

■ 論 文 ■

## Gradient방법과 일반화최소자승법을 이용한 관측교통량기반 O/D 추정방법에 관한 예측력 비교평가 연구

Comparative study on the O/D estimation using  
Gradient method and Generalized Least Square method

**이 승 재**

(서울시립대학교 교통공학과 조교수)

**김 종 형**

(서울시립대학교 도시공학과)

### 목 차

- |  |   |
|--|---|
| <p>I. 서론</p> <p style="padding-left: 20px;">1. 연구 배경 및 목적</p> <p style="padding-left: 20px;">2. 연구 내용 및 방법</p> <p>II. 기존 문헌 고찰</p> <p style="padding-left: 20px;">1. 이론적 배경</p> <p style="padding-left: 20px;">2. 비혼잡시 O/D 추정모형</p> <p style="padding-left: 20px;">3. 혼잡시 O/D 추정모형</p> <p>III. 모형 검토</p> | <p style="padding-left: 20px;">1. 교통량으로 O/D추정시의 문제점</p> <p style="padding-left: 20px;">2. 추정모형</p> <p>IV. 분석</p> <p style="padding-left: 20px;">1. 분석교통망</p> <p style="padding-left: 20px;">2. 평가지표</p> <p style="padding-left: 20px;">3. 분석결과</p> <p>V. 결론</p> <p>참고문헌</p> |
|--|---|

### 요 약

우리 나라와 같은 개도국은 교통상황이 급변하고, 교통환경이 안정화되지 않은 사정을 고려해보면 비용과 시간이 다소 제약을 받고 있는 상황에 있어서 교통계획을 수립해야 하는 경우가 빈번히 발생한다고 볼 수 있다. 이러한 상황에서 O/D조사(가구방문조사, 노측면접조사 등)를 충실히 행하기에는 많은 어려움이 따르고, 그 결과 또한 만족할 만한 O/D를 구하기에는 현실적으로 매우 힘든 상황이라고 판단된다. 위와 같은 현실적인 문제점과 배경에 힘입어 최근 들어 국내외적으로 교통량을 기반으로 하여 O/D를 추정하는 기법개발에 관한 연구가 활발히 진행되고 있는 추세이다. 그러나, 현실적인 규모의 교통망상에 적용될 수 있는 연구는 많았지만, 그러한 접근법들의 장·단점을 비교 분석한 연구는 많지 않았다. 따라서 본 연구는 기존의 관측교통량을 이용한 O/D추정모형을 교통계획적 측면에서 정적(static)기법을 중심으로 살펴보고, 이러한 관측교통량으로 O/D를 추정하는 모형 중에서 대규모 교통망에서 현실적으로 이용가능성이 높다고 판단되는 2단계모형(bi-level(GLS))과 gradient방법을 중심으로 그 가능성과 타당성을 검토하였다. 연구방법은 2단계모형방법(GLS방법)과 gradient방법을 가상교통망에 적용하여 모형의 적정성을 평가한 후, 그 결과를 비교·분석하여 그 예측력을 살펴보았다.

## 1. 서론

### 1. 연구 배경 및 목적

교통수요를 추정하는 방법은, 기·종점조사(sample Origin-Destination survey)와 그 표본을 전수화(Expansion)하고, 교통분석지역(Traffic Analysis Zone: 이하 TAZ)을 설정한 후, 통행발생(trip generation), 통행분포(trip distribution), 수단선택(modal split), 통행배분(traffic assignment) 등의 4단계기법을 사용하여 수요를 추정하는 것이 일반적인 방법이었다.

전통적인 4단계 수요추정기법에서 기·종점 행렬(Origin-Destination matrix : 이하 O/D)의 중요성은 주지의 사실이다. 교통계획적 측면에서 O/D는 가장 기본적인 자료로서, 이것의 정확성이 보장되지 않는다면 그 영향이 이후의 계획단계에 파급되어 최종 결과에서는 상당한 오차가 발생할 수 있다. 또한 이렇게 오차가 내재되어 있는 결과를 교통계획, 교통정책 및 행정에 도입하는 것은 현실적으로 많은 문제점이 따를 수 있다고 하겠다.

현재까지 시행되고 있는 통행조사방법으로는 가구방문조사, 노측면접조사 등이 있다. 이러한 조사를 위해서는 적지 않은 숙달된 조사원이 필요하고 이에 따르는 막대한 재원이 뒷받침되어야 한다. 이렇게 많은 인력과 자금을 들여 조사된 결과라 할지라도 표본선택에서 오차를 수반하게 되고, 또 단 한번의 조사로 현실적인 교통상황을 정확하게 설명할 수 있는 가에는 항상 의문이 제기되고 있는 실정이다. 특히, 우리나라와 같이 개발도상단계에 처해있는 경우에는 교통상황이 급변하고, 교통환경이 안정화되지 않은 현실이 대부분이다. 이에 따라, 비용과 시간이 다소 제약받고 있는 상황에서 교통계획을 수립해야 하는 경우가 빈번히 발생한다. 이러한 상황에서 O/D조사를 충실히 행하기에는 많은 어려움이 따르고, 그 결과 또한 만족할 만한 O/D를 구하기에는 현실적으로 매우 힘든 상황이라고 판단된다.

위와 같은 현실적인 문제점과 배경에 힘입어 최근 들어 국내외적으로 관측교통량을 기반으로 하여 O/D를 추정하는 기법개발에 관한 연구가 활발히 진행되고 있는 추세이다.

관측교통량(traffic count)으로 O/D를 추정하는

기법에는 아래와 같은 이점이 있다고 할 수 있다.

- ① 대규모 재원이 투입되는 O/D 조사(가구방문조사, 노측면접조사 등)는 인구, 경제적인 활동 및 토지 이용 형태가 급변하는 우리나라와 같은 개발도상 국가인 경우에 한정된 자원으로 보다 더 경제적인 방법을 제공한다.
- ② 교통량(traffic counts)은 대부분의 도시지역의 O/D조사와 비교하여 상대적으로 저렴한 비용으로 매우 유용한 데이터를 얻을 수 있다.
- ③ 교통량을 검지하는 방법이 과거보다는 매우 발전되어 있으며, 정확성 또한 매우 우수한 편이다.
- ④ 교통량 검지는 교통소통의 지장없이 통행량을 검지할 수 있다.

