

일정 열유속으로 냉각되는 안쪽 실린더를 갖는 수평 환형 공간에서의 공기의 자연 대류

유 주 식[†], 엄 용 균*, 김 용 진**

[†] 안동대학교 기계공학교육과, *안동대학교 기계공학과, **한국기계연구원 열유체 환경연구부

Natural Convection of Air in a Horizontal Annulus with the Inner Cylinder Cooled by Constant Heat Flux

Joo-Sik Yoo[†], Yong-Kyoon Eom*, Yong-Jin Kim**

[†] Department of Mechanical Engineering Education, Andong National University, Andong, 760-749, Korea

* Department of Mechanical Engineering, Andong National University, Andong, 760-749, Korea

** Korea Institute of Machinery & Metals, Yuseong, P.O. Box 101, Daejeon, 305-343, Korea

(Received May 23, 1999; revision received August 2, 1999)

ABSTRACT: Natural convection of air in a horizontal annulus with the inner cylinder cooled by the application of a constant heat flux and the isothermally heated outer cylinder is considered. The bifurcation phenomenon of flow patterns and the heat transfer characteristics are numerically investigated. The zero initial condition induces a unicellular flow in a half annulus. A bicellular flow consisting of two counter-rotating eddies in a half annulus can be obtained above a certain critical Rayleigh number. A transition from the bicellular to the unicellular flow occurs with a decrease in Rayleigh number. Hysteresis phenomena have not been observed. In the regime of dual flows, the overall Nusselt number of the bicellular flow is greater than that of the unicellular flow.

Key words: Natural convection(자연대류), Constant heat flux(일정 열유속),
Unicellular flow(한 셀 유동), Bicellular flow(두 셀 유동), 이중해(Dual solutions)

기 호 설 명

D_i : 안쪽 실린더의 지름 [m]
 \vec{e}_r : 반경 방향의 단위 벡터
 \vec{e}_ϕ : 원주 방향의 단위 벡터
 g : 중력 가속도 [m/s^2]

\bar{h} : 대류 열전달 계수 [W/m^2K]
 k : 열전도도 [W/mK]
 L : 환형의 폭, $R_o - R_i$ [m]
 \bar{Nu} : 평균 Nusselt 수, $\bar{h} L/k$
 Pr : Prandtl 수, ν/α
 p : 압력 [Kpa]
 q : 안쪽 실린더에서의 열유속 [W/m^2]
 q_o : 바깥쪽 실린더에서의 열유속 [W/m^2]
 R_i, R_o : 안쪽 실린더와 바깥쪽 실린더의

[†] Corresponding author

Tel: +82-54-850-5671 ; fax: +82-54-841-1624

E-mail address: jsyoo@andong.ac.kr

	반경 [m]
Ra	: Rayleigh 수, $ag(qL/k)L^3/\nu$
Ra _c	: 임계 Rayleigh 수
r	: 반경 방향의 좌표
r _i , r _o	: 무차원 안쪽 실린더와 바깥쪽 실린더의 반경
t	: 시간 [s]
T _{m,i}	: 안쪽 실린더에서의 평균 온도 [°C]
T _o	: 바깥쪽 실린더의 온도 [°C]
\vec{u}	: 속도 벡터
u	: 반경 방향의 속도 성분
v	: 원주 방향의 속도 성분

그리스 문자

α	: 열 팽창 계수 [1/T]
η	: 확장된 반경 방향의 좌표
θ	: 무차원 온도
$\theta_{m,i}$: 안쪽 실린더에서의 무차원 평균 온도
x	: 열 확산 계수 [m ² /s]
ν	: 동점성 계수 [m ² /s]
ρ_0	: 밀도 [Kg/m ³]
ϕ	: 원주 방향의 좌표
Ψ	: 흐름 함수
ω	: 와도

1. 서 론

서로 다른 일정 온도를 유지하고 있는 두 개의 수평 동심 실린더 내에서의 자연 대류 현상은, 흥미로운 유동의 형태와 열에너지 저장 시스템, 케이블의 냉각 등의 넓은 응용 분야로 인해 많은 관심을 받아 왔다. 이 시스템에 대한 기존의 연구들은 Gebhart 등⁽¹⁾에 의해 포괄적으로 조사되어 있으며 이 시스템에 있어서의 유동 형태에 대한 일반적인 특성은 Powe 등⁽²⁾에 의해 실험적으로 규명되었다. Powe 등⁽²⁾은 공기의 유동 형태를 Rayleigh 수와 두 실린더 사이의 상대적인 간격을 변수로 하여 4 가지의 기본적인 유동 형태로 분류하였는데 그 특성들은 다음과 같다.

