

■ 論 文 ■

# 유전자 알고리즘을 이용한 변동부등식 제약하의 연속형 가로망 설계

A Genetic Algorithm Approach to the Continuous Network Design Problem  
with Variational Inequality Constraints

**김 재 영**

(서울대학교 환경계획연구소 연구원)

**임 강 원**

(서울대학교 환경대학원 교수)

## 목 차

- I. 서론
  - II. 이론적 고찰
    - 1. 변동부등식 제약하의 연속형 가로망 설계 문제
    - 2. 유전자 알고리즘
  - III. 모형의 구축
    - 1. 가로망 설계 모형
    - 2. 유전자 알고리즘을 이용한 가로망 설계
    - 3. 알고리즘의 실행절차
  - IV. 모형의 적용결과 분석
    - 1. 예제 가로망 I
    - 2. 예제 가로망 II(Sioux Falls Network)
  - V. 결론 및 향후 연구과제
- 참고문헌

## 요 약

이 논문은 변동부등식을 제약조건으로 하는 연속형 변수의 가로망 설계 문제를 풀기 위한 해석 알고리즘을 제시하는 것을 목적으로 한다. 가로망 설계 문제는 문제의 특성상 비선형의 목적함수와 비선형, 비볼록한 제약식으로 인해 다수의 국지해를 갖으며, 이러한 여러 국지해 중 가장 최적의 해를 구하는 것에 관심이 모아지고 있다.

전역 최적해를 찾을 수 있는 기존의 방법들은 확률적 최적화 방법에 속하는데 이 논문에서는 유전자 알고리즘의 접근법을 사용하여 2개의 다른 예제 가로망에서 5개의 서로 다른 해석 알고리즘에 대한 비교를 행하였으며, 그 해석결과를 기술하였다.

이 논문에서 사용된 정책결정자의 설계 변수는 가로망상 링크의 용량 변수이며, 연속형 변수의 어떤 설계 변수에도 적절한 변환과정을 거쳐 사용이 가능하다.

## 1. 서론

가로망 설계 문제(Network Design Problem:NDP) 연구는 교통체계 내에서 운영자가 수요와 공급 측면을 동시에 고려하는 문제이며, 광범위한 주제를 다루고 있는 분야이다. 운영자가 교통망의 효율성을 높이기 위해 새로운 설계 변수를 체계 내에 도입하면 경로통행비용의 변화가 발생하고, 교통체계를 이용하는 사용자들의 노선선택선호도 바뀐다. 따라서 운영자는 운영자의 결정에 따라 이용자들이 체계에 적응하는 패턴을 예측해 교통체계가 최적의 상태로 유지될 수 있는 설계변수를 결정하여야 한다. 이 문제는 단기의 고정수요하에서는 주로 사회적 비용(일반적으로 총 교통비용)의 최소화, 장기의 탄력수요하에서는 사용자 편의의 최대화가 운영자의 목적이 되며, 공급측면에서 정책자의 비선형 목적함수와 비선형(혹은 선형) 제약식, 수요측면에서 비선형 목적함수와 비선형, 비볼록한 제약식을 갖는 Stackelberg 게임 혹은 Leader-Follower 게임 문제(Fisk, 1984a)로 알려져 있으며 이러한 특성으로 인해 다수의 국지해가 존재할 가능성이 있다.

본 논문은 확률적 최적 탐색 방법으로 알려진 유전자 알고리즘을 가로망 설계 문제에 적용하여 여러 국

지해 중 최적해(혹은 근-최적해)를 찾는 것을 목적으로 하며, 여기에서 설정한 문제는 교통체계에서 소비되는 총 통행비용을 최소화하기 위한 운영자의 목적함수와 제약식으로 설계변수변경에 따른 교통량 상태가 워드롭의 균형상태에 있어야 하는 변동부등식이다.

논문의 구성은 II장에서는 변동부등식 제약하의 연속형 가로망 설계 문제와 유전자 알고리즘에 대한 이론적 고찰, III장에서는 연속형 가로망 설계 문제에 적용하기 위한 유전자 알고리즘 모형을 구축하였고 IV장에서는 III장의 모형을 16개의 링크로 이루어진 작은 가로망을 대상으로 다른 알고리즘들과 비교하였으며, 실제 크기의 가로망에서 적용가능성을 판단하기 위해 교통분야에서 잘 알려진 Sioux-Falls Network에서 모형을 실행하였다. 그리고, 종합결론 및 향후 연구과제는 V장에서 다루었다.

## II. 이론적 고찰

### 1. 변동부등식 제약하의 연속형 가로망 설계 문제

본 논문에서는 연속형 변수의 가로망 설계 문제중 기존 도로의 용량 확충문제를 대상으로 한다. 이는 연속형 가로망 설계 문제의 한 예이며 이 외에도 교

〈표 1〉 기존연구 정리

해석알고리즘	적용분야	연구자	알고리즘 특징
Iterative Optimization Assignment (IOA)	신호제어	Allsop(1974) Gartner(1976)	Stackelberg 게임의 해가 아닌 Nash Noncooperative 게임의 해를 구하는 알고리즘
Sensitivity Analysis Based (SAB)	램프미터링	Yang et al.(1994) Yang & Yagar(1994)	Tobin & Friesz(1988)의 민감도 분석에 바탕을 둔 민감도분석기반 알고리즘은 설계변수의 변경에 따른 교통량의 변화를 한 번 고려하는 효과가 있어 IOA보다 Stackelberg 게임 문제에 더 근사하나 역시 정확한 해는 아니다.
	혼잡통행료 결정	Yang & Lam(1996)	
	신호제어	Yang & Yagar(1995)	
Equilibrium Decomposed Optimization (EDO)	도로확충	Suwansirikul et al. (1987)	IOA와 유사함. 차이점이 있다면 링크 단위로 분해하여 각 링크에서의 최적 설계 변수를 찾는 경험적인 알고리즘이라는 것이다. IOA 알고리즘은 전 단계의 균형 교통량을 고정시킨 후 현 시점에서의 최적 설계 변수를 구하지만 EDO 알고리즘은 현시점의 교통량을 가지고 설계 변수가 바뀌는데 따른 교통량의 변화를 재평가하는 구조를 지니고 있다. EDO 알고리즘 역시 Stackelberg 게임의 근사해로 수렴
Hooke-Jeeves (HJ)	도로 확충	Abdulaal & LeBlanc(1979)	HJ의 직접 탐색법은 목적함수가 강볼록이고 연속 미분 가능하면 전역 최적해에 수렴, NDP는 이러한 수렴조건을 만족시키지 못하므로 최적해에 수렴한다는 보장이 없으며, 초기치와 이동크기를 조정하는 정도에 따라 해 탐색이 크게 영향을 받는 단점을 가지고 있음(Schwefel, 1995)
Simulated Annealing (SA)	도로 확충	Friesz et al.(1992)	nkSA는 확률적 탐색법의 일종. 초기치와 제어 파라미터 등을 적절히 결정하여 전역해에 접근하게끔 설계하여야 하며, 전역해에의 수렴가능성이 높은 것으로 알려져 있음
	신호제어	이승재(1998)	

통체계를 효율적으로 운영하기 위해 운영자가 조절할 수 있는 체계내의 설계 변수는 교차로의 신호시간 조정 (Allsop<sup>3)</sup>, Gartner<sup>8)</sup>, Fisk<sup>6)</sup>, Yang & Yagar<sup>17)</sup>, 이승재<sup>1)</sup>, 특정구간에서의 혼잡통행료 징수(Yang & Lam<sup>15)</sup>, Ferrari<sup>4)</sup>, 고속도로 진입통체를 위한 램프 미터링 실시(Yang et al<sup>18)</sup>, Yang & Yagar<sup>16)</sup>, 새로운 대중교통시설이나 도로시설의 도입 등이 있을 수 있다.

