 1편([13]), GAUSS⁵⁾ 1편([2]), AMPL⁶⁾ 1편([18]), SAS 1편([19]), Warwick DEA 1편(8), 밝히지 않은 경우 8편([1], [4]-[5], [7], [12], [14], [16]-[17]) 등으로 나타났다. 어떤 계산도구를 사용했는지를 밝힌 10편의 논문 중 50%(=5÷10)가 LINDO, QSB 등과 같

은 표준적인 선형계획법 소프트웨어를 사용하였다. 표준적 선형계획법 소프트웨어를 사용해서 DEA모형의 계산작업을 수행할 경우 각 DMU별로 구성된 선형계획법모형을 개별적으로 하나씩 입력하고 계산해야 하는 번거로움을 감수해야 한다. 그럼에도 불구하고 아직 이러한 표준적 선형계획법 소프트웨어가 사용되고 있는 원인은 여러 가지를 고려해 볼 수 있으나 국내에서 접근하기 용이한 모형구축언어의 사용법이 잘 알려져 있지 않다는 점이 가장 중요한 원인 중의 하나로 지적할 수 있을 것이다.

2.2 SAS의 활용

SAS에 포함되어 있는 SAS/IML은 행렬을 기본적인 연산의 대상으로 하며 구문(syntax)이 행렬代數와 매우 유사하여 프로그램을 읽거나 작성하기 편리한 모형구축 언어이다. 여기서는 <그림 1b>에 나타낸 3개 DMUs의 투입·산출자료를 사용하여 포락모형 (2.3)을 SAS/IML언어로 작성하는 과정을 소개한다. 먼저 선형계획법문제의 최적해를 구하는 “m1inprog”모듈(module)을 소개하고, DEA모형 (2.3)을 SAS/IML언어로 번역한 “CCR”모듈을 소개한다.⁷⁾

2.2.1 m1inprog모듈

SAS/IML의 예제프로그램 라이브러리에는 여러 가지 예제프로그램이 들어 있는데 그 중에서 “linear programming”이라는 예제프로그램에는 “linprog”라는 모듈이 포함되어 있다. “linprog”는 SAS/IML에 내장되어 있는 선형계획법 서브루틴 “lp”⁸⁾를 호출하여 선형계획법문제의 최적해를 이국면법

4) GAMS로 작성된 DEA프로그램은 [35]에서 찾을 수 있음.

5) GAUSS로 작성된 DEA프로그램은 <http://www.city.ac.uk/cubs/ferc/thierry/dea.html>에서 찾을 수 있음.

6) AMPL로 작성된 DEA프로그램은 [31]에서 찾을 수 있음.

7) 본 절에서 소개하는 선형계획법 모듈 “m1inprog”, “m1inpro2”와 DEA모듈 “CCR”은 <http://dragon.inha.ac.kr/~tschoi/researches/epa/p1.html>에서 download할 수 있음.

8) 선형계획법 모듈 “lp”에 대해서는 SAS/IML매뉴얼 [38 ,pp.370-373]을 참조.

(two-phase method)으로 계산하도록 작성된 모듈이다. 본 논문에서는 “linprog”의 일부를 수정하여 작성한 “mmlinprog”를 DEA 모듈에서 사용한다. “mmlinprog”는 다음과 같은 선형계획법문제의 최적해를 이국면법으로 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{Maximize : } & CZ \\ \text{subject to : } & AZ \leq, =, \geq B \\ & Z \geq 0 \end{aligned}$$

여기서

- C = 기여계수(contribution coefficients)행렬
- A = 기술계수(technical coefficients)행렬
- B = 우변상수(right-hand-side constants)행렬
- Z = 결정변수행렬

“mmlinprog”의 사용방법과 기본적인 SAS/IML구문을 살펴보기 위해 다음과 같은 선형계획법문제를 예로 사용해보자.

$$\begin{aligned} \text{Maximize : } & 38z_1 + 50z_2 + 35z_3 \\ \text{subject to : } & \\ & 2z_1 + 2z_2 + z_3 \leq 132 \\ & \quad \quad 2z_2 + 3z_3 \leq 140 \\ & 3z_1 + z_2 + 2z_3 \leq 144 \\ & 0.5z_1 + 0.5z_2 + 0.5z_3 \leq 40 \\ & z_1, z_2, z_3 \geq 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

다음은 위의 선형계획법문제의 최적해를 구하기 위한 프로그램이다.

```

출번호 코드
1   proc iml ;
2   reset storage=mllib.dea ;
3   C = {38 50 35} ;
4   A = {2 2 1, 0 2 3, 3 1 2, 0.5 0.5 0.5} ;
5   B = {132, 140, 144, 40} ;
6   rel = j(4,1,'<=') ;
    
```

```

7   call mmlinprog(C, 'max', A, rel, B,
obj_val, primal, dual) ;
8   print obj_val primal dual ;
    
```

1번 줄에 있는 proc iml ; 은 SAS/IML언어를 사용할 수 있는 환경으로 전환시켜준다.

