

# Stochastic 환경에서 확정적 차량경로결정 해법들의 성능평가

박 양 병\*

## Performance Evaluation of Vehicle Routing Algorithms in a Stochastic Environment

Yang-Byung Park\*

### ■ Abstract ■

The stochastic vehicle routing problem (VRP) is a problem of growing importance since it includes a reality that the deterministic VRP does not have. The stochastic VRP arises whenever some elements of the problem are random. Common examples are stochastic service quantities and stochastic travel times. The solution methodologies for the stochastic VRP are very intricate and regarded as computationally intractable. Even heuristics are hard to develop and implement. One possible way of solving it is to apply a solution for the deterministic VRP. This paper presents a performance evaluation of four simple heuristics for the deterministic VRP in a stochastic environment. The heuristics are modified to consider the time window constraints. The computational results show that some of them perform very well in different cases of the stochastic VRP.

## 1. 서 론

차량경로결정문제(vehicle routing problem : VRP)는 지리적으로 산재해 있는 고객들을 서비스하기 위해서 차량들이 차고지로부터 출발하여 고객들을 방문하는 최적의 이동경로를 결정하는 모든 문제

를 포함한다. 모든 차량들은 할당된 고객들을 서비스한 후 출발한 차고지로 되돌아온다. VRP는 추구하고자 하는 목적과 제약조건, 그리고 환경에 따라 다양한 형태의 문제로 구축될 수 있으며, 물적 수·배송과 서비스 제공문제에 모두 적용된다.

지난 수 십년 동안 VRP의 최적 또는 최적에 근

사한 해를 구하기 위해 많은 연구[1, 6, 7, 17]가 수행되어 왔다. VRP의 적용 예로서, 도·소매점에 물품 배달문제, 원자재 수거문제, 우편물 수거문제, 폐기물 수거문제, 버스 운행문제, A/S 방문문제 등이 있다. 특히, 기업의 물류 네트워크(logistics network)에서 VRP는 고객서비스 수준 향상과 물류비 절감의 차원에서 매우 중요한 운영적 관리수준의 의사결정문제[1]로 인식되고 있다.

지금까지 개발된 거의 대부분의 VRP 해법은 지점간 이동시간과 고객의 서비스 물량을 확정적으로 가정하고 있다. 그러나 실제 차량의 이동속도는 도로의 교통량, 도로조건 등의 요인에 의해 시간에 따라 변화하고, 서비스 물량은 고객의 운영상태에 따라 달라질 수 있다. 만일 실제 stochastic 환경에서 확정적 VRP해법을 적용하여 해를 구한다면, 이 해는 유효성에 있어 심각한 이의가 제기될 수 있다. stochastic VRP의 실제 사례가 Benton and Rossetti[3]와 Waters[22]에 잘 소개되어 있다.

물류활동에서 납기 또는 서비스 시간대(time windows), 서비스 물량 등을 정확히 지키는 일은 고객 서비스와 직결되는 문제이다. 따라서 지점간 이동시간과 서비스 물량의 stochastic 성질을 고려하여 최적의 차량경로를 결정하는 것은 매우 중요하다. 그러나 지금까지 stochastic VRP 해법에 대한 연구는 분석의 어려움에 기인하여 매우 미진한 상태이다. 게다가 개발된 해법들[9, 11, 12, 21]조차도 성능의 불확실성, 이해의 어려움, 계산의 복잡성 등으로 인해 실제 사용이 거의 이루어지고 있지 않고 있으며, 유효성의 논란에도 불구하고 대부분의 stochastic 환경에서 확정적 VRP해법이 적용되고 있는 실정이다[4]. 이동시간과 물량의 stochastic 성질을 차량경로결정에 고려하는 한 가지 방법으로서 매번 차량 출발시각 직전에 두 요소의 정확한 자료를 입수하여 확정적 VRP 해법을 적용하는 것을 고려할 수 있다(re-optimization). 하지만 이 방법은 정확한 실 시간적 자료를 수집하기 위한 정보시스템의 구축과 운전자의 빈번한 차량 경로 변경이 큰 부담으로 지적되고 있다.

Haughton[13]은 각 고객의 수요가 영과 특정량의 두 경우의 확률로써 표현되는 Bernoulli 프로세스 환경에서 고객들의 수요를 개개의 특정량으로 간주하고 차량경로를 결정하는 전략(fixed routes)과 배차직전 수집된 정확한 고객수요 정보를 토대로 수요가 없는 고객들을 fixed routes에서 빼고 시행하는 전략(semi-fixed routes)을 회귀분석을 적용하여 비교하였다. 계속해서, Haughton and Stenger[14]는 고객의 수요가 포아손분포를 따르는 환경에서 배달부족을 대비하여 적용할 수 있는 3가지 전략으로서 평균치를 이용한 고정경로(do-nothing), 매번 배차직전에 경로의 재 최적화(route re-optimization), 완충재고를 적재한 고정경로(fixed routes with in-vehicle buffer inventory)를 제시하고, 수송비, 배달부족비, 재고비, 차량비, 정보비로써 구성된 각 전략의 총비용식을 구하여 이들을 통계적으로 비교 분석하였다. 총비용식은 회귀분석 기법을 이용하여 구하였다. Haughton은 두 연구에서 차량경로를 구하는데 확정적 VRP 해법인 Clarke and Wright의 기법[5]과 Gendreau et al.[10]의 GENIUS 해법을 사용하였다.

적용이 간단하면서도 성능이 뛰어난 것으로 알려진 많은 확정적 VRP 해법들이 있다. 만일 지점간 차량이동시간과 고객의 서비스 물량이 변화하는 stochastic 상황에서 이동시간과 물량의 평균치를 가지고 이들을 적용하여 좋은 해를 구할 수 있다면, 확정적 VRP 해법들이 복잡하고 난해한 stochastic VRP 해법을 대신할 수 있을 것이다. 이에 따라 stochastic 상황에서 확정적 VRP 해법들의 성능 평가에 대한 연구의 필요성이 제기된다.

본 논문에서는 지점간 이동시간과 서비스 물량이 stochastic 환경에서 확정적 VRP 해법들의 성능을 평가하는 계산실험 연구를 소개한다. 실험을 위해 잘 알려진 savings 기법, space-time 기법, nearest-neighbor 기법, insertion 기법을 선정하였으며, 이들을 고객의 서비스 시간대 제약을 다룰 수 있도록 각각 보완하였다. 실험문제는 Solomon [20]의 다양한 그룹의 문제를 사용하였으며, 차량

경로 해에 의한 서비스활동의 시간적 영향을 크게 하기 위해 모든 실험문제에서 hard 및 soft 서비스 시간대[8]를 추가로 설정하였다. 특정 stochastic 요소가 VRP 해법에 미치는 영향을 알아보기 위해, 차량의 서비스 형태를 배달과 수거로 구분하여 배달의 경우는 지점간 이동시간 그리고 수거의 경우는 지점간 이동시간과 고객의 공급량이 stochastic 성질을 가지는 것으로 다르게 구성하였다. 지점간 차량이동시간은 정규분포, 일양분포, 지수분포 그리고 고객의 공급량은 정규분포, 일양분포, 포아손분포로써 나타내었다.

