

임의의 모드를 가지는 모드적합법을 사용한 원형 단순확장관의 음향해석

Acoustic Analysis of Simple Expansion Chamber Using Mode Matching Method with Arbitrary Number of Modes

김 봉 준*, 정 의 봉**, 이 정 환*

(Bong Jun Kim*, Weui Bong Jeong**, Jeong Hwan Lee*)

요 약

고차모드를 고려하여 단순확장관을 해석한 많은 선행연구가 이루어 졌고, 이러한 연구는 모드적합법, 속도포텐셜법, 유한요소법으로 분류할 수 있다. 이들 중 모드적합법은 동심관형확장관을 해석하는 데 유용하다. 일반적으로 입·출구의 단면적이 중간확장관의 단면적보다 작으므로 입·출구에 고려하는 고차모드의 개수는 중간확장관에 고려하는 고차모드의 개수보다 작을 수 있다. 그러나 모드적합법은 입·출구와 중간확장관에 같은 개수의 고차모드를 사용하여야 한다. 그래서 입·출구에 불필요한 고차모드를 포함하게 되어 계산시간을 늘이는 결과를 초래한다.

본 논문에서는 입구, 중간확장관 그리고 출구에 각각 임의의 고차모드의 개수를 선택할 수 있는 새로운 방법을 제시하였다. 그리고 이 방법의 정확성을 검증하기 위하여 전통적인 모드적합법, 유한요소법과 비교하였고, 이 새로운 방법이 계산 시간을 줄일 수 있다는 것을 보였다.

ABSTRACT

There are many works to analyze a simple expansion chamber involving higher order modes. These works are classified to mode matching method, velocity potential method and finite element method. Among these methods, mode matching method has good performance at analyzing a concentric expansion chamber. Generally inlet/outlet pipe cross section area is smaller than middle chamber cross section area. So the number of higher order modes of inlet/outlet pipe can be fewer than that of middle chamber. But mode matching method must use the same number of higher order modes at inlet pipe, middle chamber and outlet pipe. Therefore the redundant modes of inlet/outlet pipe makes the computation time of mode matching method longer.

In this paper, the new method, which can select number of each higher order modes of inlet pipe, middle chamber and outlet pipe, was suggested. And this method was compared to conventional mode matching method and finite element method in order to demonstrate the accuracy of the new method and to show that the new method can reduce a calculating time.

I. 서 론

소음기를 해석하는 전통적인 방법으로는 덕트내의 음파를 평면파로 가정하여 해석하는 방법이 있다. 이 평면파 이론[1]은 저주파수 영역에서 소음기의 특성을 잘 예측할 수 있으나 고주파수 영역에서는 소음기의 특성을 예측할 수 없다. 실제 실험결과[2]를 보면 입·출구 위치의 위치에 따라 소음기의 특성이 아주 많이 변하게 되는데 이는

소음기내의 고차모드의 영향 때문이다. 평면파 이론에서는 고차모드를 고려할 수 없으므로 고주파수 영역에서는 소음기의 특성을 정확히 예측할 수 없다. 그러므로 고차모드를 고려할 수 있는 소음기의 음향특성 해석법이 필요하다.

고차모드를 고려할 수 있는 소음기의 음향특성 해석법으로 유한요소법[3,4]이 있다. 유한요소법은 해석 결과가 정확하고 복잡한 형상의 소음기도 해석할 수 있지만 고주파수 영역까지 해석을 하려면 요소를 많이 나누어야 하므로 계산시간이 긴 단점이 있다. 그 외의 고차모드를 고려한 소음기의 음향특성해석에 대한 연구는 모드적합법을 이용한 방법과, 소음기 내부의 속도포텐셜을 구하는

* 부산대학교 기계공학부 대학원

** 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

접수일자: 1999년 8월 7일

방법으로 나눌 수 있다. 모드적합법을 이용한 방법은 표준모드적합법[2,5,6]과 경계면에서의 적합조건을 이용한 방법[7-9]이 있다. 표준모드적합법은 동심관형 소음기의 음향특성을 잘 해석하지만, 입구와 중간확장관, 그리고 출구에 같은 차수의 고차모드를 고려해야 하므로 입·출구에 불필요한 모드가 추가되어 계산시간이 길어지게 된다. 경계면에서의 적합조건을 이용한 방법은 동심관형 소음기 뿐만 아니라 입·출구가 편심된소음기도 해석할 수 있지만 경계면에서 요소의 분할에 따라 해석 결과가 달라지는 단점이 있다. 그리고 속도포텐셜을 구하는 방법[10-15]은 그 결과식을 구한 경우 간편하게 소음기를 해석할 수 있지만, 입구를 피스톤으로 가정하여 입·출구에서는 평면파만이 고려되는 단점이 있다.