2번 줄에 있는 명령어는 “mmlinprog”를 불러오기 위한 라이브러리(library) 이름을 “mllib”로, 그리고 목록파일(catalog)이름을 “dea”로 지정해 준다.⁹⁾ 이 명령이 정상적으로 작동하기 위해서는 “mllib”라는 이름의 라이브러리와 “dea”라는 이름의 목록 파일이 만들어져 있어야 한다. 7번 줄에서 “mmlinprog”모듈을 불러오기위한 명령어 “call”이 사용되었는데, 이 명령이 정상적으로 작동하려면 2번 줄에서 지정한 목록파일에 “mmlinprog”가 저장되어 있어야 한다.

3번, 4번, 5번 줄에 있는 명령어들은 각각 “C”, “A”, “B”라는 이름의 다음과 같은 행렬을 구성한다.

$$\begin{aligned} C &= [38 \ 50 \ 35] \\ A &= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 132 \\ 140 \\ 144 \\ 40 \end{bmatrix} \\ rel &= \begin{bmatrix} \leq \\ \leq \\ \leq \\ \leq \end{bmatrix} \end{aligned}$$

6번 줄에 있는 명령어는 4행 1열 크기를 갖고 행렬요소로 모두 “<=”를 갖는 “rel”이라는 이름의 행렬을 구성한다.

7번 줄에 있는 명령어는 “mmlinprog”를 불러오기를 실행시킨다. “mmlinprog”를 사용하려면 8개의 인수를 지정해 주어야 하는데 앞에서부터 순서대로 5개는 “mmlinprog”에게 자료를 전달하는 인수이고 그 다음에 있는 3개는 “mmlinprog”로부터 자료를 전달받는 인수이다. 첫 번째 인수는 기여계수행

9) SAS에서 라이브러리는 Windows나 DOS에서 디렉토리(directory)에 해당하는 기억공간을 의미한다. SAS/IML에서의 목록파일(catalog)은 “mmlinprog”와 같이 사용자가 정의한 모듈이나 또는 행렬을 저장해 두기 위해 사용되는 파일이다.

렬이어야 한다. 두 번째 인수는 최대화를 나타내는 'max'이거나 최소화를 나타내는 'min'이어야 한다. 세 번째 인수는 기술계수행렬이어야 한다. 네 번째 인수는 제약조건의 부등호나 등호를 요소로 갖는 행렬이어야 한다. 다섯 번째 인수는 우변상수행렬이어야 한다. 여섯 번째 인수는 목적함수값을 되돌려 받는다. 일곱 번째 인수는 결정변수의 최적해 값을 되돌려 받는다. 마지막 인수는 쌍대변수의 최적해 값을 되돌려 받는다.

8번 줄에 있는 명령어는 "obj_val", "primal", "dual" 라는 이름의 행렬이 갖고 있는 요소값들을 출력시킨다. 그 출력결과는 다음과 같다.

OBJ_VAL	PRIMAL	DUAL
3340	0	20
	64	5
	4	0
		0

여기서 "OBJ_VAL" 아래의 숫자는 목적함수값을 의미한다. "PRIMAL" 아래의 숫자들은 순서대로 결정변수 z_1, z_2, z_3 의 최적해를 의미한다. "DUAL" 아래의 숫자들은 순서대로 첫 번째 제약조건부터 네 번째 제약조건까지의 쌍대변수의 최적해를 의미한다.

2.2.2 "CCR"모듈

<표 1>은 <그림 1b>에 나타난 3개 DMU F, G, H 의 투입·산출량을 정리한 것이다.

<표 1> <그림 1b>에 나타난 관찰된 DMUs의 투입·산출자료

DMU번호	DMU이름	x_1	x_2	y
1	F	1	4	1
2	G	2.5	1	1
3	H	3	3	1

투입자료를 행렬 X 로 산출자료를 행렬 Y 로 다음과 같이 나타내자.

$$X_{(n \times m)} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2.5 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \quad Y_{(n \times s)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

여기서, 아래첨자로 붙어 있는 { }안은 행렬의 크기를 나타냄.