이와 같은 장점 때문에 세계적으로 많은 연구가 진행되고 있다. 교통량(traffic counts)은 O/D와 노선선택형태의 결과라고 생각할 수 있다. 즉, 노선선택비율이 알려져 있을 때 O/D표의 추론은 가능하다고 할 수 있다. 이러한 발상은 많은 경제적인 장점 때문에 1970년대 이후로 이 방법에 대한 접근법이 다수 발표가 되어오면서 상당한 관심을 받아왔다.

현재까지의 연구들은 현실적인 교통망에 적용하기에는 많은 기술적, 이론적 뒷받침이 부족한 상황이다. 본 연구에서는 위와 같이 지난 30년 동안 꾸준히 발전한 이론들을 종합하고, 현실적인 규모의 교통망에 적용할 수 있는 방안이라고 판단되는 두 가지 방법 즉, 2단계모형(bi-level 방법(GLS: Generalized Least Square))과 gradient 방법을 비교하여 보다 더 예측력이 있는 방법은 무엇인지를 분석하고자 한다. 또한 몇몇 국내외 연구에서 각 기법간의 장단점에 대한 연구가 있으나, 단지 비교대상이 되는 기법들의 장단점에 대한 이론비교가 대부분이다. 본 연구는 각 기법에 대한 오차 분석과 그에 따른 관측교통량기반 O/D추정분야의 발전방향이 무엇인가를 고려한 최초의 연구라는 점에서 그 의의를 찾을 수 있다고 하겠다.

### 2. 연구범위 및 방법

관측교통량에 의한 O/D추정연구는 대부분 두 가지 방향으로 연구되어 왔는데, 선행 O/D자료와 통행배분(traffic assignment)모형을 이용하는 정적 O/D

추정방법과 관측교통량의 시계열자료에 바탕을 둔 동적 O/D추정방법이다. 현재까지의 이론 및 기술적 구현 수준에서 전자는 주로 교통계획분야에의 적용을 주목적으로 하며, 후자는 교통운영과 제어에 주로 적용된다. 본 연구의 목적상 대규모 교통망이 존재하는 도시 지역에서의 교통계획적 연구 및 평가에 대한 기본적인 연구가 현실적으로 필요하다고 할 수 있어, 본 연구에서는 이러한 두 가지 방향으로 발전되어온 연구 중에서 정적 O/D추정방법을 연구대상으로 삼았다.

즉, 기존의 관측교통량을 이용한 O/D추정모형에 대하여 교통계획적 측면에서 정적(static)기법을 중심으로 살펴보고, 이러한 관측교통량으로 O/D를 추정하는 모형 중에서 현실적으로 이용가능성이 높다고 판단되는 2단계모형(GLS)과 gradient방법을 중심으로 그 가능성과 타당성을 검토한다.

이에 따라 본 연구에서는 2단계방법(GLS방법)과 gradient방법을 가상교통망에 적용하여 모형의 적정성을 평가한 후, 비교·분석하여 대규모 교통망에 적용할 수 있는 가능성(참고: Spiess(1990))을 살펴보았다.

비교·분석 방법은 참O/D를 가정한 후, 참O/D와 관측교통량의 관측오차를 반영한 target O/D 및 관측교통량을 설정하여 위의 두 가지 방법으로 다시 추정된 최종O/D를 참O/D와 비교하는 것이다. 이에 따른 구체적인 연구진행절차는 아래와 같다.

- 첫째, 가상교통망을 구축하고,
- 둘째, 2단계모형(GLS)과 gradient방법의 알고리즘을 구축하고,
- 셋째, 구축된 두 가지 방법으로 가상교통망에 적용하여 타당성을 분석하였으며,
- 넷째, 그 결과를 향후 대규모 교통망에 적용할 수 있는 지에 대한 가능성을 검토하였다.

## II. 기존문헌 고찰

### 1. 이론적 배경

관측교통량은 O/D와 노선선택의 조합결과라고 할 수 있다. 연구대상지역이  $N$ 개의 존으로 구성되어 있다면, O/D는  $N^2$ 개의 cell로 구성되거나, 내부존(intrazonal)

통행을 고려하지 않는다면  $N^2 - N$ 개의 cell로 구성된다. 링크교통량으로 통행수요모형을 추정하는 데서 가장 중요한 단계는 각 기점과 종점을 잇는 노선을 규정하는 것이다. 링크  $a$ 를 사용하여 기점  $i$ 와 종점  $j$ 를 통행하는 비율을  $p_{ij}^a$ 라고 하자. 또한, 특정링크  $a$ 에서의 교통량  $V_a$ 는 그 링크를 사용하는 모든 기종점 사이의 교통량 합이라고 할 수 있다. 수학적으로는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$V_a = \sum_{ij} T_{ij} p_{ij}^a, \quad 0 \leq p_{ij}^a \leq 1 \quad (1)$$

여기서,

$V_a$  : 링크  $a$ 의 관측교통량

$p_{ij}^a$  :  $i$ 에서  $j$ 까지의 교통량이 링크  $a$ 를 이용하는 비율

$T_{ij}$  :  $i, j$  간 O/D

변수  $p_{ij}^a$ 는 단순한 all-or-nothing방법부터 보다 복잡한 균형통행배분방법을 사용하여 구할 수 있다. 모든  $p_{ij}^a$ 와 관측된 링크교통량  $\hat{V}_a$ 가 주어진다면,  $L$ 개의 연립방정식으로 추정되어야 할  $T_{ij}$ 가  $N^2$ 개가 존재한다. 여기서,  $L$ 은 관측교통량의 개수이다.

이러한 개념을 기반으로 교통량으로 O/D를 추정할 수 있는 방법은 크게 비혼잡시와 혼잡시의 두가지 경우로 나눌 수 있다. 즉, O/D추정방법을  $P_{ij}^a$ 에 따라 구분하여, 링크이용비에 따른 통행분포에 초점을 두고 노선선택비율은 고정된 것으로 보는 비례배분모형(proportional trip assignment)과 통행배분에 초점을 두며, 노선선택비율은 가변적인 것으로 보고 균형통행배분을 얻는 비비례배분모형(non-proportional trip assignment)으로 나눌 수 있다.

### 2. 비혼잡시 O/D추정모형

비혼잡시 O/D추정모형은 통상적으로 노선선택비율이 부여되었다고 가정하거나, 비례통행배분을 통해 얻어지는 모형이다. 그 추정모형을 크게 나누어 보면 정보최소화이론을 이용한 엔트로피극대화기법과 최우추정법, 최소자승법 등의 통계적 모형 등이 있다.

