

3차원 해석적 방법에 의한 사다리꼴 흰 해석

이 성 주, 강 형 석*

경기공업대학 공조냉동과, 강원대학교 기계공학과

Trapezoidal Fin Analysis by the 3-D Analytical Method

Sung Joo Lee, Hyung Suk Kang*

Department of Air Conditioning - Refrigeration, Kyonggi Institute of Tech, SiHung 429-450, Korea

*Department of Mechanical Engineering, Kangwon National University, chuncheon 200-701, Korea

(Received August 25, 1999; revision received January 4, 2000)

ABSTRACT: Comparison of the heat conduction into a trapezoidal fin and the heat loss from the fin by convection is made in this study. Also, the ratio of heat loss from each surface to the total heat loss and the temperature distribution are analyzed using a 3-D analytical method. A trapezoidal fin whose tip height is half the root height is chosen as the model. The results show that the heat transfer rates from the tip and from both sides are comparable with each other as the non-dimensional width and length vary while the heat transfer rate from the bottom and top is dominant.

Key words : 3-D analytical method(3차원 해석적 방법), Heat conduction(열전도), Heat convection(대류열전달), Biot number(비오투 수)

기 호 설 명

Bi : Biot 수, hl/k
 h : 주위의 열전달 계수 [$W/m^2 \text{ } ^\circ C$]
 k : 흰의 열전도율 [$W/m \text{ } ^\circ C$]
 l : 흰 높이의 반 [m]
 L' : 흰 길이 [m]
 L : 무차원 흰 길이, L'/l
 Q_c : 흰 뿌리를 통해 흰으로 들어오는 전도에 의한 열손실 [W]
 Q_h : 흰의 각 면으로부터 주위로 대류에 의해 나가는 총손실열량 [W]

$Q_{both\ sides}$: 흰의 양 측면으로부터 나가는 열손실 [W]
 Q_{tip} : 흰 끝면을 통해 나가는 열손실 [W]
 $Q_{top\ and\ bottom}$: 흰의 경사진 상하부면으로부터 대류에 의하여 주위로 나가는 열손실 [W]
 T : 온도 [$^\circ C$]
 T_w : 흰 뿌리 온도 [$^\circ C$]
 T_∞ : 주위 온도 [$^\circ C$]
 w' : 흰 폭의 반 [m]
 w : 무차원 흰 폭의 반, w'/l
 x' : 길이 방향 좌표 [m]
 x : 무차원 길이 방향 좌표, x'/l
 y' : 높이 방향 좌표 [m]
 y : 무차원 높이 방향 좌표, y'/l

* Corresponding author

Tel.: +82-361-250-6316; fax: +82-361-242-6013

E-mail address: hkang@cc.kangwon.ac.kr

- z' : 폭 방향 좌표 [m]
- z : 무차원 폭 방향 좌표, z'/l

그리스 문자

- θ : 무차원 온도 $(T - T_{\infty}) / (T_w - T_{\infty})$
- θ_0 : 변형된 온도 $(= T_w - T_{\infty})$ [°C]
- λ_m : eigenvalues ($m = 1, 2, 3, \dots$)
- μ_n : eigenvalues ($n = 1, 2, 3, \dots$)
- ρ_{nm} : eigenvalues $(\sqrt{(\lambda_m^2 + \mu_n^2)})$

상첨자

- : 차원 변수

1. 서론

열교환기 및 냉각 또는 방열장치 등에서 전열면적의 확대에 의한 열전달량의 증가를 목적으로, 낮은 열전달률을 갖는 유체 측 특히 기체 측 전열면에 금속성 환을 부착하는 방법이 널리 사용되고 있다. 예를 들면 공기조화장치 및 냉동장치에서의 냉각·가열코일, 증발기, 응축기, 자동차엔진용 방열기 및 윤활유 냉각기와 같은 열교환기, 기관실린더블록, 유도전동기 및 전자부품의 냉각용 방열 환 등 중요구성부품으로서의 역할을 담당하고 있다.

한편 이들 장치에 대한 최대 관심사항인 고효율화 및 고밀도(compact)화를 위한 기술을 분류하면 소재개발, 설계기술, 가공 및 제작기술개발로 나뉘며, 특히 중요설계기술요소와 관련된 연구분야는 환 형상 선정⁽¹⁻⁴⁾, 환 피치⁽⁵⁻⁷⁾ 또는 배열선정^(8,9) 등으로 구분된다. 환 형상과 관련해서는 환의 기본형상 및 환의 절개된 형태에 따른 성능비교로 나눌 수 있다.

환에 관련된 연구로는 환을 부착하므로써 열전달이 증가되는 것을 보여주는 것과 환 자체에 대한 직접적인 해석에 관한 것들이 있다. 환 자체에 대한 해석에서는 형상, 경계조건, 차원 등 여러 관련요소들이 있다. 특히 해석적인 방법에서

형상이 단순하지 않을 경우, 2차원의 해석^(10, 11)이 주류를 이루어왔고, 공조분야의 환 자체에 대한 직접적인 연구에서 3차원적 열전달문제 해석은 거의 이루어지지 않고 있는데, 이는 차원이 증대하면 근이나 수식을 구하는데 어려움이 있기 때문이라고 생각된다.

따라서 본 논문에서는 환의 기본형상 중 하나의 모델로서, 임의로 환 끝의 높이가 환 뿌리 높이의 반인 사다리꼴 환에 대하여, 환의 폭과 길이 그리고 Biot 수를 변화시키면서, 그에 따른 환으로 전도에 의해 들어가는 열전달량과 환으로부터 방열되는 대류열량을 수학적 해석방법에 의해 비교 검토함으로써, 본 논문에서 구한 3차원 해석해에 대한 적용성을 확인하고, 또한 환으로부터의 총손실열량에 대한 환의 각 표면으로부터의 대류열량의 비율변화 및 환 내의 온도분포를 각각 비교 분석하여, 실제 환에서의 열전달 현상을 규명하였다. 본 논문에서 구한 3차원 해석해 및 해석방법의 응용을 통해, 향후 환에 대한 직접적인 해석에 도움을 줄 수 있는 자료로서의 활용을 기대 한다.