투입자료행렬 X 의 전치행렬 X^T 와 산출자료행렬 Y 의 전치행렬 Y^T 의 k 번째 열, 즉 DMU k 의 투입량과 산출량을 각각 $X^T[, k]$, $Y^T[, k]$ 로 나타내자. 그리고 $\Lambda_k = [\lambda_{1k}, \lambda_{2k}, \dots, \lambda_{nk}]^T$ 로 나타내자. 그러면 투입·산출자료 X, Y 로부터 DMU k 의 효율성 점수 θ_k 와 Λ_k 를 계산하는 DEA모형 $DEA k(\theta_k, \Lambda_k; X, Y)$ 은 모형 (2.3)을 행렬로 다시 나타내어 다음과 같은 선형계획법문제로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &DEA k(\theta_k, \Lambda_k; X, Y) = \\ &\text{Minimize : } \theta_k \\ &\text{subject to :} \hspace{15em} (2.3') \\ &\hspace{10em} Y^T \Lambda_k \geq Y^T[, k] \\ &\hspace{10em} X^T[, k] \theta_k - X^T \Lambda_k \geq 0 \\ &\hspace{10em} \Lambda_k \geq 0 \end{aligned}$$

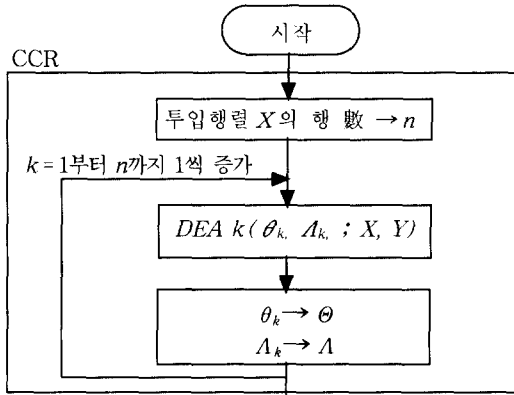
(2.3')의 계산 결과 $\theta_k, \Lambda_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 를 보관하기 위한 행렬을 각각

$$\Theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \vdots \\ \Lambda_n \end{bmatrix}$$

로 나타내자.

모든 DMUs를 평가하려면 각 DMU에 대해 구성한 n 개의 선형계획법문제를 반복해서 각각 계산해야 하며 이 과정은 <그림 2>와 같은 흐름도로 요약할 수 있다. 이 그림에서 CCR은 모형(2.3')을 처음 소개한 Charnes, Cooper, Rhodes의 이름 첫

글짜를 모아서 표기한 것이다.



<그림 2> DEA계산의 흐름도

“mlinprog”를 호출해서 사용하려면 선형계획법 문제 (2.3')의 기여계수행렬 C , 기술계수행렬 A , 우변상수행렬 B 이 필요하다. 이 행렬들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{(1 \times (1+n))} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

$$A_{((s+m) \times (1+n))} = \begin{bmatrix} 0_{(s \times 1)} & Y^T \\ X^T[,k] & -X^T \end{bmatrix}$$

$$B_{((s+m) \times 1)} = \begin{bmatrix} Y^T[,k] \\ 0_{(m \times 1)} \end{bmatrix}$$

아래의 모듈 “CCR”은 <그림 2>에서 CCR로 나타낸 부분을 SAS/IML언어로 번역한 것이다. 여기서 /*과 */사이에 나타난 문자는 각 줄에서 만들어지는 행렬을 위에서 나타낸 행렬표기문자에 대응시킨 것이다.

줄번호 코드

```

1 start CCR(Theta,Lambda,X,Y);
2 n = nrow(X); ] -> 투입행렬 X의 행수
3 m = ncol(X); ] -> n
4 s = ncol(Y);
5 XT = t(X); /* XT */
    
```

```

6 YT = t(Y); /* Y^T */
7 do k = 1 to n; ] -> DEA k(theta_k, A_k; X, Y)
8 C = {1} || j(1,n,0); /* C */
9 A = (j(s,1,0) || YT) // /* A */
10 ( XT[,k] || -XT);
11 B = YT[,k] // j(m,1,0); /* B */
12 rel = j(s+m,1,'>=');
13 call mlinprog(C,'min',A,rel,B,Eff,Z,Zd);
14 Theta[k]= Z[1]; /* theta */
15 Lambda[k,]= t(Z[2:n+1]); /* Lambda */
16 end; ] -> theta -> theta, Lambda -> Lambda
17 finish;
    
```

1번 줄에서 “start”는 모듈의 시작을 나타낸다. 모듈의 끝은 17번 줄에 있는 “finish”로 나타낸다. “start”의 오른쪽에 있는 “CCR(Theta,Lambda, X, Y)”에서 “CCR”은 사용자가 지정해 주는 모듈의 이름이다. “CCR”을 호출하는 방법은 “mmlinprog”의 경우와 마찬가지로 명령어 “call” 또는 “run”을 사용하면 된다.

2번 줄에 있는 명령어는 투입행렬 X 의 행수, 즉 DMUs의 수를 “n”에 저장한다. 여기서 저장된 “n”은 7번 줄과 15번 줄에서 사용된다.