기존 도로시설의 폐쇄·확충을 대상으로 한 연속형 가로망 설계 문제는 Abdulaal & LeBlanc(1979)이 패턴 서치 방법의 일종인 Hooke-Jeeves 알고리즘(이하 HJ)을 적용하였고 Suwansirikul et al. (1987)은 링크단위로 분해하여 최적해를 구하는 경험적인 Equilibrium Decomposed Optimization 알고리즘(이하 EDO)을 개발하였으며, Friesz et al.(1992)은 Simulated Annealing 알고리즘(이하 SA)을 적용한 바 있다.

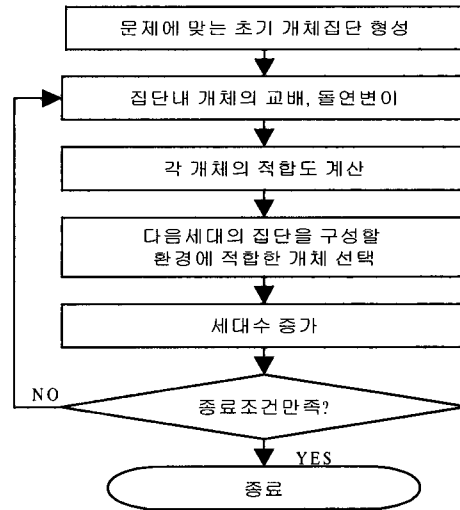
그리고, 현재까지 많이 쓰인 NDP의 해석 알고리즘은 <표 1>과 같다

## 2. 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 1970년대 초에 John Holland가 각각의 종(種)이 세대를 거듭하면서 변화하는 환경에 적응한다는 적자생존(survival of the fittest)과 자연 진화의 개념을 받아들여 개발한 알고리즘으로 다윈의 진화론과 멘델의 유전 이론에 근거하고 다중 점 탐색 기법을 사용하여 세대를 거치면서 목적함수를 만족시키는 최적해로 수렴해가는 알고리즘이다. 이 알고리즘은 해집단이 동시에 병렬적으로 주어진 환경에 따라 최적의 상태로 진화하고 진화시 터득한 정보는 다음 세대로 전달되며 이론적으로는 탐색공간에 제한이 없으며, 기존의 최적화 알고리즘들이 겪었던 함수의 연속성, 미분성, 선형성 등의 문제를 겪지 않아도 되는 안정적인 직접탐색 알고리즘이다.

유전자 알고리즘은 유전학의 용어를 사용하는데 여러 개의 연속적인 유전자(gene)로 이루어진 개체(스트링, 염색체, individual)들이 하나의 집단(population)을 형성하게 된다. 또한 집단내 하나의 개체가 주어진 환경에 부합하는 정도를 나타내는 척도가 적합도(fitness)이다.

유전자 알고리즘의 실행 순서를 다이어그램으로 나



<그림 1> 유전자 알고리즘의 실행 순서

타내면 <그림 1>과 같다(Michalewicz, 1995)

## III. 모형의 구축

### 1. 가로망 설계 모형

연속형 가로망 설계 모형을 구축하기 위해서 첫째, 운영자의 목적함수와 제약식, 둘째, 도로 이용자들의 노선선택행위에 대한 가정이 필요하다. 본 논문에서는 통행수요가 고정되어있으며, 운영자의 목적함수로 도로 이용자들의 통행비용과 도로확충에 드는 건설비용을 포함한 총 교통비용을 설정하였고, 도로 이용자들의 노선선택행위를 모사하기 위해 확정적 균형배정 모형을 가정하였다.

도로이용자들의 균형배정모형은 Smith(1979)가 변동부등식의 형태로 표현될 수 있음을 보였는데, 변동부등식은 통행비용함수가 비분리(non-separable)이고 통행비용함수의 야코비안 행렬이 비대칭(asymmetric) 조건이어서 Beckmann의 식과 같은 등가수리 계획모형이 존재하지 않는 일반적인 조건에서도 위드롭의 균형상태를 나타낼 수 있는 장점이 있다.

본 논문에서는 운영자의 총 교통비용 최소화 목적함수와 변동부등식을 제약으로 하는 가로망 설계 문제의 구성을 위하여 기존 연구 결과와의 비교를 용이하게 해주는 Friesz et al.(1992)의 모형을 채택하였다.

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum_a C_a(f, \mathbf{y}) + \theta \sum_a \beta_a(\mathbf{y}) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_a c_a(f, \mathbf{y}) \cdot (\hat{f}_a - f_a) \geq 0 \quad \forall \hat{f} \in F \\ & f \in F, \mathbf{y} \in Y \end{aligned} \quad (1)$$

집합 F와 Y는

$$F = \left\{ (f, \mathbf{T}) : \sum_{p \in P_a} h_p - T_{ij} = 0 \quad \forall i, j; \right. \\ \left. f_a - \sum_p \delta_{ap} h_p = 0 \quad \forall a; \mathbf{h} \geq 0, \mathbf{T} \geq 0 \right\} \quad (2)$$

$$Y = \{ \mathbf{y} : y_a^L \leq y_a \leq y_a^U, \quad \forall a \} \quad (3)$$

여기서,

- $a$  : 링크번호
- $f_a$  : 링크 a의 교통량
- $f$  : 교통량 벡터  $(\dots, f_a, \dots)$
- $\hat{f}_a$  : 링크 a의 임의 교통량
- $\hat{f}$  : 교통량 벡터  $(\dots, \hat{f}_a, \dots)$
- $y_a$  : 링크 a의 용량 증대치(설계변수)
- $y_a^L, y_a^U$  : 링크 a의 용량 증대치의 하한과 상한
- $\mathbf{y}$  : 설계변수(용량증대변수)벡터  $(\dots, y_a, \dots)$
- $\beta_a(\mathbf{y})$  : 설계변수가  $\mathbf{y}$ 일 때 링크 a의 용량 증대에 필요한 비용
- $c_a(f, \mathbf{y})$  : 링크 a의 단위교통량에 대한 통행비용
- $C_a(f, \mathbf{y})$  : 링크 a의 총 통행비용
- $T_{ij}$  : 기종점쌍 (i, j)간의 통행수요
- $\mathbf{T}$  : 통행수요벡터  $(\dots, T_{ij}, \dots)$
- $p$  : 경로번호
- $h_p$  : 경로 p의 교통량
- $\mathbf{h}$  : 경로 교통량 벡터  $(\dots, h_p, \dots)$
- $P_{ij}$  : 기종점쌍 (i, j)를 잇는 경로 집합
- $\delta_{ap}$  : 링크/경로 관계 행렬의 원소. 만약 링크 a가 경로 p에 속하면 1, 아니면 0
- $\theta$  : 통행시간가치의 역수

식(1)은 워드롭의 균형조건을 제약으로 하는 목적 함수이며, 식(2)는 교통량 보존 제약과 링크교통량과 경로교통량의 관계식, 그리고 식(3)은 설계변수의 집합이다.

