

■ 論 文 ■

**링크관측교통량을 이용한 도시부 OD 통행행렬 추정
(GA와 SAB 알고리즘의 비교를 중심으로)**

OD trip matrix estimation from urban link traffic counts
(comparison with GA and SAB algorithm)

백 승 결

(서울대학교 환경대학원 박사과정)

김 현 명

((주)도화종합기술공사)

임 용 택

(여수대학교 교통물류시스템공학부 전임강사)

임 강 원

(서울대학교 환경대학원 교수)

목 차

- | | |
|-----------------------------|----------|
| I. 서론 | IV. 사례분석 |
| II. 바이레벨 OD 추정기법 | 1. 분석예제 |
| III. 유전알고리즘을 이용한 OD추정기법의 개발 | 2. 분석결과 |
| 1. 유전알고리즘 | V. 결론 |
| 2. 해도출 알고리즘 | 참고문헌 |

Key Words : OD 추정, 유전알고리즘, 게임이론, 바이레벨 모형, 일반화최소자승법

요 약

전통적인 OD조사에 의한 OD추정방법의 여러 문제점들로 인해 링크에서 관측된 교통량과 기존OD를 결합해 새로운 OD를 추정하고자 하는 연구들이 지속되고 있으며, 그 필요성도 증대되고 있다. 그러한 기법중의 하나가 Yang(1995)이 제시한 바이레벨 모형으로, 그는 일반화최소자승법을 풀기위한 Sensitivity Analysis Based (SAB)을 제시하였다. 그러나 SAB 알고리즘은 두가지 중요한 문제점을 가지고 있다. 첫 번째 문제는 실제 OD를 알기가 어렵기 때문에, 기존 OD 조사시의 통행패턴이 현재의 통행패턴과 큰 변화가 없다는 가정 하에, 기존 OD를 추정시 중요한 추정기준으로 설정한다는 점이다. 그러나 이러한 기존 OD에 대한 추정의 종속성으로 인해, SAB는 기존 OD와 실제 OD의 차이가 큰 경우 정확한 해를 도출하지 못하고 추정결과가 일관적(robust)이지 않게 도출된다. 두 번째 문제는 SAB는 통행패턴 추정시 선형근사화를 가정하기 때문에 게임이론적 측면에서 전제로 설정한 완전한 Stackelberg 상황을 구현하지 못한다는 점이다. 이러한 문제점을 피하기 위해서는 기존 OD의 오차나 관측교통량의 오차에 대해 일관적이고 안정적인 해도출 기법이 필요하다.

본 연구의 목적은 SAB를 비롯한 기존 바이레벨 OD추정기법의 문제점을 지적하고 이에 대한 대안기법을 제시하는 것이다. OD추정의 문제는 본질적으로 비선형이고 비볼록하기 때문에, 다중해를 도출하게 된다. 따라서 전역해 탐색기법이 필요한데, 본 연구에서는 전역최적화가 가능한 유전알고리즘(Genetic Algorithm)을 이용한 OD추정모형(GA-Model:GAM)을 제시하였다. 사례네트워크에 대한 비교분석결과, GAM은 기존 OD의 오차에 대해 크게 종속적이지 않으며 OD구조가 변하는 경우에도 추정이 가능하며, 일반적으로 실제 OD를 알 수 없는(기존OD의 오차가 어느 정도인지를 알 수 없는) 도시부 네트워크에서 신뢰성있는 추정력을 보였다.

1. 서론

전통적인 통행기중점 추정(trip OD matrix estimation)방법은 비용, 노동력, 시간이 많이 들며, 특히 토지이용과 인구가 급격하게 변하는 개발도상국에서는 이러한 문제가 더욱 크다. 이에 따라 링크관측 교통량으로부터 기중점을 추정하는 기법이 지속적으로 연구되고 있다. 이는 관측교통량은 통행자별로 구분하지 않아도 되며, 용이하게 구할 수 있고, 수집비용이 크지 않으며, 자동수집기술이 발전되고 있기 때문이다(Ortuzar, 1994).

링크교통량을 이용한 OD 추정방법은 직접 관측이 불가능한 OD자료와 관측된 링크교통량과의 인과관계를 설정하여 링크교통량으로부터 OD를 추정해 내는 것이다. 관측 링크교통량을 이용해 OD행렬을 추정하는 문제는 많은 연구자들에 의해 다루어진 문제이다. 일반적으로 사용되는 방법으로는 Entropy maximizing (Van Zuylen and Willumsen, 1980), Maximum likelihood(Spiess, 1987), Generalized Least Squares(GLS: Cascetta, 1984; Bell, 1991), 그리고 Bayesian inference 추정기법(Maher, 1983) 등이 있다. 이러한 연구들에서 사용된 모형들은 일반적으로 바이레벨(bilevel) 형태를 가지고 있다(Yang 등, 1992).

게임이론(game theory)에서는 이러한 문제를 leader와 follower문제라 부르며, 상위문제에 대한 결정변수(즉, OD 통행량)가 leader가 되고 하위문제의 결정변수(즉, 링크교통량)가 follower가 되는 Stackelberg 게임이라 부른다. 이러한 게임에서는 leader가 우선 선택을 하는데, leader는 제약조건과 목적함수를 고려하고 follower의 현재 반응까지 고려해 적절한 OD통행량을 선택한다. 즉 leader는 하위문제에 대해 완전정보를 갖고 최적값을 선택한다. 이러한 결정하에서 follower는 그의 목적함수와 제약조건을 고려해서 관측교통량을 선택한다.

이러한 바이레벨 프로그래밍 문제는 상위문제의 목적함수값 계산에 하위문제의 해를 필요로 하기 때문에 일반적으로 해결하기가 어렵다. 더욱이, 하위문제가 비선형 제약의 영향을 갖는 경우, 이 문제는 비볼록(non-convex) programming문제가 된다. 비볼록성은 지역해(local solution)를 발생시킬 수 있으므로 전역최적해를 찾기 어렵다(Yang, 1995). 바이레벨

프로그램을 풀기 위해 지금까지 제시된 알고리즘은 반복적 최적화배분(Iterative Optimization Assignment), IEA(Iterative Equilibrium Assignment), Sensitivity Analysis Based(SAB) 등이 있다.