본 논문에서는 표준 모드 적합법(standard mode matching technique)을 사용하여 입·출구 그리고 중간확장관에 각각 임의의 모드를 고려할 수 있는 단순확장형 소음기의 4단자 정수를 계산하는 방법을 제시하고 이로부터 투과 손실을 구하여 그 유용성을 검증하고, 계산시간을 비교하여 유용성을 검증하고자 한다.

II. 채택모드를 임의로 선택할 수 있는 모드 적합법의 제안

원형관의 음파 방정식[16]은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 p = 0 \quad (1)$$

단,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

여기서 c 는 음파의 위상속도이고 p 는 음압이고 t 는 시간이다. 그리고 입자속도와 음압의 관계식은 다음과 같다.

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (2)$$

여기서 ρ_0 는 밀도이다.

덕트의 벽을 강체(rigid wall)라고 가정하면 덕트의 벽에서는 반경방향의 속도가 0이어야 하므로 다음과 같은 경계조건을 가진다.

$$\frac{dJ_m(k_r r)}{dr} = 0 \quad , \text{ at } r = r_0 \quad (3)$$

여기서 r_0 는 덕트의 반경이다. 이 경계조건을 만족하는 k_r 이 $k_{r,mn}$ 이고, 이때 음파방정식의 해는 다음식과 같고

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [J_m(k_{r,mn} r) e^{j\omega t} \cos m\theta$$

$$\times (C_{1,mn} e^{-jk_{z,mn} z} + C_{2,mn} e^{jk_{z,mn} z})] \quad (4)$$

단,

$$k_{z,mn}^2 = k_0^2 - k_{r,mn}^2$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c}$$

z 방향의 입자속도는 다음과 같이 된다.

$$u_z(r, \theta, z, t) = \frac{1}{\rho_0 \omega} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [k_{z,mn} J_m(k_{r,mn} r) e^{j\omega t} \times \cos m\theta (C_{1,mn} e^{-jk_{z,mn} z} - C_{2,mn} e^{jk_{z,mn} z})] \quad (5)$$

그림 1과 같은 단순확장형 소음기에서 입구, 중간확장관 그리고 출구의 채택모드를 각각 $(0,0)$ 에서 (L_1, L_2) , (M_1, M_2) , (N_1, N_2) 이라고 하고 입구의 입사파와 출구의 반사파는 평면파로 가정하면 압력과 입자속도는 식 (4),(5)를 이용하면 다음과 같다.

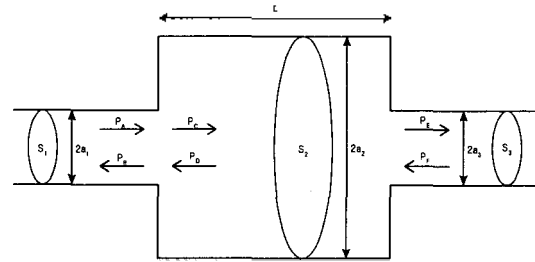


그림 1. 원형단면을 가진 소음기의 형상
Fig. 1. Geometry of muffler with circular cross-section.

$$p_A = A_{00} e^{-jk_{z1} z} \quad (6)$$

$$p_B = \sum_{m=0}^{L_1} \sum_{n=0}^{L_2} B_{mn} J_m(k_{r1,mn} r) \cos m\theta e^{jk_{z1} z} \quad (7)$$

$$p_C = \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} C_{mn} J_m(k_{r2,mn} r) \cos m\theta e^{-jk_{z2} z} \quad (8)$$

$$p_D = \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} D_{mn} J_m(k_{r2,mn} r) \cos m\theta e^{jk_{z2} z} \quad (9)$$

$$p_E = \sum_{m=0}^{N_1} \sum_{n=0}^{N_2} E_{mn} J_m(k_{r3,mn} r) \cos m\theta e^{-jk_{z3} z} \quad (10)$$

$$p_F = F_{00} e^{jk_{z3} z} \quad (11)$$

$$u_A = \frac{1}{\rho_0 \omega} k_{z1} A_{00} e^{-jk_{z1} z} \quad (12)$$

$$u_B = -\frac{1}{\rho\omega} \sum_{m=0}^{L_1} \sum_{n=0}^{L_1} k_{z1,mn} B_{mn} J_m(k_{r1,mn} r) \times \cos m\theta e^{jk_{z1,mn} z} \quad (13)$$

$$u_C = \frac{1}{\rho\omega} \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_1} k_{z2,mn} C_{mn} J_m(k_{r2,mn} r) \times \cos m\theta e^{jk_{z2,mn} z} \quad (14)$$

$$u_D = -\frac{1}{\rho\omega} \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_1} k_{z2,mn} D_{mn} J_m(k_{r2,mn} r) \times \cos m\theta e^{jk_{z2,mn} z} \quad (15)$$