3번 줄과 4번 줄은 <그림 2>의 흐름도에는 나타나지 않았지만 9번 줄과 12번 줄에서 필요한 투입요소의 수 “m”과 산출물의 수 “s”를 저장한다.

7번 줄에 있는 명령어는 “k”의 값을 1부터 “n”까지 1씩 증가시키면서 8번 줄부터 15번 줄까지의 명령어들을 반복수행한다. 16번 줄에 있는 “end”는 반복할 명령어집합의 끝부분을 나타낸다. 8번 줄부터 13번 줄까지가 <그림 2>의 $DEA k(\theta_k, A_k; X, Y)$ 에 대응되는 부분이다. 14번 줄과 15번 줄에 있는 명령어는 $\theta_k, \Lambda_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 를 행렬 Θ, Λ 에 보관한다.

다음 명령은 드라이브 “c”의 “work”디렉토리를 SAS/IML에서 “mlib”라는 이름의 라이브러리로 설정하고 여기에 “dea”라는 이름의 목록파일을 설정하고 여기에 모듈 “CCR”을 저장한다.


```
libname mlib 'c:\work' ;
reset storage=mlib.dea ;
store module=CCR ;
```

3. 실행예제

앞절에서 작성한 모듈 “CCR”의 사용규칙을 요약하면 다음과 같다.

```
call CCR(Theta, Lambda, X, Y) ;
입력인수
X : 크기 n×m의 투입자료 행렬
Y : 크기 n×s의 산출자료 행렬
출력인수
Theta : 크기 n×1의 효율성점수 행렬 ⊙
Lambda : 크기 n×n의 행렬 A
```

아래의 <자료 1>는 25개 미국사립대학연구도서관의 1997-98학년도 투입 및 산출자료이다.¹⁰⁾ 총장서수(X1)는 도서관이 소장하고 있는 volume의 수를 의미하며 volume은 인쇄, 타이프 또는 손으로 직접 쓴 물리적으로 구별되는 자료의 단위로 정의된다. 노동력(X2)은 도서관에 고용된 종업원의 수를 의미한다. 운영비용(X3)은 도서관의 예산에서 자료구입비용, 제본비용, 종업원임금을 제외한 모든 비용을 의미한다. 총대출건수(Y1)는 최초대출건수와 대출연기건수를 모두 합한 수를 의미한다. 도서관간 자료협조건수(Y2)는 他도서관이 요청한 자료를 보내준 건수와 他도서관에 요청해서 자료를 받은 건수를 합한 수를 의미한다. 자료관련 상담건수(Y3)는 도서관의 종업원이 자료의 출처를 알려주거나 자료를 해석해 주거나 추천해 주는 것 등과 같은 상담을 해준 건수를 의미한다.

<자료 1> 미국사립대학연구도서관투입 및 산출자료(1997~98)

```
data ARL ;
input DMU S 1-22 X1 X2 X3 Y1 Y2 Y3 ;
label DMU='도서관' X1='총장서數' X2='노동력' X3='운영비용'
Y1='총대출건수' Y2='도서관간 자료협조건수' Y3='자료관련 상담건수' ;
cards ;
```

Boston U	2129423	289	1842734	456571	35172	66185
Brigham Young	2500849	304	1821800	733720	45880	398718
Brown	2978970	241	3621081	272192	30727	63341
Case Western Reserve	1996479	172	1252339	179170	130145	83223
Chicago	6271045	336	3757486	724930	53253	69004
Columbia	7018408	516	3194047	798503	52160	150475
Cornell	6260779	562	4052863	1105680	49962	193650
Duke	4764033	359	3896238	522942	82546	137037
Emory	2442504	297	4560948	386109	53166	108293
George Washington	1848636	246	2148307	388245	72248	179404
Georgetown	2363799	262	2979320	530208	24942	147644
Howard	2372112	188	5229215	216351	11530	95900
Johns Hopkins	3275082	316	4001586	634903	44489	132058
MIT	2532175	217	1828445	564119	37099	79651
Miami	2165040	221	1615182	184067	58822	190782
Northwestern	3954204	351	2029635	366614	63729	123857
Notre Dame	2644486	237	2405703	375760	31819	56516
Pennsylvania	4672777	393	7544145	497286	56736	394240
Rochester	2992304	214	2222800	387131	43216	62975
Southern California	3480853	339	5844566	643330	24713	162706
Stanford	6997003	601	9023677	1111611	32426	114247
Tulane	2148660	203	2079857	357693	25513	57867
Vanderbilt	2512072	291	2152493	345503	28582	92528
Washington-St. Louis	3296358	287	5258647	412624	50201	123062
Yale	10108371	611	6827000	741583	347533	25216
:						