그러나 이러한 기법들은 기존 OD에 대한 모형의 종속성을 강하게 가지고 있어, 해당지역의 통행패턴이 변하여 추정OD가 기존 OD와 유사하지 않을 경우 추정의 신뢰성을 확보하지 못하게 되는 문제점을 가지고 있다. 또한 대부분 통행패턴의 추정시 선형근사화를 가정하여 게임이론적인 측면에서 가정한 Stackelberg 상황을 구현하지 못하는 문제를 가지고 있다. Yin (2000)은 SAB 알고리즘이 선형근사화로 인해 전역해를 찾기가 어려움을 지적하고 실제 네트워크에서 적용이 가능한 효율적인 알고리즘으로 유전알고리즘(Genetic Algorithm:GA)을 제시하여 혼잡세와 교통망설계문제에 적용한 바 있다. 또한 임용택 등(2000)은 축도로(corridor)인 서울시 내부순환도로를 대상으로 유전자알고리즘을 이용한 OD추정기법을 개발하고 Gradient기법과 비교한 바 있다.

본 연구는 임용택 등(2000)의 연구를 정적 OD추정의 일반적인 대상인 도시부 네트워크에 대해 확장 적용한 것으로, 기존연구들이 기존 OD에 대해 가지는 종속성문제를 제기하고 이에 대한 대안모형을 제시하는 것이 주목적이다. 제시된 목적함수는 비선형 비볼록(nonlinear nonconvex)형태이기 때문에 다수의 해(multiple solutions)가 존재하게 된다. 따라서 전역해(global solution)를 찾는 알고리즘이 필요한 데, 본 연구에서는 확률적 전역탐색기법으로 널리 활용되고 있는 유전 알고리즘을 이용하여 풀이 알고리즘을 개발하였다. 비교모형으로는 Yang 등(1992,1995)에 의해 제시된 SAB를 이용한 OD추정모형을 이용하였다.

또한 본 연구에서는 기존OD에 대한 종속성문제를 보다 심도있게 검토하기 위해 전체적인 추정오차 외에 OD 구조라는 개념을 새로이 설정하여, OD구조가 변한 경우에 기존모형과 본 연구에서 개발한 모형의 추정력도 검토하였다. 여기서 OD구조란 임의의 한 기점에서 여러 종점들로 통행량이 배분될 때 이들 기종점간의 분할비율순위를 의미하며, OD구조 변화란 이 순위가 바뀌는 경우를 나타낸다.

본 연구의 구성은 2장에서 기존 OD를 이용하는 바이레벨 모형의 문제점을 알아보았고, 3장에서는 이

에 대한 대안으로서 유전알고리즘을 이용한 OD 추정 알고리즘을 개발한 후, 4장에서 사례분석을 통해 모형추정력을 검토하였다. 결론에서는 분석결과 정리와 함께 향후 연구를 기술하였다.

II. 바이레벨 OD 추정기법

기존 OD는 표본행렬의 조사과정에서 조사오차(survey error)를 가지거나 추정하고자 하는 시점에 비해 조사 시점이 상당히 경과되어 자료의 신뢰성이 저하될 수 있다. 관측교통량도 시간적인 변동이나 관측오차(measurement error)가 존재하기 때문에 관측링크교통량이 가정한 경로선택 행태와 일치성(consistency)를 갖는다 하더라도 이용자 균형(user equilibrium: UE) 조건을 만족하지 않을 수도 있다. 이러한 점을 고려하기 위하여 GLS기법이 많이 이용되는데, GLS의 가장 큰 장점은 OD 통행량과 직접 관련된 관측 교통량자료를 결합시키고, 이러한 자료들의 상대적인 정확성을 고려할 수 있다는 것이다(Bell, 1991).

Yang et al.(1992, 1994)은 혼잡 교통상황에서 경로 선택과 OD 행렬의 추정을 동시에 수행할 수 있는 효과적인 기법으로써 식(1)과 같이 바이레벨 프로그래밍 기법을 사용할 수 있음을 보였다.

$$\min F(t) = (\bar{t} - t)^T U^{-1} (\bar{t} - t) + (\bar{v} - v)^T V^{-1} (\bar{v} - v) \quad (1a)$$

subject to

$$t \geq 0 \quad (1b)$$

$$v = M(t) \quad (1c)$$

여기서,

- ① $\bar{t} = [\dots, \bar{t}_w, \dots]^T$ 는 기존(target) OD 행렬을 의미하며, \bar{t}_w 는 기종점쌍 $w \in W$ 간의 통행, W 는 기종점쌍 집합을 나타낸다.
- ② $\bar{v} = [\dots, \bar{v}_a, \dots]^T$ 는 관측링크통행량의 벡터를 의미한다. \bar{v}_a 는 링크 $a \in \bar{A}$ 에서 관측된 통행량, \bar{A} 는 교통망의 링크들 중 통행량이 관측된 링크들의 부분집합을 나타낸다.
- ③ t 와 v 는 추정 OD 행렬과 그에 따른 링크교통량을 나타내는 벡터이다.

여기서, U 와 V 는 각각 확률에러항(random error terms)으로 OD 및 링크교통량간 오차의 분산-공분산 행렬로 해석할 수 있다. $M(t)$ 는 통행배분(traffic assignment) map이라 불리며(Cascetta and Nguyen, 1988), 기종점 행렬 t 와 추정 링크 통행량 v 간의 관계를 묘사하는데 이용된다. 일반적으로 비혼잡상황의 경우 전량배분(All-or-Nothing Assignment)하며, 혼잡상황의 경우 이용자균형 통행배분나 확률적 사용자균형 통행배분 등을 이용한다.

OD 통행량 t 로부터 구해지는 링크교통량 $v(t)$ 는 Response 또는 Reaction 함수라 부르는데, OD 행렬의 성공적인 해 추정은 $v(t)$ 를 어떻게 계산하는가에 달려있다. 즉, OD 행렬의 변화에 대해 링크교통량의 변화를 어떻게 계산해내는가에 달려있는 것이다. 그러나 $v(t)$ 는 비선형이고 함수적 형태는 명확히 알려져 있지 않기 때문에, OD통행량 변화에 대한 링크교통량의 변화를 명확하게 나타낼 수 없다. Yang (1995)은 이러한 점을 피할 수 있는 방법으로 영향계수(Influence factor) $Z = [q_{aw}]$ 에 기초하여 현재의 해($t^*, v(t^*)$)에서의 $v(t)$ 에 대한 국지적 선형근사식을 구성하는 Sensitivity Analysis Based(SAB) 알고리즘을 다음과 같이 제시하였다.

Step 0. 초기해 $t^{(0)}$ 를 결정한다. $k=0$ 으로 놓는다

Step 1. 주어진 $t^{(k)}$ 에 대해 하위의 균형통행배분 문제를 푼다.