$$u_E = \frac{1}{\rho\omega} \sum_{m=0}^{N_1} \sum_{n=0}^{N_1} k_{z3,mn} E_{mn} J_m(k_{r3,mn} r) \times \cos m\theta e^{jk_{z3,mn} z} \quad (16)$$

$$u_F = -\frac{1}{\rho\omega} k_{z3,00} F_{00} e^{jk_{z3,00} z} \quad (17)$$

여기서, r, θ, z 는 각각 원통형 소음기의 반경방향, 원주방향, 길이방향을 의미하고 아래첨자 A, C, E는 입구, 중간확장관, 출구의 입사파를, 아래첨자 B, D, F는 입구, 중간확장관, 출구의 반사파를 의미한다. 한편 단순확장형 소음기에서 단면이 변하는 부분에서의 경계조건으로부터, $z=0$ 에서 압력연속조건식, 입자속도연속조건식 그리고 $z=L$ 에서 압력연속조건식, 입자속도연속조건식을 식 (18)~(21)과 같이 나타내었다.

$$p_A + p_B = p_C + p_D \quad \text{at } z=0, 0 \leq r \leq a_1 \quad (18)$$

$$u_A + u_B = u_C + u_D \quad \text{at } z=0, 0 \leq r \leq a_2 \quad (19)$$

$$p_C + p_D = p_E + p_F \quad \text{at } z=L, 0 \leq r \leq a_3 \quad (20)$$

$$u_C + u_D = u_E \quad \text{at } z=L, 0 \leq r \leq a_2 \quad (21)$$

먼저 식 (18)양변에 $r J_m(k_{r1,mn} r) \cos m'\theta$ 를 곱하고 S_1 에 대하여 적분하면 다음과 같은 식(22)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{S_1} A_{00} + \sum_{m=0}^{L_1} \sum_{n=0}^{L_1} B_{mn} J_m(k_{r1,mn} r) \cos m\theta \\ & \quad \times J_m(k_{r1,m'n'} r) \cos m'\theta r dr d\theta \\ &= \int_{S_1} \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_1} (C_{mn} + D_{mn}) J_m(k_{r2,mn} r) \cos m\theta \\ & \quad \times J_m(k_{r1,m'n'} r) \cos m'\theta r dr d\theta \quad (22) \end{aligned}$$

베셀함수(Bessel function)의 직교성[17]을 이용하여 이 식 (22)를 $m'=0, n'=0$ 과 $m'=0, n'=1 \sim L_2$ 와 $m'=1 \sim L_1, n'=0 \sim L_2$ 인 경우로 각각 나누어 유도하면

식 (23)~식(25)와 같은 결과식을 얻을 수 있다.

$$a_1 (A_{00} + B_{00}) = a_1 (C_{00} + D_{00}) + 2 \sum_{n=1}^{M_1} \frac{1}{k_{r2,0n}} (C_{0n} + D_{0n}) J_1(k_{r2,0n} a_1) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & a_1 B_{0n'} J_0(k_{r1,0n'} a_1) \\ &= 2 \sum_{n=1}^{M_1} (C_{0n} + D_{0n}) \frac{J_0'(k_{r2,0n} a_1)}{k_{r1,0n'}^2 - k_{r2,0n}^2} \end{aligned} \quad (24)$$

, $n'=1 \sim L_2$

$$\begin{aligned} & a_1 B_{m'n'} (1 - \frac{m'^2}{k_{r1,m'n'}^2 a_1^2}) J_m(k_{r1,m'n'} a_1) \\ &= 2 \sum_{n=0}^{M_1} (C_{m'n} + D_{m'n}) \frac{J_m'(k_{r2,m'n} a_1)}{k_{r1,m'n'}^2 - k_{r2,m'n}^2} \end{aligned} \quad (25)$$

, $m'=1 \sim L_1, n'=0 \sim L_2$

그리고 식 (19)의 양변에 $r J_m(k_{r2,m'n} r) \cos m'\theta$ 를 곱하고 S_2 에 대하여 적분하고, 벽면에서의 입자속도는 0이라는 성질을 이용하여 다음 식 (26)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{S_2} A_{00} - \sum_{m=0}^{L_1} \sum_{n=0}^{L_1} k_{z1,mn} B_{mn} J_m(k_{r1,mn} r) \cos m\theta \\ & \quad \times J_m(k_{r2,m'n} r) \cos m'\theta r dr d\theta \\ &= \int_{S_2} \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_1} k_{z2,mn} (C_{mn} - D_{mn}) J_m(k_{r2,mn} r) \\ & \quad \times \cos m\theta J_m(k_{r2,m'n} r) \cos m'\theta r dr d\theta \quad (26) \end{aligned}$$