Van Zuylen과 Willumsen(1980)은 정보최소화

이론, 엔트로피극대화모형을 이용하여 관측교통량을 이용하여 링크교통량과 선행 O/D정보에 가장 부합하는 O/D를 추정하였다. 즉, 가장 가능성이 큰 O/D를 선택하는 기법이다. 총통행 T에 대한 O/D  $T_{ij}$ 는 이전 정보를 이용할 수 없는 경우와 이용할 수 있는 경우로 나눌 수 있다. Wu(1997)는 기존의 엔트로피모형에서 링크관측치가 정확하다는 가정에 잡음을 고려한 일반화 EM(Entropy Maximization)모형을 제시하였다.

통계적 추론모형의 발전과정은 다음과 같다. Maher(1983)는 베이지안 추정방법을 이용하였으며, 선행 O/D와 관측교통량에 다변량정규분포를 적용하였다. Cascetta(1984)는 일반화최소자승법(Generalized Least Squares:GLS)을 도입하였으며, McNeil et al.(1985)은 제약회귀식을 사용하여 O/D를 추정하였다. Bell(1991)은 제약일반화최소자승법(Constrained Generalized Least Squares:CGLS)을 제시하였으며, Cascetta와 Nguyen(1988)은 최우 추정법(Maximum Likelihood:ML)과 베이지안 추정법을 포함한 통계적 추정방법들을 검토하였다. Yang et al.(1992)은 이러한 결과들과 이용자균형배분을 결합하여 비볼록 바이레벨(non-convex bi level) 최적화문제로 O/D추정문제를 구성하였다.

일반화최소자승법(GLS)은 분포에 대한 가정이 필요 없다는 장점이 있으며, 분산감소는 정보를 근거로 한 조사자료와 관측교통량의 결합으로 이를 수 있다. 즉 O/D추정에 GLS의 적용은 조사자료와 관측자료의 상대적인 정확도를 고려하여 두 자료를 결합시키는 것이다. 그러나 이 방법은 비음제약과 부등제약을 만족시키지 못한다. Bell(1991b)은 부등제약을 고려하여 GLS방법을 개선한 제약일반화최소자승법(CGLS) 알고리즘을 제시하였는데, 이는 주어진 정보 하에 일반화최소자승 O/D를 추정하는 것이다. 베이지안 갱신법은 관측교통량  $\hat{v}$ 에 대한 T의 조건부 관측확률(사후확률)을 구하여 O/D를 추정하는 것이다.

일반화최소자승법과 베이지안, 엔트로피방법은 경우에 따라 동일해진다. 일반화최소자승법은 사전추정치와 관측교통량에 대해 정규분포를 가정하는 경우 베이지안 방법과 같아지고, Bell(1984)는 링크교통량을 정확하게 알 경우 일반화최소자승법은 엔트로피방법에 근사해짐을 보였다.

### 3. 혼잡시 O/D 추정모형

혼잡시 O/D추정모형은 일반적으로 이용자균형배분방법을 위의 비혼잡시 O/D추정모형과 결합하여 혼잡상황을 감안한 방법이라고 할 수 있다. Nguyen(1977)은 이용자최적으로 배분하였을 때 관측O/D통행시간을 재현하는 O/D를 추정하였다. 이 경우 유일한 O/D가 도출되지 않아 제2의 목적함수를 추가하여, 부분라그랑지안(partial Lagrangian)기법으로 도출되는 가능해 중에서 선행O/D에 가장 가까운 O/D를 선택하였다.

혼잡시 O/D추정의 새로운 방법으로는 Frank-Wolfe 알고리즘을 이용한 반복적 휴리스틱 추정, 관측교통량 자료를 이용한 분포/배분 결합모형, 균형배분제약의 엔트로피극대화모형(Fisk, 1988,89), 비비례배분의 가정하에 선형모형을 이용하거나(Sherali, 1994, 97), 2단계모형 프로그램을 이용한 휴리스틱 알고리즘(Yang, 1992, 95) 등이 있다.

Nguyen(1977)은 O/D가 이용자최적으로 배분되어 있을 때 관측된 O/D통행시간과 링크교통량을 재현하는 O/D를 추정하였다. 이 연구는  $t$ 에 대해 강볼록(strictly convex)하지 않기 때문에 유일한 O/D해를 가지지 않을 수도 있다. 즉, 교통망에 배분하였을 때 같은 O/D통행시간이나 링크교통량을 나타내는 여러 개의 O/D가 있을 수 있다. 유일한 O/D를 구하기 위해 선행 O/D  $\bar{t}_{ij}$ 를 구할 수 있다고 가정하는 여러 가지 방법이 있다. 완전한 링크교통량이 균형교통류패턴을 구성한다고 가정하면 선형식이나 convex polytope로 대응되는 최적해 행렬을 나타낼 수 있다. 따라서 추정문제는 선형식의 특정한 해를 선택하는 것으로 축약된다.

Gur et al.(1980)는 최적해로부터 선행O/D(target O/D)와 가장 비슷한 O/D를 선택하는 최소자승방법을 제시하였다. 또한 Jornsten와 Nguyen(1980)는 가장 큰 엔트로피를 가지는 O/D를 선택하는 최우추정법을 이용하였다.

위 두 모형은 대규모 네트워크에서는 계산이 어렵기 때문에 라그랑지안 최소화문제를 반복하여 라그랑지안승수를 갱신하는 부분대각화(partial dualization)방법을 적용한다. 위 식들은 Yang(1992)이 제시한 방법들과 유사하지만 O/D통행비용을 계산하기 위해

서는 완전한 링크관측교통량 자료를 필요로 하고 관측교통량이 균형교통량에 근사하기만 한 경우는 합리적인 O/D를 도출하지 못한다는 차이가 있다.

Fisk와 Boyce(1983)는 관측교통량 자료를 이용한 분포/배분결합(Combined Distribution and Assignment ; CDA)모형으로 기종점표를 추정할 수 있음을 제시하였다. CDA모형은 전통적 4단계 수요추정의 통행분포와 통행배분을 결합시킨 모형이다.

Fisk(1988)는 비혼잡네트워크의 엔트로피극대화 모형을 이용자균형 제약하에 혼잡네트워크로 확장하였다. 이 모형은 부분적인 관측교통량만 필요하다는 장점을 가지지만 관측교통량이 확정적인 등식제약으로 모형에 포함되기 때문에 O/D의 존재를 보장하지 못한다. 즉 이용자균형으로 배분할 때 관측링크교통량을 재현하는 O/D가 없을 수도 있다.