식(1)의 목적함수 Z중 첫 번째 항은 각 링크의 교통비용의 합을 나타내며, 2번째 항은 각 링크의 용량을  $\mathbf{y}$ 만큼 증대시키는데 필요한 비용의 합을 말한다. 변동 부등식이 일반적인 조건에서 워드롭의 균형조건을 만족시키는 것은 사실이나 비용함수의 분리 조건과 단조증가 조건, 비분리일 경우에는 대칭 조건을 만족시키지 않으면 다수의 워드롭 균형해가 존재하게 된다. 최적의 가로망 설계 변수를 구하기 위해서는 하나의 설계변수 집합에 하나의 균형교통량만이 존재하여야 하므로, 본 연구에서는 분리가능하며 단조증가하는 비용함수만을 가정한다.

## 2. 유전자 알고리즘을 이용한 가로망 설계

### 1) 초기 실행가능 개체집단 발생법

본 연구에서 다룰 해집합은 하한과 상한을 갖는 블록집합이다. 개체벡터가 하나의 잠재 해집합의 역할을 한다고 가정할 때, 개체를 구성하는 유전자 각각은 잠재 해집합의 한 원소가 된다. 각 유전자의 상한과 하한을  $L_i$ 와  $U_i$ 라 하면 초기 0세대에서  $k$ 번째 개체  $\mathbf{y}_0^k = (\dots, y_{i,0}^k, \dots)$ 의  $i$ 번째 유전자  $y_{i,0}^k$ 는 식(4)에 의해 생성되며, 이는 항상 실행가능한 집합이 된다.

$$y_{i,0}^k = L_i + (U_i - L_i) \cdot r \quad \forall i, k \quad (4)$$

여기서,  $r$ 은 0~1의 범위를 갖는 임의의 실수 난수  $y_{i,0}^k$ 는 0세대,  $k$ 번째 개체의  $i$ 번째 유전자

### 2) 집단내 개체의 적합도 평가 함수

$t$  세대의 집단  $P_t = (\mathbf{y}_t^1, \dots, \mathbf{y}_t^k, \dots, \mathbf{y}_t^M)$ 의 각 개체가 원 문제에서 갖게 되는 목적함수의 값이  $\mathbf{Z}_t = (Z_t^1, \dots, Z_t^k, \dots, Z_t^M)$ 라하면  $t$ 세대 각 개체  $k$ 의 적합도  $s_t^k$ 는 식(5)의 볼츠만 스케일링법을 사용하여 변환시킨다.

$$s_t^k = \exp\left(-\frac{Z_t^k}{T(t)}\right) \quad (5)$$

여기서,

$$T(t) = T^s - \left( \frac{T^s - T^e}{G} \right) \cdot t$$

$T(t)$ : t세대, 볼츠만 선택을 위한 온도

$T^s$ : 시작 온도

$T^e$ : 종료 온도

$G$ : 최대 세대수

볼츠만 스케일링에서  $T(t)$ 는 세대수  $t$ 가  $0 \rightarrow G$ 로 옮겨감에 따라 시작 온도에서 종료 온도로 줄어들 수 있도록 설계하여, 온도가 높을 때는 집단내 개체의 적합도의 차이를 줄여 초기에 자유로운 탐색이 가능하도록 하고 알고리즘이 종료될 즈음에는 온도를 낮추어 국소탐색을 가능하게 해주는 장점이 있다.

### 3) 다음 세대를 구성할 개체의 선택법

본 연구에서는 유전자 알고리즘의 여러 가지 선택법 중 토너먼트 선택법과 엘리트 보존 전략을 결합하여 사용하였다.

토너먼트 선택법은 집단내 임의의 개체를 토너먼트 크기만큼 뽑아내어 그 중 적합도가 가장 좋은 개체를 다음 세대의 구성원으로 선택하는 방법으로 다음 세대의 집단이 모두 만들어질때까지 중복 추첨 시행하며, 엘리트 보존 전략을 통해 적합도 값이 높은 상위 몇%의 개체가 그대로 자식세대로 복제되게 함으로써 적합도가 높은 개체가 중간에 소멸되는 일이 없도록 설계하였다.

### 4) 유전 연산자 설계

각 개체가 지니고 있는 정보를 교환하기 위한 교배 연산자로는 고전적인 유전자 알고리즘에서 사용되는 1점 교배방법을 사용하였으며, 돌연변이 연산자는 Michalewicz(1997)의 동적 돌연변이를 사용하였다. t세대, 개체 k의 i번째 유전자  $y_{i,t}^k$ 가 동적 돌연변이의 대상이면 임의의 이산형 난수 R을 0 또는 1로 발생시킨 후 (6)에 의하여 돌연변이 후 생성되는 유전자  $y_{i,t}^{k'}$ 를 결정한다.

$$y_{i,t}^{k'} = \begin{cases} y_{i,t}^k + \Delta(t, U_i - y_{i,t}^k) & \text{if } R=0 \\ y_{i,t}^k - \Delta(t, y_{i,t}^k - L_i) & \text{if } R=1 \end{cases} \quad (6)$$

여기서,

$$\Delta(t, y) = y \cdot r \cdot \left( 1 - \frac{t}{G} \right)^b \quad (7)$$

$y_{i,t}^{k'}$ :  $y_{i,t}^k$ 가 돌연변이 과정을 거친후 생성되는 유전자

$r$ : 0~1의 범위를 갖는 임의의 실수 난수

$b$ : 제어 파라미터

식(7)의 함수는 세대수  $t$ 가 0일때는  $\{0, y\}$  사이의 임의의 수를 되돌리며, 세대수  $t$ 가 최대 세대수  $G$ 에 가까워지면 0에 근사한 값을 되돌려 돌연변이 효과를 떨어뜨려 국소탐색의 성능을 높여주는 역할을 한다.