다음 명령어는 SAS/IML환경으로 전환시키고 데이터셋 “ARL”을 SAS/IML환경에서 사용할 수 있도록 해준다.

```
proc iml ;
use ARL ;
```

다음 명령어는 데이터셋 “ARL”에 들어있는 변수 “dmu”로 행렬 “dmunam”을, “X1”, “X2”, “X3”로 행렬 “X”를, “Y1”, “Y2”, “Y3”로 행렬 “Y”를 만든다.

```
read all var {dmu} into dmunam ;
read all var {X1 X2 X3} into X ;
read all var {Y1 Y2 Y3} into Y ;
```

다음 명령어는 라이브러리 “mlib”내에 있는 목록파일 “dea”를 모듈 또는 행렬을 불러오거나 저장하기 위한 장소로 재설정한다.

10) 이 자료는 Kwak and Kim[33]에서 사용되었던 투입·산출자료임.

```
reset storage=mplib.dea ;
```

다음 명령어는 모줄 “CCR”을 불러온 다음 이를 실행한다.

```
call CCR(Theta, Lambda, X, Y) ;
```

아래의 명령어는 행렬 “Theta”의 각 요소에 대한 평균을 계산하여 이를 “ATHeta”에 입력하고, “Theta”와 “ATHeta”를 출력한다.

```
ATHeta = Theta[ : ] ; /* 평균계산 */
print dmuname Theta[f=10.4] ATHeta ;
```

다음은 출력결과이다.

DMUNAME	THETA	ATHETA
Boston U	0.7649	0.7352345
Brigham Young	1.0000	
Brown	0.4870	
Case Western Reserve	1.0000	
Chicago	0.8444	
Columbia	0.6406	
Cornell	0.7848	
Duke	0.6860	
Emory	0.6725	
George Washington	1.0000	
Georgetown	0.8238	
Howard	0.4683	
Johns Hopkins	0.8043	
MIT	1.0000	
Miami	0.8084	
Northwestern	0.5850	
Notre Dame	0.6434	
Pennsylvania	0.7909	
Rochester	0.7681	
Southern California	0.7519	
Stanford	0.7119	
Tulane	0.7037	
Vanderbilt	0.5094	
Washington-St. Louis	0.6380	
Yale	0.4935	

여기서 “THETA”아래에 있는 숫자들은 각 DMU의 효율성 점수를 의미하며 “ATHETA”아래에 있는 숫자는 25개 DMU의 효율성의 평균을 의

미한다. 25개 미국사립대학연구도서관의 1997-98 학년도 효율성은 평균 73.52%(0.7352)로 나타났다. “Brigham Young”, “Case Western Reserve”, “George Washington”, “MIT” 등 4개 도서관은 100%의 효율성 점수를 받아 다른 도서관에 비해 상대적으로 효율적인 것으로 나타났다. “Howard”는 46.83%의 효율성 점수를 받아 상대적으로 가장 비효율적인 것으로 나타났다.

다음은 행렬 “Lambda”의 요소 중 0이 아닌 요소를 DMU의 이름과 함께 출력하도록 작성한 명령어이다. “Lambda”의 요소를 ()안에 나타나도록 하였고 그 앞에 DMU번호를 출력하도록 하였다. 가상0(virtual zero)의 값은 0.0001을 사용하였다.

```
n = nrow(X) ;
file print ;
do k = 1 to n ;
  dmunamek = dmuname[k] ;
  put k 3. ' ' dmunamek 22. @ ;
  do kk = 1 to n ;
    if Lambda[k,kk] > 0.0001 then
      do ;
        Lambdakk = Lambda[k,kk] ;
        put kk 3. '(' Lambdakk 5.2 ')' @ ;
      end ;
    end ;
  end ;
  put ;
end ;
```

출력결과는 다음과 같다.

1 Boston U	2(0.55)	10(0.14)
2 Brigham Young	2(1.00)	
3 Brown	2(0.06)	4(0.11) 14(0.37)
4 Case Western Reserve	4(1.00)	
5 Chicago	4(0.05)	14(1.27)
6 Columbia	2(0.99)	4(0.02) 14(0.12)
7 Cornell	2(0.72)	14(1.02)
8 Duke	2(0.13)	4(0.41) 14(0.62)
9 Emory	2(0.32)	4(0.10) 10(0.35)
10 George Washington	10(1.00)	
11 Georgetown	2(0.55)	14(0.23)
12 Howard	2(0.22)	14(0.10)
13 Johns Hopkins	2(0.32)	4(0.03) 14(0.70)
14 MIT		14(1.00)

