

<논 문>

고유벡터와 고유치를 고려한 모형 프레임의 유한요소 모델 개선에 관한 연구

A Study on the Improvement of Finite Element Model for Scaled Frame by Considering Eigenvectors and Eigenvalues

김 병 곤* · 정 태 진** · 이 중 길*** · 허 덕 재****

B. G. Kim, T. J. Chung, J. K. Lee and D. J. Hur

(2000년 8월 4일 접수 : 2000년 11월 13일 심사완료)

Key Words: Finite Element Analysis(유한요소해석), Experimental Modal Analysis(시험모드해석), Pre-Test(예비 시험), Correlation(상관관계), Model Updating(모델 개선), Modal Parameter(모달 변수)

ABSTRACT

This paper describes the procedure of increasing the efficiency of experimental modal analysis and updating the quality of FE model using the scaled commercial vehicle frame. In this study, it was found that the experimental modal analysis could be more efficient when the measurements were made on the areas with high kinetic energies. Such areas could be located with the aid of FE modal analysis. Also, the number of measurement points could be decided by considering the dynamic characteristics of full FE model. The correlation of FE model and experimental modal analysis was assessed by the differences between the natural frequencies and MAC matrix, which is based on normal modes. These differences of modal parameters were reduced through the sensitivity and optimization analysis of which objective function consisted of the errors of natural frequencies and the diagonal terms of MAC matrix.

기 호 설 명

EMA : 시험모드해석(experimental modal analysis)
 FEA : 유한요소해석(finite element analysis)
 MAC : 모드보장표준(modal assurance criterion)
 [] : 행렬
 { } : 벡터
 [·] : 대각화된 행렬

m : 일반화된 질량
 k : 일반화된 강성
 ω : 각 고유주파수
 M : 질량행렬
 K : 강성행렬
 T : 변환행렬
 ϕ : 고유벡터

참 자

m : 독립자유도
 d : 종속자유도
 A : 전체자유도
 i, j : 임의의 정수

* 정회원, 고등기술연구원
 ** 정회원, 군산대학교 기계공학과
 *** 군산대학교 기계공학과
 **** 정회원, 고등기술연구원, 아주대학교 대학원

1. 서 론

구조물의 동적 거동을 평가하는 방법은 시험에 의존하는 것과 유한요소법 등과 같은 수치해석을 이용하는 방법이 있다. 시험에 의존하는 방법은 신뢰도가 높은 결과를 얻을 수 있다는 장점과 짧은 시간과 비용이 소요되고 설계 변화에 대한 대응이 어렵다는 단점이 있다. 이와는 반대로, 유한요소법을 이용하여 구조물의 동적 거동을 평가하는 방법은 많은 비용과 시간을 필요로 하지 않기 때문에 매우 유용하다고 하겠으나, 차량과 같이 복잡한 구조물에서는 각각의 시스템에 대한 모델의 불확실성으로 인하여 정확한 결과를 예측하기 어렵다. 따라서, 구조물의 복잡한 부분은 시험모드해석의 결과를 포함시키고 나머지는 유한요소 모델을 사용하는 혼합기법을 적용하거나⁽¹⁻³⁾, 시험모드해석의 결과를 반영하여 유한요소 모델을 수정하는 기법들이⁽⁴⁻⁶⁾ 새로운 대안으로 부각되고 있다. 이와 같이 시험모드해석과 유한요소해석을 상호 보완하는 방법들을 이용하여 개발된 모델들은 다양한 수치해석 기법을 적용할 수 있기 때문에 구조물의 최적화 해석 등에 매우 유용하게 활용될 수 있다^(7, 8).

본 연구는 상용차에 사용되는 프레임을 축소시킨 모형 프레임에 대한 유한요소 모델을 구성하였으며, 이 모델을 이용하여 시험모드해석을 위한 가속도계의 위치를 설정하는 방법을 제안하였다. 또한, 유한요소모델의 고유주파수와 고유벡터가 시험모드해석에서 얻어진 결과와 일치하도록 유한요소모델의 설계 변수를 수정하여 초기의 유한요소모델을 개선하였다.

2. 이론적 고찰

2.1 운동 에너지

보다 효율적인 시험을 위해서는 계측기를 효과적으로 이용할 수 있어야 한다. 시험모드해석에서는 가속도계를 이용하는 것이 일반적이므로, 예상되는 모드의 운동에너지가 높은 곳에 가속도계를 위치하여 측정하는 것이 원하는 목적모드를 효과적으로 얻을 수 있을 것이다.