제1절의 서론에 이어, 본 연구에서 사용한 4가지 확정적 VRP 발견적 기법을 제 2절에서 소개한다. 그리고 제3절에서 실험문제들에 대한 4가지 해법들의 성능평가 계산실험과 결과분석을 자세히 서술한다. 끝으로, 제4절에서 결론을 정리한다.

## 2. 확정적 VRP 해법

본 연구를 위하여 4가지 확정적 VRP 해법을 선정하였다: savings 기법, space-time 기법, nearest-neighbor 기법, insertion 기법. 이들은 지점간 이동거리(시간)와 고객의 서비스 물량이 확정적으로 알려진 상황에서 최소 총이동거리(시간)의 차량경로를 구해 주는 대표적인 발견적 기법으로서, 우수한 해를 짧은 시간 내에 간단히 구해주는 이점으로 인해 실제 VRP에서 널리 활용되고 있다. 이들 4 해법을 고객의 hard 및 soft 서비스 시간대를 다룰 수 있도록 변형하였다. hard 서비스시간대는 서비스가 시작될 수 있는 시간대로서 반드시 지켜야 하는 엄격한 제약조건이 된다. 서비스 시간대의 하한시각 이전에 도착한 차량은 하한시각까지 기다려야 된다. soft 서비스 시간대는 정해진 벌칙(penalty)을 감수하면서 위반될 수 있으며, 차량은 도착시점에서 곧바로 서비스를 시작한다.

4 해법에 대해 hard 및 soft 서비스 시간대 특성을 보완한 내용을 아래에 정리한다. 사용된 기호들의 정의는 다음과 같다.

- $w_1$ : 총차량이동시간의 가중치,
- $w_2$ : 총차량대기시간(hard 서비스 시간대의 경우) 또는 서비스 시간대 총위반시간(soft 서비스 시간대의 경우)의 가중치이며  $w_1 + w_2 = 1$ ,
- $o$ : 차고지(depot),
- $t_{ij}$ : 지점  $i$ 로부터  $j$ 까지의 이동시간,
- $A_j$ : 두 루트가 결합된 경우  $j$ 를 포함한  $j$  이후 지점들의 집합,
- $B_k$ : 루트에 지점  $k$ 가 삽입된 경우 지점  $k$ 를 포함한  $k$  이후 지점들의 집합,
- $E_i$ : 지점  $i$ 의 서비스 시간대 하한,
- $L_i$ : 지점  $i$ 의 서비스 시간대 상한,
- $a_i$ : 지점  $i$ 에 차량 도착시각,
- $b_i$ : 지점  $i$ 에서의 서비스 시작시각.

### 2.1 savings 기법(SAV)

Clarke and Wright[5]가 제안한 savings 기법의 루트구축 과정에서 제약조건을 만족하여 결합 가능한 두 루트에 대한 savings 계산식에 hard 서비스 시간대의 경우에는 차량대기시간의 savings 그리고 soft 서비스 시간대의 경우에는 서비스 시간대 위반시간의 savings를 각각 추가한다. 따라서 한 루트의 마지막 지점  $i$ 와 다른 루트의 첫번째 지점  $j$ 를 연결할 때의 savings,  $S_{ij}$ , 계산식은 다음과 같이 변형된다.

- hard 서비스 시간대의 경우

$$S_{ij} = w_1(t_{io} + t_{oj} - t_{ij}) + w_2 \sum_{l \in A_i} [\max(E_l - a_l, 0) - \max(E_l - a_l, 0)] \quad (1)$$

- soft 서비스 시간대의 경우

$$S_{ij} = w_1(t_{io} + t_{oj} - t_{ij}) + w_2 \sum_{l \in A_i} [\max(E_l - a_l, 0, a_l - L_l) - \max(E_l - a_l, 0, a_l - L_l)] \quad (2)$$

여기서  $a_l$ 는 두 루트가 결합될 때 지점  $l$ 에 차

량 도착시각을 나타낸다.

## 2.2 space time 기법(SPT)

서비스 시간대의 중앙시점이 가장 빠른 고객을 루트의 첫번째 방문지점으로 선택한다. 그리고 제약조건을 만족하여 연결 가능한 모든 지점들에 대해 space-time 규칙[2]에 근거한  $SP(k)$  값을 계산하여 가장 작은 값의 지점  $k$ 를 루트상 지점  $j$ 의 다음 방문지점으로 결정한다.

$$SP(k) = w_1 t_{jk} + w_2 [b_j - (E_k + L_k)/2] \quad (3)$$

위 식에서  $b_j$ 는 지점  $j$ 에서의 서비스 시작시각으로서, hard 서비스 시간대의 경우  $a_j < E_j$ 일 때  $b_j = E_j$  그리고  $a_j \geq E_j$ 일때  $b_j = a_j$ 가 되며, soft 서비스 시간대의 경우  $b_j = a_j$ 가 된다.

더 이상의 연결 가능한 지점이 존재하지 않으면, 현재의 루트구축을 완료하고 남은 지점들을 가지고 새로운 루트의 구축과정을 반복한다.

## 2.3 nearest-neighbor 기법(NEN)

원래의 nearest-neighbor 기법[15]에서는 지점간 이동시간(거리) 만을 다음 지점의 선택기준으로 사용하였으나, 변형된 기법에서는 지점의 선택기준에 차량대기시간(hard 서비스 시간대의 경우) 또는 서비스 시간대 위반시간(soft 서비스 시간대의 경우)을 포함한다. 즉, 아직 루트에 할당되지 않은 지점들 중 제약조건을 만족하여 연결 가능한 모든 지점들에 대해  $NP(k)$ 를 계산하여 가장 작은 값의 지점  $k$ 를 루트상 지점  $j$ 의 다음 지점으로 연결한다.

- hard 서비스 시간대의 경우

$$NP(k) = w_1 t_{jk} + w_2 \max(E_k - a_k, 0) \quad (4)$$

- soft 서비스 시간대의 경우

$$NP(k) = w_1 t_{jk} + w_2 \max(E_k - a_k, 0, a_k - L_k) \quad (5)$$

더 이상의 연결 가능한 지점이 존재하지 않으면, 현재의 루트구축을 완료하고 남은 지점들을 가지고 새로운 루트의 구축과정을 반복한다.