2. 3차원 수치해석

2.1 기본 방정식 및 경계조건

Fig. 1에서 보인 환 끝의 높이가 환 뿌리 높이의 반인 사다리꼴 환에 대한 정상상태의 열전도 방정식을 무차원화 하여 3차원 지배 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

무차원 지배방정식 (1)을 풀기 위하여, 무차원 형태로 나타낸 식(2)부터 식(6)까지 다섯 개의 경계조건과 식(7)에서 보여지는 하나의 에너지 평형식이 요구된다.

$$\theta = 1 \quad \text{at } x = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad \text{at } y = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad (4)$$

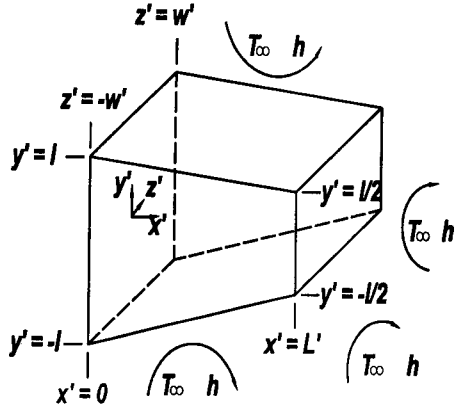


Fig. 1 Geometry of a trapezoidal fin.

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} + Bi \cdot \theta = 0 \text{ at } x = L \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} + Bi \cdot \theta = 0 \text{ at } z = w \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & - \int_0^1 \int_0^w \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} dz \cdot dy \\ & = - \int_0^1 \int_0^w \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} dz \cdot dy \\ & \quad + \int_0^L Bi \cdot \theta \Big|_{z=w} y \cdot dx \\ & \quad + \int_{\frac{1}{2}}^1 \int_0^w Bi \cdot \sqrt{1+4L^2} \cdot \theta \cdot dz \cdot dy \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\theta = (T - T_\infty) / (T_w - T_\infty)$, $x = \frac{x'}{l}$,

$$y = \frac{y'}{l}, \quad z = \frac{z'}{l}, \quad w = \frac{w'}{l}, \quad L = \frac{L'}{l}$$

$$\text{and } Bi = \frac{hl}{k}$$

2.2 원 내의 온도분포 및 전도에 의한 열전달량

원 내의 온도분포 $\theta(x, y, z)$ 는 식(2)부터 식(5)까지 보여지는 경계조건들을 가지고 지배방정식(1)을 풀어서 얻어지는데, 그 결과는 식(8)과 같다.

$$\theta(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} N_{nm} \cdot f(x) \cdot \cos(\lambda_m \cdot y) \cdot \cos(\mu_n \cdot z) \quad (8)$$

여기서

$$N_{nm} = \frac{4 \sin \lambda_m}{2\lambda_m + \sin(2\lambda_m)} \cdot \frac{4 \sin(\mu_n \cdot w)}{2\mu_n \cdot w + \sin(2\mu_n \cdot w)} \quad (9)$$

$$f(x) = \cosh(\rho_{nm} \cdot x) - f_{nm} \cdot \sinh(\rho_{nm} \cdot x) \quad (10)$$

$$f_{nm} = \frac{\rho_{nm} \cdot \tanh(\rho_{nm} \cdot L) + Bi}{\rho_{nm} + Bi \cdot \tanh(\rho_{nm} \cdot L)} \quad (11)$$

$$\rho_{nm} = \sqrt{(\lambda_m^2 + \mu_n^2)} \quad (12)$$

식(8)에서 보여지는 eigenvalues μ_n 은 경계조건 식(6)으로부터 정리된 식(13)으로부터 구해진다.

$$\mu_n \cdot \tan(\mu_n \cdot w) = Bi \quad (13)$$

식(13)에서 구한 μ_n 을, 에너지 balance를 만족하는 식(7)을 정리한 식(14)에 대입하여 또 다른 eigenvalues λ_m 을 구한다.

$$\begin{aligned} & (\rho_{nm}^2 + \frac{1}{4L^2} \cdot \lambda_m^2) \cdot \sin(\mu_n \cdot w) \cdot \rho_{nm} \\ & \cdot \left\{ \sin \lambda_m \cdot AA_{nm} - Bi \cdot \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \right\} + Bi \cdot \lambda_m \\ & \cdot \mu_n \cdot \cos(\mu_n \cdot w) \cdot \left\{ \frac{1}{2} \rho_{nm} \cdot \cos\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \cdot \right. \\ & CC_{nm} + \frac{1}{2L} \cdot \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \cdot \rho_{nm} \cdot \lambda_m \cdot DD_{nm} \\ & - \rho_{nm} \cdot AA_{nm} \cdot EE_{nm} - \frac{1}{2L} \cdot BB_{nm} \\ & \cdot (FF_{nm} + GG_{nm}) \left. \right\} - Bi \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{4L^2}} \\ & \cdot (\rho_{nm}^2 + \frac{1}{4L^2} \cdot \lambda_m^2) \cdot \lambda_m \cdot \sin(\mu_n \cdot w) \\ & \cdot \{ AA_{nm} \cdot \rho_{nm} \cdot \cos \lambda_m - HH_{nm} \\ & + \frac{1}{2L} \cdot BB_{nm} \cdot \lambda_m \cdot \sin \lambda_m \} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