운동하는 임의의 물체의 운동에너지는 질량 m 과 속도 v 제곱의 곱으로 표현되며 식 (1)과 같다.

$$E_{kinetic} = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

유한요소법에서 질량은 각 절점의 자유도에 대하여 이산화된 질량 행렬로 표현되며, 이때 집중질량 방법에 의한 경우 대각행렬의 형태를 갖는다. 임의의 모드 n 에서, 자유도 i

의 변위 x 는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다⁽⁹⁾.

$$x_{i,n}(t) = \phi_{i,n} \sin \omega_n t \quad (2)$$

모드 n 에 대한 자유도 i 에서의 속도는 변위 식 (2)를 미분하여 얻을 수 있으며 식 (3)과 같다.

$$v_{i,n}(t) = \phi_{i,n} \omega_n \cos \omega_n t \quad (3)$$

식 (2)와 (3)을 이용하면 모드 n 에 대한 자유도 i 의 운동에너지를 식 (4)와 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_{kinetic(i,n)} &= \frac{1}{2} m_i v_{i,n}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_i \phi_{i,n}^2 \omega_n^2 \cos^2 \omega_n t \end{aligned} \quad (4)$$

진동 시스템의 n 번째 모드의 운동에너지는 각 자유도의 운동에너지를 합산하여 나타낸다.

$$\begin{aligned} E_{kinetic(n)} &= \sum_{i=1}^{ndof} \frac{1}{2} m_i v_i^2 \\ &= \sum_{i=1}^{ndof} \frac{1}{2} m_i \phi_{i,n}^2 \omega_n^2 \cos^2 \omega_n t \\ &= \frac{1}{2} \omega_n^2 \cos^2 \omega_n t \sum_{i=1}^{ndof} m_i \phi_{i,n}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)를 행렬 형태로 나타내면 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} E_{kinetic(n)} &= \frac{1}{2} \omega_n^2 \cos^2 \omega_n t \sum_{i=1}^{ndof} m_i \phi_{i,n}^2 \\ &= \frac{1}{2} \omega_n^2 \cos^2 \omega_n t \{ \Phi \}^T [M] \{ \Phi \} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{여기서 } \{ \Phi \} = \begin{Bmatrix} \phi_{1,n} \\ \vdots \\ \phi_{ndof,n} \end{Bmatrix}, [M] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_i & \\ & & \ddots \end{bmatrix}$$

따라서 식 (6)을 이용하여 목적 모드의 운동에너지를 계산할 수 있으며, 운동에너지가 높은 절점들을 가속도계의 응답 위치로 설정할 수 있다.

2.2 모델 축소

유한요소모델의 자유도는 시험모드해석의 자유도에 비하여 적게는 수십배에서 수백, 수천배에 이르는 경우가 많기 때문에, 두 모델을 직접 비교하기 위해서는 같은 자유도가 되도록 유한요소 모델을 축소하는 것이 일반적이다.

모델 축소는 시스템의 특성을 유지할 수 있도록 적절한 변환 행렬을 이용한다. 즉, 모델의 자유도를 종속자유도와 독립자유도로 나누고 이들 사이의 상호관계를 나타낼 수 있도록 식 (7)과 같은 적절한 변환 행렬을 이용한다.

$$\{ \phi_A \} = \begin{Bmatrix} \phi_m \\ \phi_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{mm} \\ T_d \end{bmatrix} \{ \phi_m \}, \{ \phi_d \} = [T_d] \{ \phi_m \} \quad (7)$$

또한, 식 (7)의 변환행렬을 이용하여 시스템의 질량 및 강

성행렬을 축소할 경우 식 (8)과 같이 표현된다.

$$[\tilde{K}] = [T_d]^T [K] [T_d], [\tilde{M}] = [T_d]^T [M] [T_d] \quad (8)$$

감쇠를 고려하지 않는 시스템의 고유치 문제를 독립자유도와 종속자유도로 나누면 식 (9)와 같이 쓸 수 있다.

$$\left(\begin{bmatrix} K_{mm} & K_{md} \\ K_{dm} & K_{dd} \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} M_{mm} & M_{md} \\ M_{dm} & M_{dd} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \phi_m \\ \phi_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

식 (9)에서 종속자유도의 질량을 고려하지 않으면 식 (10)과 같이 나타낼 수 있으며, 식 (10)에서 종속자유도와 독립자유도의 관계를 추출하면 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left(\begin{bmatrix} K_{mm} & K_{md} \\ K_{dm} & K_{dd} \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} M_{mm} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \tilde{\phi}_m \\ \tilde{\phi}_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\{\tilde{\phi}_d\} = -[K_{dd}]^{-1} [K_{dm}] \{\tilde{\phi}_m\} \quad (11)$$

$$\{\tilde{\phi}_A\} = \begin{Bmatrix} \tilde{\phi}_m \\ \tilde{\phi}_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{mm} & \\ & -K_{dd}^{-1} K_{dm} \end{bmatrix} \{\tilde{\phi}_m\} = [T_G] \{\tilde{\phi}_m\} \quad (12)$$

여기서 $[T_G] = \begin{bmatrix} I_{mm} \\ G_{dm} \end{bmatrix}$, $G_{dm} = -K_{dd}^{-1} K_{dm}$

Guyan Reduction은 종속자유도의 질량을 고려하지 않기 때문에, 이 방법을 적용하여 얻어진 주파수가 낮은 영역의 고유치와 고유벡터는 잘 일치하지만 종속자유도의 질량이 크거나 주파수가 높은 영역에서는 큰 오차를 갖는 경향이 있다. 따라서, 이러한 문제점을 개선하기 위해서 종속자유도의 질량을 관성력으로 고려하여 시스템의 동적 특성을 보다 잘 나타내도록 개선한 방법이 IRS(Improved Reduced System)이다^(10, 11).