Step 2. 영향계수 $Z^{(k)}$ 를 계산한다.

영향계수 Z 는 기종점 수요에 대한 링크교통량의 미분으로 정의되며, $Z = [q_{aw}]$ 로 표시된다. 여기서, q_{aw} 는 식(2)와 같이 계산된다.

$$q_{aw} = \frac{\partial v_a}{\partial t_w}, \quad a \in A, \quad w \in W \quad (2)$$

Step 3. $Z^{(k)}$ 를 이용해 상위의 추정문제를 풀어 $t^{(k+1)}$ 을 구한다.

영향계수에 근거하여, 비선형 Reaction 함수 $v = v(t)$ 를 식(3)과 같이 선형으로 근사화한다.

$$v(t) \approx v(t^*) + Z(t - t^*) \quad (3)$$

해는 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$t^{(k+1)} = (U^{-1} + Z^{(k)T} V^{-1} Z^{(k)})^{-1} \\ (U^{-1} \bar{t} + Z^{(k)T} V^{-1} (\bar{v} - v^{(k)} + Z^{(k)} t^{(k)})) \quad (4)$$

Step 4. 수렴조건(Stopping criterion)이 만족되면 정지한다. 그렇지 않으면, $k=k+1$ 로 놓고 Step 1로 간다.

본 연구에서는 Bell(1991)이 제시한 비음제약을 포함하여 SAB 알고리즘을 구성하였다. Yang(1992) 등에 의하면 상위함수는 t 와 v 에 대해 강볼록하나, 하위함수는 비볼록하다. 따라서 Yang(1992) 등은 기존 OD가 실제 OD와 근사한 상황, 즉 q 의 변화가 안정적인 패턴을 보이는 경우를 가정하여, 이전 반복 계산에서 얻어진 $q_{uv}(t)$ 를 근사적으로 사용하였다. SAB는 변동부등식으로 구성되어, 링크이용확률이 모든 기중점쌍에 종속적(non-separable)이다. 즉, SAB는 다음 식과 같이 특정 링크교통량과 그 링크상의 모든 OD와의 민감도를 구하는 것이다. 따라서 SAB는 네트워크 균형시 링크교통량간 상호관계(link interaction)의 민감도를 알아야 하는 계산상의 복잡성을 가지고 있다.

또한 SAB는 축차적 계산으로, $(k-1)$ 반복시에 구한 영향계수를 이용하여 k 단계의 t_k^* 를 구하는데, 이러한 축차적 기법은 목적함수가 볼록형태를 가지며, 이에 따라 전단계의 영향계수가 현 단계의 영향계수와 선형적으로 근사하다는 것을 가정한다. 이렇게 SAB는 축차적인 선형근사화를 가정하며, 링크교통량과 OD행렬의 추정에서 단일한 통행배분 map을 사용하여 추정 OD의 최적해를 도출하기 때문에, leader가 follower에 대한 동시적이고 완전한 정보를 가지기 어렵다. 따라서 Stackelberg 게임 상황이라 할 수 없으며, 오히려 영향계수의 계산에 있어 전 단계의 영향계수 값을 이용한다는 점에서 Nash 게임 상황에 가깝다고 할 수 있다. 그러므로 영향계수가 안정적이지 않고 초기값으로 이용되는 기존 OD가 추정 OD와 유사하지 않은 경우, 특히 동일기점에 대한 각 OD의 규모순위(ordinal OD scale:OD 구조)가 변할 경우에는 이러한 근사화가 성립되지 않으며, 볼록가정과 Stackelberg 게임이 성립되지 않는다. 즉 추정OD가 기존 OD에 대한 종속성이 큰 SAB 알고리즘은 기존 OD가 실제 OD와 차이가 있는 경우 추정력에 문제를 보일 수 있다는 것이다.

이는 SAB 알고리즘이나 Gradient 기법 등 지금까지의 OD 추정모형들이 실제 OD가 가능한 기존 OD와 유사하다는 것을 가정하기 때문이다. 그러나 OD 추정문제는 실제해를 알 수 없기 때문에 기존 OD 오차나 관측링크교통량오차에 일관적인 모형이 필요하다. 또한 OD 추정문제는 문제의 속성상 무수히 많은 추정해가 존재하며, OD쌍의 수가 증가할수록 이러한 결과는 심화된다. 따라서 기존 OD를 해의 발생가능영역의 기초적인 정보로 이용한다 하더라도 OD통행량과 링크교통량에 구현되는 다양한 map중 전역적인 최적해를 도출하는 방법이 필요하게 된다.

III. 유전알고리즘을 이용한 OD추정기법의 개발

1. 유전알고리즘

Stackelberg 조건에 부합되는 OD추정 알고리즘을 구성하기 위해서는 목적함수가 비볼록인 상황에서 전역해를 찾기 위한 방법이 필요하다. 이러한 문제를 풀기 위해 하위문제는 이용자통행배분을 통해 구하고, 상위문제는 유전알고리즘을 이용하여 전역해를 구하는 방법을 이용할 수 있다. GA의 경우 가능 OD해집합의 구성요소들을 동시에 탐색할 수 있어 목적함수의 형태에 관계없이 전역최적해(global optimum)에 대한 수렴을 확률적으로 보장할 수 있으므로, 상위문제에 대한 Stackelberg게임의 기본가정을 만족한다고 볼 수 있다.

유전 알고리즘은 재생산(reproduction), 교배(crossover), 돌연변이(mutation)의 세 가지 과정을 반복하여 최적해를 도출한다. 여기서 재생산이란 지정된 전략에 따라 새로운 세대를 발생시키는 것이고, 교배란 개체간의 염색체 교환을 통해 새로운 세대를 형성하는 것이다. 돌연변이란 모체의 성질과는 전혀 다른 새로운 개체를 발생시키는 과정이다. 돌연변이 확률이 높을수록 광범위한 영역을 탐색할 수 있어 지역해에 수렴할 가능성을 낮출 수 있지만 수렴속도는 늦어지게 된다.

GAM을 이용해 관측링크교통량으로부터의 OD를 추정하기 위하여 위 식(1)을 스칼라(Scalar) 형태로 표현하면 식(5)와 같다. 식(1)의 U 와 V 는 identity 행렬로 가정하였다.

$$Min F(t_{ij}) = \frac{1}{2} \sum_{a \in A} (v_a - \bar{v}_a)^2 + \gamma \frac{1}{2} \sum_{ij \in W} (t_{ij} - \bar{t}_{ij})^2 \quad (5a)$$

subject to
 $t \geq 0 \quad (5b)$

$$v = M(t) \quad (5c)$$

위 식은 기종점 통행량 추정모형에서 흔히 쓰이는 최소화승 형태로, 본 연구에서는 Yang(1997) 등의 연구를 참고하였다. 식에서 γ 는 사용되는 기존 기종점표의 신뢰성을 목적함수에 반영하는 파라메터이고, W 는 기종점쌍의 집합을 나타낸다.