식(14)에서 보여지는 $AA_{nm} \sim HH_{nm}$ 은 식(15)부터 식(22)까지 나타낸다.

$$AA_{nm} = \rho_{nm} \cdot \sinh(\rho_{nm} \cdot L) + Bi \cdot \cosh(\rho_{nm} \cdot L) \quad (15)$$

$$BB_{nm} = \rho_{nm} \cdot \cosh(\rho_{nm} \cdot L) + Bi \cdot \sinh(\rho_{nm} \cdot L) \quad (16)$$

$$CC_{nm} = Bi \cdot \rho_{nm}^2 + \frac{1}{4L^2} \cdot Bi \cdot \lambda_m^2 - \frac{\rho_{nm}^2}{L} + \frac{\lambda_m^2}{4L^3} \quad (17)$$

$$DD_{nm} = \frac{1}{2} \rho_{nm}^2 + \frac{1}{8L^2} \cdot \lambda_m^2 - \frac{Bi}{L} \quad (18)$$

$$EE_{nm} = \rho_{nm}^2 \cdot \cos \lambda_m + \frac{1}{4L^2} \cdot \lambda_m^2 \cdot \cos \lambda_m - \frac{1}{2L^2} \cdot \lambda_m \cdot \sin \lambda_m \quad (19)$$

$$FF_{nm} = \rho_{nm}^2 \cdot \lambda_m \cdot \sin \lambda_m + \frac{1}{4L^2} \cdot \lambda_m^3 \cdot \sin \lambda_m \quad (20)$$

$$GG_{nm} = \frac{1}{4L^2} \cdot \lambda_m^2 \cdot \cos \lambda_m - \rho_{nm}^2 \cdot \cos \lambda_m \quad (21)$$

$$HH_{nm} = Bi \cdot \rho_{nm} \cdot \cos\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) + \frac{1}{2L} \cdot \rho_{nm} \cdot \lambda_m \cdot \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \quad (22)$$

Fig. 1에서 보여지는 흰 끝의 높이가 흰 뿌리 높이의 반인 사다리꼴 흰으로 전도에 의해 들어가는 열전달량은, 식(8)을 Fourier 열전도식에 적용하여 구하면 식(23)으로 나타낼 수 있다.

$$Q_c = 4k \cdot l \cdot \theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} N_{nm} \cdot \rho_{nm} \cdot f_{nm} \cdot \frac{\sin \lambda_m}{\lambda_m} \cdot \frac{\sin(\mu_n \cdot w)}{\mu_n} \quad (23)$$

여기서 $\theta_0 = T_w - T_{\infty}$

2.3 대류에 의해 나가는 각 면으로부터의 열손실 및 총열손실

식(23)에 의해 표현된 열전달량은 흰 뿌리를 통해 전도에 의해 흰으로 들어오는 값으로, 이

값은 정상상태에서 흰의 각 표면을 통해 대류로 나가는 총열손실과 같아야만 된다. 각 면에서 대류에 의해 나가는 열손실은 Newton의 냉각법칙을 사용하여 구할 수 있는데 먼저 흰 끝면을 통해 나가는 열손실은 식(24)에서 보여진다.

$$Q_{tip} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} N_{nm} \cdot \rho_{nm} \cdot \frac{Bi}{aa_{nm}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right)}{\lambda_m} \cdot \frac{\sin(\mu_n \cdot w)}{\mu_n} \quad (24)$$

흰의 양측면으로부터 나가는 열손실은 식(25)로 표현된다.

$$Q_{both\ sides} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Bi \cdot N_{nm} \cdot \cos(\mu_n \cdot w) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_{nm}}{bb_{nm}} \cdot \left\{ \cos\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) - \frac{1}{L^2} \cdot \frac{\lambda_{nm}}{bb_{nm}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \right\} \cdot cc_{nm} - \frac{1}{2L} \cdot \frac{1}{bb_{nm}} \cdot \left\{ \frac{\lambda_m}{2} \cdot \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) - \frac{dd_{nm}}{bb_{nm}} \cdot \cos\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \right\} \cdot ee_{nm} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{bb_{nm}^2} \cdot \left(\frac{\cos \lambda_m}{L} - f_{nm} \cdot \rho_{nm} \cdot \lambda_m \cdot \sin \lambda_m \right) - \frac{hh_{nm}}{bb_{nm}} \right] \quad (25)$$

식(26)은 흰의 경사진 상하부면으로부터 대류에 의하여 주위로 나가는 열손실을 위한 표현이다.

$$Q_{top\ and\ bottom} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Bi \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{4L^2}} \cdot \frac{N_{nm}}{bb_{nm}} \cdot \frac{\sin(\mu_n \cdot w)}{\mu_n} \cdot \left[\frac{\lambda_m}{2L} \cdot \sin \lambda_m + ff_{nm} \cdot \sinh(\rho_{nm} \cdot L) - gg_{nm} \cdot \cosh(\rho_{nm} \cdot L) - f_{nm} \cdot \rho_{nm} \cdot \cos \lambda_m \right] \quad (26)$$

식(24)부터 식(26)에서 보여지는 $aa_{nm} \sim hh_{nm}$ 은 식(27)부터 식(34)까지 나타낸다.