Yang(1992, 1994, 1995)은 일반최소자승법과 균형배분을 결합한 2단계모형을 제시하였다. 이 방법은 GLS추정법을 혼잡네트워크로 확장한 것으로 O/D조사자료와 관측교통량 자료를 상대적인 정확도로 고려하면서 결합한 모형이다. 모형에서 상위수준(upper level)은 관측차이의 합을 최소화하는 것이며, 하위수준(lower level)은 추정O/D와 대응되는 링크교통량이 이용자균형조건을 이루는 이용자최적통행배분이다. 즉 이용자최적조건을 만족하는 추정O/D  $t$ 와 링크교통량  $V$  제약하에 선행O/D  $\bar{t}$ 와 관측링크교통량  $\bar{v}$ 기반하에 O/D  $t$ 를 추정하는 것이다. 여기서,  $v$ 와  $\bar{v}$ 는 표본공간, 즉 모든 링크의 관측교통량이 확보 가능하다는 것을 가정한다. 그러나 링크집합 일부분만 관측한 경우도 적용은 가능하다.

### III. 모형검토

#### 1. 교통량으로 O/D추정시의 문제점

관측교통량으로 O/D를 추정할 때 어떤 관측교통량 집합이 O/D를 추정하는데 있어서 적절한가에 대한 의문을 가질 수가 있다. 예를 들면, 어떤 관측교통량 집합이 O/D를 추정하는 것을 어렵게 하는 요인일 수 있을까 하는 것이다. 이러한 문제는 링크교통량의 과소식별(underspecification), 종속성(dependence)과 불일치(inconsistency), 혼잡효과라는 관점으로 논의될 수 있다. 또한 위의 3가지 문제이외에 관측지점

및 개수에 대한 문제가 존재한다고 할 수 있다.

O/D추정모형에서 노선선택비율을 얻는 방법에 대한 문제와 더불어 이러한 추정과정에서 발생하는 문제점을 극복하는 방법에 따라 여러 유형의 모형구분이 가능하다.

#### 1) 과소식별 문제

과소식별(underspecification)문제는 관측교통량 미지의 기종점표  $T_{ij}$ 수보다 적다는 문제로 인해 발생하는 문제인데, 수학적으로 보면 미지수에 비해 방정식의 수가 적어 유일한 해가 존재하지 않는 구조적 문제를 말한다.

따라서, 수많은 해 중에서 유일성이 보장되는 하나의 단일해를 구하기 위해서는 O/D추정문제에서 미지수를 줄이기 위한 방법이 필요하다.

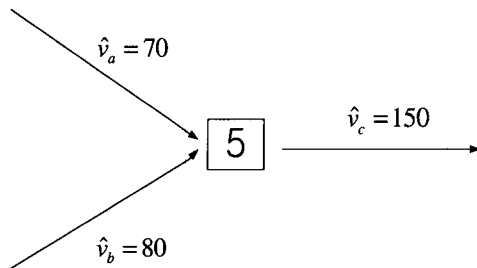
이러한 과소식별을 해결하는 방법은 몇 가지 추가 가정이나 정보를 이용하여 가능한 해의 수를 줄이는 것이다. 즉, 통행행위에 대한 가정하에 가능한 해를 줄이는 방법은 정보최소화, 엔트로피 극대화, 통계적 추론방법 등을 통해 가능해의 유일성이 확보되도록 하는 것이다. 또 하나는 과거 교통량과 현재 교통량 간의 큰 변화가 없을 때 기존 O/D표와 같은 과거 정보를 활용하는 것으로 이 경우 현재 관측교통량으로 과거 O/D를 갱신하는 것으로 이때 유의할 사항은 과거 교통량보다 현재 교통량간의 큰 변화가 없는 경우에만 해의 안전성이 확보될 수 있다.

#### 2) 종속성 및 불일치 문제

종속성 문제는 도로망 전체의 관측교통량 중 몇몇 구간의 관측교통량은 주변 링크교통량과 결합하여 선형결합으로 이루어진다는 점이다. 즉, 유출입이 같으면 링크간에는 선형종속관계가 형성되고 이러한 링크에 대해서는 어떤 추가적인 정보를 첨가하지 못한다라는 것이다.

<그림 1>에서 링크  $c$ 는 링크  $a$ 와  $b$ 의 총합으로 구성된다. 그러므로, 링크  $c$ 의 교통량은 중복된 것이고, 단지 두 개의 교통량만이 독립적이라고 말할 수 있다.

불일치 문제는 관측교통량들이 독립적이고 일치성이 유지되어야만 기종점표 추정이 가능하나 현실적으로 관측교통량 자체의 측정오차와 함께 관측교통량들간의 종속성이 존재하여 만족할 만한 기종점표의 추정을 불가능하게 하는 것을 말한다.



〈그림 1〉 증속성을 나타내는 교통량도

관측 오차와 다른 주기(시간별, 일별, 주별 등)에서 얻을 수 있는 링크교통량은 불일치의 원인이 될 수 있다. 바꿔 말하면, 예측된 교통량 연속 관계들이 부합되지 않는다는 것이다. 만약 〈그림 1〉에서  $V_c$ 가 150이 아니라 160이라면, 대응되는 방정식은 불일치를 나타낼 것이며, 어떠한 O/D도 이러한 교통량을 만족할 수 없다는 것이다. 이러한 문제점을 방지하기 위해서는 모형에 오차를 고려하거나, 미리 이러한 불일치를 제거해야 한다.

링크교통량에서 불일치가 발생하는 원인은 두 가지로 구분할 수 있다. 첫째는 한 노드로 유입되는 총교통량과 같은 노드에서 유출되는 총교통량이 동일하지 않다는 점에서 링크교통량 연속성 조건에 부합되지 않는다는 것이다. 둘째는 가정된 통행배분모형과 관측된 교통량이 서로 맞지 않는 것이다. 예를 들면, 통행배분모형은 관측된 링크교통량이 존재하는 링크에 어떤 교통량도 배분하지 않을 수 있다. 이러한 조건에서는 노선선택모형을 사용하여 관측된 링크교통량을 만족시킬 수 있는 어떠한 O/D도 존재하지 않는다.