## 2.4 insertion 기법(INS)

sequential 루트구축 기법인 insertion 기법[19]에서 인접 지점간에 새로 삽입할 고객을 선택하는 기준에 차량대기시간 또는 서비스 시간대 위반시간의 증가분을 추가한다. 즉, 아직 어떤 루트에도 할당되지 않은 지점들 중 미완성 루트상 인접한 두 지점  $i$ 와  $j$ 사이에 제약조건을 만족하여 삽입 가능한 모든 지점들의  $P_{ij}(k)$ 를 모든 가능한 삽입 위치에 대해서 계산하여 가장 작은 값의 지점  $k$ 를 해당지점  $i$ 와  $j$ 사이에 삽입하면서 루트를 구축해 나간다. 루트의 첫번째 방문지점으로는 차고지에서 가장 멀리 떨어져 있는 지점을 선택한다.

- hard 서비스 시간대의 경우

$$P_{ij}(k) = w_1(t_{ik} + t_{kj} - t_{ij}) + w_2 \sum_{m \in B_k} [\max(E_m - a_m, 0) - \max(E_m - a_m, 0)] \quad (6)$$

- soft 서비스 시간대의 경우

$$P_{ij}(k) = w_1(t_{ik} + t_{kj} - t_{ij}) + w_2 \sum_{m \in B_k} [\max(E_m - a_m, 0, a_m - L_m) - \max(E_m - a_m, 0, a_m - L_m)] \quad (7)$$

여기서  $a_m$ 는 지점  $k$ 가 삽입될 때 지점  $m$ 에 차량 도착시각을 나타낸다.

더 이상의 연결 가능한 지점이 존재하지 않으면, 현재의 루트구축을 완료하고 남은 지점들을 가지고 새로운 루트의 구축과정을 반복한다.

### 3. 계산실험과 분석

#### 3.1 실험설계

stochastic 환경에서 확률변수의 평균치를 이용한 4가지 확정적 VRP 해법의 수행도를 평가하기 위해 Solomon[20]이 만든 5가지 유형의 확정적 실험문제 집단으로부터 각각 5문제씩 선정하여, 이들을 모두 배달과 수거의 2가지 서비스 형태로 설정하였다. 차량의 서비스 활동에 대해 stochastic 이동시간의 영향을 크게 하기 위해 모든 실험문제에서 고객에 대한 hard 및 soft 서비스 시간대를 설정하였다. 실험문제에서 고객의 서비스 시간대는 각 문제에서의 차량귀환시간 상한의 크기를 고려하여 임의로 정하였다.

hard 서비스 시간대가 존재하는 경우에는 총차량이동시간, 총차량대기시간, 차량소요대수의 최소화 그리고 soft 서비스 시간대가 존재하는 경우에는 총차량이동시간, 서비스 시간대 총위반시간, 차량소요대수의 최소화를 각각의 목적함수로 설정하였다. 실험문제에 대한 해법들의 적용에서  $w_1$ 과  $w_2$ 는 동일하게 각각 0.5로 가정하였다.

모든 실험문제에서 지점간 이동시간은 정규분포, 일양분포, 지수분포를 따르는 것으로 가정하였으며, 원래 문제에서의 지점간 이동시간을 각 분포의 평균치로 사용하였다. 정규분포의 표준편차는  $0.1 * \mu$ , 일양분포의 구간크기는  $[\mu - \mu * 0.3, \mu + \mu *$

0.3]로 정하였다. 수거문제의 경우에는 추가로 고객 지점에서의 공급량이 정규분포, 일양분포, 포아손 분포를 따르는 것으로 가정하였으며, 원래 문제에서의 고객 공급량을 각 분포의 평균치로 사용하였다. 그리고 정규분포의 표준편차와 일양분포의 구간크기는 이동시간과 동일한 방법으로 정하였다.

<표 1>에 5가지 형태의 실험문제 특성을 정리한다. 참고로 Robuste *et al.*[18]과 Kwon *et al.*[16]은 고객위치의 지리학적 분포와 차량 제약조건인 견고함(tightness)이 VRP 해법의 성능에 미치는 영향을 잘 설명하고 있다.

각 수거문제에서 지점간 이동시간과 고객의 공급량은 동일한 확률분포를 가정하였다. 즉, 이동시간이 정규분포를 따르면 공급량도 정규분포를 따른다. 단, 이동시간이 지수분포를 따르는 경우에 공급량은 포아손분포를 따른다. 따라서 한 개의 Solomon의 실험문제는 표 2에 나타난 바와 같이 서비스 형태, 서비스 시간대, 확률분포의 종류에 따라 12개의 다른 stochastic VRP로 구축된다. 결과적으로, 본 실험에서는 총 300개(5유형 \* 5문제 \* 12개)의 stochastic VRP가 구성된다. 또한 각 stochastic VRP에 대해 해당 확률분포의 평균치와 3개의 다른 확률변수 값을 가지고 4 해법을 적용함으로써, 결과적으로 총 4800회(300문제 \* 4해법 \* 4변수 셋팅)의 루트해를 구하는 계산실험이 이루어진다. 4 해법은 모두 Visual Basic 6.0으로써 프로그래밍 하였다.

<표 1> 실험문제의 주요특성

문제 형태	실험 문제수	고객 지점수	차량귀환 시간상한	차량용량	평균 서비스 시간대 크기	고객지점 배치형태
R1	5	100	230	200	65	전체적으로 산재
R2	5	100	1000	1000	370	전체적으로 산재
RC1	5	100	240	200	80	차고지를 중심으로 고객들이 모여있고 그 외곽에 몇개의 고객집단이 존재
RC2	5	100	960	1000	335	차고지를 중심으로 고객들이 모여있고 그 외곽에 몇개의 고객집단이 존재
C2	5	100	3390	700	700	차고지를 중심으로 고객들이 그룹을 이루어 분포

stochastic 환경에서 확정적 VRP 해법의 성능평가를 위해 아래의 3가지 평가척도를 사용한다. 두 번째와 세 번째 평가척도의 설명에서 '문제'란 생성된 확률변수 값으로써 완성된 확정적 VRP를 의미한다.

첫째, 세 목적의 평균 오차율(%).

이것은 stochastic 환경을 무시하고 확률변수의 평균치로써 확정적 해법을 적용하여 구한 루트해의 실제 상황에서의 최적성을 세 목적의 관점에서 표현한 것으로서, 한 목적의 오차율 계산식은 다음과 같다.

$$\text{오차율} = (X - Y) * 100/Y \quad (8)$$

여기서  $X$  = 확률변수의 평균치로써 한 해법을 적용하여 구한 루트 해의 실제 상황에서의 목적 값,  
 $Y$  = 확률변수 값이 사전에 정확히 알려진 상태(실제 상황)에서 4 해법을 적용하여 구한 루트 해 중 목적의 최소값.