$$aa_{nm} = \rho_{nm} \cdot \cosh(\rho_{nm} \cdot L) + Bi \cdot \sinh(\rho_{nm} \cdot L) \quad (27)$$

$$bb_{nm} = \rho_{nm}^2 + \frac{\lambda_m^2}{4L^2} \quad (28)$$

$$cc_{nm} = \frac{\sinh(\rho_{nm} \cdot L)}{f_{nm} \cdot \cosh(\rho_{nm} \cdot L)} \quad (29)$$

$$dd_{nm} = \rho_{nm}^2 - \frac{\lambda_m^2}{4L^2} \quad (30)$$

$$ee_{nm} = \frac{\cosh(\rho_{nm} \cdot L)}{f_{nm} \cdot \sinh(\rho_{nm} \cdot L)} \quad (31)$$

$$ff_{nm} = \rho_{nm} \cdot \cos\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) - f_{nm} \cdot \frac{\lambda_m}{2L} \cdot \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \quad (32)$$

$$gg_{nm} = \frac{\lambda_m}{2L} \cdot \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) - \rho_{nm} \cdot \cos\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \quad (33)$$

$$hh_{nm} = f_{nm} \cdot \rho_{nm} \cdot \cos \lambda_m - \frac{\lambda_m}{2L} \cdot \sin \lambda_m \quad (34)$$

식(24)부터 (26)에서 보여지는 각 면으로부터의 열손실을 모두 더하면 대류에 의한 흰 전체로부터의 총열손실이 되며 수학적인 서술로는 식(35)로 표현할 수 있다.

$$Q_h = Q_{tip} + Q_{both\ sides} + Q_{top\ and\ bottom} \quad (35)$$

3. 결과 및 고찰

무차원 흰 폭 w 를 10으로 하고, Biot 수가 각각 0.001, 0.01 그리고 0.1인 경우, 무차원 흰 길이 L 을 0.2부터 20까지 변화시킬 때, 3차원 해석에 의해 구한 흰 뿌리로부터의 전도에 의한 열전달량 Q_c 에 대한 흰의 각 면에서 주위로 대류에 의해 나가는 손실열량 합계 Q_h 의 상대오차가 Fig. 2에서 보여진다. 먼저 Biot 수가 0.1인 경우는 흰 길이가 약 2까지 변화할 때 상당히 급격한 상대오차의 증가를 보이다가 이후 약 8까지 완만한 감소 변화를 나타내며, 그 후로는 약 1.3%로서 흰 길이에 따른 변화가 거의 없음을 보여준다. Biot 수 0.01인 경우 흰 길이 1.8까지는 상대오차 변화가 약간 크게 나타나지만 그 최대 값은 0.2% 내이며 이후 서서히 감소하여 약 10

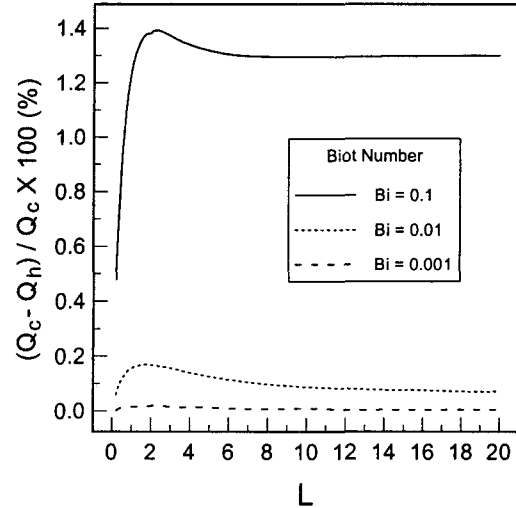


Fig. 2 Relative error versus the non-dimensional fin length for $w=10$.

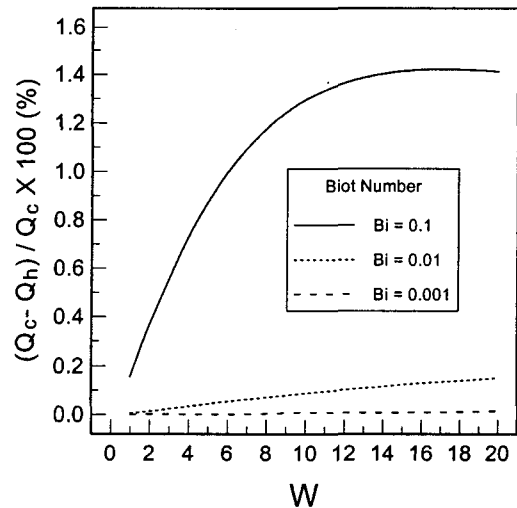


Fig. 3 Relative error versus the nondimensional fin width for $L=10$.

이상부터는 0.1% 내의 값을 보인다. 반면에 Biot 수가 0.001일 때는 주어진 길이의 범위에서 거의 오차를 나타내지 않음을 보여준다.

Fig. 3은 무차원 흰 길이 L 을 10으로 하고 Biot 수가 각각 0.001, 0.01 그리고 0.1인 경우에

있어서, 무차원 흰 폭 w 를 1부터 20까지 변화시킬 때, 3차원 해석에 의해 구한 열전달량 Q_c 에 대한 Q_h 의 상대오차를 나타낸다. Biot 수가 0.01인 경우 흰 폭의 증가에 따라 상대오차도 거의 직선적으로 계속 증가하지만 흰 폭이 20일 때 0.15% 정도로서 아주 작은 값이며, Biot 수가 0.1인 경우는 처음에는 상대오차가 급격히 증가하다가 $w=12$ 정도부터 $w=18$ 까지는 약간 증가하고 이후는 오히려 약간 감소하며, 흰 폭이 20일 때 1.41% 정도임을 보여준다. 또한 Biot 수가 0.001일 때는 폭의 변화에 관계없이 상대오차가 거의 없음을 보여준다.