이 식 (26)을 베셀함수(Bessel function)의 직교성을 이용하여 $m'=0, n'=0$ 과 $m'=0, n'=1 \sim M_2$ 와 $m'=1 \sim M_1, n'=0 \sim M_2$ 인 경우로 각각 나누어 유도하면 식 (27)~식 (29)와 같은 결과식을 얻을 수 있다.

$$a_1^2 (A_{00} - B_{00}) = a_2^2 (C_{00} - D_{00}) \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2a_1}{k_{r2,0n'}} k_{z1,00} (A_{00} - B_{00}) J_1(k_{r2,0n'} a_1) \\ & - 2a_1 \sum_{n=1}^{M_1} k_{z1,0n} B_{0n} \frac{J_0'(k_{r2,0n'} a_1) J_0(k_{r1,0n} a_1)}{k_{r1,0n}^2 - k_{r2,0n'}^2} \\ &= a_2^2 k_{z2,0n'} (C_{0n'} - D_{0n'}) J_0^2(k_{r2,0n'} a_2) \end{aligned} \quad (28)$$

, $n'=1 \sim M_2$

$$\begin{aligned} & -a_1 \sum_{n=0}^{L_1} k_{z1,m'n} B_{m'n} \frac{J_m'(k_{r2,m'n} a_1) J_m(k_{r1,m'n} a_1)}{k_{r1,m'n}^2 - k_{r2,m'n}^2} \\ &= \frac{a_2^2}{2} k_{z2,m'n'} (C_{m'n'} - D_{m'n'}) (1 - \frac{m'^2}{k_{r2,m'n'}^2 a_2^2}) \\ & \quad \times J_m^2(k_{r2,m'n'} a_2) \end{aligned} \quad (29)$$

, $m'=1 \sim M_1, n'=0 \sim M_2$

그리고 식 (20)양변에 $r J_m(k_{r3,m'n'}r) \cos m' \theta$ 를 곱하고 S_3 에 대하여 적분하면 다음과 같은 식 (30)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{S_3} \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} (C_{mn} e^{-jk_{z,m}L} + D_{mn} e^{+jk_{z,m}L}) \\ & \times J_m(k_{r2,mn}r) \cos m \theta J_m(k_{r3,m'n'}r) \cos m' \theta r dr d\theta \\ & = \int_{S_3} \left[\sum_{m=0}^{N_1} \sum_{n=0}^{N_2} E_{mn} J_m(k_{r3,mn}r) \cos m \theta \right. \\ & \left. \times J_{m'}(k_{r3,m'n'}r) \cos m' \theta + F_{00} J_{m'}(k_{r3,m'n'}r) \right. \\ & \left. \times \cos m' \theta \right] r dS \end{aligned} \quad (30)$$

이 식 (30)을 베셀함수(Bessel function)의 직교성을 이용하여 $m'=0, n'=0$ 과 $m'=0, n'=1 \sim N_2$ 와 $m'=1 \sim N_1, n'=0 \sim N_2$ 인 경우로 각각 나누어 유도하면 식 (31)~식 (33)와 같은 결과식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & a_3 (C_{00} e^{-jk_{z,0}L} + D_{00} e^{+jk_{z,0}L}) \\ & + \sum_{n=1}^{M_2} \frac{2}{k_{r2,0n}} (C_{0n} e^{-jk_{z,0n}L} + D_{0n} e^{+jk_{z,0n}L}) J_1(k_{r2,0n} a_3) \\ & = a_3 (E_{00} + F_{00}) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{n=1}^{M_2} (C_{0n} e^{-jk_{z,0n}L} + D_{0n} e^{+jk_{z,0n}L}) \frac{J_0'(k_{r2,0n} a_3)}{k_{r3,0n}^2 - k_{r2,0n}^2} \\ & = a_3 E_{0n'} J_0(k_{r3,0n'} a_3) \end{aligned} \quad (32)$$

$, n' = 1 \sim N_2$

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{n=0}^{M_2} (C_{m'n} e^{-jk_{z,m'n}L} + D_{m'n} e^{+jk_{z,m'n}L}) \\ & \times \frac{J_{m'}(k_{r2,m'n} a_3)}{k_{r3,m'n}^2 - k_{r2,m'n}^2} \\ & = a_3 E_{m'n'} \left(1 - \frac{m'^2}{k_{r3,m'n'}^2 a_3^2}\right) J_{m'}(k_{r3,m'n'} a_3) \end{aligned} \quad (33)$$