현실적으로 확보가 불가능한 실제 OD와 추정 OD의 차이는 목적함수에서 제외하고($\gamma = 0.0$), 링크 교통량의 관측치와 추정치의 차이만으로 GAM의 목적함수를 구성하였으며, 기존 OD는 초기의 추정OD가 능력영역을 발생시키는 데에만 이용하였다. 기존 모형들은 기존OD 정보를 해의 탐색과정에서 일정한 가중치를 부여하며 계속적으로 이용한다. 따라서 해당지역의 OD구조가 크게 변화되지 않은 곳에서는 해의 발생영역을 안정적으로 확보하게 해주어 추정의 정확성을 확보하게 해주지만, OD구조가 변화된 곳에서는 오히려 이러한 종속성으로 인해 새로운 OD구조를 추정하는데 한계를 가지게 된다. 이에 비해 GAM은 기존 OD의 일정 오차범위영역을 해탐색 기간동안 계속 고려하지 않고 가능 해의 초기영역으로만 설정하여 해를 탐색해가기 때문에, OD구조가 변화하지 않은 곳에서도 해를 찾을 수 있으며, 또한 OD구조가 변화한 곳에서도 해를 찾을 수 있게 된다. 따라서 기존 OD정보를 보다 효율적으로 이용할 수 있게 된다.

2. 해도출 알고리즘

식(5)의 최소화문제를 풀기 위하여 전역 탐색알고리즘으로 알려진 유전 알고리즘을 이용하여 풀이 알고리즘을 개발하였다. 본 연구에서 제시된 알고리즘은 임용택(2000) 등의 기존 알고리즘을 도시부로 확장한 것이다. 불확실한 과거정보인 기존 OD는 최초 추정OD의 발생가능영역 설정의 정보로만 이용하였다. 기종점쌍 수만큼의 유전자를 설정하고, 이 유전자를

효율적으로 발생시키기 위하여 기점에 대한 종점의 선택비율(X_1)과 기점통행량의 기존 OD에 대한 발생비율(X_2)를 구분하여 임의로 발생시켰으며, 이를 기초로 통행배분을 실시하여 목적함수의 값을 계산하였다. 합리적인 종점선택비율을 도출하기 위하여 동일 기점에서 출발하는 통행의 종점선택비율은 합하여 1.0이 되도록 제약하였다.

유전알고리즘을 이용한 OD 추정모형의 구체적인 해도출 알고리즘은 다음과 같다.

[step 0] 초기화(Random Generation)

- ① 파라메터값 등 설정
 mutratio (돌연변이 확률)
 max iter (최대반복수)
 n = 1 (세대수 또는 반복수)
- ② (0, 1) 사이의 값을 가지는 $X_{1,n}[m][ij]$ 과 $X_{2,n}[m][i]$ 의 random values 발생
 여기서, $X_{1,n}[m][ij]$ 은 m 번째 유전자의 기종점 ij간 선택비율
 ($m = 1, 2, \dots, M$, M은 짝수)
 $X_{2,n}[m][i]$ 은 n 세대중 m 번째 유전자의 기점 i에 대한 발생비율
- ③ 식(6)을 계산

$$X_{1,n}^*[m][ij] = \frac{X_{1,n}[m][ij]}{\sum_{r \in D} X_{1,n}[m][ir]} \quad (6)$$

여기서,

$$\sum_{j \in D} X_{1,n}^*[m][ij] = 1.0 \quad \forall i \in O, j \in D$$

i : 집합 O에 속하는 기점(origin)노드

j : 집합 D에 속하는 종점(destination) 노드

[step 1] 적합도 계산(Fitness Calculation)

- ① 식(7) 계산

$$t_{ij}[m] = X_{1,n}^*[m][ij] \cdot X_{2,n}[m][i] \cdot O_i \quad (7)$$

여기서 O_i : 기점 i에서 발생하는 기존 OD

- ② $t_{ij}[m]$ 에 대한 통행배분으로부터 v_a 계산
- ③ 식(5)를 이용하여 적합도 계산
- ④ Sort : 적합도값이 적은 순서로 sorting

[step 2] 교배 (Cross-over)

- ① $n+1$ 세대의 전체 유전자들중 하위 50%를 n 세대 유전자들의 교배로 얻어진 새로운 유전자로 교체

$$X_{1,n+1}^*[m][ij] = \alpha X_{1,n}^*[k][ij] + (1-\alpha) X_{1,n}^*[k+1][ij] \quad (8a)$$

$$X_{2,n+1}[m][i] = \alpha X_{2,n}[k][i] + (1-\alpha) X_{2,n}[k+1][i] \quad (8b)$$

여기서

$$m = \text{mod}\left(\frac{M}{2}\right) + 1, \text{mod}\left(\frac{M}{2}\right) + 2, \dots, M$$

and $k=1, 2, \dots,$

$$\alpha = \text{random number}(0 \sim 1)$$

[step 3] 돌연변이 (Mutation)

- ① 각 $X_{1,n+1}^*[m][ij]$ 과 $X_{2,n+1}[m][i]$ 에 대해 (0,1) 사이의 확률값 r 발생
- ② 만일 $r \leq \text{mutratio}$ 이라면 (0, 1) 사이의 값을 가지는 $X_{1,n+1}^*[m][ij]$ 과 $X_{2,n+1}[m][i]$ 의 random values 발생

[step 4] 적합도 계산 (Fitness Calculation)

- ① 식(9)를 계산

$$t_{ij}[m] = X_{1,n+1}^*[m][ij] \cdot X_{2,n+1}[m][i] \cdot O_i \quad (9)$$

- ② 이하는 step 1과 동일

[step 5] 수렴조건 (Stopping Criteria)

$n \leq \text{max iter}$ 이면 $n = n + 1$ 하고 [step 2]로 가고, 그렇지 않으면 정지.