Fig. 4는 무차원 흰 길이 L 을 10으로 하고, 무차원 흰 폭 w 가 각각 0.2, 1 그리고 10인 경우, Biot 수를 0.01부터 0.2까지 변화시킬 때, Q_c 에 대한 Q_h 의 상대오차변화를 나타낸다. 무차원 폭이 0.2인 경우 Biot 수의 변화에 상대오차 값은 무시해도 좋을 만큼 작으며, 1인 경우에는 Biot 수의 증가에 따라 상대오차는 거의 선형적으로 증가하나 Biot 수가 0.2일 때에도 0.5% 이내이다. 무차원 폭이 큰 10인 경우는 Biot 수의 증가에 따라 좀 더 급격히 증가하여 Biot 수가 0.2에 이르면 상대오차가 2.4% 정도로 커지는데 이와 같은 오차는 overflow를 막기 위해 수렴해에 도달하는데 충분치 못한 eigenvalues의 적용 때문에 프로그램에서 나오는 오차로 생각된다.

무차원 흰 폭 w 를 10으로 하고, 무차원 흰 길이 L 을 각각 1, 10 그리고 20으로 한 경우, Biot 수를 0.01부터 0.2까지 변화시킬 때, 3차원 해석에 의해 구한 Q_c 에 대한 Q_h 의 상대오차변화가 Fig. 5에서 보여진다. 무차원 흰 길이가 10인 경우가 1인 경우 보다 좀 더 기울기가 크며, Biot 수가 약 0.09 전후에서 두 경우의 상대오차 값의 크기가 역전되는 것을 보여준다. 특히 10과 20의 경우는 거의 변화경향이 같은데 이는 무차원 흰 길이가 어느 정도 커지면 Biot 수의 변화에 따른 상대오차의 변화는 흰 길이에 무관함을 알 수 있다. 무차원 흰 폭이 10으로 주어졌을 때 세 경우 모두, Biot 수가 0.06 보다 작을 때 1% 내의 상대오차를 가지게 됨을 보여준다.

Fig. 6은 무차원 흰 길이 L 을 10으로 하고 Biot 수가 각각 0.01, 0.1인 경우, 무차원 흰 폭

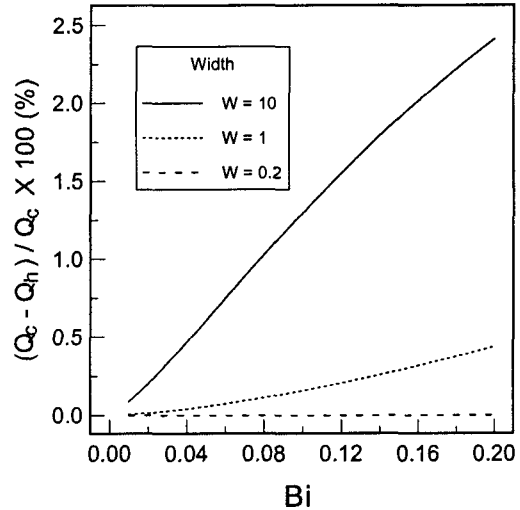


Fig. 4 Relative error versus Bi for $L=10$.

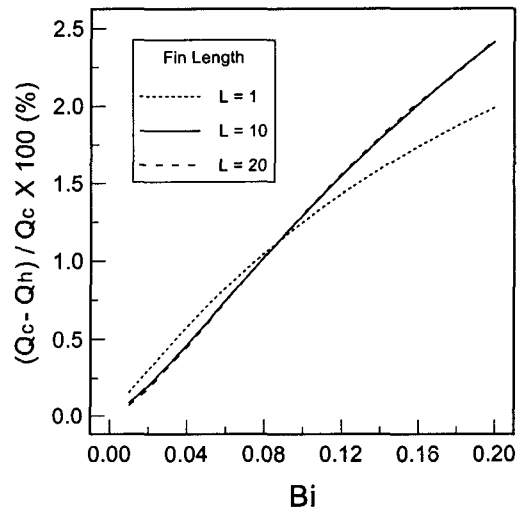


Fig. 5 Relative error versus Bi for $w=10$.

을 1부터 20까지 변화시킬 때, 흰의 각 면에서의 손실열량의 합계에 대한 각 면에서의 손실열량이 차지하는 비율의 변화를 나타낸다. 두 경우 모두 흰 끝에서의 손실열량비율은 흰 폭이 커짐에 따라 거의 선형적으로 증가하나 그 증가율은 극히 작으며, 흰 상하부면에서의 손실열량은 흰 폭에 관계없이 다른 면에 비해 가장 크며, 무차원 흰 폭이 1일 때 약 55%에서부터 약 5일 때까지

급격히 증가하여 85% 이상을 나타내며, 이 후는 그 증가폭이 크게 둔화되어 폭 변화에 따른 변화가 그리 크지 않음을 알 수 있다. 반면에 흰 양측면에서의 손실열량은 무차원 폭이 1일 때 약 45% 전후의 큰 값을 나타내다가, 흰 폭의 증가에 따라 급격히 감소하여 핀 폭이 8일 때 8% 전후가 되며, 이 후는 서서히 감소함을 보여준다. 주어진 폭의 변화 범위에서 두 경우의 Biot 수에 대하여 직접 비교하면, 흰 끝에서의 열손실은 0.01일 때가 0.1일 때 보다 크며 상하부면에서는 0.1일 때가 0.01일 때 보다 크다. 이는 물리적으로 Biot 수가 클 때 상하부면으로 더 많은 열전달이 일어나고 그에 따라 흰 끝에서의 열손실은 적게 일어나는 현상과 일치한다고 볼 수 있다. 양측면에서의 열손실은 흰 폭이 약 4 전후로 해서 두 경우의 비율이 역전됨을 보여준다. 두 경우의 가장 큰 차이점은 Biot 수가 0.1인 경우는 주어진 폭의 범위에서 양측면에서의 열손실이 흰 끝에서의 열손실 보다 큰 반면, Biot 수가 0.01인 경우는 흰 끝에서의 열손실이 무차원 폭 18을 전후해서 양측면으로부터의 열손실 보다 커진다는 것이다.