충분히 작은 Rayleigh 수에서는 D_i/L 에 상관 없이 두 개의 초승달 모양의 정상 상태의 2차원 유동을 보인다. 그리고 Rayleigh 수가 증가하여 어떤 임계치(critical value)를 넘어서면 D_i/L 에 따라 다음과 같은 유동의 양상을 보인다: (1) $D_i/L < 2.8$ 일 때에는 2차원적인 진동하는 대류 (oscillatory convection), (2) $2.8 < D_i/L < 8.5$ 일 때에는 3차원적인 와선 유동 (spiral flow), (3) $D_i/L > 8.5$ 일 때에는 2차원적인 다중 셀의 유동 (multicellular flow). Rao 등⁽³⁾도 수치적인 방법과 실험을 통하여 유동 형태에 대한 도표를 작성하였는데 전체적인 경향은 Powe 등⁽²⁾의 결과와 일치하였다. 한편 Cheddadi⁽⁴⁾ 등과 Yoo⁽⁵⁾는 $Pr=0.7$ 인 공기의 자연 대류에서 인위적인 수치 교란 (numerical disturbance)을 사용하여 서로 다른 두 가지 현상의 존재를 보였다.

액체 금속과 같은 낮은 Prandtl 수의 유체는 조금 더 복잡한 유동의 형태를 보인다⁽⁶⁻¹⁰⁾. Mack and Bishop⁽⁶⁾과 Custer and Shaughnessy⁽⁷⁾는 $D_i/L=2$ 의 환형에 대해

$Pr=0.02$ 의 유체의 정상 상태의 자연 대류를 조사하여 두 개의 소용돌이(eddy)로 구성되는 정상 상태의 셀 유동(cellular flow)을 보였다. 반면 Charrier-Mojtabi⁽⁸⁾ 등은 2차원 비정상 상태의 방정식을 고려하여 $D_i/L=2$, $Pr=0.02$ 에서 두 개와 세 개의 소용돌이를 갖는 비정상 상태의 셀 유동을 관찰하였다. 그리고 Fant 등⁽⁹⁾과 Yoo 등⁽¹⁰⁾은 Prandtl 수가 0 혹은 0.02인 경우에 대해 좁은 환형에서 일어나는 진동하는 복수 셀의 유동 (oscillatory multicellular flow)을 보였다. 그 외의 여러 가지 형태의 문제들로서, 불균일하게 가열되는 유체층⁽¹¹⁾, 안쪽 실린더에서의 균일한 열유속⁽¹²⁾, 차가운 물⁽¹³⁾, 열전도와 대류의 결합 문제⁽¹⁴⁾, 실린더의 회전에 의한 영향⁽¹⁵⁾ 등에 대한 연구들도 수행되었다. 그리고 최근 Yoo⁽¹⁶⁻¹⁸⁾는 여러 가지의 Prandtl 수에 따른 대류 현상과 분기(bifurcation) 현상을 체계적으로 조사하여 환형에서 일어나는 열적(thermal) 및 수력학적(hydrodynamic) 불안정성(instability)은 Prandtl 수에 따라 매우 다양한 형태의 유동과 천이 현상을 일으킨다는 것을 보였다.