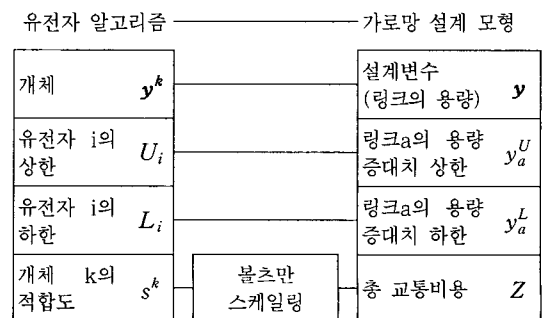
### 5) 유전자 알고리즘의 제어파라미터 결정

유전자 알고리즘을 실행하기 위해서 결정해야할 제어파라미터는 집단내 개체의 개수 즉, 집단의 크기  $M$ , 최대 반복 세대수  $G$ , 교배확률  $p_c$ , 돌연변이 확률  $p_m$  등이다.

교배확률  $p_c$ 를 크게 하면 지역해에 수렴할 가능성이 높아지고, 돌연변이 확률  $p_m$ 을 높이면 수렴과정의 안정성이 떨어져 성과 없이 반복횟수만이 증가할 가능성이 높다. 따라서, 알고리즘의 효율성을 높일 수 있도록 적절한 제어파라미터를 설정하여야 한다.

## 3. 알고리즘의 실행절차

가로망 설계 문제의 해석 알고리즘 실행을 위해서 설계변수와 목적함수의 변환절차를 <그림 2>와 같이 정의한 후의 해석 알고리즘 실행절차는 아래와 같다.



<그림 2> 유전자 알고리즘과 가로망 설계 모형의 변수 변환 관계

**【STEP 0】** 알고리즘의 제어 파라미터 결정

$M, G, P_m, P_c$ 를 결정  
세대수  $t \leftarrow 0$

**【STEP 1】** 초기개체집단  $P_0$  생성(식(4) 참조)

$P_0 = (\mathbf{y}_0^1, \dots, \mathbf{y}_0^k, \dots, \mathbf{y}_0^M)$   
 $\mathbf{y}_0^k = (\dots, y_{i,o}^k, \dots)$

**【STEP 2】** 집단  $P_t$  내 각 개체(설계변수)  $\mathbf{y}_t^k$  에

대하여  $\mathbf{y}_t^k$ 를 고정시키고, 변동 부등식  
제약을 만족시키는 균형교통량  $f_t^k$  를  
구한후 총 교통비용  $Z_t^k$ 를 산정

$$Z_t^k = \sum_a C_a(f_t^k, \mathbf{y}_t^k) + \theta \sum_a \beta_a(\mathbf{y}_t^k)$$

s. t.  $\sum_a c_a(f_t^k, \mathbf{y}_t^k) \cdot (\hat{f}_a - f_a) \geq 0 \quad \forall \hat{f} \in F$   
 $f_t^k \in F, \mathbf{y}_t^k \in Y$

(단조증가, 분리가능 비용함수를 가정하여 균형 교통  
량을 구할 때 일반적으로 가장 많이 쓰이는 알고리즘  
은 프랭크-울프(Frank-Wolfe) 알고리즘인데, 종료  
조건을 완화할 경우 이 알고리즘은 약 10번 이내의  
반복 후에 종료된다)

**【STEP 3】** 집단  $P_t$ 내 개체의 적합도  $s_t^k$ 를  $Z_t^k$ 로부터  
식(5)의 볼츠만 스케일링을 이용하여 구함

**【STEP 4】** 다음 세대를 구성할 개체를 적합도와 정  
의된 선택법을 이용하여 구성

- 4-1. 엘리트 보존 전략을 사용하여 집단내 최우수  
개체  $\mathbf{y}_t^{best}$ 는 다음 세대에도 살아남음
- 4-2. 토너먼트 크기가 2인 토너먼트 선택법을 사  
용하여 t세대의 개체로부터 t+1세대의 개체  
들을 구성

**【STEP 5】** 새로 구성된 집단  $P_{t+1}$ 에 대하여 교배  
실행

- 5-1. set  $k \leftarrow 1$
- 5-2. 난수  $r$  생성
- 5-3. if  $r < p_c$ , k번째 개체를 교배의 대상으로  
삼는다.

- 5-4.  $k \leftarrow k+1$ , 2개의 개체가 선택될 때까지 5-2  
~ 5-4를 반복. 2개의 개체가 선택되면 5-5  
로 간다
- 5-5. 1점 교배를 실시하여 새로운 개체를 생성
- 5-6. if  $k < M$ , then 교배절차 종료  
else  $k \leftarrow k+1$  and go 5-2

**【STEP 6】** 교배가 끝난 집단에 대하여 돌연변이 실행

- 6-1. set  $k \leftarrow 1$
- 6-2. 난수  $r$  생성
- 6-3. if  $r < p_m$ , k번째 유전자를 돌연변이의 대  
상으로 삼아 동적 돌연변이 실행
- 6-4. if  $k < M \times L$ , then 돌연변이절차 종료  
else  $k \leftarrow k+1$  and go 6-2

**【STEP 7】** 종료조건 검사

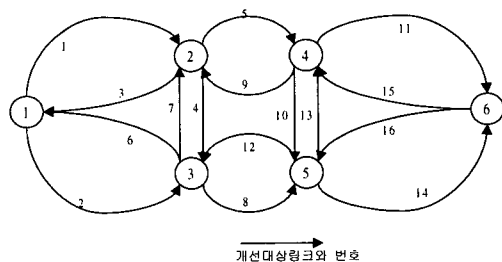
if  $t < G$ , then  $t \leftarrow t+1$ ,  $T(t)$ 갱신 and  
go **【STEP 2】**, else 알고리즘 종료

**IV. 모형의 적용결과 분석**

**1. 예제 가로망 1**

제안하는 알고리즘의 성능평가를 위해 Harker  
& Friesz(1984), Suwansirikul et al.(1987)과  
Friesz et al.(1992)의 연구에서 적용된 <그림 3>의  
가로망에 대하여 2가지 수요 시나리오를 가정하여 모  
형을 검증하고자 한다.

이 가로망은 6개의 노드와 16개의 링크로 이루어  
져 있으며, 기종점 수요는 1번 노드와 6번 노드사이  
의 왕복 통행만이 존재한다. 예제 가로망의 제원과  
비용함수는 <표 2>에 제시되어 있다.