또한 무차원 흰 폭 w 가 10이며 Biot 수를 0.01과 0.1인 각 경우에 대하여 무차원 흰 길이를 1부터 20까지 변화시킬 때, 각 면에서의 손실열량이 차지하는 비율의 변화를 Fig. 7에 나타낸다. 흰 끝에서의 열손실이, 흰 길이가 작은 범위내에서는 흰 양측면에서의 열손실 보다 크다가 그 범위를 벗어난 값에서는 반대로 작아지게 되는데, 그 값은 Biot 수 0.01일 때는 흰 길이 6.3 이상에서, 그리고 Biot 수 0.1일 때는 흰 길이 4.8 이상에서이며, 이를 통해 Biot 수가 커지면 상대적으로 반전되는 흰의 길이가 작아짐을 알 수 있다. 흰 길이의 변화에 대하여 흰 양측면에서의 변화는 거의 선형적으로 증가하나, 5% 전후로서, 다른 면에 비하여 상대적으로 큰 변화가 없음을 보여준다. 흰 길이의 변화에 대하여 특히 흰 길이 1에서 5까지의 범위에서 급격한 증감이 흰 상하부면과 흰 끝에서 나타나는데, 흰 상하부면에서는 약 65%에서 90% 정도까지 크게 증가하며, 흰 끝에서는 약 30%에서 5% 내외까지 심하게 감소하는데 그 증감 값은 공히 약 $\pm 25\%$ 전후로서 흰 상하부면에서의 증가분만큼 거의 흰 끝에서 감

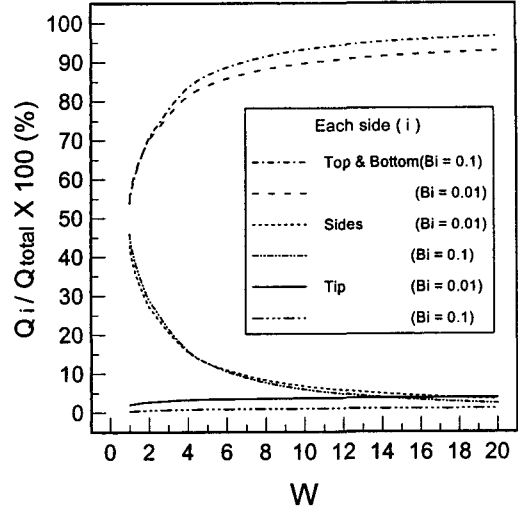


Fig. 6 The ratio of heat loss from the each side to the total heat loss versus the non-dimensional width for $L=10$.

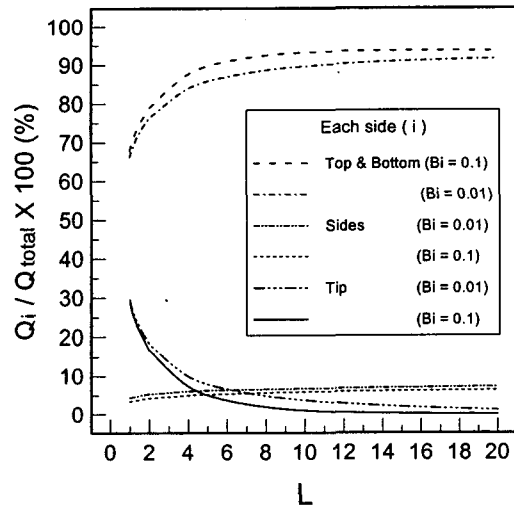


Fig. 7 The ratio of heat loss from the each side to the total heat loss versus the non-dimensional length for $w=10$.

소됨을 보여주며, 흰 길이 5 이상에서는 거의 변화가 없이 일정함을 나타낸다. Biot 수의 각 경

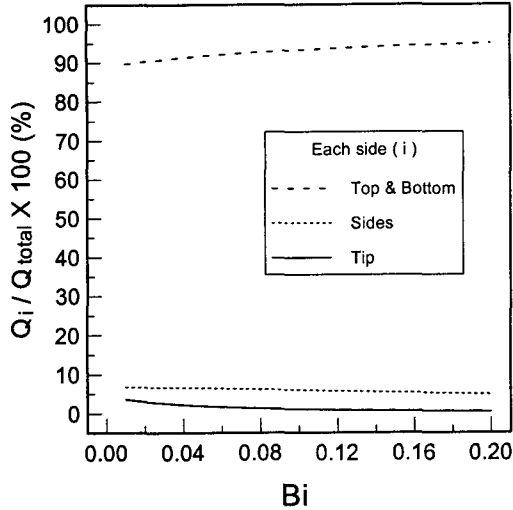
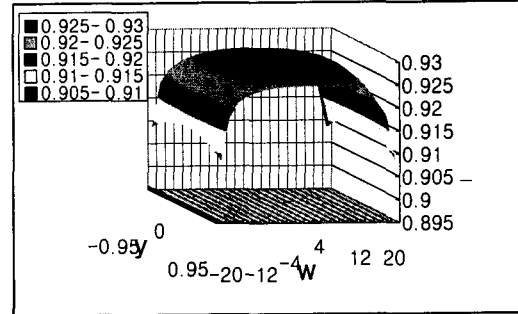


Fig. 8 The ratio of heat loss from the each side to the total heat loss versus Biot for $L=10$, $w=10$.

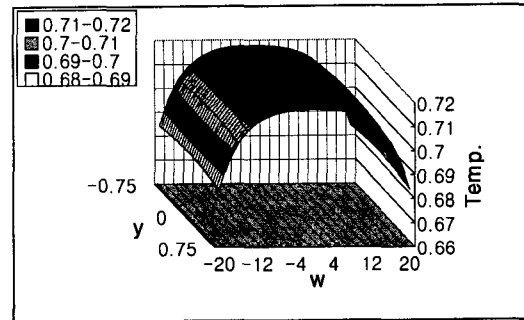
우에 대하여 각 면에서의 열손실을 비교하면 상하부면에서는 흰 길이에 상관없이 Biot 수가 0.1인 경우가 0.01인 경우보다 크지만, 흰 끝 및 흰 양측면에서는 반대로 작음을 보여준다.