앞에서 설명한 Guyan Reduction을 이용하는 정적 해석의 평형방정식은 식 (13)과 같이 나타낼 수 있으며, 종속자유도와 독립자유도의 관계는 식 (14)와 같다.

$$\begin{bmatrix} K_{mm} & K_{md} \\ K_{dm} & K_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\phi}_m \\ \tilde{\phi}_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{F}_m \\ \tilde{F}_d \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \{\tilde{\phi}_d\} &= -[K_{dd}]^{-1} [K_{dm}] \{\tilde{\phi}_m\} + [K_{dd}]^{-1} \{\tilde{F}_d\} \\ &= [G_{dm}] \{\tilde{\phi}_m\} + [K_{dd}]^{-1} \{\tilde{F}_d\} \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)에서 종속자유도는 Guyan Reduction의 독립자유도로 표현되는 첫 번째 항과 종속자유도에 작용하는 외력으로 인한 두 번째 항의 합으로 표현됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\tilde{\phi}_A\} &= \{\tilde{\phi}_m\} + \{\tilde{\phi}_d\}^* \\ &= \begin{Bmatrix} \tilde{\phi}_m \\ -K_{dd}^{-1} K_{dm} \tilde{\phi}_m \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ K_{dd}^{-1} \tilde{F}_d \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_{mm} & \\ & -K_{dd}^{-1} K_{dm} \end{bmatrix} \{\tilde{\phi}_m\} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{dd}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{F}_m \\ \tilde{F}_d \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $\{\tilde{\phi}_A\}$: 수정된 고유벡터

$\{\tilde{\phi}_A\}$: Guyan Reduction에 의한 근사화된 고유벡터

$\{\tilde{\phi}_A\}^*$: 관성력을 고려한 수정항

2.3 Modal Assurance Criterion(MAC)

MAC(Modal Assurance Criterion)⁽¹²⁾은 진동 시스템의 고유 벡터의 일치성을 평가하는 방법으로서 두 벡터 사이의 방향여현의 성질을 이용한다. 두 고유 벡터가 같은 방향(동일한 고유 벡터)인 경우는 방향여현이 1이 되고 직교한다면 이들의 방향여현은 0 이 된다. 두 고유 벡터의 방향여현은 식 (16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_i \cdot \phi_j &= \phi_i^T \phi_j = |\phi_i| |\phi_j| \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{\phi_i \cdot \phi_j}{|\phi_i| |\phi_j|} = \frac{\phi_i^T \phi_j}{|\phi_i| |\phi_j|} \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)의 방향여현은 벡터의 방향성에 기인하며, 음의 값을 가질 수 있다. 하지만 고유 벡터는 정규화 방법에 따라서 반대의 방향을 가질 수 있으나 이들은 동일한 모드이므로 식 (17)과 같이 방향여현을 제곱하여 해결할 수 있다.

$$\begin{aligned} (\cos \theta)^2 &= \frac{|\phi_i^T \phi_j|^2}{(|\phi_i| |\phi_j|)^2} = \frac{|\phi_i^T \phi_j|^2}{|\phi_i|^2 |\phi_j|^2} \\ &= \frac{|\phi_i^T \phi_j|^2}{|\phi_i^T \phi_i| |\phi_j^T \phi_j|} \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)에서 두 벡터 ϕ_i, ϕ_j 가 직교성을 갖는다면 방향여현의 제곱은 0의 값을 갖게 되고, 평행한 관계를 갖는다면 1 이 된다. 따라서 이를 이용하여 임의의 진동시스템의 고유 벡터에 대한 직교성을 식 (18)과 같이 MAC 행렬로 나타낼 수 있다.

$$MAC_{i,j} = (\cos \theta)_{i,j}^2 = \frac{|\phi_i^T \phi_j|^2}{|\phi_i^T \phi_i| |\phi_j^T \phi_j|} \quad (18)$$

임의의 진동시스템의 고유벡터는 직교성을 갖고 있으므로, 시험모드해석과 유한요소해석에서 얻어진 고유벡터가 서로 동일하다면 이들 상호간의 MAC 값은 1이 되고, 서로 다르다면 0 이 되어야 한다. 하지만 대부분의 경우 유한요소모델의 갖는 모델링, 경계조건 등의 오차와 시험모드해석 상의 오차 등으로 인하여 MAC 값은 0과 1 사이의 값을 갖는 것이 보편적이며, MAC 값이 0.8 이상인 경우는 두 모드가 잘 일치한다고 할 수 있으며, 0.1 이하이면 서로 다른 모드라 할 수 있다. MAC 값이 0.5 이상인 경우는 육안으로 모드형상을 구분하기 어렵다⁽¹²⁾.