<그림 3> 16개의 링크로 이루어진 가로망

〈표 2〉 예제 가로망 I의 제원

수요시나리오	$T_{1,6}$		$T_{6,1}$	
I	5.0		10.0	
II	10.0		20.0	
링크비용 $c_a(f_a, y_a) = A_a + B_a \cdot (f_a / (K_a + y_a))^4$ 건설비용 $\beta_a(y_a) = d_a \cdot y_a, \theta = 1$				
총 교통비용 $Z(y) = \sum_a (c_a(f_a, y_a) \cdot f_a + \theta \cdot \beta_a(y_a))$				
링크 a	자유류 통행시간 ( $A_a$ )	$B_a$	현재용량 ( $K_a$ )	단위건설비용 ( $d_a$ )
1	1.0	10.0	3.0	2.0
2	2.0	5.0	10.0	3.0
3	3.0	3.0	9.0	5.0
4	4.0	20.0	4.0	4.0
5	5.0	50.0	3.0	9.0
6	2.0	20.0	2.0	1.0
7	1.0	10.0	1.0	4.0
8	1.0	1.0	10.0	3.0
9	2.0	8.0	45.0	2.0
10	3.0	3.0	3.0	5.0
11	9.0	2.0	2.0	6.0
12	4.0	10.0	6.0	8.0
13	4.0	25.0	44.0	5.0
14	2.0	33.0	20.0	3.0
15	5.0	5.0	1.0	6.0
16	6.0	1.0	4.5	1.0

〈표 3〉 유전자 알고리즘 제어파라미터

제어파라미터	시나리오 I	시나리오 II
집단의 크기(M)	20	20
최대 반복 세대수(G)	500	1000
교배확률( $p_c$ )	0.8	0.8
돌연변이확률( $p_m$ )	0.3	0.3

각각의 시나리오에 따른 유전자 알고리즘의 제어파라미터는 〈표 3〉과 같이 설정하였다.

1) 알고리즘의 제어파라미터에 대한 평가

〈표 3〉의 알고리즘 제어파라미터는 임의설정된 것이며, 〈표 4〉는 집단의 크기와 최대 반복 세대수를 각각 20과 200으로 설정하였을 때 여러 가지 교배확률과 돌연변이 확률에 따른 시나리오 II의 실행결과를 표현하고 있다. 이 실행결과는 몇 번의 반복실험

을 거치지 않고 단 1번의 실행에 의한 것만을 표시하였다. 표에서 음영으로 표시된 부분만이 다른 제어파라미터로 실행했을 때보다 높은 수치를 나타내지만 음영부분끼리의 값이 유사한 점은 이 해가 일종의 지역해에 가까운 것으로 판단된다.

그 근거로 〈표 7〉의 비교 알고리즘 중 H-J와 IOA의 수렴 후 목적함수 값이 이와 유사함을 들 수 있다. 따라서, 〈표 4〉의 결과는 알고리즘 제어파라미터에 따른 알고리즘의 성능을 보여주기 어려운 것으로 생각되며 수많은 실험을 통해서 유의미한 결과를 얻을 수 있을 것으로 생각된다. 또, 이 예제에서는 교배확률과 돌연변이확률이 해-탐색에 큰 영향을 주지 않는 것으로 판단된다.

〈표 4〉의 결과 중 음영부분을 알고리즘이 일종의 지역해에 도달한 것이라고 가정하면, 유전자 알고리즘은 음영부분에 해당하는 제어파라미터를 사용했을 때 전역해 탐색에 실패한 것이다. 위 5가지 경우에 대해서 최대세대수 G를 500으로 설정한 후 알고리즘을 실행한 결과는 아래와 같다.

- [CASE 1.  $p_c=0.2, p_m=0.1$ ]  $Z = 522.4$
- [CASE 2.  $p_c=0.2, p_m=0.2$ ]  $Z = 523.1$
- [CASE 3.  $p_c=0.3, p_m=0.05$ ]  $Z = 557.1$
- [CASE 4.  $p_c=0.3, p_m=0.1$ ]  $Z = 525.2$
- [CASE 5.  $p_c=0.8, p_m=0.2$ ]  $Z = 522.5$

CASE 3만이 높은 목적함수 값을 보여 최적해(혹은 근-최적해) 방향 탐색에 실패한 것으로 판단되며, 그 외의 경우 초기에 최적해 방향 탐색에 실패했다라도 세대수가 지남에 따라 탐색 방향 수정이 일어남을 확인할 수 있었다.

〈표 4〉의 결과는 교배확률  $p_c$ 와 돌연변이확률  $p_m$ 의

〈표 4〉 교배확률과 돌연변이확률 변화에 따른 시나리오 II의 최우수개체 목적함수값 Z

$p_m \backslash p_c$	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8
0.05	525.4	557.4	524.5	523.6	522.6
0.1	557.6	557.5	523.3	523.1	523.3
0.15	523.9	523.4	523.2	523.2	523.2
0.2	558.4	523.0	523.4	524.0	557.6
0.3	524.6	524.6	523.5	524.0	524.9

〈표 5〉 최대세대수( $G$ )와 개체집단의 크기( $M$ )에 따른 시나리오 II의 최우수개체 목적함수값  $Z$

$G \backslash M$	5	10	15	20	30
50	636.2	606	551.5	544.7	555.8
100	554.3	551.9	526.5	525.9	527.7
200	527.1	524.3	523.4	523.2	522.7
300	523.8	523.3	523.1	523.1	522.5
500	523.2	523.0	523.0	522.4	522.3

변화만을 고려한 것이므로 제어 파라미터 중 중요한 파라미터인 개체집단의 크기와 최대세대수에 대한 실험도 필요하다. 〈표 5〉는 교배확률  $p_c$ 와 돌연변이확률  $p_m$ 을 각각 0.4와 0.15로 고정시킨 후 개체집단의 크기와 최대세대수에 대한 실험을 행한 결과를 표시하였다. 교배확률과 돌연변이확률을 위의 값과 같이 고정시킨 이유는 〈표 4〉의 결과에서 교배확률이 0.4 이상일 때 비교적 안정적인 패턴을 보여준다고 판단했기 때문이다.

〈표 5〉는 개체집단의 크기( $M$ )와 최대세대수( $G$ )가 알고리즘에 영향을 미치는 정도를 보여주고 있는데, 이 파라미터들은 알고리즘의 실행시간에 가장 크게 영향을 미치는 요소들이다.

$G \times M$ 이 알고리즘의 반복횟수며, 변동부등식 제약문제를 풀어내는 횟수이기 때문이다.

위 결과에서는  $G \times M$ 이 1500이상이면 알고리즘의 성능은 유사한 것으로 보이나 알고리즘 초기에 탐색영역을 다원화하기 위해서는 개체집단의 크기를 15 이상으로 설정하는 것이 바람직한 것으로 판단된다.

2) 수렴과정 중 변동부등식 제약식의 검증

알고리즘의 수렴과정에서 각 개체가 변동부등식 제약을 만족시키는지 확인하기 위해서는 각 개체의 설

계변수에 따라 가로망이 사용자균형상태에 있음을 보여야 한다. 이를 위해 각 기중점쌍을 연결하는 경로 중 2개씩을 선택하여 경로통행시간을 비교하였다.

기점①과 종점⑥을 연결하는 경로 중 링크가 중복되지 않는 경로 2개를 아래와 같이 선택하였다.

경로 1 : ①→②→④→⑥  
( 링크1-링크5-링크11 )

경로 2 : ①→③→⑤→⑥  
( 링크2-링크8-링크14 )

기점⑥과 종점①을 연결하는 경로는 아래와 같다.