### 3) 혼잡효과

혼잡효과와 처리 문제는 링크선택확률이 교통망의 혼잡도를 반영하느냐 하지 못하느냐의 문제이다. 추정될 기중점표는 관측교통량을 제약조건으로 링크선택확률을 이용해 산출된다. 링크선택확률을 구하는 데에는 통행배분방법을 이용하거나 링크선택확률모형을 이용할 수 있다. 통행배분방법을 이용할 경우 적절한 통행배분방법의 선택은 기중점표 추정에 있어서 결정적 역할을 담당하게 된다. 통행배분의 경우 혼잡을 고려하지 않는 비례통행배분과 혼잡을 고려한 균형통행배분모형으로 크게 구분할 수 있다.

비례통행배분의 경우 혼잡을 고려하지 않으므로 링크선택비율을 O/D의 추정과정과 무관하게 독립적으

로 결정한다. 따라서, 지역간 도로 등 교통혼잡이 비교적 없는 지역의 도로망에 대한 추정에서는 효율적이나 그렇지 않은 지역에 대해서는 설명력이 떨어진다. 그러나 용량제약 균형통행배분의 경우는 링크선택비율이 링크의 통행수요가 변화함에 따라 계속적으로 변화하게 된다. 이 경우 도로망의 각 링크를 선택할 비율이 통행수요가 변화함에 따라 바뀌게 되어 링크선택비율마저도 미지수가 되기 때문에 더 큰 과소식별 문제가 발생될 수 있다.

### 4) 관측위치 및 개수

관측위치 및 개수에 대한 내용은 위에서 언급한 O/D추정문제시 발생할 수 있는 세 가지와 그 맥락을 같이 한다고 할 수 있으나, 보다 심도있는 연구가 뒷받침되어야 할 문제라고 할 수 있다. 관측지점이 증가할수록 추정오차 및 정확성이 증대한다는 것은 주지의 사실이지만, 동일한 관측지점개수로 보다 나은 결과를 얻고자 하는 것이 그 목적이라 할 수 있다. 즉, 교통망상에 어떤 링크에 관측장비를 설치할 것인가하는 문제라고 할 수 있다.

이러한 문제는 여러 연구자들에 의해 연구되었다. Lam과 Lo(1990)는 링크가 O/D표를 추정하기 위해서 선택된다는 점에서 그 순서를 규정하기 위한 heuristic 과정을 제안하였고, Yang et al.(1998)은 교통망에서 검지 위치와 그 수에 관련되어 추정된 O/D표의 신뢰성을 maximum possible relative error(MPRE) 방법을 기초로 하여 연구하였으며 ① O/D확보규칙(O/D covering rule), ② 최대교통량비율규칙(maximal flow fraction rule), ③ 최대교통량관측규칙(maximal flow intercept rule), ④ 링크독립규칙(link independence rule) 등과 같은 4가지 규칙을 제안하였다.

## 2. 모형 검토

### 1) 2단계(Bi-level) 모형

Yang et al.(1992)이 제안한 2단계모형은 하위수준(lower level)에서 통행배분이 이루어지고, 상위수준(upper level)에서 O/D추정이 되어, 상위수준에서 하위수준으로 O/D가 전달되는 것이다. 그 모형을 구체적으로 살펴보면 아래와 같다. GLS추정방법과 사용자 균형배분모형을 이용한 기본 2단계모형은 다음과 같다.

$$\min_{t, v} F_1(t, \bar{t}) + F_2(v, \bar{v})$$

$$= (\bar{t} - t)^T U^{-1}(\bar{t} - t) + (\bar{v} - v)^T V^{-1}(\bar{v} - v) \quad (2)$$

제약조건  $t \geq 0$

여기서,

$t$ 와  $\bar{t}$  : O/D표와 target O/D표

$v$ 와  $\bar{v}$  : 배분교통량과 관측교통량

$F_1(t, \bar{t})$ 와  $F_2(v, \bar{v})$  :  $t$ 와  $\bar{t}$ ,  $v$ 와  $\bar{v}$ 의 오차를 나타내는 함수

$U$ 와  $V$  : 오차항의 분산-공분산 행렬

따라서,  $v$ 를 구하기 위해 아래의 식을 풀면

$$\min_v \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} c_a(x) dx \quad (3)$$

제약조건

$$\sum_{k \in R_r} f_k = t_r, \quad r \in R$$

$$f_k \geq 0, \quad k \in K$$

여기서,  $c_a(x)$  : 링크통행비용함수

$R_r$  : 어떤 O/D쌍의 모든 경로

$f_k$  : 경로교통량

$t_r$  : 어떤 O/D쌍  $r$ 의 교통량

이 모형 이외에도 2단계 접근법으로 Yang et al. (1992)은 엔트로피극대화모형과 최소자승법을 상위 수준으로 구축한 모형도 제시하였다.

본 연구에서는 지금까지 2단계 O/D추정방법을 사용하여 발표된 여러 연구 중에서 일반화최소자승법을 가지고 O/D를 추정하는 방법이 그 적용의 편리성이 가장 우수하다고 판단되어 일반화최소자승법을 이용하였다. 모형의 전체적인 알고리즘을 살펴보면 아래와 같다.

단계 1. 초기화 : 최초선행O/D를 이용하여 균형통행 배분후  $P_{aw}^{k(0)}$ 를 계산, 여기서,  $P_{aw}^{k(0)}$ 는 O/D 쌍  $w$ 가 링크  $a$ 를 이용하는 비율:  $\ell = 0$

단계 2.  $P_{aw}^{k(0)}$ 를 이용하여 O/D  $t^{(\ell+1)}$ 추정

단계 3.  $t^{(\ell+1)}$ 를 이용하여  $P^{(k+1)} = [p_{aw}^{(\ell+1)}]$  계산.

단계 4.  $\max_w |t_w^{(\ell+1)} - t_w^{(\ell)}| / t_w^{k(\ell)} \leq \epsilon$ 이 만족하면 정지, 그렇지 않으면,  $\ell = \ell + 1$  단계 2로 되돌림.