2.4 민감도 해석과 모델 개선

유한요소모델의 수정인자는 모델을 수정하는 변수이다. 그

러므로, 수정인자는 유한요소모델의 질량이나 강성행렬 등과 같은 행렬 항 또는 부행렬 항으로 정의될 수 있으며, 유한요소모델의 정의시 사용되는 재질인 밀도 및 탄성계수, 물리적 특성치인 두께 등으로 정의될 수 있다.

전자의 경우는 개선된 모델이 질량과 강성 행렬 등과 같은 특성치로 나타나기 때문에 물리적으로 적절하고 의미있는 결과를 얻기 어렵다. 반면에 유한요소모델의 재질이나 두께 등과 같은 물리적 특성치를 이용하면 민감도에 기초한 반복적 방법으로서 실제 유한요소모델을 수정하므로 적절하고 의미 있는 결과를 얻을 수 있다⁽¹³⁾.

민감도에 기초한 반복적인 모델 수정은 시험모드해석과 유한요소해석의 진동특성 사이의 차이를 나타내는 잔차벡터의 크기를 최소화하는 방법이다. 잔차벡터의 구성은 고유주파수, 고유벡터, 고유벡터의 직교성검사에 이용되는 비대각항, MAC 행렬의 대각항 등이 있으며, 이를 식 (19)와 같이 Taylor 급수의 일차 미분항까지 전개하여 모델의 개선에 이용할 수 있다. 수정인자의 일차 편미분항들을 민감도라 할 수 있으며, 유한요소모델의 탄성계수, 밀도 및 셸 요소의 두께 등을 설계변수로 설정하여 모델을 개선하는 데 이용한다.

$$\epsilon(u)_{require} = \epsilon(u)_{current} + \sum_{i=1}^{N_u} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial u_i} \cdot \delta u_i \right) \quad (19)$$

- 여기서 $\epsilon(u)_{require}$: n 개 모달변수의 요구상태
- $\epsilon(u)_{current}$: n 개 모달변수의 현재상태
- N_u : 수정인자의 개수
- u_i : i 번째 수정인자

3. 유한요소해석 및 시험모드해석

3.1 예비시험해석 및 검증

모형 프레임에 대한 시험모드해석을 수행하기 앞서, Fig. 1 과 같은 유한요소 모델을 구성하였으며, 경계조건은 자유롭게 하였다. 이 모델을 이용하여 고유모드 해석을 수행하였으며, 시험모드해석을 위한 가속도계의 위치를 설정하고자 6개의 강제 모드를 배제하고 전역 모드로 나타나는 6개의 모드에 대한 운동에너지를 계산하였으며, 각각의 모드에 대한 운동 에너지가 높게 나타나는 점들을 예비 측정점으로 설정하였다.

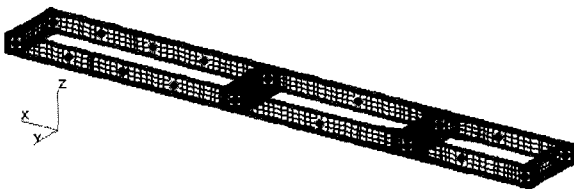


Fig. 1 FE model of the scaled frame

가속도계의 위치로 설정된 예비 측정점들을 독립자유도로 설정하고, 나머지 점들을 종속자유도로 설정하였다. 독립자유도는 전체자유도에 비하여 매우 작은 수로 구성되므로, 독립자유도로 구성된 모델이 전체 모델을 충분히 나타낼 수 있어야 한다. 따라서, 독립자유도로 설정한 측정점들에 대한 타당성을 축소된 모델과 전체 모델의 고유주파수와 MAC을 비교하여 검토하였다. Table 1은 측정점을 8점으로 설정하였을 때의 축소된 모델과 전체 모델의 MAC 결과이고, Table 2는 3은 이때의 고유주파수를 비교한 것이다. Table 1의 결과에

Table 1 MAC matrix between the eigenvectors of the reduced and the full model(8points)

No.	1	2	3	4	5	6
1	1.0000	7.858E-9	6.805E-10	1.093E-13	1.925E-3	2.261E-7
2	1.059E-8	1.0000	8.537E-3	2.689E-8	1.584E-8	1.273E-3
3	3.308E-9	1.235E-2	0.9958	7.828E-7	7.540E-9	3.519E-3
4	1.015E-9	2.924E-8	5.695E-7	0.9999	8.016E-9	1.634E-5
5	2.430E-3	6.448E-9	3.704E-9	2.735E-8	0.9999	1.104E-2
6	1.248E-9	3.816E-2	7.633E-2	2.932E-8	3.973E-8	0.4169

Table 2 MAC matrix between the eigenvectors of the reduced and the full model(18points)