15 Miami	2(0.41)	4(0.31)		
16 Northwestern	2(0.42)	4(0.34)		
17 Notre Dame	2(0.07)	4(0.06)	14(0.55)	
18 Pennsylvania	2(0.97)		4(0.09)	
19 Rochester	4(0.15)	14(0.64)		
20 Southern California	2(0.34)	14(0.70)		
21 Stanford	2(0.01)	14(1.96)		
22 Tulane	2(0.15)	4(0.02)	14(0.44)	
23 Vanderbilt	2(0.43)	4(0.06)	14(0.04)	
24 Washington-St. Louis	2(0.18)	4(0.20)	14(0.43)	
25 Yale	2(0.75)	14(0.34)		

위의 출력결과를 살펴보면 각 도서관 이름이 나타나 있고 그 왼쪽에 일련번호가 붙어 있다. 도서관 이름의 오른쪽에 나타난 내용에서 () 앞의 수는 해당 도서관의 효율성 점수를 평가함에 있어서 비교대상으로 참조된 도서관의 번호이다. 그리고 () 앞의 수는 비교대상으로 참조함에 있어서 어느 정도로 중요하게 고려하였는가를 나타내는 중요도를 나타낸다. 예를들어 24번 “Washington-St. Louis”의 효율성은 2번 “Brigham Young”, 4번 “Case Western Reserve”, 14번 “MIT”을 비교대상으로 참조하여 평가되었으며 이중 14번 “MIT”를 가장 중요하게 고려하였다.

4. 수치계산의 안정성

일반적으로 DEA모형으로서 구축되는 선형계획법문제는 계산상의 수치적 안정성(numerical stability)에 주의를 기울여야 한다. DEA모형은 투입·산출자료가 매우 큰 數 및 작은 數를 함께 포함할 경우 퇴화현상을 일으키거나 계산상의 난점이 발생할 수 있다(Ali[21]).

제2절에서 소개한 모줄 “CCR”은 SAS/IML에 내장된 선형계획법 서브루틴 “lp”를 호출하도록 만든 모줄 “mlinprog”를 호출해서 사용한다. “lp”는 가상0(virtual zero)의 값을 사용자가 재설정할 수 있다. DEA모형의 계산과정에서 난점이 발생할 경우 “lp”의 가상0의 값을 재설정해서 해결할 수 있다. <표 2>는 기존 문헌에서 사용되었던 현실자료

를 대상으로 “CCR”을 사용하여 계산을 수행한 결과를 요약한 것이다.

<표 2> 현실자료를 대상으로 “CCR”을 사용하여 계산을 수행한 결과

논 문	DMU의 수	투입요소의 수	산출물의 수	“CCR”의 수치적 안정성	계산시간(초)
Rhodes(1978)[36]	70	5	3	O	20.87
Banker and Morey(1986)[22]	69	4	2	O	17.25
Charnes et al. (1989)[25]	28	3	3	O	6.70
Fare et al. (1989)[28]	19	3	1	O	5.61
Vanden Eeckaut et al.(1993)[44]	235	1	6	^	137.42
Shang and Sueyoshi(1995)[41]	12	2	4	O	6.04
Thompson et al. (1996)[43]	14	3	4	O	4.23
Taylor et al. (1997)[42]	13	2	1	O	3.89
Aida et al. (1998)[20]	108	5	2	△	41.03

“lp”에서 자동적으로 설정되는 가상 0값인 1.0E-8을 사용했을 때, 검토된 9개의 현실자료 중에서 DEA모형의 규모가 그리 크지 않은 7개(<표 2>의 “CCR”의 수치적 안정성에 O표시 된 것)는 안정적으로 계산이 수행되었고, DEA모형의 규모가 큰 2개(<표 2>의 “CCR”의 수치적 안정성에 △표시 된 것)는 난점이 발생하였다. 이들 2개의 자료를 대상으로 가상0의 값을 1.0E-15로 재설정한 “CCR”을 사용하여 계산을 수행결과 안정적인 것으로 나타났다.

5. 요약 및 결론

본 논문에서는 자료포락분석(data envelopment analysis : DEA)을 SAS를 활용하여 실행하는 방안을 소개하였다. 구체적으로 본 논문에서는 Char-

nes et al.[26]이 제시한 DEA모형을 SAS/IML언어로 작성한 “CCR”모듈을 소개하고 그 사용방법과 실행예제를 제시하였다. 그리고 “CCR”의 수치적 안정성을 기존문헌에서 사용된 현실자료를 통해서 검토해 보았으며 검토대상 자료에서 수치계산상의 난점은 없었다.

국내에서 발표된 논문 18편을 검토한 결과 계산 도구를 밝힌 10편 중에서 50%가 표준적 선형계획법 소프트웨어를 사용하고 있었다. SAS는 행렬대수와 매우 유사한 구문을 가지고 있어 DEA모형을 실행코드로 번역하기 쉬우며 또한 작성해놓은 코드를 읽고 이해하기 편하다. 뿐만 아니라 SAS에 포함되어 있는 신뢰성있는 통계프로그램을 함께 사용할 수 있다는 점은 SAS를 이용하여 DEA를 실행할 경우 얻을 수 있는 큰 잇점이다. 이 논문이 국내 DEA연구자들의 계산부담을 덜어주는데 기여하기를 바란다.