이와 같이 일정 온도를 유지하고 있는 수평 환형 내에서의 자연 대류 현상에 대한 연구는 많이 수행되었다. 그러나 일정 열유속 벽면을 갖는 문제에 대해서는, 수직 환형에 관해서는 비교적 많이 연구되었지만 수평 환형에 대한 연구는 상대적으로 적다^(12,19). 수평 환형에 대해서는, Kumar⁽¹²⁾가 하나의 벽면이 일정한 열유속으로 가열되고 있는 경우를 고려하였고, Glakpe and Watkins⁽¹⁹⁾는 두 개의 벽면이 모두 일정 열유속 조건을 가지는 문제를 연구하였다.

본 연구에서는 안쪽 실린더가 일정한 열유속으로 냉각되고 있는 경우를 고려한다. 바깥쪽 실린더는 일정 온도 T_0 를 유지하고 있다(Fig. 1). 안쪽 실린더가 냉각됨으로 인해 환형의 아래 부분은 열적으로 불안정한 상황이 되므로 어떤 임계 Rayleigh 수 이상에서는 열 불안정이 일어날 수 있다⁽²⁰⁾. 따라서 전도 상태가 깨어짐으로 인해 해의 분기 현상이 일어날 수 있다. 최근 Cheddadi⁽⁴⁾ 등과 Yoo^(5,18)는 일정 온도 벽면의 환형에서 일어나는 해의 분기 현상을 조사하여 큰 Rayleigh 수에서는 한 셀 유동(unicellular flow)과 두 셀 유동(bicellular flow)이 모두 존재함을 보였다. 그러나 일정 열유속 벽면의 경우에는, 초승달 모양의 한 셀 유동만이 조사되었을 뿐이고^(12,19) 해의 이중성에 대한 연구는 아직까지 어디에서도 수행되지 않았다. 본 연구에서는 안쪽 실린더가 일정한 열유속으로 냉각되고 있는 경우의 해의 분기 현상을 조사하여 이 시스템에서도 일정 온도 벽면의 경우와 같이 이중해(dual solutions)가 존재함을 보이고 두 해의 특성을 조사한다.

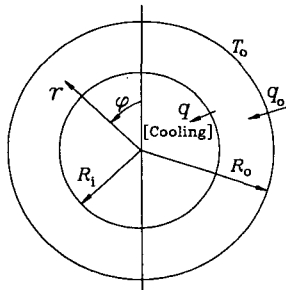


Fig. 1 Problem configuration.

2. 해석

고려하는 시스템의 구조와 좌표계는 Fig. 1과 같다. 유체는 반경 R_i 와 R_o 의 두 개의 무한히 긴 수평 실린더 사이에 있다. 안쪽 실린더는 일정한 열유속 q 로써 냉각되고 바깥쪽 실린더의 온도는 T_0 이다. Boussinesq 근사 하에서 부력 항을 제외하고는 유체에서의 밀도 변화는 무시하며, 그 외의 다른 물성치들은 모두 일정하다고 가정한다. 에너지 방정식에서 점성 소산(viscous dissipation)도 역시 무시한다. 질량, 운동량과 에너지에 대한 보존 방정식을 특성 길이, 시간, 속도, 압력을 각각 L , L^2/α , α/L , $\rho_0 \alpha^2/L^2$ 로 택하여 무차원화시킨다. 무차원 온도(θ)는 $\theta = k(T - T_0)/qL$ 로써 정의한다.

여기에서 $Pr = \nu/\alpha$, $Ra = ag(qL/k)L^3/\nu\alpha$ 를 각각 Prandtl 수와 Rayleigh 수로 정의한다.

무차원화된 지배 방정식과 경계 조건은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\nabla p + Pr \nabla^2 \vec{u} + PrRa \theta [\cos(\phi)\vec{e}_r - \sin(\phi)\vec{e}_\phi] \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\theta = \nabla^2 \theta \quad (3)$$

$$u = v = 0, \theta = 1 \quad \text{at } r = r_i \quad (4)$$

$$u = v = 0, \theta = 0 \quad \text{at } r = r_o \quad (5)$$

흐름 함수 (streamfunction) Ψ 와 와도 (vorticity) ω 를 도입하면 지배 방정식과 경계 조건은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = J(\Psi, \omega) + Pr \nabla^2 \omega - PrRa [\sin(\phi)\frac{\partial \theta}{\partial r} + \cos(\phi)\frac{\partial \theta}{r\partial \phi}] \quad (6)$$

$$\omega = -\nabla^2 \Psi \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = J(\Psi, \theta) + \nabla^2 \theta \quad (8)$$