경로 1 : ⑥→④→②→①  
( 링크15-링크9-링크3 )

경로 2 : ⑥→⑤→③→①  
( 링크16-링크12-링크6 )

〈표 6〉을 보면 기점①과 종점⑥을 연결하는 두 경로는 통행시간이 일치하지 않는데 이는 경로 2에 모든 기중점통행량이 집중되기 때문이다. 기점⑥과 종점①을 연결하는 두 경로는 통행시간이 유사해 변동부등식 제약을 만족시킴을 알 수 있다. 이 예에서 경로 1과 경로 2에서 약간의 통행시간 차이가 발생하는 것은 사용자균형배정문제의 종료조건을 느슨하게 설정하였기 때문이며, 세대가 지남에 따라 경로 1, 2의 통행시간이 증가함을 알 수 있다. 이는 경로 1과 경로 2의 통행시간 감소를 위해서 가로망의 용량을 증설하는 것보다 다른 대안경로의 용량을 증가시키는 것이 시스템 전체적으로 효율적이기 때문이라고 생각되어진다.

3) 예제 1의 결과 해석

시나리오 II는 시나리오 I 수요의 2배이고 조금 더 혼잡한 가로망이다. 알고리즘의 실행결과와 타 알고

〈표 6〉 알고리즘 수렴에 따른 경로통행시간과 용량의 변화

세대수 $G$	기점:①, 종점:⑥ 통행시간, 용량변화				기점:⑥, 종점:① 통행시간, 용량변화			
	경로1 통행시간	경로 2 통행시간	경로1의 추가용량합	경로2의 추가용량합	경로 1 통행시간	경로 2 통행시간	경로1의 추가용량합	경로2의 추가용량합
1	15	5.43	18.96	44.98	16.25	16.51	31.46	16.9
50	15.14	9.21	0.89	3.22	16.50	16.37	15.7	27.52
100	15.15	9.22	0.19	3.59	16.78	16.96	10.67	27.25
200	15	8.54	0.03	6.36	17.14	17.24	9.61	27.43
300	15	8.43	0.00	6.75	17.13	17.25	9.60	27.43
500	15	8.53	0.00	6.4	17.10	17.19	9.81	27.35



<표 7> 16링크 예제가로망의 알고리즘 실행결과와 비교

용량증대변수 y	수요 시나리오 I					수요 시나리오 II					
	알고리즘					알고리즘					
	H-J	EDO	IOA	SA	GA	H-J	EDO	IOA	SA	GA	
y의 상한		10.00	10.00	10.00	10.00		20.00	20.00	20.00	20.00	
y의 초기값	0.00					0.00					
해	y1									0.2817	
	y2					5.40	4.88	4.55		1.3591	
	y3	1.20	0.13			8.18	8.59	10.65	10.17	10.083	
	y4									0.0028	
	y5										
	y6	3.00	6.26	6.95	3.1639	5.1051	8.10	7.48	6.43	5.7769	7.3157
	y7							0.26			
	y8						0.90	0.85	0.59		0.4523
	y9										0.0006
	y10										
	y11										0.0006
	y12										0.0003
	y13										
	y14						3.90	1.54	1.32		1.3286
	y15	3.00	0.13	5.66			8.10	0.26	19.36		0.0002
	y16	2.80	6.26	1.79	6.7240	7.6646	8.40	12.52	0.78	17.2786	19.9985
총 교통비용(Z)		215.08	201.84	210.86	201.36	200.24	557.22	540.74	556.61	532.95	518.93
N		54	10	9	18300	10000	134	12	13	24300	20000

H-J : Hooke-Jeeves, EDO : Equilibrium Decomposed Optimization, IOA : Iterative Optimization Assignment, SA : Simulated Annealing, GA : Genetic Algorithm, N : 변동부등식 제약의 만족을 위해 이용자 균형 배정 문제를 푼 횟수

주) 작성된 표는 Suwansirikul et al.(1987)의 연구와 Friesz et al.(1992)의 연구결과를 인용하여 본 연구의 실행결과를 덧붙여 작성하였다. 이 내용 중 SA알고리즘의 목적함수 Z는 Friesz et al.(1992)의 연구에 의하면 시나리오 I일 때 198.10378이며 시나리오 II일 때 528.497로써 <표 3>에 제시되어 있는 값보다 작다. 그러나, 필자가 그들의 연구에서 제시된 설계변수로 사용자균형배정문제를 풀어 목적함수를 구한 결과는 각각 201.35875와 532.95447로써 다소 높은 값을 나타내고 있다. SA를 제외한 다른 알고리즘의 경우에는 제시된 설계변수로 목적함수를 산정한 결과와 일치하며, SA알고리즘에서 그들의 연구결과와 본 연구결과가 일치하지 않는 이유로 꼽을 수 있는 것 중 하나는 그 수치가 오타일 가능성이며 다른 하나는 그들이 사용자균형배정문제를 풀기 위해 사용한 Bertsekas and Gafni의 투영알고리즘(projection algorithm)과 일반적인 프랭크-울프 알고리즘의 차이에서 기인할 가능성이 있다. 본 연구에서는 프랭크-울프 알고리즘을 이용하였다.

리즘과의 비교 결과를 <표 7>에 나타내었다.

<표 7>에서 유전자 알고리즘은 기존의 알고리즘보다 더 낮은 교통체계의 총비용을 유발하는 설계변수 집합을 찾아내었으며, 이는 같은 확률적 최적화 방법의 일종인 모의담금질 알고리즘이 찾아낸 해보다 더 좋은 지역해이다.

계산시간은 Hooke-Jeeves나 EDO, IOA 알고리즘의 200~1000배 이상 소요되지만 모의담금질 알고리즘(SA)의 1/2~3/4 정도 수준이며, 위에서 보였던 알고리즘의 수렴패턴을 보면 약 200세대가 지나면 근-최적해에 수렴했다고 판단할 수 있으므로 <표 7>에

제시된 N의 약 1/2~1/4 의 계산시간이면 충분하다. 시나리오 I의 결과에서는 각 알고리즘이 찾아낸 총 교통비용의 차이가 분명히 드러나지 않으나 설계변수는 서로 상이하며, 시나리오 II에서는 유전자 알고리즘이 찾아낸 해집합과 기존 알고리즘들이 찾아낸 해집합의 차이가 더 드러남을 보였다.

시나리오 I의 경우 수많은 지역해가 존재하기는 하지만 지역해간의 차이가 크지 않으며, 시나리오 II의 경우 2개의 커다란 지역해 탐색 방향을 갖는 것으로 보인다.