SAB에 비해 본 논문에서 개발한 GA-Model(GAM)은 이용자균형교통량 조건을 제약요소로 고려하여 모든 가능 기종점행렬에 대한 각각의 균형교통량을 동시에 계산하는 것으로, one-level 형태를 가진다. 또한 복수의 OD 쌍에 대한 복수의 통행배분map의 도출이 가능해 지므로 다양한 통행패턴을 묘사할 수 있다. 따라서 GAM은 기종점통행과 링크교통량간의 관계가 동시에

고려되는 비축차적 기법으로 leader가 follower의 반응에 대한 완전한 정보를 가지게 되기 때문에 Stackelberg 상황을 만족할 수 있으며, 바이레벨 기법에서 도출된 해보다 양호한 전역최적해를 도출할 수 있다.

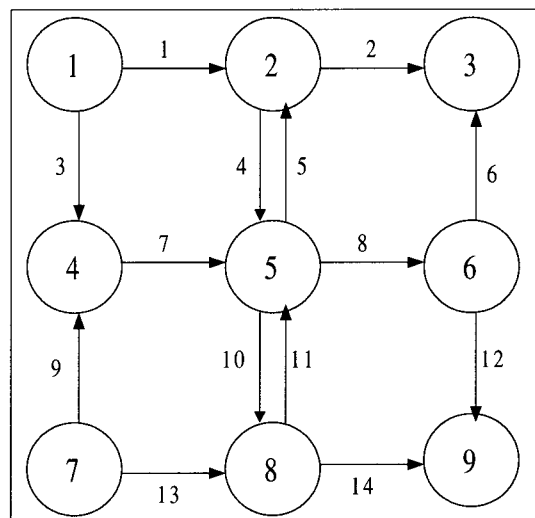
IV. 사례분석

1. 분석예제

사례분석에 이용한 GAM의 파라미터 및 입력자료의 구성은 다음과 같다.

- population size는 40
- X1(기점에서 각 종점선택비율) : 30%의 변동 ($0.7 \leq X_{1,n}[m][ij] \leq 1.3$)
- X2(기존 OD에 대해 발생비율) : 20%의 변동 ($0.8 \leq X_{2,n}[m][i] \leq 1.2$)
- Mutation ratio는 0.3
- 최대반복수는 10,000번
- 재생산 규칙으로 엘리트 보존방법과 랭킹방법을 결합하여 사용하였다. 이 방법은 목적함수 값이 우수한 전세대 유전자의 일정비율을 다음 세대에 그대로 복제하는 방법이다.
- 교통량관측오차의 분산-공분산 행렬은 단위(Identity) 행렬로 가정.

사례네트워크는 Yang(1995)이 SAB 알고리즘 분석을 위해 제시한 것과 동일하며, <그림 1>과 같이 9개의



<그림 1> 사례네트워크

〈표 1〉 사례 네트워크의 실제 OD

	3	5	9
1	1800	1000	1500
5	1200	-	1000
7	1600	1400	2000

노드와 14개의 링크로 구성하였다. 사례네트워크에 대한 실제 OD는 〈표 1〉과 같다.

기존 OD 통행행렬 \bar{t}_w , $w \in W$ 와 관측링크교통량 \bar{v}_a , $a \in \bar{A}$ 는 Yang 등(1992)이 적용한 식(10)을 이용하여 발생시켰다.

$$\bar{t}_w = t_w^+ (1.0 - c_{vt} \sigma_w) \quad (10a)$$

$$\bar{v}_a = v_a^+ (1.0 - c_{vf} \sigma_a) \quad (10b)$$

여기서,

v_a^+ : 실제 OD 행렬 t_w^+ 를 이용자 균형원칙에 의해 통행배분하여 구한 링크 교통량.

σ_w, σ_a : $N(0, 1)$ 인 독립적인 Normal random variables.

c_{vt}, c_{vf} : 변동계수

식(8a)의 c_{vt} 는 실제 OD와 기존 OD간의 확률변동의 크기를 반영하는 값이며, 식(8b)의 c_{vf} 는 교통량 관측오차의 크기를 반영하는 값이다.

네트워크 링크비용함수로는 BPR 식을 이용하였으며, 네트워크 입력자료는 〈표 2〉와 같다.

기존 OD의 오차에 대해서는 오차가 없는 경우(0%)와 5%, 10%, 15%, 20%의 오차를 갖는 경우에 대해 모형추정력을 분석하였다. 본 연구의 주목적은 기존 OD의 오차에 대해 일관적인 모형을 구축하는 것이므로, 관측링크교통량의 오차는 3%로 동일하게 설정하였다. 또한 모든 링크에 대한 관측이 현실적으로 어렵다는 것을 반영하여, 링크관측수는 총 14개 링크 중 기본적으로 8개 링크(링크번호 1, 2, 3, 7, 8,

12, 13, 14)만을 관측하는 경우를 설정하였다. 또한 링크관측수 변화에 대한 모형의 추정력 변화를 보기 위해 6개, 8개, 10개, 12개, 14개 링크 관측시에 대해서도 분석하였다. 링크관측수에 대해 유사한 분석 사례로 오상진 등(1999)은 엔트로피 모형, 베이저안 기법, 제약일반화최소자승법 등 기존 OD 추정모형에 대해 링크교통량 자료가 완전할 때와 그렇지 않을 때 등에 대해 모형의 적용성을 검토한 바 있다.

각 모형의 추정값과 실제 OD간의 차이를 비교하기 위한 통계적 추정자(measure)는 Relative mean absolute error(MAE)를 사용하였다.

$$MAE(\%) = \left(\frac{\sum_{w \in W} |t_w - t_w^+|}{\sum_{w \in W} t_w^+} \right) \times 100 \quad (11)$$

여기서, t_w 와 t_w^+ , $w \in W$ 는 각각 추정 OD 행렬과 실제 OD 행렬을 나타낸다. N 은 기중점의 수를 나타낸다. 본 연구에서는 GAM의 반복횟수를 1만번으로 제한하였기 때문에, 반복횟수를 늘릴 경우 제시한 분석결과보다 양호한 추정력을 확보할 수 있을 것으로 판단된다.

2. 분석결과

관측링크의 수가 8개일 경우 SAB, GAM의 추정결과를 제시하고, 기존 OD의 오차와 OD의 규모순위(ordinal scale) 변화에 대한 각 모형의 추정력을 비교하였다. 또한 링크교통량 관측개수의 변화에 따른 각 모형의 추정력도 비교하였다.