$, m' = 1 \sim N_1, n' = 0 \sim N_2$

그리고 식 (21)의 양변에 $r J_m(k_{r2,m'n'}r) \cos m' \theta$ 를 곱하고 S_2 에 대하여 적분하고, 벽면에서의 입자속도는 0이라는 성질을 이용하여 다음 식 (34)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{S_2} \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} k_{z2,mn} (C_{mn} e^{-jk_{z,m}L} - D_{mn} e^{+jk_{z,m}L}) \\ & \times J_m(k_{r2,mn}r) \cos m \theta J_m(k_{r2,m'n'}r) \cos m' \theta r dr d\theta \\ & = \int_{S_2} \sum_{m=0}^{N_1} \sum_{n=0}^{N_2} [k_{z3,mn} E_{mn} J_m(k_{r3,mn}r) \cos m \theta \\ & \times J_{m'}(k_{r2,m'n'}r) \cos m' \theta - k_{z3,00} F_{00} J_{m'}(k_{r2,m'n'}r) \\ & \times \cos m' \theta] r dr d\theta \end{aligned} \quad (34)$$

이 식 (34)를 베셀함수(Bessel function)의 직교성을 이용하여 $m'=0, n'=0$ 과 $m'=0, n'=1 \sim M_2$ 와 $m'=1 \sim M_1, n'=0 \sim M_2$ 인 경우로 각각 나누어 유도하면 식 (35)~식 (37)와 같은 결과식을 얻을 수 있다.

$$a_2^2 (C_{00} e^{-jk_{z,0}L} - D_{00} e^{+jk_{z,0}L}) = a_3^2 (E_{00} - F_{00}) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} & a_2^2 k_{z2,0n'} (C_{0n'} e^{-jk_{z,0n'}L} - D_{0n'} e^{+jk_{z,0n'}L}) J_0^2(k_{r2,0n'} a_2) \\ & = \frac{2a_3}{k_{r2,0n'}} k_{z3,00} (E_{00} - F_{00}) J_1(k_{r2,0n'} a_3) \\ & + 2a_3 \sum_{n=1}^{N_2} k_{z3,0n} E_{0n} \frac{J_0'(k_{r2,0n} a_3) J_0(k_{r3,0n} a_3)}{k_{r3,0n}^2 - k_{r2,0n}^2} \end{aligned} \quad (36)$$

$, n' = 1 \sim M_2$

$$\begin{aligned} & \frac{a_2^2}{2} k_{z2,m'n'} (C_{m'n'} e^{-jk_{z,m'n}L} - D_{m'n'} e^{+jk_{z,m'n}L}) \\ & \times \left(1 - \frac{m'^2}{k_{r2,m'n}^2 a_2^2}\right) J_m^2(k_{r2,m'n} a_2) \\ & = a_3 \sum_{n=0}^{N_2} k_{z3,m'n} E_{m'n} \frac{J_{m'}(k_{r2,m'n} a_3) J_{m'}(k_{r3,m'n} a_3)}{k_{r3,m'n}^2 - k_{r2,m'n}^2} \end{aligned} \quad (37)$$

$, m' = 1 \sim M_1, n' = 0 \sim M_2$

한편 단순확장형 소음기의 4단자 정수는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{pmatrix} P_{in} \\ Y_{in} V_{in} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{out} \\ Y_{out} V_{out} \end{pmatrix} \quad (38)$$

여기서 v 는 질량속도(mass velocity)이고, Y 는 특성 임피던스(characteristic impedance)로 $\frac{a_0}{S}$ 인데 S 는 덕트의 단면적이다.

ζ_{out} 은 출구 ($z = L$)에서의 고유 음향임피던스(specific acoustic impedance)로 다음 식 (39)와 같이 정의 하면

$$\zeta_{out} = \frac{P_{out}}{V_{out}} \quad (39)$$

4단자 정수 계산식을 다음과 같이 구할 수 있고

$$T_{11} = \left(\frac{P_{in}}{P_{out}} \right)_{\zeta_{out} \rightarrow \infty} = \left[\frac{A_{00} + B_{00}}{2E_{00}} \right]_{E_{00} = F_{00}} \quad (40)$$

$$T_{12} = \left(\frac{P_{in}}{Y_{out} V_{out}} \right)_{\zeta_{out} \rightarrow 0} = \left[\frac{A_{00} + B_{00}}{2E_{00}} \right]_{E_{00} = -F_{00}} \quad (41)$$

$$T_{21} = \left(\frac{Y_{in} V_{in}}{P_{out}} \right)_{\zeta_{in} \rightarrow \infty} = \left[\frac{A_{00} - B_{00}}{2E_{00}} \right]_{E_{00} = F_{00}} \quad (42)$$

$$T_{22} = \left(\frac{Y_{in} V_{in}}{Y_{out} V_{out}} \right)_{\xi_{in}=0} = \left[\frac{A_{00} - B_{00}}{2E_{00}} \right]_{E_{00} = -F_{00}} \quad (43)$$

결과식 (23)~(25), (27)~(29), (31)~(33), (35)~(37)을 이용하여 식 (40)~(43)의 4단자 정수를 구할 수 있다.