둘째, 미서비스 고객이 존재하는 문제수와 이들 문제당 서비스를 받지 못한 평균 고객수와 물량.

확률변수의 평균치로써 확정적 VRP를 가정하고 구한 루트 해를 실제 상황에서 실행할 때 차량 귀환시간, 적재용량, 서비스 시간대 등의 제약조건 때문에 차량들이 할당된 루트에 속한 모든 고객들을 한번의 순회(tour)에서 서비스하지 못하고 차고지로 귀환해야 하는 현상이 발생할 수 있다.

셋째, 최소 목적값을 구한 문제수.

한 목적에 대해 한 해법의 루트 해가 4 해법에 의한 루트 해 중에서 최선(best)인 문제수를 의미한다. 즉, 식 (8)의  $Y$ 에 해당되는 문제수이다.

이상의 3가지 평가척도를 구하기 위해 다음과

같은 계산과정이 필요하다.

단계 1 : stochastic VRP에 대해 지점간 이동시간과 고객 공급량(수거문제의 경우에만 해당)의 평균치를 가지고 확정적 VRP 해법을 적용하여 루트 해를 구한다.

단계 2 : 해당 stochastic VRP에서 지점간 이동시간과 고객 공급량(수거문제의 경우에만 해당)에 대한 확률변수 값을 발생시켜 실제 상황을 설정한 다음, 앞서 구한 루트 해를 실행하여 총차량이동시간, 총차량대기시간(hard 서비스 시간대의 경우), 서비스 시간대 총유반시간(soft 서비스 시간대의 경우), 차량소요대수 등의 목적값과 함께 두 번째 평가척도를 계산한다. 이것은 stochastic 환경을 무시하고 구한 루트 해를 실제 상황에 적용한 결과를 의미한다.

단계 3 : 생성된 확률변수 값을 가지고 확정적 VRP 해법을 적용하여 구해진 루트 해의 목적값을 계산한다. 이것은 stochastic 환경에서 지점간 이동시간이나 서비스 물량에 대한 값을 사전에 정확히 알고 확정적 VRP 해법을 적용한 결과를 의미한다. 그리고 첫 번째와 세 번째 평가척도를 계산한다.

단계 4 : 매회 새로운 확률변수 값을 가지고 단계 2와 3을 총3회 반복한다.

단계 5 : 모든 stochastic VRP에 대한 4 해법의 적용에서 단계 1~4를 반복한다.

<표 2> stochastic VRP의 구성

서비스 형태	서비스 시간대	확률분포
배 달	hard	정규, 일양, 지수
	soft	
수 거	hard	정규, 일양, 지수(포아송)
	soft	

### 3.2 결과분석

(i) 배달과 hard 서비스 시간대의 경우

배달과 hard 서비스 시간대 경우의 stochastic

VRP에서 각 해법은 정규분포, 일양분포, 지수분포에 대해 거의 비슷한 결과를 보였다. 즉, 확률분포의 다름은 해법의 수행도에 거의 영향을 미치지 않았다. 3가지 확률분포를 망라한 자료의 분석결과를 <표 3>에 정리한다.

표에서 문제수는 실험과정에서 확률변수 값으로써 완성된 확정적 VRP의 수를 의미한다. 따라서 각 경우에서의 문제수는 225개(5유형 \* 5문제 \* 3확률분포 \* 3확률변수 셋팅)가 된다. 그리고 표에서 세 목적의 평균 오차율( $d$ 에 해당)과 평균 미서비스

고객수 및 물량( $e$ 에 해당)은 각각  $a$ 와  $b$ 에 대한 평균이다. 실험분석 결과표를 읽는 방법은 <표 4>, <표 5>, <표 6>에 대해서도 동일하게 적용된다.

표의 종합 난에 나타난 바와 같이, 확률분포와 문제유형을 망라한 전체문제에서 총이동시간의 오차율은 SAV가 평균 -1%로써 가장 작다. 그리고 총대기시간과 차량소요대수의 오차율은 INS가 각각 평균 10%와 2%로써 가장 작다. 총 225개의 문제에서 각 목적에 대해 가장 많이 최선해를 구한 해법은 가장 작은 오차율을 보인 해법과 일치함을

<표 3> 배달과 hard 서비스 시간대의 경우 실험분석 결과

문 제 유형	SAV		SPT		NEN		INS	
	값	범위	값	범위	값	범위	값	범위
R1	23 <sup>a</sup>	(8, 44, 10) <sup>d</sup>	18	(50, 10, 33)	22	(32, 63, 18)	20	(13, 1, 2)
	22 <sup>b</sup>	(1.7, 25.0) <sup>e</sup>	27	(2.2, 31.8)	23	(3.3, 45.7)	25	(2.6, 35.9)
	45 <sup>c</sup>	(42, 7, 18) <sup>f</sup>	45	(0, 9, 0)	45	(0, 0, 9)	45	(3, 29, 36)
R2	41	(1, 160, 17)	42	(91, 116, 69)	30	(59, 196, 38)	38	(17, 17, 5)
	4	(0.7, 3.3)	3	(0.3, 9.0)	15	(1.6, 22.8)	7	(0.7, 11.7)
	45	(45, 9, 27)	45	(0, 3, 0)	45	(0, 0, 0)	45	(0, 33, 42)
RC1	13	(-5, 55, 2)	12	(75, 91, 57)	14	(10, 17, 4)	19	(8, 34, 12)
	32	(1.5, 22.3)	33	(2.2, 36.9)	31	(1.8, 33.2)	26	(2.4, 32.8)
	45	(21, 0, 9)	45	(0, 0, 0)	45	(0, 2, 9)	45	(24, 43, 45)
RC2	42	(1, 367, 54)	35	(111, 56, 80)	31	(75, 161, 44)	33	(11, 26, 1)
	3	(0.7, 3.3)	10	(1.0, 12.6)	14	(1.4, 25.2)	12	(1.2, 19.2)
	45	(38, 0, 0)	45	(0, 14, 15)	45	(0, 0, 0)	45	(7, 31, 45)
C2	45	(-10, 168, 0)	45	(62, 92, 35)	45	(43, 527, 11)	40	(2, -15, -6)
	0	(0, 0)	0	(0, 0)	0	(0, 0)	5	(0.7, 8.9)
	45	(33, 9, 36)	45	(1, 18, 0)	45	(0, 0, 15)	45	(11, 18, 45)
총 합	164	(-1, 191, 20)	152	(81, 80, 56)	142	(49, 269, 24)	150	(10, 10, 2)
	61	(1.5, 21.1)	73	(1.9, 21.5)	83	(2.1, 33.4)	75	(2.0, 28.1)
	225	(179, 25, 90)	225	(1, 44, 15)	225	(0, 2, 33)	225	(45, 154, 213)