1) 기존 OD의 오차에 대한 모형 추정력

〈표 3〉, 〈표 4〉와 같이 SAB와 GAM 모두 링크교통량 관측정보를 이용함으로써 기존 OD보다는 오차가 적은 추정 OD를 구할 수 있었다(다만 기존 OD의 오차가 0%일 때는 링크관측교통량의 오차가 추정치에 영향을 주어 추정OD의 추정값이 열등하게 도출되

〈표 2〉 네트워크 입력자료

링크번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
초기속도(km/h)	60	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	60	80
용량(veh)	1500	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	1500	3000
실제교통량(veh)	2133	3070	2167	333	1270	1530	4930	3021	2763	1008	237	1492	2237	3008
관측교통량(veh)	2078	2978	2076	326	1238	1457	4846	2936	2650	970	227	1434	2181	2927

〈표 3〉 SAB의 추정OD행렬(8개 링크 관측)

기점	종점	실제 OD	기존 OD의 오차에 대한 추정OD									
			0%		5%		10%		15%		20%	
			기존	추정	기존	추정	기존	추정	기존	추정	기존	추정
1	3	1800	1800	1793	1714	1684	1627	1592	1541	1475	1454	1407
1	5	1000	1000	957	1058	1009	1116	1059	1174	1115	1232	1156
1	9	1500	1500	1436	1568	1491	1636	1529	1703	1590	1771	1617
5	3	1200	1200	1184	1145	1139	1091	1092	1036	1046	981	994
5	9	1000	1000	979	1073	1045	1146	1096	1220	1166	1293	1215
7	3	1600	1600	1566	1703	1659	1806	1739	1910	1838	2013	1917
7	5	1400	1400	1382	1467	1429	1535	1467	1602	1520	1670	1561
7	9	2000	2000	1970	1929	1885	1858	1829	1786	1736	1715	1673
MAE		-	0.00%	2.03%	5.06%	3.85%	10.12%	7.62%	15.18%	12.80%	20.24%	16.45%

주 : 굵은 선은 OD구조가 변경된 기점, 음영부분은 OD구조를 정확히 추정한 기점

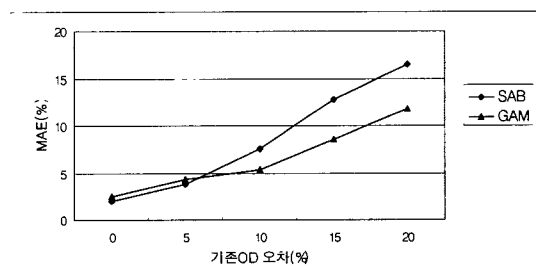
〈표 4〉 GAM의 추정OD행렬(8개 링크 관측)

기점	종점	실제 OD	기존 OD의 오차에 대한 추정OD									
			0%		5%		10%		15%		20%	
			기존	추정	기존	추정	기존	추정	기존	추정	기존	추정
1	3	1800	1800	1766	1714	1666	1627	1635	1541	1589	1454	1584
1	5	1000	1000	984	1058	1036	1116	1038	1174	1107	1232	1033
1	9	1500	1500	1404	1568	1452	1636	1477	1703	1459	1771	1531
5	3	1200	1200	1114	1145	1136	1091	1135	1036	1101	981	971
5	9	1000	1000	995	1073	1027	1146	1054	1220	1116	1293	1155
7	3	1600	1600	1601	1703	1669	1806	1705	1910	1778	2013	1922
7	5	1400	1400	1390	1467	1387	1535	1407	1602	1371	1670	1353
7	9	2000	2000	1962	1929	1893	1858	1838	1786	1797	1715	1676
MAE		-	0.00%	2.49%	5.06%	4.33%	10.12%	5.38%	15.18%	8.56%	20.24%	11.80%

주 : 굵은 선은 OD구조가 변경된 기점, 음영부분은 OD구조를 정확히 추정한 기점

었다). 이것은 기존 OD 행렬이 링크관측 자료의 이용에 의해 향상되었음을 의미하는 것이다. 〈그림 2〉와 같이 SAB와 GAM을 비교하면, 기존 OD의 오차가 적은 경우(5% 이하)에는 SAB의 추정력이 높았고, 기존 OD의 오차가 큰 경우(10% 이상)에는 GAM의 추정력이 높았다. 이것은 SAB의 경우 기존 OD의 오차에 크게 영향을 받지만, GAM의 경우는 기존 OD의 오차에 상관없이 일관적인 추정력을 가짐을 나타낸다.

SAB는 분산-공분산 행렬을 이용하여 기존 OD와 관측링크교통량에 대한 신뢰도 가중치를 줄 수 있지만, OD 통행량간의 분산-공분산행렬을 도출하는 것은 현실적으로 거의 불가능하다. 따라서 실제 OD가 알려져 있지 않은 상황에서는 GAM의 적용이 보다 신뢰성을 가진다고 할 수 있다.



〈그림 2〉 SAB와 GAM의 기존 OD 오차에 대한 추정력

2) OD구조 변화에 대한 모형 추정력

모형의 전체적인 추정오차보다 중요한 분석사항은 동일기점에 대한 각 OD통행량이 전체 OD통행량에서 차지하는 정도를 나타내는 OD 규모순위(OD구조)에 대한 올바른 추정이라 할 수 있다. 〈표 3〉와 〈표 4〉

〈표 5〉 OD의 구조변화에 대한 모형 추정력

구분	10%		15%		20%	
	NC	NCE	NC	NCE	NC	NCE
SAB	2	1	3	0	3	0
GAM		2		2		2

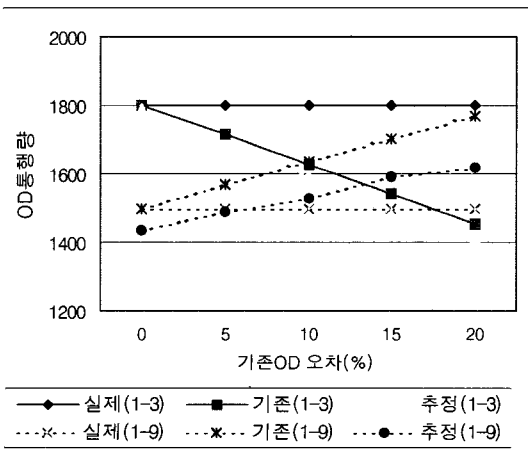
· NC(Number of Change of the ordinal OD scale) : OD구조가 변화한 통행기점의 수
 · NCE(Number of Correct Estimation the ordinal OD scale) : OD구조를 정확히 추정한 통행기점의 수

에서 보는 바와 같이 동일한 통행기점에 대한 통행중점의 OD구조는 기존 OD가 10% 이상의 오차를 갖는 경우에 변화된다. 즉 (1→3, 1→9), (5→3, 5→9), (7→3, 7→9)의 실제 OD와 기존 OD의 구조가 바뀌게 된다.