유전자 알고리즘의 반복횟수를 적게 설정하였을 때 <표 7>의 일부 알고리즘과 유사한 결과를 보이는 것

이 이를 반증한다. 그러나, 반복횟수가 증가함에 따라 다른 탐색방향을 찾을 가능성이 높은 것을 위에서 보인 바 있다. 또, 유전자 알고리즘은 초기에 상대적으로 급격한 수렴을 보이거나 이후에 알고리즘의 미세한 조정이 부족한 특징을 보였다.

$$Z(y) = \sum_a (c_a(f_a, y_a) \cdot f_a + \theta \cdot \beta_a(y_a)) \quad (8)$$

여기서,

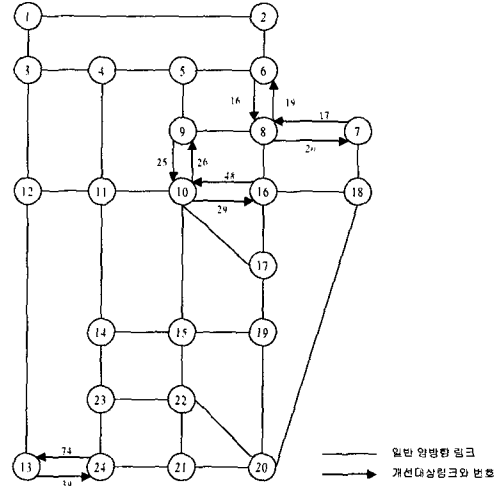
$$c_a(f_a, y_a) = A_a + B_a \cdot (f_a / (K_a + y_a))^4$$

$$\beta_a(y_a) = d_a \cdot y_a^2, \theta = 0.001 \quad (9)$$

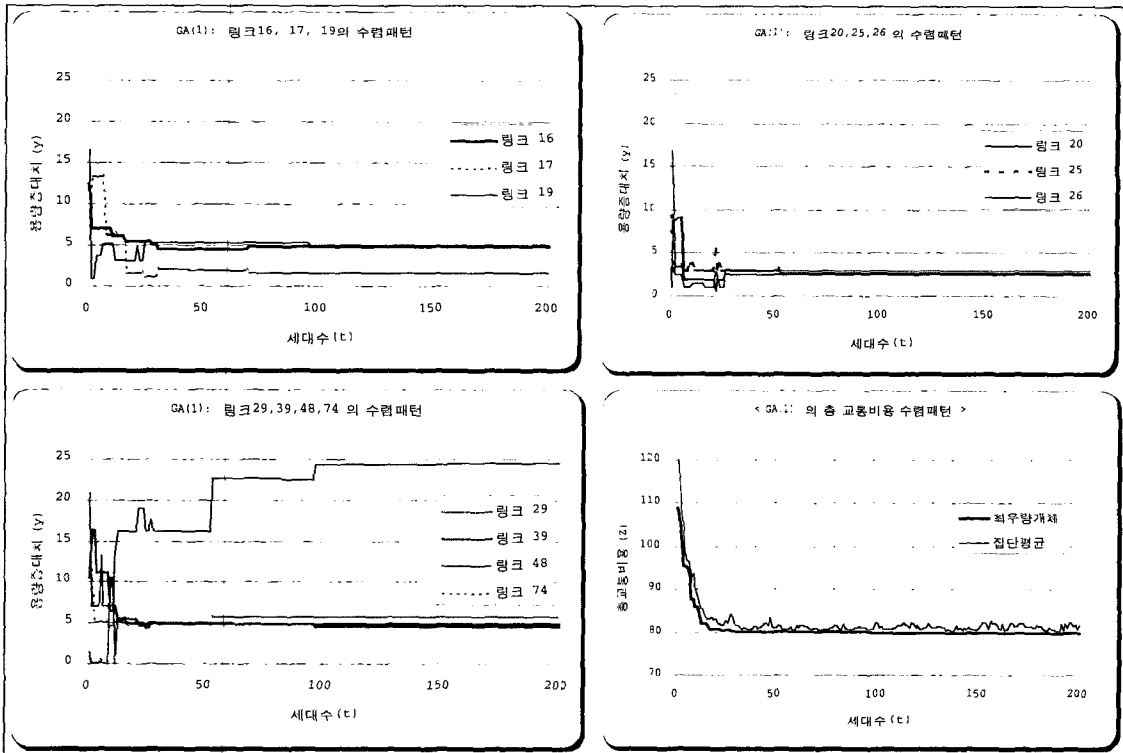
### 2. 예제 가로망 II (Sioux Falls 가로망)

이 가로망은 미국 South Dakota의 Sioux Falls 도시를 집적한 실제 규모의 가로망으로 24개의 노드와 76개의 링크로 구성되어 있으며, 각 노드가 통행의 기종점이 되기 때문에 총 552개의 기종점쌍을 가지고 있다.

(그림 4)의 가로망에서 양방향 링크로 표시된 링크는 확장의 대상이 되는 링크이다. 총 10개의 링크가 확장의 대상이 되며, 이 가로망은 Suwansirikul et al.(1987)의 연구에서 사용된 지형자료, 기종점자료와 링크의 지체함수를 인용하여 알고리즘을 비교한다. 식(8)은 이 가로망의 총 교통비용(단위:1000 veh-hour)을 나타내며, 식(9)는 링크의 지체비용함수와 확장에 따른 추가비용함수를 나타낸다.



(그림 4) Sioux Falls 가로망



(그림 5) Sioux Falls 가로망에서 GA(1)의 수렴패턴

〈표 8〉 Sioux Falls 가로망에서의 알고리즘 실행결과와 비교

용량증대변수 y		알고리즘					
		H-J(1)	H-J(2)	EDO	SA	GA(1)	GA(2)
y의 상한				25.00	25.00	25.00	20.00
y의 초기값		2.00	1.00	12.5	6.25		
해	y16	4.8	3.8	4.59	5.38	4.8104	5.2030
	y17	1.2	3.6	1.52	2.26	1.6694	0.9670
	y19	4.8	3.8	5.45	5.50	5.0551	3.7255
	y20	0.8	2.4	2.33	2.01	2.4984	2.0965
	y25	2.0	2.8	1.27	2.64	2.6817	3.6566
	y26	2.6	1.4	2.33	2.47	2.9796	3.9005
	y29	4.8	3.2	0.41	4.54	4.9023	5.4464
	y39	4.4	4.0	4.59	4.45	4.5949	4.2970
	y48	4.8	4.0	2.71	4.21	24.4547	19.8936
	y74	4.4	4.0	2.71	4.67	5.7628	3.3487
Z		81.25	81.77	83.47	80.87	79.9243	79.9426
N		58	108	12	3900	4000	10000

주) Friesz et al.(1992)의 연구결과는 느슨한 수렴조건하에서 이루어진 것이며, 알고리즘 종료 조건의 차에 의하여 약간 다른 수치를 보일 수 있다.

예제 가로망 II에서 유전자 알고리즘의 제어 파라미터는 예제 가로망 I의 제어 파라미터를 사용하였으며, 다만 최대 세대수 G를 GA(1)의 경우 200, GA(2)의 경우 500으로 설정하였다.