## 2) Gradient 방법

Gradient모형은 볼록최소화문제(convex minimization problem)로 만들어졌다. 이러한 문제의 가장 단순한 형태는 아래와 같은 최소자승법이라고 할 수 있다.

$$\min Z(g) = \frac{1}{2} \sum_{a \in A} (v_a - \hat{v}_a)^2 \quad (4)$$

제약조건

$$v_a = \text{assign}(g) \quad (5)$$

위의 식(5)에서 함수  $\text{assign}(g)$ 는 O/D  $g$ 의 통행 배분 결과로부터 나온 교통량을 나타내기 위해 사용되었다. Gradient방법은 다른 O/D추정모형과는 달리 목적함수가 가장 최소화될 수 있는 방향의 gradient를 탐색하여 그 방향의 이동거리(step size)만큼 목적함수를 최소화하는 최적화 방법을 이용한 것이다.

이 과정을 구체적으로 살펴보면 첫째, 가능한 경로 통행비율을 최초 통행배분시 구하고, 둘째, 구해진 경로통행비율을 가지고 모든 링크의 교통량  $v_a$ 를 계산하고, 셋째, 링크교통량  $v_a$ 로 gradient  $\frac{\partial Z(g)}{\partial g}$ 를 계산하고, 넷째, 이동거리(step length)  $\lambda$ 를 구한 후 최종O/D가 이 수렴조건에 부합되면 전체적인 프로그램은 정지되고, 그렇지 않으면 다시 되먹임(feedback)되는 과정을 거친다. 즉, 모형의 전체적인 알고리즘을 살펴보면 아래와 같다.

단계 1. 초기화 :  $P_{ij}^{k(0)}$ 를 계산, 여기서,  $P_{ij}^{k(0)}$ 는 기점  $i$ 와 종점  $j$ 간의 가능한 경로통행비율:  $\ell = 0$ .

단계 2.  $P_{ij}^{k(0)}$ 를 사용하여 모든 링크  $a$ 의 링크교통량  $v_a$  계산.  $\ell \geq 1$ 이면 다시  $P_{ij}^{k(\ell)}$ 를 계산하여 링크교통량  $v_a$  계산

단계 3.  $v_a$ 를 사용하여 gradient  $\frac{\partial Z(g)}{\partial g}$  계산.

단계 4.  $v'_a = - \sum_{i \in I} g_i \left( \sum_{k \in K_i} p_k \sum_{a \in A} \delta_{ak} (v_a - \hat{v}_a) \right) \times \left( \sum_{k \in K_i} \delta_{ak} p_k \right)$  를 계산

단계 5. step size  $\lambda^* = \frac{\sum_{a \in A} v'_a (\hat{v}_a - v_a)}{\sum_{a \in A} v_a^2}$  를 계산.

단계 6.  $g_i^l \left( 1 - \lambda^l \left[ \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \right]_{g_i^l} \right)$  이 수렴조건에 부합되면,

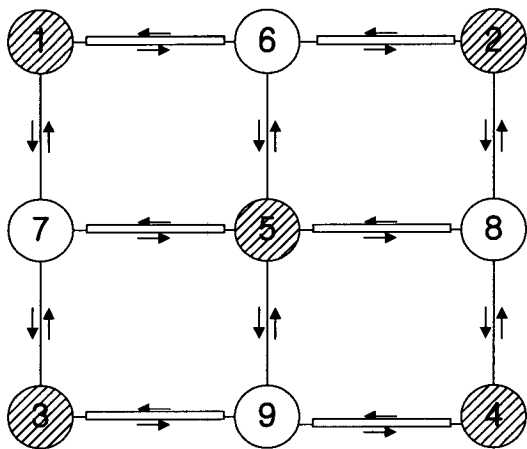
알고리즘 정지. 그렇지 않다면,  $l = l + 1$ , 단계 2로 되돌림.

### IV. 분석

#### 1. 분석 교통망

아래의 <그림 2>는 본 연구에서 사용된 분석교통망으로서 총 9개의 노드 중에서 centroid(모의 교통망상의 음영처리노드)는 5개이며, 모든 링크는 양방향통행이 가능한 총 링크 24개의 소규모 모의 교통망이다. 또한 <그림 2>에서 굵은 선이 그어져 있는 링크는 교통량이 관측된 링크(총 12개 링크)라고 가정한다. 설정된 관측지점 및 개수는 임의로 설정된 것이다.

또한, 참O/D가 <표 1>와 같이 알려져 있다고 가정하고, 이 참O/D를 기준으로 4개의 target O/D를 가정하였다. Target O/D라 함은 최초의 가구방문조사 또는 노측면접조사를 가지고 전수화된 O/D 또는 본 연구와 같이 연구목적에 의하여 오차가 반영되었다고 가정된 최초선행O/D라고 할 수 있다. 또한 관



<그림 2> 모의 교통망

<표 1> 가정된 참O/D표

참O/D	1	2	3	4	5
1	-	500	600	500	1,000
2	500	-	400	500	1,100
3	400	500	-	500	1,100
4	500	500	400	-	1,000
5	1,000	1,200	1,200	1,000	-

측교통량은 참O/D의 균형배분상태에서 배분된 교통량을 참관측교통량이라고 설정하여 2개의 변동계수를 적용한 관측교통량으로 분석을 시행하였다. Target O/D 및 관측교통량 설정기준은 아래와 같다. 본 연구에서 target O/D를 설정하는 방법은 Iida et al. (1987)가 제시한 기준을 따랐다.

$$\bar{t}_w = t_w^+ (1.0 - c_{vt} \sigma_w) \tag{6}$$

$$\bar{v}_w = v_w^+ (1.0 - c_{vf} \sigma_a) \tag{7}$$

여기서,

$v_a^+$  : 참O/D  $t^+$ 를 이용하여 균형통행배분에 의해 배분된 링크교통량

$\sigma_w, \sigma_a$  : N(0,1)상에서 무작위로 추출된 변수

$c_{vt}, c_{vf}$  : 각각 O/D와 관측교통량의 변동계수 (coefficient of variation)

$w$  : O/D쌍

#### 2. 평가지표

본 연구의 주된 비교대상인 일반화최소자승법과 gradient방법으로 추정된 O/D의 평가방법은 관측교통량으로 O/D를 추정하는 방법상에 가장 많이 사용하는 방법인 평균자승근오차(Root Mean Square Error : RMSE), 상대평균자승근오차(relative RMSE%), 상대평균절대오차(relative Mean Absolute Error : MAE%)를 그 평가지표로 사용하였다.

$$RMSE = \sqrt{\sum_{w \in W} (t_w^* - t_w^+)^2 / M} \tag{8}$$

$$RMSE(\%) = \frac{RMSE}{\left( \sum_{w \in W} t_w^+ / M \right)} \times 100 \tag{9}$$



$$MAE(\%) = \left( \frac{\sum_{w \in W} |t_w^* - t_w^+|}{\sum_{w \in W} t_w^+} \right) \times 100 \quad (10)$$