본 논문에서는 구하여진 4단자 정수의 신뢰를 검증하기 위하여 투과손실을 사용하였다. 투과손실은 4단자 정수를 이용하여 식 (40)~(43)을 다음 식 (44)[16]에 대입하여 구할 수 있다.

$$\text{Transmission Loss [dB]} = 20 \times \log_{10} \left\{ \sqrt{\frac{Y_1}{Y_3}} \left| \frac{T_{11} + T_{12} + T_{21} + T_{22}}{2} \right| \right\} \quad (44)$$

III. 등심관형 소음기예의 적용

본 논문에서 유도한 결과식에서 입구와 중간확장관, 출구에서 고차모드 채택 개수를 같이 하면 ($L_1 = L_2 = M_1 = M_2 = N_1 = N_2$), El-Sharkawy⁽⁴⁾의 식과 같아진다. Fig. 2에서 입구와 중간확장관, 출구에 각각 (0,0)~(3,3)의 고차모드를 고려하여 단순확장형소음기를 해석하고 그 결과를 유한요소법의 결과와 비교하였다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 유한요소법과 본 논문에서 제안한 방법의 투과 손실이 거의 같음을 볼 수 있어서 본 논문에서 제안한 방법과, El-Sharkawy가 제시한 방법의 신뢰성을 확인 할 수 있다. 그림 3에는 입·출구에는 (0,0) 즉 평면파만 고려한 경우와 (0,0)~(1,1)의 고차모드를 고려한 경우, 그리고 (0,0)~(3,3)의 고차모드를 고려한 경우의 투과손실을 비교하였다. 이때 중간확장관에는 (0,0)~(3,3)의 고차모드를 고려하였다. 그림 3에서 볼 수 있듯이 입·구와 출구에 평면파만 고려한 경우와 (0,0)~(3,3)의 고차모드를 경우를 비교하여보면 고주파수 영역으로 갈수록 투과손실이 달라짐을 알 수 있다. 이는 평면파만으로는 정확한 투과손실을 구할 수 없음을 보여준다. 그러나 입·출구에 (0,0)~(1,1)의 고차모드를 채택한 경우는 (0,0)~(3,3)의 고차모드를 채택한 경우와 거의 같은 결과를 보인다. 입·출구에서 (0,1)모드의 차단주파수는 8,290Hz이고 (1,1)모드의 차단주파수는 11,537Hz이므로 본 해석과 같은 주파수 영역에서는 (1,1)모드까지만 고려하여도 정확한 해석이 가능하고, 더 고차의 모드를 고려하면 계산시간만 연장시키는 결과를 초래한다. 투과손실 계산시 계산시간은 미지수 개수의 제곱에 비례한다. 표 1에 pentium 200MHz 컴퓨터를 이용하여 fortran program으로 투과손실을 계산할 때 채택모드에 따른 미지수의 개수와 계산시간을 나타내었고, 그림 4에 미지수의 개수에 따른 투과손실 계산시간과 근사곡선을 나타내었다. 그림 4와 식(44)에서 계산시간과 미지수의 개수의 관계를 알 수 있으며, 계산시간을 줄이기 위해서는 미지수의 개수를 줄이는 것이 필요함을 알 수 있다.

그림 5에 입·출구에는 (0,0)~(1,1)의 고차모드를 고려하고 중간확장관에는 (0,0)~(3,3)의 고차모드를 고려

한 경우와 유한요소법을 비교하였다. 입·출구에는 (0,0)~(3,3)의 고차모드를 고려한 경우보다 계산시간은 0.26 배에 불과하지만 정확한 결과를 얻을 수 있음을 볼 수 있다.

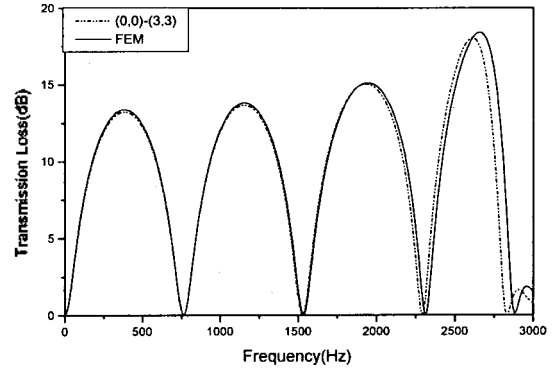
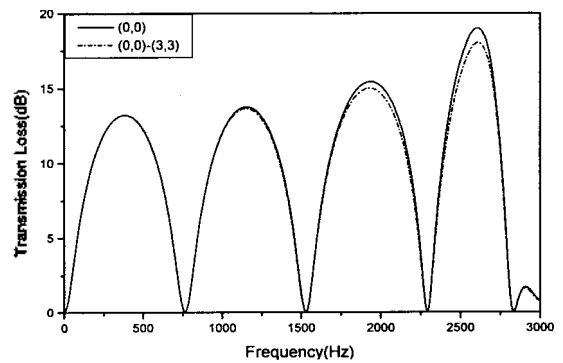
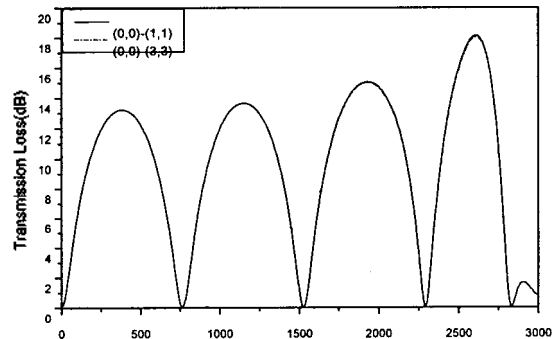