〈그림 5〉에는 GA(1)의 수렴과정을 설계변수와 목적함수에 대하여 도시하였는데, 50세대 이전에는 목적함수 값인 총 교통비용은 꾸준히 감소하나 설계변수는 일관성이 없이 등락을 반복한다. 50세대 이후에는 목적함수 값의 변화는 거의 없으나 설계변수 변화는 약간 있다. 100세대 이후에는 거의 모든 변수가 수렴하며 총 교통비용 또한 감소추세를 보이지 않음에 따라 유전자 알고리즘이 안정적인 해를 도출함을 알 수 있다.

〈표 8〉에는 설계변수의 상한을 25로 했을 때의 유전자 알고리즘의 수행결과 GA(1)과 20을 상한으로 설정했을 때의 수행결과 GA(2)를 다른 알고리즘과 비교하였다. Sioux Falls 가로망에서 유전자 알고리즘이 기존에 보고된 결과보다 약간 작은 목적함수 값을 도출하였다.

기존 연구 결과 중 최소비용은 80.78이었으나 GA(1)의 결과는 79.92로써 0.86(×1000 veh-hour)의 비용절감을 유발할 수 있는 설계변수이다. 그러나, 이 가로망 예제의 경우에 지역해간의 차이는 크지 않은

것으로 판단된다.

GA(1)과 GA(2)는 상한이 다름에도 목적함수 값은 유사하며, 설계변수는 큰 차이를 보이고 있다. 이는 가로망 설계 문제에 다수의 지역해가 존재함을 반증하고 있다.

### V. 결론 및 향후 연구과제

유전자 알고리즘을 적용한 가로망 설계 모형과 기존 연구에서 사용된 모형을 비교한 결과 계산량에 대한 부담은 경험적인 알고리즘이나 경사를 이용하는 알고리즘들에 비해 컸으며, 같은 확률적인 탐색 알고리즘인 모의담금질(SA)알고리즘 보다는 작거나 비슷하였다.

이 알고리즘은 초기 200세대이내에 급격히 수렴하며 그 이후 거의 변화가 없는 패턴을 보여주는데, 알고리즘의 특성상 초기치가 임의로 생성되므로 안정적인 수렴 패턴을 가진다고 판단할 수 있다.

또한, 기존 연구에서도 알려졌듯이 가로망 설계 문제의 비선형, 비볼록의 특성으로 인해 다수의 국지해가 존재하고 전역해의 탐색을 어렵게 하며, 가로망의 형태와 목적함수에 따라 비볼록의 특성이 다양함도 확인하였다. 만약, 가로망의 형태가 비볼록한 특성

이 약하다면 기존의 알고리즘을 사용하여 가로망 설계 문제를 해결하는 것도 시간측면에서는 효율적일 수 있으리라 생각되나 이를 알 수 있는 방법에 대한 연구는 아직 미진하다.

유전자 알고리즘은 대개의 경우 안정적인 수렴패턴을 보이고, 기존의 알고리즘과 유사하거나 더 나은 결과를 도출하나 계산시간에 대한 부담이 커서 이 알고리즘을 이용한 가로망 설계 모형이 현재는 실시간으로 교통량이 변하는 단기 계획에서 사용되기는 어려우나 장기 교통계획에서는 가로망의 성능을 최적화하는 설계변수를 구하는데 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

향후 연구과제로 우선, 본 연구에서는 공사비의 제약을 명시하는 대신 공사비를 목적함수에 내포시키는 방법을 사용하고 설계 변수의 집합을 일정 범위의 닫힌 구간인 볼록 집합을 가정하였는데, 실제 가로망 설계 문제는 다수의 선형과 비선형 제약조건을 갖게 되므로, 이러한 제약식에 효과적으로 대처할 수 있는 방법이 필요하다.

위에서도 언급했듯 유전자 알고리즘의 확률적 탐색 특성으로 인해 수렴하는데 오랜 시간이 필요한 것이 사실이나 다른 알고리즘과 달리 병렬탐색이 가능한 특성이 있으므로 여러 대의 컴퓨터를 병렬로 연결하여 사용하면 계산량의 부담을 경감시킬 수 있을 것이다.

## 참고문헌

### 국내문헌

1. 이승재(1998), "A simulated annealing method for solving combined traffic assignment and signal control problem", 「대한교통학회지」, 대한교통학회, 제16권 제1호.

### 국외문헌

2. Abdulaal, M. & LeBlanc, L.(1979), "Continuous equilibrium network design models", *Transportation Research*, 13B, PP.19~32.
3. Allsop, R. E.(1974), "Some possibilities for using traffic control to influence trip distribution and route choice", *Proceedings of the 6th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Elsevier: New

York.

4. Ferrari, P.(1999), "A model of urban transport management", *Transportation Research*, 33B, pp.43~61.
5. Fisk, C. S.(1984a), "Game theory and transportation modeling", *Transportation Research*, 18B, pp.301~313.
6. Fisk, C. S.(1984b), "Optimal signal controls on congested networks", *Proceedings of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, VNU Science Press: Netherlands.
7. Friesz, T. L., Cho, H.-J., Mehta, N. J., Tobin, R. L. and Anandalingam, G.(1992), "A simulated annealing approach to the network design problem with variational inequality constraints", *Transportation Science*, 26, pp.18~26.
8. Gartner, N. H.(1976), "Area traffic control and network equilibrium. In: *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*", Vol. 118, Springer-Verlag: Berlin, pp 274-297.
9. Harker, P. T. & Friesz, T. L.(1984), "Bounding the solution of the continuous equilibrium network design problem", *Proceedings of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, VNU Science Press: Netherlands.
10. Michalewicz(1997), *Genetic algorithm+data structures=evolution programs*, Springer.
11. Schwefel, Hans-Paul(1995), *Evolution and optimum seeking*, John Wiley & Sons: Berlin.
12. Smith, M. J.(1979), "The existence, uniqueness and stability of traffic equilibria", *Transportation Research*, 13B, pp.295~304.
13. Suwansirikul, C., Friesz, T. L. and Tobin, R. L.(1987), "Equilibrium decomposed optimization: A heuristic for the continuous network design problem", *Transportation Science*, 21, pp.254~264.
14. Tobin, R. L. & Friesz, T. L.(1988), "Sensitivity analysis for equilibrium network flow",

- Transportation Science, 22, pp.242~250.
15. Yang, H. & Lam, W. H. K.(1996), "Optimal road tolls under conditions of queuing and congestion", Transportation Research, 30A, pp.319~332.
  16. Yang, H. & Sam Yagar(1994), "Traffic assignment and traffic control in general freeway-arterial corridor systems", Transportation Research, 28B, pp.463~486.
  17. Yang, H. & Sam Yagar(1995), "Traffic assignment and signal control in saturated networks", Transportation Research, 29A, pp.125~139.
  18. Yang, H., Sam Yagar, Yasunori Iida and Yasuo Asakura(1994), "An algorithm for the inflow control problem on urban freeway networks with user-optimized flows", Transportation Research, 28B, pp.123~139.