여기에서 와도(ω) 와 흐름 함수(Ψ) 및 Jacobian $J(f, g)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\omega = \frac{\partial}{r\partial r}(rv) - \frac{\partial}{r\partial \phi}(u), \quad u = \frac{\partial \Psi}{r\partial \phi}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (9)$$

$$J(f, g) = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial \phi} - \frac{\partial f}{\partial \phi} \frac{\partial g}{\partial r} \right)$$

그리고 벽면에서의 경계 조건은 다음과 같다.

$$\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = 1 \quad \text{at } r=r_i \quad (10)$$

$$\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}, \quad \theta = 0 \quad \text{at } r=r_o \quad (11)$$

각도 방향으로는 다음과 같은 대칭 조건을 적용한다.

$$\Psi = \omega = \frac{\partial \theta}{\partial \phi} = 0 \quad \text{at } \phi=0, \pi \quad (12)$$

식 (6)-(12)의 방정식은 Yoo^(16,18)에서 사용한 것과 같은 유한차분법을 사용하여 푼다. 식(6)과 (8)을 차분화시키는데 있어서는 시간 미분 항과 확산 항에 대해 Dufort-Frankel의 leap-frog 방법⁽²¹⁾을 적용하고 Jacobian 항에 대해서는 중앙 미분(central differencing)을 사용한다. 그리고 유선 함수에 대한 Poisson 방정식은 다섯 점 공식을 이용하여 유한한 방정식 계로 바꾼다. 그리고 이 차분화된 Poisson 방정식은 Buzbee^등(²²)의 순환적인 짝홀 제거 방법(cyclic even-odd reduction method)을 사용하여 반복 계산을 하지 않고 바로 푼다. 각도 방향으로는 균일 격자를 이용하고 반경 방향으로는 두 벽면에서의 얇은 경계층을 분해하기 위해 다음과 같은 좌표 확장(coordinate stretching)을 이용한다.

$$r = r_i + \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\tanh\{C(2\eta-1)\}}{\tanh(C)} \right] \quad (13)$$

with $C=1.5, 0 \leq \eta \leq 1$

본 연구에서는 $D_i/L=2$ 인 적당한 크기의 환형을 고려하였는데 사용한 $(r \times \phi)$ 격자계는 (45×65) 이다. 정상 상태에서 안쪽 실린더와 바깥쪽 실린더에서의 총 열전달은 같은데 Kumar⁽¹²⁾의 연구에서는 2% 정도의 오차를 보였다. 그러나 본 연구에서 사용한 격자계와 수치적인 방법은 0.5% 이내의 오차를 보였으므로 상대적으로 더 정확하게 계산하였다고 할 수 있다.

3. 결과 및 논의

식 (6)-(12)의 비정상 상태의 방정식을 푸는데 있어서 초기 조건을 0으로 하면 모든 Rayleigh 수에 있어서 언제나 초승달 모양의 한 셀 유동이

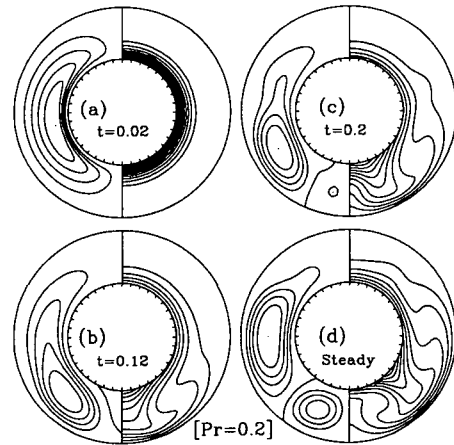


Fig. 2 Transient development of flow fields to a bicellular flow pattern with $Pr = 0.2$ and $Ra = 5 \times 10^4$: (a) $t=0.02$; (b) $t=0.12$; (c) $t=0.2$; (d) steady state. The initial conditions are $\vec{u} = \theta = 0$, and the inner cylinder is suddenly cooled with a constant heat flux.