주) a : 평균치로써 구한 루트 해를 stochastic 환경(실제 상황)에 적용한 결과, 차량들이 한 순회 동안에 모든 고객을 서비스하는 문제수,  
 b : 평균치로써 구한 루트 해를 stochastic 환경(실제 상황)에 적용한 결과, 차량들이 한 순회 동안에 모든 고객들을 서비스하지 못하는 문제수,  
 c : a와 b를 합한 해당 유형의 총문제수,  
 d : (총차량이동시간의 평균 오차율, hard 시간대의 경우에는 총대기시간의 평균 오차율 그리고 soft 시간대의 경우에는 서비스 시간대 총위반시간의 평균 오차율, 차량소요대수의 평균 오차율),  
 e : (문제당 한 순회 동안의 평균 미서비스 고객수, 문제당 한 순회 동안의 평균 미서비스 물량),  
 f : (총차량이동시간이 최선해로 구해진 문제수, hard 시간대의 경우에는 총대기시간이 최선해로 구해진 문제수, 그리고 soft 시간대의 경우에는 서비스 시간대 총위반시간이 최선해로 구해진 문제수, 차량소요대수가 최선해로 구해진 문제수).

알 수 있다. 오차율이 음의 값을 갖는 경우는 stochastic VRP를 확정적 VRP로 가정하고 평균 치로써 구한 루트 해가 확률변수 값을 사전에 인지하고 구한 루트 해보다 더 좋을 때 나타난다. 이러한 현상은 발견적 기법 고유의 성질에 기인한 것이라고 말할 수 있다.

확률변수의 평균치로써 구한 루트 해에 의해 한 순회 동안에 서비스를 받지 못한 고객이 평균 약 32%의 실험문제에서 존재한다. SAV의 경우 약 27%의 문제에서 미서비스 고객이 존재하며, SAV가 문제당 평균 1.5의 미서비스 고객수와 평균 21.1의 미서비스 물량으로 4기법 중 가장 작다. 문제 유형별로 미서비스 고객이 존재하는 문제수의 비율은 C2 유형이 평균 3%로 가장 낮고 RC1 유형이 약 68%로 가장 높다. 한 문제에서 최선해를 제공하는 기법이 두개 이상 존재할 수 있기 때문에, 표에서 4기법을 적용하여 최선해가 구해진 문

제수의 합이 총문제수와 항상 일치하지는 않는다.

(ii) 배달과 soft 서비스 시간대의 경우

배달과 soft 서비스 시간대 stochastic VRP에서 오차율과 최선해를 구한 문제수의 관점에서 각 해법은 3가지 확률분포에 대해 거의 비슷한 결과를 보였다. 그러나 고객 서비스의 관점에서 정규 분포의 경우 NEN에 의한 해는 75개의 모든 문제에서 한 순회 동안에 고객들을 완전히 서비스해 주었으나, SAV는 29개, SPT는 15개, INS는 5개의 문제에서 미서비스 고객을 발생시켰다.

3가지 확률분포를 망라하여 분석한 결과를 <표 4>에 정리한다. 표의 종합 난에 나타난 바와 같이, 확률분포와 문제유형을 망라한 전체문제에서 총이동시간의 오차율은 INS가 -3%, 서비스 시간대 총위반시간의 오차율은 NEN가 24%, 차량소요대수의 오차율은 SAV가 -2%로 가장 작다. 평균 약 27%의 문제에서 확률변수의 평균치로써 구한 루

<표 4> 배달과 soft 서비스 시간대 경우의 실험분석 결과

문 제 유형	SAV		SPT		NEN		INS	
R1	13	(2, 138, 1)	17	(48, 19, 31)	35	(31, 49, 42)	29	(2, 85, 23)
	32	(1.7, 25.1)	28	(1.7, 24.6)	10	(1.3, 15.4)	16	(2.1, 32.9)
	45	(18, 0, 42)	45	(0, 20, 3)	45	(0, 25, 0)	45	(27, 0, 8)
R2	38	(46, 98, 0)	41	(136, 127, 35)	37	(84, -21, 56)	39	(-2, 214, 14)
	7	(0.9, 6.4)	4	(0.7, 15.6)	8	(2.1, 21.9)	6	(0.4, 3.7)
	45	(0, 0, 45)	45	(33, 42, 0)	45	(0, 32, 0)	45	(45, 6, 29)
RC1	19	(-33, 18, -33)	12	(70, 28, 41)	29	(44, 44, 44)	25	(-1, 87, 8)
	26	(1.3, 41.4)	33	(1.9, 29.6)	16	(1.1, 13.8)	20	(1.9, 25.0)
	45	(2, 9, 45)	45	(43, 45, 0)	45	(0, 29, 0)	45	(27, 0, 12)
RC2	32	(53, 145, 2)	41	(151, 113, 45)	40	(87, 25, 63)	44	(-1, 203, 15)
	13	(0.7, 10.0)	4	(0.4, 5.7)	5	(0.6, 10.6)	1	(0.3, 5.7)
	45	(0, 0, 45)	45	(31, 45, 0)	45	(0, 36, 0)	45	(45, 0, 7)
C2	41	(35, 157, 7)	44	(54, 205, -3)	43	(5, 28, 25)	40	(-9, 392, 59)
	4	(0.7, 10.0)	1	(0.3, 3.3)	2	(0.3, 6.7)	5	(1.3, 13.3)
	45	(0, 15, 45)	45	(18, 45, 0)	45	(25, 45, 0)	45	(18, 0, 0)
종 합	143	(30, 118, -2)	155	(102, 126, 37)	184	(50, 24, 46)	177	(-3, 212, 25)
	82	(1.3, 25.6)	70	(1.7, 25.1)	41	(1.2, 15.0)	48	(1.7, 23.4)
	225	(20, 24, 222)	225	(125, 197, 3)	225	(25, 167, 0)	225	(162, 6, 76)



트 해에 의해 한 순회 동안에 서비스를 받지 못한 고객이 존재하며, 해법별로는 NEN이 약 18%로 가장 낮고 SAV가 약 36%로 가장 높다. 문제당 평균 미서비스 고객수와 물량은 4기법에서 거의 비슷하게 각각 1.2~1.7과 15.0~25.6의 범위로 구해진다. 문제 유형별로 미서비스 고객이 존재한 문제수의 비율은 C2 유형의 문제에서 약 7%로 가장 낮고 RC1 유형의 문제에서 약 53%로 가장 높다.