No.	1	2	3	4	5	6
1	1.0000	5.154E-8	1.684E-8	1.932E-9	8.183E-4	4.045E-8
2	5.025E-8	1.0000	3.892E-3	1.496E-8	2.450E-9	4.715E-8
3	9.632E-9	3.417E-3	1.0000	2.280E-7	1.135E-7	3.325E-6
4	1.668E-9	1.680E-9	3.526E-8	1.0000	1.264E-8	6.425E-8
5	8.204E-4	2.148E-10	3.701E-8	2.320E-8	1.0000	2.364E-9
6	5.006E-9	3.562E-8	3.151E-6	4.628E-8	3.450E-6	1.0000

Table 3 Comparison of the natural frequencies between the reduced and the full model

No.	Full model	Reduced model (frequency(Hz)/error(%))	
		8 points	18 points
1	58.5 Hz	58.6 Hz / 0.2%	58.5 Hz / 0.0%
2	108.9 Hz	109.3 Hz / 0.4%	109.1 Hz / 0.2%
3	219.5 Hz	225.0 Hz / 2.5%	220.6 Hz / 0.5%
4	236.3 Hz	237.7 Hz / 0.6%	237.1 Hz / 0.3%
5	313.9 Hz	316.2 Hz / 0.7%	314.4 Hz / 0.2%
6	330.3 Hz	434.3 Hz / 31.5%	333.1 Hz / 0.8%

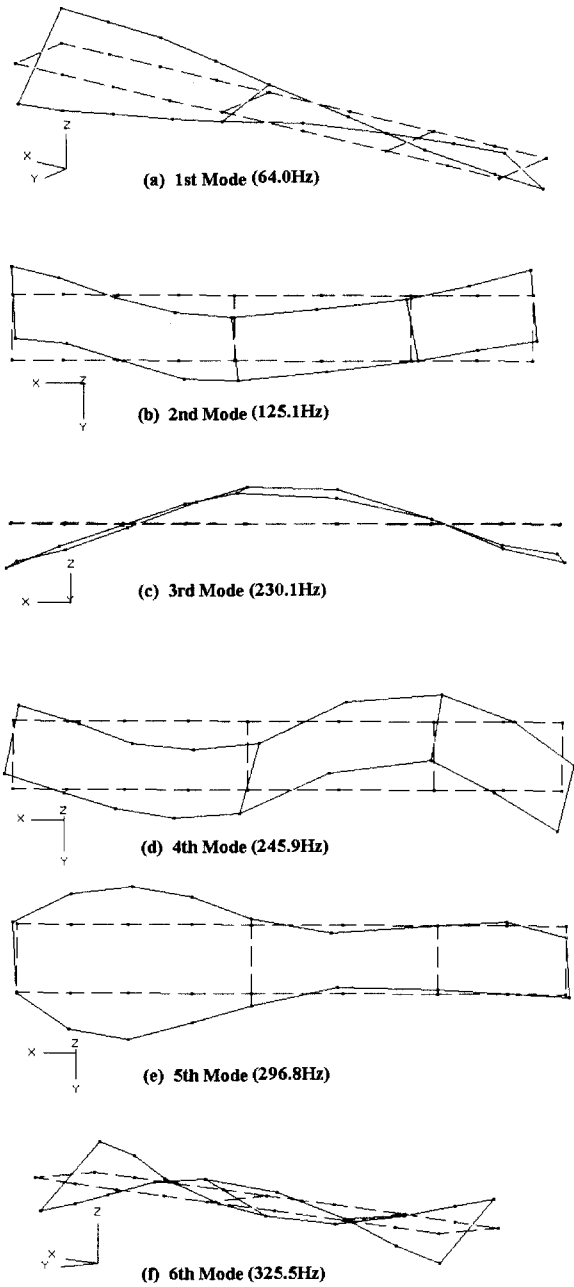


Fig. 3 Mode shapes from the EMA

측정점을 18점으로 설정하였을 때의 MAC 결과이며, Table 서 보여주듯이 측정점을 8점으로 설정한 경우는 6번째 고유 벡터에 대한 MAC이 0.4 정도로 낮은 값을 갖고 있으므로 적절하지 못함을 알 수 있다. 측정점을 18점으로 설정한 경우는 MAC 행렬의 대각항이 모두 1이고 고유주파수도 1%이 내의 오차이므로 이들을 측정점으로 설정하는 것이 적절함을 알 수 있다. 시험모드해석의 측정점으로 설정한 18점은 Fig. 1에서 ○ 표시한 곳이다.