구해졌다. 즉, 안쪽 실린더를 순간적으로 냉각하는 경우에 있어서는 두 셀 유동은 좀처럼 구해지지 않았다. 일정 온도 벽면의 경우에도 이와 같은 현상이 일어났었는데 Cheddadi⁽⁴⁾ 등과 Yoo⁽⁵⁾는 인위적인 수치 교란(numerical disturbance)을 이용하여 두 셀 유동을 구하였다. 한편 최근 Yoo⁽¹⁸⁾는 작은 Prandtl 수에서 자연적으로 일어나는 두 셀 유동을 초기 조건으로 하여 큰 Prandtl 수에서의 두 셀 유동을 구하였다. 본 연구에서는 Yoo⁽¹⁸⁾에서 사용한 방법을 이용하였다. 즉, $Ra = 5 \times 10^4$ 일 때 $Pr = 0.2$ 에서는 초기 조건을 0으로 하여도 Fig. 2에 보인 바와 같이 정상상태의 두 셀 유동이 구해졌다. 이 해를 초기 조건으로 하여 $Pr = 0.7$ 인 공기에서의 유동을 구하였다. 이와 같이 하여 공기에서의 하나의 두 셀 유동이 구해지면 이 해를 초기 조건으로 하여 다른 Rayleigh 수에서의 해를 구한다. 그리고 다른 Rayleigh 수에서의 해는 이 Rayleigh 수와 가장 가까운 Rayleigh 수에서의 이미 구해진 해를 초기 조건으로 하여 구한다. 이런 과정은 계산 시간을 단축시킨다. 이상과 같은 과정을 통하여 구한 두 가지의 해를 $Ra = 10^4, 5 \times 10^4$ 인 경우에 대해 Fig. 3에 도시하였다. Fig. 3에서 왼쪽은 두 셀 유동을 나타내고 오른쪽은 초승달

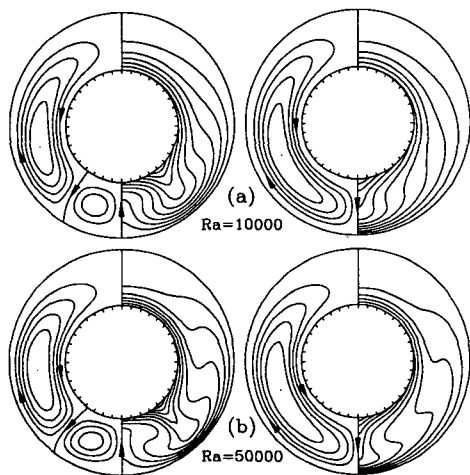


Fig. 3 Streamlines and isotherms of the dual solutions:(a) $Ra = 10^4$;(b) $Ra = 5 \times 10^4$.

모양의 한 셀 유동을 나타낸다. 한 셀 유동에 있어서는 환형의 수직 대칭면인 $\phi = \pi$ 부근의 유체는 냉각되고 있는 차가운 안쪽 실린더의 벽면을 따라 내려가는 유체와 함께 아래로 움직인다. 반면 서로 반대 방향으로 회전하는 두 개의 셀로써 구성되는 두 셀 유동에서는 $\phi = \pi$ 부근의 유체가 위로 올라가게 된다.

다음에는 두 해의 분기(bifurcation) 현상을 조사하여 Fig. 4에 나타내었다. Fig.4에서 볼 수 있듯이 한 셀 유동의 분지(branch)에서 두 셀 유동의 분지로의 천이는 일어나지 않는다. 두 셀 유동은 $Ra_c \approx 5600$ 이상에서만 존재하며 Rayleigh 수의 감소와 함께 두 셀 유동으로부터 한 셀 유동으로의 천이만 일어난다. 이와 같은 특성은 Cheddadi⁽⁴⁾ 등과 Yoo^(5,18)가 일정 온도 벽면의 환형에서 보여준 분기 현상과 같다.