Fig. 8에서는 무차원 흰 길이 및 흰 폭이 각각 10인 흰에 대하여 Biot 수를 0.01부터 0.2까지 변화시킬 때, 각 면에서의 손실열량이 차지하는 비율을 보여준다. Biot 수의 증가에 따라, 흰 상하부면에서는 거의 선형적인 증가가 완만하게 이루어져 90%로부터 95% 정도의 값에 걸쳐 변화가 이루어지고 있는 반면에, 흰 양측면에서는 거꾸로 선형적인 약간의 감소변화가 약 7% 내지 5% 범위에서 일정하게 꾸준히 나타나며, 흰 끝에서는 Biot 수 0.08정도까지는 3.6%에서 1.2%까지 감소되어 그 감소변화율이 흰 양측면의 감소변화율보다 약간 크게 나타나다가, Biot 수 0.08이상에서는 1.2%에서 0.3%까지 감소하기는 하지만 거의 변화가 없음을 보여준다.

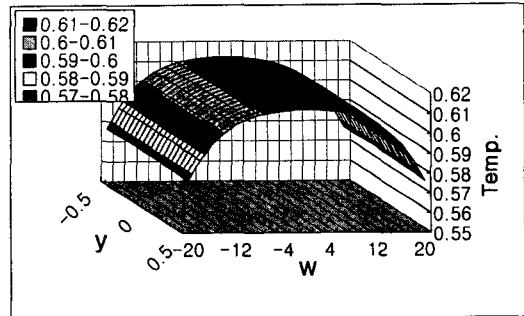
무차원 흰 길이 10, 흰 폭 20인 경우에 대하여 수직인 흰 끝면 및 평행한 중간 단면의 온도분포를 Fig. 9와 Fig. 10에서 보여준다. 먼저 Fig. 9(a), (b), (c)는 Biot 수가 0.01일 때 각각 $x=1$, 5, 그리고 10의 위치에서의 단면에 대한 온도분포를 나타내며, 따라서 $x=10$ 은 흰 끝을 의미한다.



(a) $x=1$



(b) $x=5$



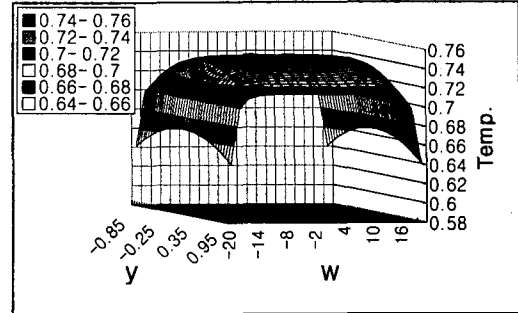
(c) $x=10$

Fig. 9 Temperature distribution on the vertical area for $L=10$, $w=20$ and $Bi=0.01$.

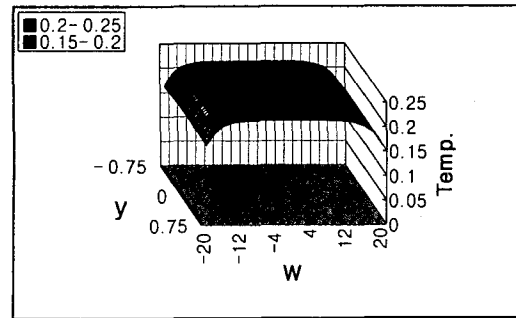
흰 뿌리 면에 가까운 $x=1$ 인 경우에 $(-0.95 \leq y \leq 0.95)$ 대한 온도분포를 보면, 흰 폭 w 가 0에서 20에 걸친 전체 위치에서 온도는 0.909 내지 0.929 이며, 흰 중심의 최대온도와 흰 모서리의 최저온도와의 온도차이가 약 0.02로서, 흰 폭이

최저온도와 온도차이가 약 0.02로서, 흰 폭이 18에서 20 범위인 양측면 인접부분에서 아주 급격하게 온도가 낮아짐을 보이며, 0에서 16인 범위에서는 흰의 중심을 기준으로 그린 타원형의 형태부분 내에서 온도차이가 거의 없지만, 흰 높이 방향에 따라 상하 양면에 가까운 극히 좁은 부분, 즉 y 가 0.9~0.95 부분에서 중심온도와 온도차이가 흰 폭 방향의 변화에 비해 상대적으로 큼을 보여준다. 반면에 $x=10$ 에 대한 온도분포에서는, 흰 전체에 걸쳐 0.576내지 0.613의 온도를 나타내며, 흰 중심과 흰 모서리와의 최대온도차는 0.037이다. 그리고 흰 중심에서 흰 폭의 양측으로 갈수록 온도가 점점 급하게 하강이 되고 있지만, $x=1$ 에 비해 전체적으로 점진적인 변화를 나타내며 또한 흰 높이의 상하 양면부분에서의 온도는 흰 중심온도와 거의 차이가 없으며 따라서 흰 높이 방향으로의 온도변화는 거의 없음을 보여준다. 또한 $x=5$ 인 단면에서의 온도분포는 0.684 내지 0.720의 값을 나타내며 최대온도차는 0.036을 갖는다. 이 온도분포는 $x=1$ 과 $x=10$ 인 위치와 비교하여 $x=10$ 쪽에 약간 유사한 중간적인 특징을 나타낸다. 그 이유는 흰 뿌리로부터 흰 끝 방향으로 온도감소변화가, 온도가 높은 흰 뿌리 부근에서 더욱 크며, $x=5$ 인 위치에서는 온도가 이미 상당히 낮아진 상태가 되어, 흰 끝 방향으로의 온도감소변화는 크지 않게 되므로, 흰 끝과 온도가 그 만큼 유사하기 때문으로 보인다.