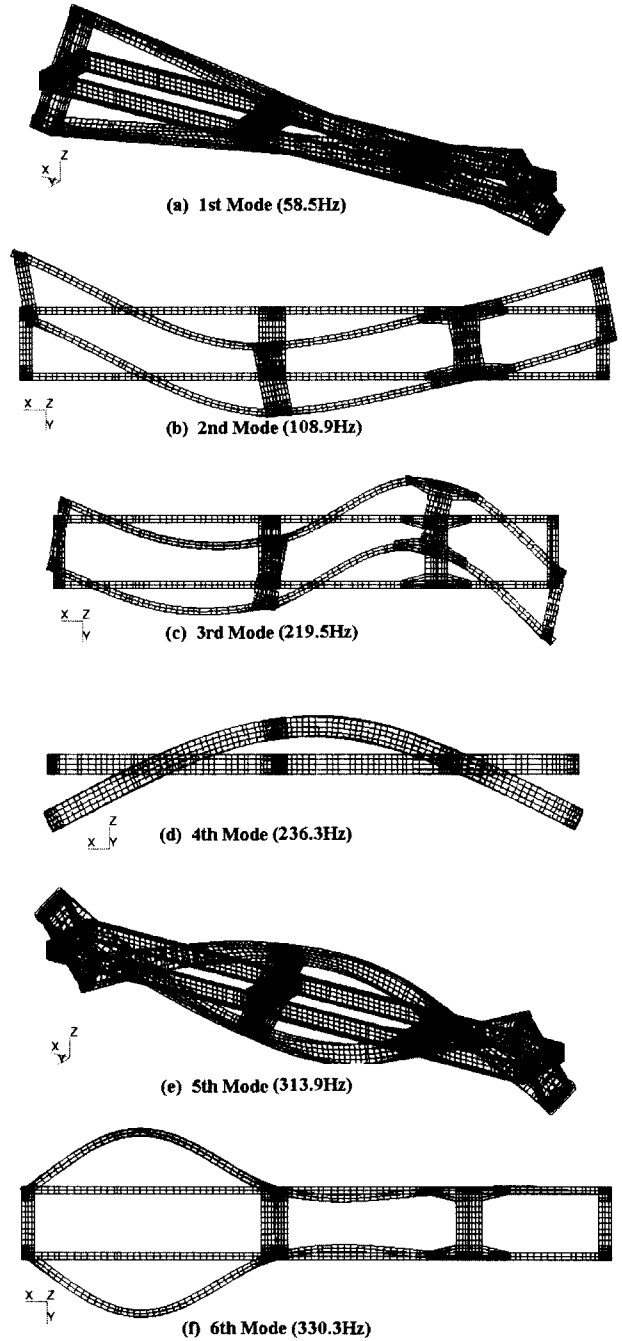


Fig. 4 Mode shapes from the FEA

3.2 시험모드해석 및 모델 상관관계

유한요소해석에서 얻어진 18개의 측정점에 대한 시험모드 해석의 기하형상을 구성하였으며, 이를 Fig. 2에 나타내었다. 시험모드해석의 경계조건은 유한요소해석과 유사하도록 강성이 낮은 유연한 줄을 이용하여 구조물을 매달았으며, 충격해머와 가속도계를 사용하여 시험을 하였다^(14, 15).

측정된 전달함수로부터 고유주파수와 고유벡터 등의 모델

변수를 추출하였으며, 모드형상을 Fig. 3에 정리하였다. 또한, 유한요소해석에서 얻어진 모드형상을 Fig. 4에 정리하였으며, 유한요소해석과 시험모드해석에서 얻어진 고유벡터로 계산한 MAC 행렬은 Table 4에, 고유주파수는 Table 5에 각각 정리하였다.

Table 4의 결과에서 나타난 바와 같이 시험모드해석과 유한요소해석에서 얻어진 고유벡터의 MAC 값은 최소값이 0.8883으로 비교적 높은 편이므로, Fig. 3과 Fig. 4의 모드 형

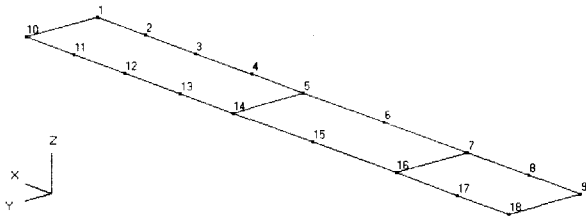


Fig. 2 Geometric shape of the EMA model

Table 4 MAC matrix between the eigenvectors of the FEA and the EMA

		EMA						
No.		1	2	3	4	5	6	
	Freq (Hz)	64.0	125.1	230.1	245.9	296.8	325.5	
F E A	1	58.5	0.9436	3.877E-3	9.390E-4	9.784E-8	1.687E-3	34.816E-3
	2	108.9	7.637E-3	0.9738	3.966E-4	3.093E-2	22.757E-4	75.706E-4
	4	236.3	6.921E-9	1.735E-4	0.8883	2.486E-4	44.343E-8	36.837E-8
	3	219.5	3.749E-3	8.598E-4	2.582E-2	0.9166	1.162E-6	2.016E-2
	6	330.3	7.638E-4	8.121E-8	7.453E-4	8.442E-9	0.8943	9.481E-4
	5	313.9	4.647E-4	2.474E-4	7.984E-6	2.330E-5	3.794E-2	0.8944