여기서,  $t_w^*$  : 추정 O/D  
 $t_w^+$  : 참 O/D  
 $M$  : O/D쌍 개수

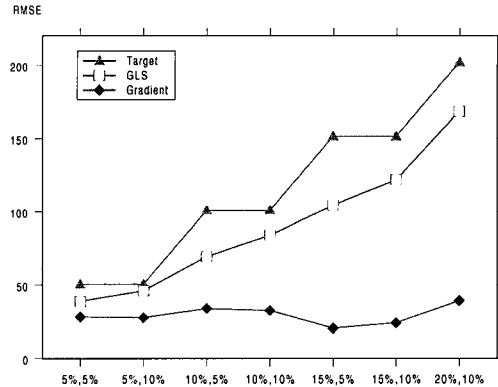
### 3. 분석결과

분석방법은, 참O/D의 변동계수를 5%, 10%, 15%, 20%로, 관측교통량의 변동계수를 5%, 10%로 설정하여 7개의 오차 조합을 가지고 O/D추정력을 두 개의 추정방법을 적용한 결과로 비교하였다.

일반화최소자승법과 gradient방법으로 분석된 결과는 <표 2>에 요약되어 있다. <표 2>는 설정된 target O/D의 오차, Gradient 방법에 의한 오차, 2단계모형(GLS)에 의한 오차분석 결과 등 3가지 항목으로 나누어 정리되어 있다.

<표 2>에서도 살펴볼 수 있는 것처럼 전반적인 target O/D의 오차는 그 관측교통량과 참O/D에 변동계수를 반영한 크기만큼 커지는 것을 알 수 있고, 2단계모형(GLS)로 추정된 O/D의 MAE, RMSE 및 RMSE(%)도 target O/D보다는 낮은 결과치를 보이지만, 변동계수의 크기가 커짐에 따라 target O/D와 마찬가지로 비례적으로 커지는 것을 알 수 있다.

이와 달리 gradient방법은 O/D 및 관측교통량의 변동계수가 달라짐에 따라 그 오차의 크기가 큰 차이를 보이지는 않는 것으로 분석되어, 전반적으로 매우 양호한 결과를 나타내고 있다고 판단된다. GLS방법으로 추정된 O/D의 RMSE와 gradient방법으로 추정된 RMSE의 절대적인 차이 또한 각 변동계수별로



<그림 3> O/D추정방법별 RMSE비교

작은 것으로 분석되었다. 즉, 이러한 분석 결과를 살펴볼 때 gradient방법은 O/D 및 관측교통량 오차에 대해 GLS방법보다는 관측오차에 매우 강한 특성을 가지는 분석법이라고 할 수 있다.

<그림 3>은 <표 2>의 각 변동계수크기에 대한 추정방법별 RMSE의 크기를 도표로 나타낸 것이다. 이 그림에서도 살펴볼 수 있듯이 gradient 방법의 장점은 변동계수 즉, 선행O/D와 관측교통량 오차의 크기가 커진다고 하여도 그 추정력이 매우 균일하고, 높다는 것이다.

다수의 존과 수많은 링크, 노드를 포함하고 있는 대규모 교통망상에서의 선행O/D와 관측교통량은 상당한 오차를 포함하고 있을 수 있다. 따라서, 이러한 교통망 분석시에 오차에 강한 gradient 방법은 GLS 방법보다는 매우 적용가능성이 큰 방법이라고 판단된다.

또한, gradient방법을 target O/D에 적용하여 나온 총 7개의 O/D와 참O/D의 개별존간교통량을 비교하여 그 절대적인 편차를 살펴보면 앞에서 제시한 통계적 오차분석법에 비해 비교적 쉽게 전체적으로 보정된

<표 2> 일반화최소자승 추정O/D와 gradient O/D추정 오차 분석결과

$c_{ut}$ (%)	$c_{of}$ (%)	Target O/D			Gradient방법 <sup>(1)</sup>			bi-level(GLS)방법 <sup>(2)</sup>			(2)의 RMSE - (1)의 RMSE
		MAE (%)	RMSE	RMSE (%)	MAE (%)	RMSE	RMSE (%)	MAE (%)	RMSE	RMSE (%)	
5	5	5.15	50.47	7.01	2.97	28.18	2.97	4.30	38.80	5.39	0
5	10	5.15	50.47	7.01	2.82	27.72	2.82	4.90	45.96	6.38	10.62
10	5	10.30	100.95	14.02	3.62	33.89	3.62	7.51	69.27	9.62	18.24
10	10	10.30	100.95	14.02	3.31	32.65	3.31	9.12	83.89	11.65	35.38
15	5	15.44	151.42	21.03	1.89	20.53	1.89	11.42	104.30	14.49	51.24
15	10	15.44	151.42	21.03	2.51	24.26	2.51	13.29	121.65	16.90	83.77
20	10	20.59	201.89	28.04	4.13	39.18	4.13	18.38	168.37	23.38	97.39

〈표 3〉 참O/D와 추정O/D의 절대편차빈도분포

오차 빈도	5%, 5%	10%, 5%	15%, 5%	5%, 10%	10%, 10%	15%, 10%	20%, 10%
0-10	6	6	11	7	6	10	6
10-20	6	5	4	4	5	3	3
20-30	4	3	3	6	3	3	1
30-40	1	1	1	0	2	2	5
40-50	1	1	0	1	2	1	1
50-60	0	3	0	1	0	0	2
60-70	2	0	1	0	1	1	1
70-80	0	0	0	1	0	0	0
80-90	0	1	0	0	0	0	0
90-100	0	0	0	0	1	0	1

O/D오차량을 살펴볼 수 있다. 〈표 3〉은 이러한 분석 결과를 중간교통량의 절대차이를 구간별로 분석하여 놓은 것이다.

교통량의 절대보정치가 30이하에서 이루어진 존쌍이 대략 전체O/D쌍의 75%를 보이고 있어, 평균 보정치의 비율이 5%이하인 것으로 분석되었다.

또한 이러한 연구는 오차분석 및 정확도에 대한 분석 뿐만 아니라 이러한 알고리즘을 수행하는 시간 또한 중요하다고 할 수 있다. 교통망의 크기와 시스템에 따라 상당히 차이가 날 수 있지만, 본 연구만을 국한하였을 때는 전체적인 결과 도출시간이 Pentium-II 300을 기준으로 할 때, 0.15~0.2초 이내로 나타났다.