참 고 문 헌

- [1] 공병호, 김은자, “한국·일본 자동차 생산기업의 효율성 비교 - DEA(Data Envelopment Analysis)를 이용하여 -”, 『경제학연구』, 제41집, 제1호 (1993), pp.161-180.
- [2] 광노균, 최태성, 『경영과학 - 이론과 응용 -』, 다산출판사, 1998
- [3] 문준걸, “자료포락분석 및 그 변형기법을 통한 공공부문의 생산성 측정 : 한국 중소도시의 생산성 분석”, 한국조세연구원 정책보고서 98-02, 1998.
- [4] 민재형, 김진한, “DEA를 이용한 손해보험회사의 효율성 측정에 관한 연구”, 『한국경영과학회지』, 제23권, 제2호(1998), pp.201-217.
- [5] 민재형, 김진한, “부분 효율성 정보를 이용한 DEA모형의 투입·산출 요소 선정에 관한 연구”, 『한국경영과학회지』, 제23권, 제3호 (1998), pp.75-90.
- [6] 민재형, 김진한, “DEA의 효율성 평균 차이에 대한 비모수적 검증 - 부트스트랩 접근법 -”, 『한국경영과학회지』, 제24권 제2호(1999), pp. 53-68.
- [7] 안태식, “은행영업점의 성과 평가 방법으로서 DEA : 테스트와 비교”, 『경영학연구』, 제21권, 제1호(1991), pp.72-102.
- [8] 안태식, 조군제, 박태종, “대학의 효율성 측정과 영향요인”, 『1997년도 추계학술연구 발표회 발표논문집(한국경영학회)』, (1997), pp.745-771.
- [9] 윤경준, “DEA를 통한 보건소의 효율성측정”, 『한국정책학회보』, 제5권, 제1호(1996), pp.80-109.
- [10] 윤경준, “공공부문 성과측정을 위한 DEA와 확률전선모형의 비교분석 - 일선경찰서의 기술효율성 측정을 중심으로 -”, 『한국행정학보』, 제32권, 제4호(1998), pp.257-273.
- [11] 이상섭, 김규덕, “자료포락분석(DEA)에 의한 지방정부 공공서비스의 상대적 효율성 측정 - 쓰레기수거서비스를 중심으로 -”, 『한국지방자치학회보』, 제10권, 제2호(1998), pp.169-187.
- [12] 이진춘, “DEA에 의한 다속성 품질의 평가방법에 관한 연구”, 『품질경영학회지』, 제25권, 제2호(1997), pp.169-188.
- [13] 이혁주, “지자체를 위한 인력산정기법”, 『한국행정학보』, 제29권, 제3호(1995), pp.621-640.
- [14] 이혁주, 박희봉, “도시행정서비스의 생산특성과 비효율 분석”, 『한국행정학보』, 제30권, 제4호(1996), pp.121-137.
- [15] 정충영, 장재동, “DEA에 의한 제지업체의 경영 성과 비교”, 『한국생산관리학회지』, 제7권, 제1호(1996), pp.121-148.
- [16] 최문경, “DEA에 있어서 의사결정단위의 순서 결정에 관한 연구”, 『생산성논집』, 제9권, 제2호(1995), pp.89-109.
- [17] 최태성, 장익환, “DEA를 이용한 금융기관의 운영효율성 평가”, 『재무관리연구』, 제9권, 제2호(1992), pp.77-100.