Table 5 Comparison of the natural frequencies between FEA and EMA

Mode Pair	Freq. (Hz)		Freq. error(%)	Description
	EMA	FEA		
(1, 1)	64.0	58.5	-8.59	1st torsional mode
(2, 2)	125.1	108.9	-12.95	1st lateral bending mode
(3, 4)	230.1	236.3	2.69	1st vertical bending mode
(4, 3)	245.9	219.5	-10.74	2nd lateral bending mode
(5, 6)	296.8	330.3	-11.29	Frame bulging between 1st and 2nd cross member
(6, 5)	325.5	313.9	-3.56	2nd torsional mode

상에 대한 차이를 육안으로 구분하기는 불가능하다. 그러나, 모드 짝짓기를 하여 정리한 Table 5에서 보여주듯이 세 번째와 네 번째, 다섯 번째와 여섯 번째 모드의 순서가 시험모드해석과 바뀌었고, 고유주파수의 최대 오차도 13%로 비교적 높은 편임을 알 수 있다. 따라서, MAC 값의 최소치를 0.9 이상이 되도록 하고 고유주파수의 오차도 5% 이내로 줄일 수 있도록 모델을 개선할 필요가 있다.

3.3 유한요소 모델의 개선

앞에서 언급하였듯이 시험모드해석과 유한요소해석 결과의 비교에서 고유벡터는 큰 차이를 보이지 않지만 고유주파수는 상당한 오차를 갖고 있다. 또한, 고유모드의 순서도 서로 같지 않음을 알 수 있다. 따라서, 유한요소해석과 시험모드해석의 진동특성의 차이를 나타내는 잔차벡터는 고유주파수의 차이와 MAC 행렬의 대각항으로 구성하고, 각각의 크로스 멤버와 결합부위 등의 두께와 영 계수, 밀도 등을 설계변수로 설정하였으며, 잔차벡터의 크기를 줄일 수 있도록 이에 대한 민감도 해석을 수행하였으며, 결과를 Fig. 5에 정리하였다.

Fig. 5의 결과에서 보면 전반적으로 셸요소의 두께에 대한 민감도가 큼을 알 수 있으며, 일부분에서는 영계수에 대한 민감도도 상당함을 알 수 있다. 따라서, 민감도가 큰 변수들을 선정하여 이들을 수정한 유한요소모델에 대한 상관관계를

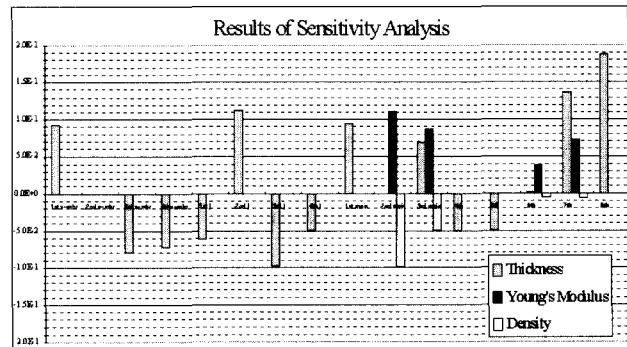


Fig. 5 Results of initial sensitivity analysis

Table 6 Change of design variables for each cross member

	Young's modulus ($\times 10^{11}$ N/m ²)		Density ($\times 10^3$ kg/m ³)		Thickness ($\times 10^{-3}$ m)	
	Initial	Updated	Initial	Updated	Initial	Updated
1st	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	1.31
2nd	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	1.00
3rd	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	0.80
4th	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	0.84

Table 7 Change of design variables for each joint

	Young's modulus ($\times 10^{11}$ N/m ²)		Density ($\times 10^3$ kg/m ³)		Thickness ($\times 10^{-3}$ m)	
	Initial	Updated	Initial	Updated	Initial	Updated
	1st	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00
2nd	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	1.24
3rd	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	0.80
4th	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	0.90

Table 8 Change of design variables for each part of main frame

	Young's modulus ($\times 10^{11}$ N/m ²)		Density ($\times 10^3$ kg/m ³)		Thickness ($\times 10^{-3}$ m)	
	Initial	Updated	Initial	Updated	Initial	Updated
	1st ~ 2nd	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00
2.07		2.69	7.85	7.07	1.00	1.25
2.07		2.48	7.85	7.46	1.00	1.14
2nd ~ 3rd	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	0.80
	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	0.90
	2.07	2.30	7.85	7.81	1.00	1.00
3rd ~ 4th	2.07	2.27	7.85	7.80	1.00	1.33
	2.07	2.07	7.85	7.85	1.00	1.47

Table 9 MAC between the eigenvectors of the updated FEA and the EMA

No.	EMA							
	Freq(Hz)	1	2	3	4	5	6	
			64.0	125.1	230.1	245.9	296.8	325.5
F E A	1	65.3	0.9604	4.204E-3	1.139E-3	3.795E-8	3.017E-3	3.204E-4
	2	124.9	6.918E-3	0.9742	9.332E-4	1.500E-2	2.484E-7	75.603E-4
	3	236.5	1.023E-7	7.2047E-4	0.9137	1.048E-4	4.384E-3	1.091E-7
	4	238.5	6.499E-3	3.1949E-2	2.556E-2	0.9371	4.148E-7	7.1211E-2
	5	295.5	7.877E-7	4.4503E-7	7.8037E-4	2.400E-6	0.9012	1.043E-3
	6	318.6	1.265E-5	3.5636E-5	1.021E-4	2.250E-5	3.325E-2	0.9044

평가하고 목표치에 도달하도록 민감도해석을 반복 수행하여 최종적으로 개선된 유한요소 모델을 얻을 수 있었다. 초기 유한요소모델과 개선된 유한요소모델의 설계변수를 Table 6 ~ 8에 정리하였다.