### (iii) 수거와 hard 서비스 시간대의 경우

수거와 hard 서비스 시간대 stochastic VRP에서 확률분포를 망라하여 분석한 결과를 <표 5>에 정리한다. 이 경우에도 확률분포의 다른 해법의 수행도에 전혀 유의적이지 않았다. 표의 종합 난에 나타난 바와 같이, 오차율은 총이동시간에 대해 SAV가 0%, 총대기시간과 차량소요대수에 대해 INS가 각각 3%, 4%로 가장 작다. 평균 약 33%의

문제에서 미서비스 고객이 존재하며, 해법별로는 SAV가 약 24%로 가장 낮고 NEN이 약 42%로 가장 높다. 평균 미서비스 고객수와 물량은 SAV가 0.7과 13.3으로 가장 작고 NEN이 1.9와 28.5로 가장 크다. 문제 유형별로 미서비스 고객이 존재하는 비율은 C2 유형의 문제에서 약 6%로 가장 낮고 RC1 유형의 문제에서 약 66%로 가장 높다.

### (iv) 수거와 soft 서비스 시간대의 경우

수거와 soft 서비스 시간대 stochastic VRP에서 오차율과 최선해를 구한 문제수의 관점에서 각 해법은 3 가지 확률분포에 대해 대체로 비슷한 결과를 보였다. 그러나 고객 서비스의 관점에서 정규분포의 경우 NEN에 의한 해는 75개의 모든 실험문제에서 차량들의 한 순회 동안에 모든 고객을 서비스해 주었으나, SAV는 27개, SPT는 15개, INS는 11개의 문제에서 미서비스 고객을 발생시켰다.

<표 5> 수거와 hard 서비스 시간대 경우의 실험분석 결과

문 제 유 형	SAV		SPT		NEN		INS	
	값	분포	값	분포	값	분포	값	분포
R1	19	(15, 36, 10)	16	(56, 14, 34)	20	(40, 98, 25)	17	(22, 25, 10)
	26	(1.5, 26.7)	29	(2.0, 27.3)	25	(3.3, 46.9)	28	(3.0, 45.9)
	45	(40, 4, 12)	45	(0, 14, 0)	45	(0, 1, 11)	45	(5, 26, 33)
R2	44	(0, 98, 16)	44	(93, 67, 68)	33	(62, 146, 36)	39	(8, -2, 9)
	1	(0.3, 2.3)	1	(0.3, 3.3)	12	(1.6, 21.5)	6	(0.6, 7.9)
RC1	45	(43, 0, 14)	45	(0, 14, 0)	45	(0, 0, 0)	45	(2, 31, 38)
	18	(2, 68, 3)	16	(72, 171, 67)	12	(21, 34, 10)	15	(8, 21, 7)
	27	(1.6, 20.5)	29	(1.7, 30.6)	33	(3.1, 48.6)	30	(2.5, 32.6)
RC2	45	(33, 0, 2)	45	(0, 11, 0)	45	(0, 2, 4)	45	(12, 32, 42)
	45	(1, 319, 50)	40	(108, 44, 103)	25	(74, 92, 34)	28	(24, 11, 0)
	0	(0.0, 0.0)	5	(0.7, 13.0)	20	(2.2, 32.6)	17	(1.3, 17.9)
C2	45	(44, 1, 3)	45	(0, 8, 0)	45	(0, 0, 0)	45	(1, 36, 45)
	45	(-9, 144, -1)	45	(67, 73, 34)	41	(38, 402, 8)	39	(3, -26, -7)
	0	(0.0, 0.0)	0	(0.0, 0.0)	4	(0.3, 4.3)	6	(1.0, 11.2)
총 합	45	(32, 10, 30)	45	(1, 15, 0)	45	(7, 0, 14)	45	(5, 20, 24)
	171	(0, 169, 19)	161	(96, 98, 75)	131	(53, 204, 24)	138	(10, 3, 4)
	54	(0.7, 13.3)	64	(1.0, 14.0)	94	(1.9, 28.5)	87	(1.5, 21.8)
	225	(192, 15, 61)	225	(1, 62, 0)	225	(7, 3, 29)	225	(25, 145, 182)

이러한 현상은 배달과 soft 시간대의 경우에서와 매우 유사하다.

3가지 확률분포를 망라하여 분석한 결과를 <표 6>에 정리한다. 표의 종합 난에 나타난 바와 같이, 확률분포와 문제유형을 망라한 분석결과 오차율은 총이동시간에 대해 INS가 -3%, 서비스 시간대 총 위반시간에 대해 NEN이 60%, 차량소요대수에 대해 SAV가 13%로 가장 작다. 평균 약 29%의 문제에서 미서비스 고객이 존재하며, 해법별로는 NEN이 약 18%로 가장 낮고 SAV가 약 41%로 가장 높다. 4기법의 적용에 의하여 발생한 문제당 평균 미서비스 고객수와 물량은 각각 0.7~1.3과 9.5~20.5의 범위에서 존재한다. 문제 유형별로 미서비스 고객이 존재하는 비율은 C2 유형이 약 4%로 가장 낮고 RC1 유형이 약 60%로 가장 높다.

배달문제와 수거문제에 대한 해법의 성능비교 실험결과는 확률분포와 관계없이 서비스 시간대의

종류에 따라 거의 같게 나타났다. 이러한 사실은 배달문제와 다르게 수거문제에 추가로 포함되어 있는 고객 공급량의 stochastic 성질이 해법들간의 성능비교에 유의적인 영향을 미치지 않음을 의미한다.

(i)~(iv) 경우의 각 실험분석에서 5가지 문제유형을 종합하여 구한 평가척도 값에 대해 해법들의 순위를 매긴 결과가 <표 7>에 정리되어 있다. 이 표로부터 해법들은 배달과 수거에 상관없이 서비스 시간대의 종류에 따라 거의 일정한 순위를 유지하고 있음을 알 수 있다. 예를 들면, 총이동시간에 대한 해법의 성능은 배달과 수거에 상관없이 hard 서비스 시간대 stochastic VRP에서는 SAV, INS, NEN, SPT의 순서로 뛰어나며, soft 서비스 시간대 stochastic VRP에서는 INS, SAV, NEN, SPT의 순서로 우수하다. 이러한 결과에 비추어 보아, 이동시간의 stochastic 환경에서 서비스 물