Fig. 5에는 두 가지의 유동에 대해 $Ra = 10^4, 5 \times 10^4$ 에서의 안쪽 실린더에서의 온도 분포를 나타내었다. 벽면에서의 온도 분포는 특히 열적으로 불안정한 환형의 아래 부분에서 크게 다르게 나타난다. 환형의 위부분인 $\phi < 90^\circ$ 에서의 온도 분포는 거의 같다. 한 셀 유동에 있어서는 언제나 환형의 꼭대기($\phi = 0$)에서 최대 온도를 갖

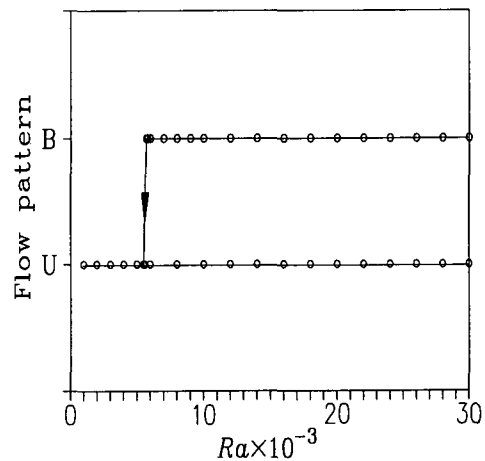


Fig. 4 Bifurcation diagram showing the solution branches. The letters 'U' and 'B' denote the 'unicellular' and 'bicellular' flows, respectively.

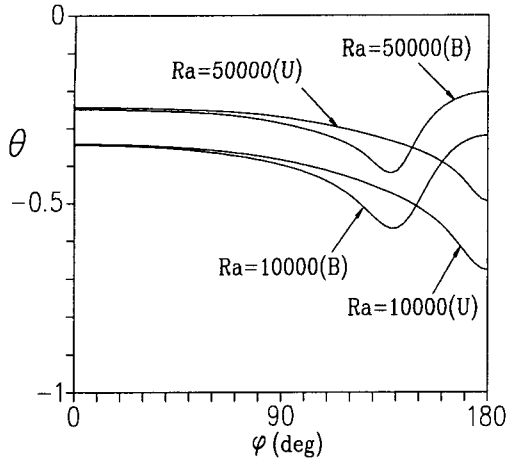


Fig. 5 Local temperature distribution on the inner cylinder with $Ra = 10^4$ and 5×10^4 along the tangential direction. The letters 'U' and 'B' represent the 'unicellular' and 'bicellular' flows, respectively.

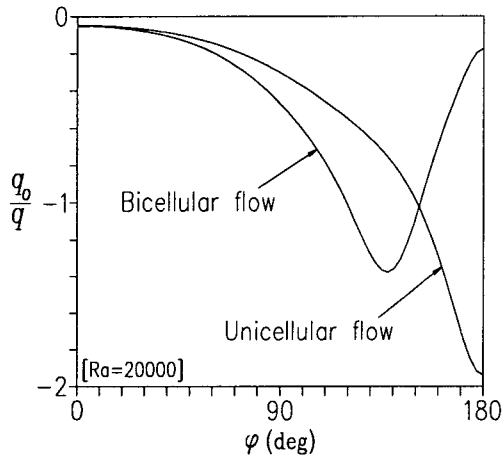


Fig. 6 Local heat flux distribution of the dual solutions on the outer cylinder (q_0) for $Ra = 2 \times 10^4$.

고 아래 부분인 $\phi = 180^\circ$ 에서 최소 온도를 가진다. 그러나 두 셀 유동에 있어서는 셀들의 경계면 부근에서 최소 온도를 가짐으로 인해 최소 온도 점의 위치가 환형의 위 부분으로 이동된다.