Table 10 Difference of the frequencies between the updated FEA and the EMA

No.	Freq.(Hz)		Error (%)	Description
	EMA	FEA		
1	64.0	65.3	2.03	1st torsional mode
2	125.1	124.9	-0.16	1st lateral bending mode
3	230.1	236.5	2.78	1st vertical bending mode
4	245.9	238.5	-3.01	2nd lateral bending mode
5	296.8	295.5	-0.44	Frame bulging between 1st and 2nd cross member
6	325.5	318.6	-2.12	2nd torsional mode

Table 9에서 나타난 바와 같이 최종적으로 개선한 유한요소모델과 시험모드해석의 고유벡터 사이의 MAC 값의 대각항의 평균이 0.932로 초기 모델의 평균인 0.919에 비하여 약간 증가하였으며, 최소값도 0.9 이상이 되었다. 또한, Table 10에서 알 수 있듯이 고유주파수의 오차도 최대 3%로 초기의 13%에 비하여 많이 감소함을 알 수 있다. 뿐만 아니라, 초기 모델에서 나타나던 모드의 순서가 바뀌는 현상도 없어졌음을 알 수 있다. 따라서 개선된 유한요소모델은 높은 상관성을 갖고 있음을 알 수 있다.

4. 결론

유한요소모델의 개선 및 활용을 위한 시험과의 상관관계 분석과 민감도 해석 등을 수행하여 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 유한요소 해석결과의 각 모드의 운동에너지를, 시험모드해석을 위한 목적 모드의 가속도계 응답위치의 설정에 이용하였으며, 측정점의 설정에 매우 유용함을 알 수 있었다.
- (2) IRS 방법으로 축소된 모델을 이용하여 예비시험해석 모델의 측정점이 적절한가를 평가하였다.
- (3) 민감도해석과 최적화해석을 통하여 시험모드해석과 고유벡터가 90%이상 일치하고, 고유주파수의 오차가 3%이내가 되도록 유한요소모델을 수정하였다.

5. 참고 문헌

- (1) Hurty, W. C., 1965, "Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes," AIAA Journal, Vol. 3, No. 4, pp. 678-685.
- (2) Wang, B. P., Palazzolo, A. B., and Pilkey, W. D., 1980, "Reanalysis, Modal Synthesis and Dynamic Design,

Finite Element : The State of the Art," ASME.

(3) Meirovitch, L., and Hale, A. L., 1980, "A General Substructure Synthesis Method for the Dynamic Simulation of Complex Structures," Journal of Sound and Vibration, pp. 309~326.

(4) Adelman, H. M., 1992, "Experimental Validation of the Utility of Structural Optimization," Structural Optimization Vol. 5, pp. 3~11.

(5) Caesar, B. 1987, "Updating System Matrices using Modal Test Data," Proc. of the 5th IMAC, pp. 453~459.

(6) Dascotte, E. 1990, "Practical Applications of Finite Element Tuning using Experimental Modal Data," Proc. of the 8th IMAC, pp. 1032~1037.

(7) Mark D. and Teik C. L., 1995, "Automotive Applications for Test/Analysis Correlation," SAE 951366.

(8) Chung Y. T. and Stepan. S. S., 1988, "Assessments of Model Correlation Using Dynamic Reduction and Static Reduction," SAE 881527.

(9) Grant R. P and Ted L. R., 1993, "Kinetic Energy Calculation as an Aid to Instrumentation Location in Modal Testing," MSC World Users' Conference Proc.

(10) Guyan R., 1965, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," AIAA Journal, Vol. 3, No. 2, p. 380.

(11) John O. C. 1989, "A Procedure for an Improved Reduced System(IRS) Method," Proc. of the 7th IMAC, pp. 17~21.

(12) Ward H., Stefan L., and Paul S. 1995, Modal Analysis Theory and Testing, Katholieke Universiteit Leuven, pp. A.4.1~A.4.5.

(13) Twomey W., Chen T. L. and Ojalvo I. U. 1991, "General Method for Modifying a Finite Element Model to Correlate with Modal Test Data," Journal of the American Helicopter Society Vol. 36, No. 3, pp. 48~58.

(14) Spectral Dynamics Inc., 1996, The Star System User Manual.

(15) Kilrog K., 1993, Basic Dynamic Analysis User's Guide, MSC.