<표 6> 수거와 soft 서비스 시간대 경우의 실험분석 결과

문 제 유 형	SAV		SPT		NEN		INS	
	값	(min, max)	값	(min, max)	값	(min, max)	값	(min, max)
R1	11	(4, 159, 3)	18	(44, 33, 29)	33	(21, 98, 41)	21	(4, 113, 24)
	34	(1.4, 22.8)	27	(1.6, 19.3)	12	(1.3, 13.7)	24	(2.6, 42.0)
	45	(21, 0, 39)	45	(0, 23, 1)	45	(1, 22, 3)	45	(23, 0, 10)
R2	35	(43, 77, 38)	44	(131, 126, 34)	38	(62, 14, 55)	40	(-2, 234, 18)
	10	(1.0, 8.6)	1	(0.3, 9.3)	7	(0.7, 10.4)	5	(1.11, 8.8)
	45	(0, 1, 33)	45	(0, 3, 9)	45	(0, 41, 0)	45	(45, 0, 16)
RC1	12	(1, 116, -1)	11	(40, 20, 24)	29	(59, 51, 40)	20	(-2, 151, 14)
	33	(1.9, 23.5)	34	(2.0, 30.1)	16	(1.3, 21.3)	25	(1.8, 29.1)
	45	(16, 0, 31)	45	(0, 32, 0)	45	(0, 13, 0)	45	(29, 0, 10)
RC2	34	(50, 144, 1)	41	(145, 122, 44)	40	(72, 63, 60)	37	(-1, 238, 13)
	11	(1.0, 21.5)	4	(0.7, 16.2)	5	(0.5, 12.5)	8	(0.8, 13.5)
	45	(0, 2, 34)	45	(0, 5, 0)	45	(0, 38, 0)	45	(45, 0, 21)
C2	41	(30, 203, 10)	45	(46, 198, -1)	44	(0, 64, 27)	43	(-6, 437, 68)
	4	(0.3, 2.5)	0	(0.0, 0.0)	1	(0.3, 7.4)	2	(0.3, 3.9)
	45	(0, 0, 15)	45	(1, 3, 40)	45	(28, 42, 4)	45	(16, 0, 0)
총 합	133	(34, 163, 13)	159	(103, 132, 32)	184	(44, 60, 47)	161	(-3, 282, 32)
	92	(1.0, 14.6)	66	(0.7, 9.5)	41	(0.8, 11.1)	64	(1.3, 20.5)
	225	(37, 3, 152)	225	(1, 66, 50)	225	(29, 156, 7)	225	(158, 0, 57)

량의 추가적인 stochastic 성질은 확률변수의 평균치를 이용한 확정적 VRP 해법의 성능 비교에 별로 영향을 미치지 않는다고 볼 수 있다.

<표 7> 문제 유형을 망라한 4 기법들의 순위

서비스	서비스 시간대	SAV	SPT	NEN	INS
배달	hard	(1, 3, 2) <sup>a</sup>	(4, 2, 4)	(3, 4, 3)	(2, 1, 1)
		(1, 1, 1) <sup>b</sup>	(2, 2, 2)	(4, 4, 4)	(3, 3, 3)
	soft	(2, 3, 1)	(4, 2, 3)	(3, 1, 4)	(1, 4, 2)
		(4, 2, 4)	(3, 1, 2)	(1, 3, 1)	(2, 4, 3)
수거	hard	(1, 3, 2)	(4, 2, 4)	(3, 4, 3)	(2, 1, 1)
		(1, 1, 1)	(2, 2, 2)	(4, 3, 4)	(3, 4, 3)
	soft	(2, 3, 1)	(4, 2, 2)	(3, 1, 4)	(1, 4, 2)
		(4, 3, 3)	(3, 2, 2)	(1, 1, 1)	(2, 4, 4)
순위합	hard	12	20	20	8
		6	12	23	19
	soft	12	17	16	14
		20	13	8	19

주) a : (총차량이동시간 평균 오차율에 대한 순위, hard 서비스 시간대의 경우에는 총대기시간 평균 오차율에 대한 순위 그리고 soft 서비스 시간대 경우에는 서비스 시간대 총위반시간 평균 오차율에 대한 순위, 차량소요대수 평균 오차율에 대한 순위)  
 b : (한 순회동안에 모든 고객들의 서비스를 완료한 문제수에 대한 순위, 문제당 평균 미서비스 고객수에 대한 순위, 문제당 평균 미서비스 물량에 대한 순위)

<표 7>의 맨 아래 기록되어 있는 순위 합은 각 해법들이 3가지 오차율 평가척도에 대해 얻은 순위(a에 해당)와 미서비스 고객과 관련한 3가지 평가척도에 대해 얻은 순위(b에 해당)를 배달과 수거를 망라하여 hard와 soft 시간대에 대해 각각 합산한 것이다. stochastic 환경에서 총이동시간, 총대기시간(hard 서비스 시간대의 경우) 또는 서비스 시간대 총위반시간(soft 서비스 시간대의 경우), 차량소요대수의 3가지 목적을 종합한 관점에서는 hard 서비스 시간대의 경우 INS 그리고 soft 서비스 시간대의 경우 SAV가 가장 우수하다. 또한 서비스를 완료한 문제수, 미서비스 고객수와 물량의 3가지 척도를 종합한 관점에서는 hard 서비스 시

간대의 경우 SAV 그리고 soft 서비스 시간대의 경우 NEN이 가장 우수하다. 한가지 흥미로운 결과는 SAV가 거의 모든 경우의 평가에서 상대적으로 우수하나, 유일하게 soft 서비스 시간대의 경우 미서비스 고객과 관련한 평가에서 아주 나쁘게 나타난 사실이다.

미서비스 고객이 존재한 문제비율은 (i)~(iv)의 모든 경우를 종합해 볼 때 C2 유형이 약 3~7%로 가장 낮고 RC1 유형이 약 53~68%로 가장 높다. 이에 근거하여, 차고지를 중심으로 고객들이 그룹을 이루어 분포되어 있는 형태의 stochastic 문제에 확정적 VRP 해법을 적용할 때 한 순회 동안 미서비스 고객이 발생할 가능성이 가장 낮다고 말할 수 있다. 전체 실험과정에서 VRP에 대한 모든 해법의 컴퓨터 계산시간은 거의 차이 없이 아주 짧게 소요되었다.

### 4. 결론

본 논문에서는 지점간 차량이동시간과 고객의 공급량이 변화하는 stochastic VRP 환경에서 확률변수의 평균치를 가지고 확정적 VRP 해법을 적용할 때 이들이 어떠한 성능을 보이는지를 계산실험을 통하여 여러 관점에서 분석한 내용을 소개하였다. 실험대상 VRP 해법으로는 savings 기법, space-time 기법, nearest-neighbor 기법, insertion 기법을 각각 고객의 서비스 시간대 제약을 다룰 수 있도록 보완 사용하였다. 차량이동시간의 변화는 정규분포, 일양분포, 지수분포 그리고 고객공급량의 변화는 정규분포, 일양분포, 포아손분포로써 표현하였다. 서비스 물량의 변화는 수거 문제에만 포함하였다. Solomon의 다양한 형태의 문제에 hard와 soft 서비스 시간대를 추가하여 구성한 총 300개의 stochastic VRP에 대한 총 4800회의 실험결과, 다음과 같은 사실을 발견할 수 있었다.

첫째, 차량이동시간과 서비스 물량의 변화를 표현하는데 사용한 확률분포의 다름은 해법의 수행

도 비교에 거의 영향을 미치지 않았으나, 서비스 시간대의 종류는 크게 영향을 미쳤다.