- [18] 최태성, 김성호, "은행지점 운영효율성 평가에 관한 연구", 「연구논문집(인하대학교 산업경제연구소)」, 제11집, 제1호(1997), pp.203-229.
- [19] 최태성, 김성호, 김형기, "비영리조직의 효율성평가를 위한 DEA의 활용 - 대학연구효율성의 평가 -", 「경영논문집(인하대학교 경영연구소)」, 제6집, 제1호(1999), pp.37-58.
- [20] Aida, K., W.W. Cooper, J.T. Pastor, and T. Sueyoshi, "Evaluating Water Supply Services in Japan with RAM: A Range-adjusted Measure of Inefficiency," *Omega*, Vol.26, No.2, (1998), pp.207-232.
- [21] Ali, A.I., "Computational Aspects of DEA," in A. Charnes, W. Cooper, A.Y. Lewin, and L.M. Seiford(eds.), *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1994, pp.63-88.
- [22] Banker, R.D., and R.C. Morey, "The Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis," *Management Science*, Vol.32, No. 12(1986), pp.1613-1627.
- [23] Brooke, A., D. Kendrick, and A. Meeraus, *GAMS: A User's Guide, Release 2.25*, The Scientific Press, San Francisco, CA, 1992.
- [24] Charnes, A., and W.W. Cooper, "Programming with Linear Fractional Functionals," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.9, No.3/4, (1962), pp.181-185.
- [25] Charnes, A., W.W. Cooper, and S. Li, "Using Data Envelopment Analysis to Evaluating Efficiency in the Economic Performance of Chinese Cities," *Socio-Economic Planning Science*, Vol.23, No.6(1989), pp.325-344.
- [26] Charnes, A., W.W. Cooper, and E. L. Rhodes, "Measuring the Efficiency of Decision Making Units," *European Journal of Operational Research*, Vol.2, No. 6(1978), pp.429-444.
- [27] Coelli T., "A Guide to DEAP Version 2.1: A Data Envelopment Analysis(Computer) Program," Armidale, NSW: Centre for Efficiency and Productivity Analysis, Department of Econometrics, University of New England, 1996.
- [28] Fare, R., S. Grosskopf, and E.C. Kokkelenberg, "Measuring Plant Capacity, Utilization and Technical Change: A Nonparametric Approach," *International Economic Review*, Vol.30(1989), pp.655-666.
- [29] Farrell, M.J., "The Measurement of Productive Efficiency," *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, General*, Vol.120, No.3(1957), pp.253-281.
- [30] Fourer, R., D.M. Gay, and B.W. Kernighan, *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*, The Scientific Press, San Francisco, CA, 1993.
- [31] Green, R.H., "DIY DEA: Implementing Data Envelopment Analysis in the Mathematical Programming Language AMPL," *Omega*, Vol. 24, No.4(1996), pp.489-494.
- [32] Hollingsworth, B., "A Review of Data Envelopment Analysis Software," *Economic Journal*, Vol.107, No.443(1997), pp.1268-1270.
- [33] Kwak, N.K. and Seongho Kim, "Data Envelopment Analysis: Concepts, Applications, and Perspectives," in S. B. Dahiya(ed.), *Current Status of Business Disciplines*, Spellbound Publications, Ltd., Rohtak, India (forthcoming).
- [34] Nyhan, R.C., "Software Review: Frontier Analyst," *ORMS Today*(April 1998), pp. 62-65.
- [35] Olesen, O.B., and N.C. Petersen, "A Presentation of GAMS for DEA," *Computers and Operations Research*, Vol.23, No.4(1996),

- pp.323-339.
- [36] Rhodes, E.L. Data Envelopment Analysis and Related Approaches for Measuring the Efficiency of Decision Making Units With An Application to Program Follow Through in U.S. Education. : Ph.D. Thesis : Carnegie-Mellon University, School of Urban and Public Affairs, Pittsburg, Penn., 1978.
- [37] Roncalli, T., Thierry Roncalli's Home Page (10월 9일 현재) <http://www.city.ac.uk/cubs/ferc/thierry/dea.html>
- [38] SAS Institute Inc., *SAS/IML[®] Software : Usage and Reference*, Version 6, First Edition, Cary, NC : SAS Institute Inc., 1989.
- [39] Schrage, L., *LINDO : An Optimization Modeling System*, Scientific Press, South San Francisco, CA, 1991.
- [40] Seiford, L.M., "Data Envelopment Analysis : The Evolution of the State of the Art(1978-1995)," *Journal of Productivity Analysis*, Vol.7, No.2-3(1996), pp.99-137.
- [41] Shang, J., and T. Sueyoshi, "A Unified Framework for the Selection of a Flexible-Manufacturing System," *European Journal of Operational Research*, Vol.85, No.2(1995), pp.297-315.
- [42] Taylor, W.M., R.G. Thompson, R.M. Thrall, and P.S. Dharmapala, "DEA/AR Efficiency and Profitability of Mexican Banks : A Total Income Model," *European Journal of Operational Research*, Vol.98, No.2(1997), pp.346-363.
- [43] Thompson, R.G., P.S. Dharmapala, L.J. Rothenberg, and R. M. Thrall, "DEA/AR Efficiency and Profitability of 14 Major Oil Companies in U.S. Exploration and Production," *Computers and Operations Research*, Vol.23, No. 4(1996), pp.357-373.
- [44] Vanden Eeckaut, P., H. Tulkens, and M.-A. Jarmar, "Cost Efficiency in Belgian Municipalities," in H.O. Fried, C.A. K. Lovell, and S.S. Schmidt(eds.), *The Measurement of Productive Efficiency : Techniques and Applications*, Oxford University Press, Oxford, 1993, pp.300-334.
- [45] Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, Third Edition, W.W. Norton & Company, New York, 1992.