그림 2. 입·출구에 (0,0)~(3,3)의 모드를 고려한 모드적합법과 유한요소법과의 투과 손실 비교

Fig. 2. Comparison of transmission loss between mode matching technique using (0,0)~(3,3) modes at inlet/outlet pipe and FEM.



a) (0,0)모드와 (0,0)~(3,3)모드를 이용하였을 때
a) Using (0,0) mode and (0,0)~(3,3) modes



b) (0,0)~(1,1)모드와 (0,0)~(3,3)모드를 이용하였을 때
b) Using (0,0)~(1,1) modes and (0,0)~(3,3) modes

그림 3. 입·출구의 고차모드의 개수에 따른 투과 손실의 비교
Fig. 3. Comparison of transmission loss with respect to a number of higher order modes at inlet/outlet pipe.

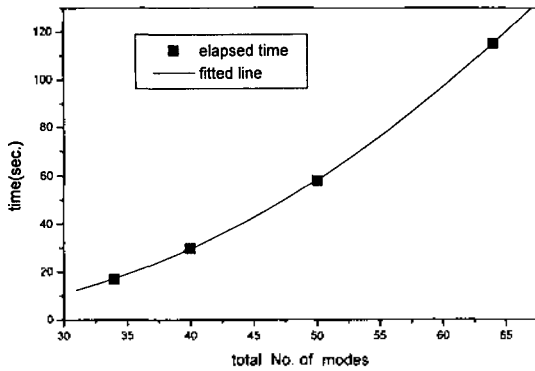


그림 4. 계산시간과 피팅곡선
Fig. 4. Computation time and its fitted curve.

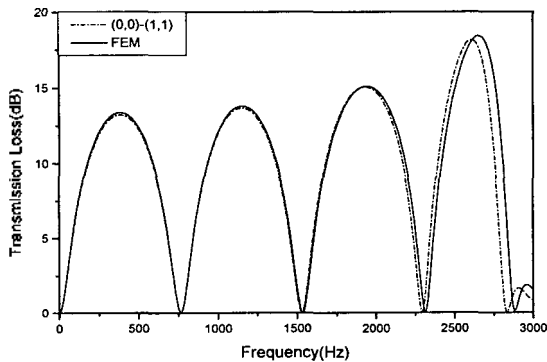


그림 5. 입·출구에 (0,0)~(1,1)모드를 이용한 모드 적합법과 유한요소법의 투과손실의 비교
Fig. 5. Comparison of transmission loss between mode matching technique using (0,0)~(1,1) modes inlet/outlet pipe and FEM.

표 1. 채택모드의 개수에 따른 미지수의 개수와 계산시간
Table 1. Computation time and number of unknown coefficients with respect to the number of modes.

| inlet/outlet pipe modes | middle chamber modes | number of unknown coefficient | computation time(sec) |
|-------------------------|----------------------|-------------------------------|-----------------------|
| (0,0) | (0,0)~(3,3) | 34 | 17 |
| (0,0)~(1,1) | (0,0)~(3,3) | 40 | 30 |
| (0,0)~(2,2) | (0,0)~(3,3) | 50 | 58 |
| (0,0)~(3,3) | (0,0)~(3,3) | 64 | 115 |

IV. 결론

1) 입구와 출구 그리고 중간확장관에 임의의 모드를 채택할 수 있는 모드 적합법을 제안하였고, 이를 이용하여 단순확장형 소음기의 4단자 정수를 계산하였다.

2) 본 논문에서 제안한 방법으로 구한 4단자 정수로부터 투과손실을 구하여 유한요소법의 결과와 비교하여

잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

3) 채택모드의 개수에 따른 계산시간을 비교하여 관심 주파수 영역에 따라 입·출구와 중간확장관의 모드채택을 달리하여 계산시간을 줄일 수 있는 방법을 보였다.