둘째, 수거문제에서 차량이동시간에 추가한 서비스 물량의 stochastic 성질은 해법들의 성능 비교에 거의 영향을 미치지 않았다.

셋째, 총차량이동시간, 총대기시간 또는 서비스 시간대 총위반시간, 차량소요대수 목적들을 종합적으로 최소화하는 관점에서는 hard 서비스 시간대 stochastic VRP에서 insertion 기법 그리고 soft 서비스 시간대 stochastic VRP에서 savings 기법이 가장 뛰어났다.

넷째, 차량의 한 순회에서 미서비스 고객이 존재하는 문제수, 문제당 평균 미서비스 고객수와 물량을 종합적으로 최소화하는 관점에서는 hard 서비스 시간대 stochastic VRP에서 savings 기법 그리고 soft 서비스 시간대 stochastic VRP에서 nearest-neighbor 기법이 가장 뛰어났다.

다섯째, savings 기법은 soft 서비스 시간대의 경우 미서비스 고객과 관련한 평가를 제외하고 모든 경우의 평가에서 아주 우수했다.

여섯째, 차량들의 한 순회동안 미서비스 고객의 발생확률은 차고지를 중심으로 고객들이 그룹을 이루어 분포되어 있는 stochastic VRP(C2유형)에 해법이 적용될 때 가장 낮았다.

모든 경우의 실험에서 각 목적에 대해 가장 뛰어난 것으로 판명된 해법들의 오차율은 비록 최적해 대신 4가지 발견적 기법에 의해 구해진 루트해의 최소 목적값에 대해 계산된 것이지만 대부분의 문제에서 -3~15%로 나타났다. 또한 미서비스 고객의 관점에서 가장 뛰어난 것으로 판명된 해법들에 의한 평균 미서비스 고객수는 1.5 미만으로 나타났다. 결론적으로, 지점간 차량이동시간과 고객 서비스물량의 stochastic 성질이 존재하는 환경에서 차량의 최적경로를 결정하는데 있어 난해하고 긴 계산시간을 요하면서도 성능이 불확실한 stochastic VRP 해법 대신에 문제의 특성과 평가 척도에 따라 최적의 확정적 VRP 해법을 선택 사용할 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] Anily, S. and J. Bramel, *Quantitative Models for Supply Chain Management : Chap. 6 Vehicle Routing and the Supply Chain*, Tayur, S., Ganeshan, R., and Magazine, M. (eds), Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] Balakrishnan, N., "Simple Heuristics for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows," *Operations Research*, Vol.44, No. 3(1993), pp.279-287.
- [3] Benton, W.C. and M.D. Rossetti, "The Vehicle Scheduling Problem with Intermittent Customer Demands," *Computers & Operations Research*, Vol.19, No.6(1992), pp. 522-531.
- [4] Bertsimas, D.J. and D. Simchi-Levi, "A New Generation of Vehicle Routing Research : Robust Algorithms, Addressing Uncertainty," *Operations Research*, Vol.44, No.2(1996), pp.286-304
- [5] Clarke G. and J. Wright, "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points," *Operations Research*, Vol.12(1964), pp.568-581.
- [6] Dantzig, G.B. and J.H. Ramser, "The Truck Dispatching Problem," *Management Science*, Vol.6(1965), pp.80-91.
- [7] Desrochers, M., J.K. Lenstra and M.W.P. Savelsbergh, "A Classification Scheme for Vehicle Routing and Scheduling," *European Journal of Operational Research*, Vol.46(1990), pp.322-332.
- [8] Desrosiers, J., Y. Dumas, M.M. Solomon and F. Soumis, "Time Constrained Routing and Scheduling," in *Networks and Distribution, Handbooks in Operations Research and Management Science*, North-Holland, Amsterdam, 1996.

- [9] Dror, M., "Modeling Vehicle Routing with Uncertain Demands As a Stochastic Program : Properties of the Corresponding Solution," *European Journal of Operations Research*, Vol.64, No.3(1993), pp.432-441
- [10] Gendreau, M., A. Hertz and G. Laporte, "New Insertion and Postoptimization Procedures for the Traveling Salesman Problem," *Operations Research*, Vol.60, No.6(1992), pp. 1086-1094.
- [11] Gendreau, M., G. Laporte and R. Seguin, "An Exact Algorithm for Vehicle routing Problem with Stochastic Demands and Customers," *Transportation Science*, Vol.29, No. 2(1995), pp.143-155.
- [12] Gendreau, M., G. Laporte and R. Seguin, "Invited Review : Stochastic Vehicle Routing," *European Journal of Operational Research*, Vol.88, No.4(1996), pp.3-12.
- [13] Haughton, M.A., "The Performance of Route Modification and Demand Stabilization Strategies in Stochastic Vehicle Routing," *Transportation Research Part B*, Vol.32B, No.8 (1998), pp.551-566.
- [14] Haughton, M.A. and A.J. Stenger, "Comparing Strategies for Addressing Delivery Shortages in Stochastic Demand Settings," *Transportation Research Part E*, Vol.35, No. 1(1999), pp.25-41.
- [15] Koskosidis, Y.A., W.B. Powell, and M.M. Solomon, "An Optimization-Based Heuristic for Vehicle Routing and Scheduling with Soft Time Window Constraints," *Transportation Science*, Vol.26, No.2(1992), pp.69-85.
- [16] Kwon, O., B. Golden, and E. Wasil, "Estimating the Length of the Optimal TSP Tour : An Empirical Study Using Regression and Neural Networks," *Computers & Operations Research*, Vol.22, No.10(1995), pp.1039-1049.
- [17] Laporte, G., "The Vehicle Routing Problem : An Overview of Exact and Approximate Algorithms," *European Journal of Operational Research*, Vol.59(1992), pp.345-358.
- [18] Robuste, F., Daganzo, C.F., and Souleyrette II, R.R., "Implementing Vehicle Routing Models," *Transportation Research Part B*, Vol. 24, No.4(1990), pp.263-286.
- [19] Solomon, M.M., "On the Worst-case Performance of Some Heuristics for the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Window Constraints," *Networks*, Vol.16(1986), pp.161-174.
- [20] Solomon, M.M., "Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints," *Operations Research*, Vol.35, No.2(1987), pp.254-265.
- [21] Stewart Jr., W.R. and B.L. Golden, "Stochastic Vehicle Routing : A Comprehensive Approach," *European Journal of Operational Research*, Vol.14, No.4(1983), pp.371-385.
- [22] Waters, C.D.J., "Vehicle Scheduling Problems with Uncertainty and Omitted Customers," *Journal of Operational Research Society*, Vol.40, No.12(1998), pp.1099-1108.