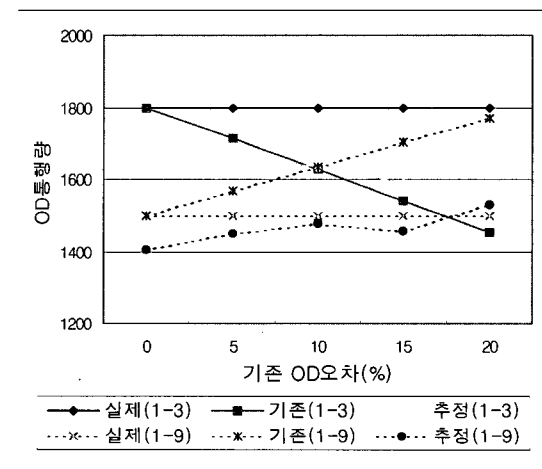
〈표 3〉와 〈표 4〉와 같이 실제 OD와 기존 OD의 구조가 다를 경우, SAB는 기존 OD가 10%오차를 가질 때 (1→3, 1→9) OD쌍을 제외하면 구조변화를 추정하지 못하였다. 이에비해 GAM은 기존 OD의 오차가 15%일 때 OD쌍(5→3, 5→9)를, 기존 OD의 오차가 20%일 때 OD쌍 (5→3, 5→9), (7→3, 7→9)의 구조만을 추정하지 못하였다. OD구조를 추정하지 못하는 경우에도 GAM은 추정 OD가 실제 OD에 가까운 값을 가지나, SAB는 기존 OD와 가까운 값을 나타내 기존 OD의 종속성으로 인해 OD 구조를 추정하지 못하는 것을 나타내고 있다. 두 모형 모두 5번 기점이 인접한 관측링크교통량의 오차가 클 뿐만 아니라 네트워크 특성상 통과교통량을 가지고 있어, 5번 기점에 연결된 OD 쌍의 구조 추정이 어려운 것으로 판단된다.

전체적인 OD의 구조변화에 대한 모형 추정력은 〈표 5〉에 나타내었고, 그중 사례로 (1→3, 1→9) OD쌍에 대해서 실제OD, 기존OD, 추정OD값을 비교한 결과를 〈그림 3〉와 〈그림 4〉에 나타내었다. (1→3, 1→9) OD쌍의 실제OD 규모는 1→3이 1→9보다 크지만, 기존OD 오차가 10% 이상이 되면 OD규모 순위, 즉 OD구조가 바뀌어 1→9가 1→3의 OD값보다 크게 된다. SAB의 경우 오차 10%에서는 이러한 구조변화를 제대로 추정하였으나, 15% 이상의 오차에서는 변화된 OD구조를 추정하지 못하였고, 실제 OD보다는 기존OD에 가까운 값을 추정하였다. 이에 비해 GAM은 기존OD 오차가 15% 이상인 경우에도 1→9의 OD값보다 1→3의 OD값을 크게 추정하여 기존 OD 오차에 의해 변화된 OD 구조를 실제 OD 구조에 맞게 추정하였고, 결국 실제 OD에 가까운 값을 도출하였다.

이러한 결과에 의해 실제 OD와 상당한 구조차이를 가지는 기존 OD를 OD 추정에 이용할 경우GAM이 SAB에 비해 비교적 정확도가 높은 추정결과를 안정적으로 도출할 수 있음을 나타낸다고 할 수 있다.



〈그림 3〉 SAB 추정결과(1→3, 1→9 OD쌍)



〈그림 4〉 GAM 추정결과(1→3, 1→9 OD쌍)

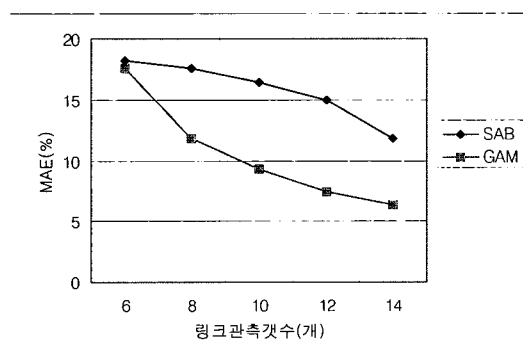
따라서 실제 OD를 알 수 없는 일반적인 경우, GAM의 적용이 보다 높은 신뢰성을 갖는다고 할 수 있다.

3) 링크교통량 관측수에 대한 모형의 추정력

링크관측수에 대한 SAB와 GAM의 추정력을 비교한 것은 <그림 5>와 같다. 이 때 기존 OD의 오차는 20%이다. 링크관측수가 총 링크 14개의 절반 이하인 6개일 경우에는 두 모형의 추정력이 유사하였으나, 절반 이상인 8개부터는 GAM의 추정력이 상대적으로 크게 향상된다.

본문에 기술하지는 않았지만 실제 OD에 비해 기존 OD의 구조가 다를 경우 SAB는 모든 링크를 관측해도 이를 추정하지 못하였으나, GAM은 10개 이상의 링크를 관측하고 기존 OD의 오차가 비교적 크지 않은 경우(10% 이하)에는 OD의 구조를 정확하게 추정하였다. 따라서 첨단교통관리체계 등으로 인해 교통량 관측이 증대되는 도시부에서 GAM의 적용성이 SAB에 비해 크다고 할 수 있다.

이상의 결과를 종합하면, SAB는 기존 OD가 실제 OD와 그 구조가 유사하고 네트워크 통행패턴도 유사할 경우에는 양호한 추정력을 보이나, 현실적으로 실제 OD를 알 수 없고 기존 OD와 실제 OD의 차이를 알 수 없기 때문에 모형의 신뢰성 있는 추정을 기대할 수 없다. 또한 링크관측수가 증가함에 따라 SAB 모형의 추정력은 상대적으로 향상되지 않았다. 따라서 기존 OD의 신뢰성이 낮은 경우 또는 현재의 통행패턴과 이전의 통행패턴간의 유사성을 보장할 수 없는 경우, 교통량 관측링크수가 증가할수록 GAM이 SAB보다 상대적으로 양호한 추정력을 보이는 것으로 나타났다. 그러므로 일반적인 상황에서는 기존 OD의 구조에 크게 영향을 받지 않으며, 링크관측수에 따라



(그림 5) 링크관측수에 대한 추정력

추정력이 증진되는 GAM을 이용하는 것이 신뢰성 있는 추정값을 기대할 수 있을 것으로 판단된다.