참고문헌

1. A.P.Dowling and J.E.Ffowcs Williams, *Sound and Sources of Sound* (John Wiley & Sons, 1983)
2. A.D.Sahasrabudhe, M.L.Munjal, S.Anantha Ramu, "Design of Expansion Chamber Mufflers Incorporating 3-D Effects," *Noise Control Engineering Journal*, Vol. 38(1), pp. 27-38, 1992.
3. A.I.El-Sharkawy and A.H.Nayfeh, "Effect of an Expansion Chamber on the Propagation of Sound in Circular Ducts," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 63, pp. 667-674, 1978.
4. K.S.Peat, "Evaluation of Four-Pole Parameters for Ducts with Flow by the Finite Element Method," *Journal Sound and Vibration*, Vol. 84, pp. 389-395, 1982.
5. J.Miles, "The Reflection of Sound due to Change in Cross Section of a circular," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 16, pp. 14-19, 1944.
6. M.Åbom, "Derivation of Four-Pole Parameters Including Higher Order Mode Effects for Expansion Chamber Mufflers with Extended Inlet and Outlet," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 137, pp. 403-418, 1990.
7. M.L.Munjal, "A Simple Numerical Method for Three-Dimensional Analysis of Simple Expansion Chamber Mufflers of Rectangular as well as Circular Cross-section with a Stationary Medium," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 116, pp. 71-88, 1987.
8. 김봉준, 정의봉, 황상문, "고차모드를 고려한 사각형 단순 확장관의 간편음향해석법의 개선," *한국소음진동공학회지*, 제9권, 제2호, pp. 340-347, 1999.
9. 김봉준, 정의봉, 황상문, "원형단순확장관의 입·출구 위치와 단면 크기를 고려한 음향해석법," *한국소음진동공학회지*, 게재예정, 1999.
10. Jeong-Guon Ih and Byung-Ho Lee, "Analysis of Higher-Order Mode Effects in the Circular Expansion Chamber with Mean Flow," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 77, pp. 1377-1388, 1985.
11. Sung-Il Yi and Byung-Ho Lee, "Three-Dimensional Acoustic Analysis of Circular Expansion Chamber with a Side Inlet and a Side Outlet," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 79, pp. 1299-1306, 1986.
12. Sung-Il Yi and Byung-Ho Lee, "Three-Dimensional Acoustic Analysis of Circular Expansion Chamber with Side Inlet and End Outlet," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 81, pp. 1279-1287, 1987.
13. J.-G.Ih and B.-H.Lee, "Theoretical Prediction of Transmission Loss of Circular Reversing Chamber Mufflers," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 112, pp. 261-272, 1987.
14. Y.-H. Kim, J.-W. Choi and B.-D. Lim, "Acoustic

- Characteristics of an Expansion with Constant Mass Flow and Steady Temperature Gradient (Theory & Numerical Simulation)," Trans. J. Vib. Acoust. ASME Vol. 81, pp. 460-467, 1990.
15. Y.-H. Kim and S.-W. Kang, "Green's Solution of the Acoustic Wave Equation for a Circular Expansion Chamber with Arbitrary Locations of Inlet, Outlet Port, and Termination Impedance," Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 94, pp. 473-490, 1993.
16. M.L.Munjaj, *Acoustics of Ducts and Mufflers* (New York, 1987)
17. G.N.Watson, *Theory of Bessel Functions*, 2nd edition, (Cambridge University Press, London, 1966)

▲ 정 의 봉 (Weui-Bong Jeong) 1955년 12월 26일생



1978년 2월 : 서울대학교 조선공학과 졸업(공학사)
 1980년 2월 : 한국과학기술원 기계공학과(공학석사)
 1990년 : 동경공업대학 기계공학과 졸업(공학박사)
 1980년~현재 : 부산대학교 기계공학부 교수

※주관심분야: 실험 및 전산진동해석, 모드매개변수규명, 압축기의 소음·진동해석, 차량의 소음·진동해석

▲ 김 봉 준 (Bong-Jun Kim) 1969년 3월 7일생



1994년 2월 : 부산대학교 정밀기계공학과 졸업(공학사)
 1996년 2월 : 부산대학교 대학원 정밀기계공학과(공학석사)
 1996년 3월~현재 : 부산대학교 대학원 정밀기계공학과 박사과정

※주관심분야: 실험 및 전산진동해석, 모드매개변수규명, 구조음향

▲ 이 정 환 (Jeong-Hwan Lee) 1974년 10월 30일생



1998년 2월 : 부산대학교 정밀기계공학과 졸업(공학사)
 1998년 3월~현재 : 부산대학교 대학원 기계설계공학과 석사과정

※주관심분야: 구조 음향