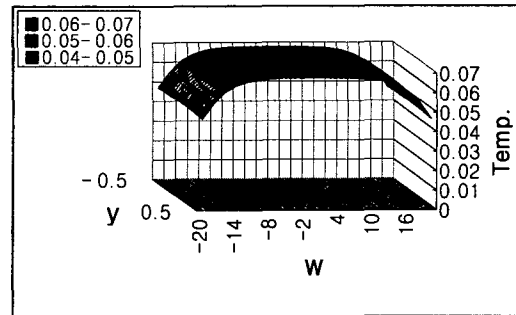
Figs. 10(a), (b), (c)는 전 그림들과 같은 조건에서 단지 Biot 수가 0.1인 경우이다. 먼저 $x=1$ 인 위치에 대한 Fig. 10(a)에서 보이는 온도분포는 최고온도 0.744, 최저온도 0.641을 각각 흰 중심과 흰 모서리에서 나타내며, 그 최대온도차는 0.103으로서, Biot 수 0.01인 경우와 비교해서 크게 낮은 온도분포 및 상당히 큰 온도구배를 갖는다. 흰 중심 타원형 부분의 온도로부터 흰 높이 y 의 양단방향으로의 온도 감소 변화도 비교적 크게 나타나고 있으며, 특히 흰 폭이 18~20구간인 양단부근의 온도는 0.728로부터 0.641까지 급격한 온도 감소를 보여준다. 단면의 지점이 1, 5 그리고 10으로 변하면서 두 경우의 뚜렷한 차이는 Biot 수가 0.01인 경우는 흰 폭을 따라 온도분포



(a) $x=1$



(b) $x=5$



(c) $x=10$

Fig. 10 Temperature distribution on the vertical area for $L=10$, $w=20$ and $Bi=0.1$.

가 완만한 부분이 현저히 줄어드는 반면, Biot 수가 0.1인 경우는 흰 폭을 따른 온도분포의 완만한 부분이 계속 유지되는 것이다.

4. 결론

이상의 결과 및 고찰로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 전도에 의해 흰 뿌리로 들어가는 열전달에 대한, 흰 각 면으로부터의 대류에 의한 열전달의 상대오차는 Biot 수의 변화에 따라 가장 영향을 많이 받으며 주어진 변수들의 범위에서 최대 약 2.5%의 오차를 나타내는데 이는 수식 자체에 의한 오차가 아니라 overflow를 막기 위한 컴퓨터 프로그램에서 나온 것으로 생각되며 따라서 앞으로 프로그램을 보완함으로써 상대오차를 더욱 줄일 수 있을 것으로 생각된다.

(2) 전체 열손실에 대한 무차원 길이와 폭의 변화에 따른 (i.e. $1 \leq L \leq 20$, $1 \leq w \leq 20$) 각 면으로부터의 열전달비에서 상하부면으로부터의 열전달이 가장 큰 반면, 양측면과 끝으로부터의 열전달은 길이와 폭의 변화에 따라 그 크기가 역전됨을 보여준다.

(3) 흰의 수직단면의 온도분포는 흰 뿌리에서 흰 끝으로 감에 따라, Biot 수가 0.01인 경우는 흰 폭을 따라서 온도분포가 완만한 부분이 현저히 줄어드는 반면 Biot 수가 0.1인 경우는 흰 폭 방향으로 온도분포가 완만한 부분이 계속 유지된다.

참고문헌

- Lau, W. and Tan, C.W., 1973, Errors in One-Dimensional Heat Transfer Analyses in Straight and Annular Fins, *J. Heat Transfer*, Vol. 95, pp. 549-551.
- Chung, B.T.F. and Nguyen, L.D., 1986, Optimization of Design Parameters for Radiating Longitudinal Fins of Various Geometries, AIAA-86-0150.
- Ullmann, A. and Kalman, H., 1989, Efficiency and Optimized Dimensions of Annular Fins of Different Cross-Section Shapes, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1105-1110.
- Burmeister, L.C., 1979, Triangular Fin Performance by the Heat Balance Integral Method, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 101, pp. 562-564.
- Stachiewicz, J.W., 1969, Effect of Local Film Coefficients on Fin Performance, *ASME J. Heat Transfer*, pp. 21-26.
- Mikhail, A.G., 1988, Fin Gaps and Body Slots: Effects and Modeling for Projectiles and Missiles, *J. Spacecraft*, Vol. 25, No. 5, pp. 345-353.
- Kim, S.J., Chung, T.H. and Kwon, S.S., 1990, Effect of Fin Spacings on Air-side Heat Transfer in Louvered Fin Heat Exchangers, *Korean J. Air-Conditioning and Refrigeration Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 288-294.
- Pak, H.Y., Park, K.W. and Choi, M.S., 1996, A Numerical Study on the Heat Transfer Characteristics in an Internally Finned Circular Tube Flow, Vol. 8, No. 2, pp. 267-278.
- Chung, B.T.F., Zhang, B.X. and Lee, E.T., 1996, A Multi-objective Optimization of Radiative Fin Array Systems in a Fuzzy Environment, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 118, pp. 642-649.
- Kang, H.S. and Look, Jr. D.C., 1997, Two Dimensional Trapezoidal Fins Analysis, *Computational Mechanics*, Vol. 19, No. 3, pp. 247-250.
- Buccini, A. and Soliman, H.M., 1986, Optimum Dimensions of Annular Fin Assemblies, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 108, pp. 459-462.