정적 OD 추정문제는 추정의 효율성보다는 정확성이 더 중요한 문제이기 때문에, 본 연구에서는 모형의 추정력을 추정의 적합도(정확성)에만 초점을 맞추었지만, Pentium 600, RAM 126기종 개인컴퓨터에서 SAB는 약 10초 이내가 소요됨에 비해 GA는 약 30분 정도가 소요되어 실제 네트워크에 적용하기 위한 효율성 측면에서는 한계를 가지고 있다. 따라서, GAM의 OD추정 정확성이 안정적으로 입증되면 효율성을 확보하기 위한 기법에 대한 논의가 필요하다고 판단된다.

V. 결론

현재까지 링크교통량을 이용한 OD 추정모형의 개발과 관련된 연구들에서는 기존 OD 조사시의 통행패턴이 현재의 통행패턴과 큰 변화가 없다는 가정 하에, 정확한 OD를 보정하는데 주 초점을 맞추어왔으며 모형추정력도 전체적인 추정오차만을 고려하였다.

본 연구의 분석결과, SAB 알고리즘을 포함한 기존 바이레벨 기법들은 기존 OD에 대한 모형의 종속성을 강하게 가지고 있어, 기존 OD와 실제 OD간의 구조적 차이가 있는 경우에는 SAB 모형은 OD의 구조를 일반적으로 추정하지 못하는 것으로 나타났다. 또한 통행패턴의 추정시 반복적인 선형근사화를 가정하여 게임이론적인 측면에서 모형의 전제로 설정한 Stackelberg 상황을 구현하지 못하는 문제를 가지고 있다. 이에 비해, GAM은 복수의 OD 각각에 대한 복수의 통행배분map을 동시적으로 도출하여 다양한 통행패턴을 묘사할 수 있으므로 보다 완전한 Stackelberg 상황을 구현하는 것으로 나타났다. 따라서 GAM은 기존 OD의 오차에 대해 크게 종속적이지 않으며 OD구조가 변하는 경우에도 추정이 가능하며, 일반적으로 실제 OD를 알 수 없는(기존OD의 오차가 어느 정도인지를 알 수 없는) 도시부 네트워크에서 신뢰성있는 추정력을 보였다.

그러므로 실제 OD를 알 수 없는 일반적인 도시부 네트워크에 대해서는 기존 OD를 초기해로 설정하고 선형근사적 최적화 기법을 통해 OD를 추정하는 바이레벨형태의 OD 추정기법보다는, 추정과정에서 확률적 최적화 기법을 이용하는 GAM이 초기해

에 대한 증속성을 완화시켜 보다 안정적인 OD추정을 가능하게 할 것으로 판단된다. 또한 링크관측수의 증가시 GAM의 추정력이 SAB보다 크게 향상되는 것으로 분석되어 링크교통량 관측이 증대되어 가는 상황에서 GAM의 실제적인 적용성이 크다는 것을 보였다.

향후연구로는 우선 추정OD의 발생가능영역 설정을 위한 유전자 구성에 대한 보다 합리적이고 적합한 방법이 개발되어야 한다. 또한 GAM의 효율성을 확보하기 위해 돌연변이 확률의 효율적 설정 등 알고리즘의 개선, 병렬처리 기법 등 계산시간 단축 기법이 개선의 필요성이 있다. 마지막으로 분석결과에 기술하지는 않았지만 추정 OD값은 사전 OD의 오차보다는 관측교통량오차에 의한 영향을 크게 받는 것으로 나타나, 이를 고려한 모형개발이 필요한데, OD 추정 모형과 다수단(multiple mode) 통행배분모형과의 결합모형이 이를 해결할 수 있는 한 가지 방법이 될 것으로 판단된다. 즉, 기존 OD를 수단별로 구분하여 추정함으로써 승용차환산단위(PCE)로 계산되는 경우보다 교통량의 관측오차를 감소시킬 수 있고, 버스 등 경로를 가지는 교통수단의 분리와 함께 수단별 경로선택을 고려함으로써 OD추정모형의 추정력을 높일 수 있을 것이다.

참고문헌

1. 오상진·박병호(1999) 기종점 통행표 산정모형의 적용성 평가, 대한교통학회지, 제17권 제5호.
2. 임용택·김현명·백승걸(2000) 유전알고리즘을 이용한 OD 추정모형의 개발과 적용에 관한 연구-서울시 내부순환도로를 대상으로-, 대한교통학회지, 제18권 제4호.
3. Bell M.G.H.(1991), The estimation O-D matrices constrained generalized least squares, Transp. Res. 25B, pp.13~22.
4. Cascetta E. (1984) Estimation of trip matrices from traffic counts and survey data : generalized least squares estimator, Transpn. Res. 18B, pp.289~299.
5. Cascetta E. and Nguyen S. (1988) A unified framework for estimating or updating O-D matrices from traffic counts, Transpn. Res.

- 22B, pp.437~455.
6. Maher M. J. (1983) Inference on trip matrices from observations on link volumes : a Bayesian statistical approach, Transpn. Res. 17B, pp.435~447.
7. Ortuzar, J.D., Willumsen, L.G.(1994), *Modelling Transport*, Wiley & Sons.
8. Spiess H. (1987). A Maximum likelihood model for estimating O-D matrices, Transpn. Res. 21B, pp.395~412.
9. Yang H., Iida Y. and T. Sasaki (1992) Estimation of O-D Matrix from link traffic counts on congested networks, Transpn. Res. 26B, pp.417~434.
10. Yang H., Iida Y. and T. Sasaki (1994) The equilibrium-based O-D matrix estimation problem, Transportation Research 28B, No. 1, pp.23~33.
11. Yang H (1995) Heuristic algorithms for the bilevel O-D matrix estimation problem, Transpn. Res. 29B, pp.231~242.
12. Yang H., Qiang Meng, Michael G. H. Bell(1997), Simultaneous Estimation of Origin-Destination Matrices and Travel Cost Coefficient in a Congested Stochastic Network, working note.
13. Yin Y.(2000) Genetic Algorithm based approach for bilevel programming models, Journal of transportation engineering, March/April, pp.115~120.
14. van Zuylen and Willumsen G. (1980) The most likely trip matrix estimated from traffic counts, Transpn. Res. 14B, pp.281~293.

✉ 주 작 성 자 : 백승걸
 ✉ 논문투고일 : 2000. 8. 30
 논문심사일 : 2000. 10. 26 (1차)
 2000. 11. 28 (2차)
 2000. 11. 30 (3차)
 심사판정일 : 2000. 11. 30