## V. 결론

본 연구는 교통량으로 O/D를 추정하는 기법들을 살펴보고 그 중에서 가장 많이 이용되고 있는 일반화 최소자승법과 gradient방법을 사용한 결과를 비교·분석하여 두 방법의 예측력을 평가해 보고자한 것이다.

일반화최소자승법을 이용한 2단계모형은 모든 링크의 관측교통량을 알 필요없고 관측오차가 내재되어 있어도 추정이 잘되는 장점을 지니고 있다. 그러나 비볼록이고 O/D추정을 최적화하는 각 단계마다 이용자 최적교통량을 계산하여야 하며, 링크비용함수는 다른 링크에 무관하게 도출된다는 문제점을 가지고 있다.<sup>1)</sup>

이와 달리 gradient 접근법은 GLS를 이용한 2단계 모형이 가지고 있는 장점을 수용하고, 각 링크마다 비용함수가 다른 링크와 연계되어 계산되는 장점을 지니고 있다. 물론, O/D추정을 최적화하는 각 단계마다 이용자 최적교통량을 계산하여야 하는 단점은 남아있다. 또한, 2단계접근법에서도 발생하는 문제이지만, 최적해를 보장하지 못하거나(즉, 다수의 국지적 최소값이 존재할 수 있는), 특정값에 수렴하지 않는 문제가 발생할 수도 있다. 그렇지만 본 연구의 분석 결과에서와 같이 비록 모의교통망에 적용된 결과라 할지라도 오차에 대해 매우 강하고, 정확한 결과를 나타내고 있다. 또한, 최적화 문제로 수식화되어 있기 때문에 그 이론적 배경도 다른 추정기법들에 비해 탄탄하다고 할 수 있다.

대규모 교통망을 컴퓨터상에서 구축하여 관련모형으로 시뮬레이션하는 과정에는 많은 오류와 실수가 포함될 수 있다. 물론 수년간의 걸쳐서 어떤 문제점도 없이 사용된 교통망이라고 할 지라도 구조적 오류가 내재되어 있을 수 있다. 본 연구의 결과에서도 살펴볼 수 있듯이 대규모교통망상에 적용될 수 있는 방법들은 그러한 오류들을 제대로 필터링할 수 있는 기법으로 발전방향을 잡아야 할 것이라고 판단된다.

본 연구와 관련되어 향후 연구 방향은 대규모 교통망상에 적용한 결과에 대한 다각적인 분석 및 그에 따른 보완과 다수단(multiclass)에 적용될 수 있는 접근법이 필요하다고 판단된다.

## 참고문헌

1. Cascetta E. (1984), Estimation of trip matrices from traffic counts and survey data : generalized least squares estimator, *Transpn. Res.* 18B, pp.289~299.
2. Cascetta E. and Nguyen S. (1988) A Unified framework for estimating or updating OD matrices from traffic counts, *Transpn. Res.* 22B, pp.437~455.
3. Fisk C. S. (1988), On combining maximum entropy estimation with user optimal assignment, *Transpn. Res.* 22B, pp.69~79.

1) Yang은 1995년도 연구에서 이러한 문제점을 변등부등식형태로 해결한 방법을 제시했음.

4. Fisk C. S. and Boyce D. E. (1983), A note on trip matrix estimation from link traffic counts data, *Transpn. Res.* 17B, pp.245~250.
5. Fisk C.S.(1989), Trip matrix estimation from link traffic counts: The congested network case, *Transpn. Res.* 23B, pp.331~356.
6. Gur Y.J. et al.(1980), Estimation of an origin-destination trip table based on observed link volumes and turning movements-volume 1: Technical report. Report No. RD-80/034, FHWA, U.S. Department of Transportation Washington, D.C.
7. H.Spiess(1990), A gradient approach for the O-D matrix adjustment problem, INRO.
8. Hai Yang(1995), Heuristic algorithms for the bilevel origin-destination matrix estimation problem, *Transpn. Res.*, 29B pp.231~242.
9. Hai Yang and Yasunori Iida and Tsuna Sasaki(1994), The Equilibrium-based origin destination matrix estimation problem. *Transpn. Res.*, 28B, pp.23~33.
10. Hai Yang, Y. Iida, T. Sasaki, Y.Asakura (1992), Estimation of origin-destination matrices from link traffic counts on congested networks. *Transpn. Res.*, 26B, pp.417~434.
11. Hanif D.Sherali et al.(1994), A linear programming approach for synthesizing origin-destination trip tables from link traffic volumes. *Transpn. Res.*,28B, pp.213~233.
12. Hanif D.Sherali et al.(1997), Parameter optimization methods for estimating dynamic origin-destination trip-tables. *Transpn. Res.*, pp.141~157.
13. Iida,Y., Takayama,J., Kaneko,N.(1987), Traffic demand estimation model by bserved link flows considering trend of secular change, *Proceedings of JSCE*, No.383/IV-7, pp.83~91.
14. Jifeng Wu(1997), A real-time O/D matrix updating algorithm for on-line applications, *Transpn. Res.*, pp.381~396.
15. Jornsten K. and Nguyen S.(1980), On the estimation of trip matrix from network data, Report NITH-MAT-R79-36, Linkoping Institute of Technology, Linkoping, Sweden.
16. M.G.H Bell(1984), Log-linear models for the estimation of origin-destination matrices from traffic counts:An approximation, *Proceedings of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, The Netherlands, Delft, July, pp.451~470.
17. M.G.H Bell.(1991b). The estimation OD matrices constrained generalized least squares, *Transpn. Res.* 25B, pp.13~22.
18. M.Maher(1983), Inferences on Trip matrices from observations on link volumes :A Bayesian statistical approach. *Transpn. Res.*, Vol. 17B, pp.435~447.
19. Nguyen S.(1977), Estimating an OD matrix from network data: a network equilibrium approach, Publication No. 60, Centre de Recherche de les Transports de Montreal, Montreal.
20. Sue McNeil, Chris Hendrickson(1985), Estimation of Origin-Destination Matrices with constrained regression, *Transportation Research Record 976*, TRB, National Research Council, pp.25~32.
21. van Zuylen and Willumsen G.(1980), The most likely trip matrix estimated from traffic counts, *Transpn. Res.* 14B, pp.281~293.