$Ra = 10^4, 5 \times 10^4$ 인 경우 최소 온도 점의 위치는 $\phi_{\min} \approx 140^\circ$ 이다. 또한 최대 온도점의 위치가 한 셀 유동과는 달리, 환형의 꼭대기 ($\phi = 0$)가 아니라 가장 아래 부분인 $\phi = 180^\circ$ 라는 것도 특이한 현상이다. 이것은 Fig. 3에서 보인 바와 같이 두 셀 유동에 있어서는 $\phi = 180^\circ$ 선 상의 유체가 상승하며 이 주 변의 유동이 $\phi = 0$ 근방보다 더 강하게 일어나기 때문이다. 즉, 따뜻한 바깥쪽 실린더에서 차가운 안쪽 실린더 쪽으로 흘러 가는 유동이 환형의 위 부분보다 바닥 부근에서 더 강하게 일어나기 때문이다.

다음에는 $Ra = 2 \times 10^4$ 에서의 두 가지 해에 대한 바깥쪽 실린더에서의 열유속 분포를 Fig.6에 도시하였다. 국부 열유속(local heat flux) q_0 는 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{q_0}{q} = -\frac{\partial \theta}{\partial r} \text{ at } r = r_o \quad (14)$$

열유속의 분포도 유동장과 마찬가지로 열적으로 불안정한 환형의 아래 부분에서 크게 다르게 나타난다. 한 셀 유동에 있어서는 언제나 환형의 아래 부분인 $\phi = 180^\circ$ 에서 최대 크기($|q_0/q|$)를 갖는다. 그러나 두 셀 유동에 있어서는 두 셀의 경계면 부근에서 최대 크기를 가진다. Fig. 6에서 $Ra = 2 \times 10^4$ 인 경우 두 셀 유동의 최대 크기의 열유속 점의 위치는 $\phi_{\max} \approx 140^\circ$ 이다. 셀 대류(cellular convection)는 두 셀의 경계면 부근에서 열 깃털(thermal plume)을 형성하므로 Fig. 5와 Fig.6에서 보인 바와 같이 대류의 형태에 따라 벽면에서의 최소 온도 점 혹은 최대 크기의 열유속 점의 위치가 이동하게 된다. 따라서 두 벽면에서의 온도 분포 및 열유속의 분포를 측정하여 그 때의 셀 대류의 형상을 개략적으로 알 수 있다.

최종적으로 두 해에 대한 평균 Nusselt 수를 구하여 Fig. 7에 도시하였다. 안쪽 실린더에서의 평균 온도를 $T_{m,i}$ 로 하면 열전달 계수 \bar{h} 는

다음과 같이 주어지고⁽¹²⁾

$$\bar{h} (T_o - T_{m,i}) = q \quad (15)$$

이 식으로부터 평균 Nusselt 수는 다음과 같이 정의된다.

$$\overline{Nu} = - \frac{1}{\theta_{mean,i}} \quad (16)$$

Rayleigh 수의 함수로써의 평균 Nusselt 수를 나타내고 있는 Fig. 7은 두 해의 열전달 특성을 잘 보여주고 있다. 평균 Nusselt 수는 Ra의 증가와 함께 증가한다. 그런데 Fig. 7에서 주목할 것은 두 셀 유동의 Nusselt 수가 언제나 한 셀 유동의 것보다 크다는 것이다. 이와 같은 특성은 일정 온도 벽면에서 Cheddadi(4) 등과 Yoo(5)에 의해 보인 바가 있다. 한편 Yoo(16,17)는 아주 좁은 환형($D_i/L=12$)에서 일어나는 복수 셀 대류(multicellular convection)에서도 더 많은 수의 셀이 형성되었을 때의 Nusselt 수가 그보다 작은 수의 셀을 가지는 유동보다 항상 더 크다는 것을 보인 바가 있다. 셀 대류(cellular convection)는 셀들의 경계면에서 열 깃털을 형성한다. 셀의 수가 많아짐에 따라 열 깃털의 개수도 많아지고 이에 따라 벽면에서의 Nusselt 수도 증대되는 현상을 보인다. $Ra \geq 10^4$ 에서 한 셀 유동의 Nusselt 수, $\overline{Nu}(U)$,와 두 셀 유동의 Nusselt 수, $\overline{Nu}(B)$, 의 상대적인 차이 $E = [(\overline{Nu}(B) - \overline{Nu}(U)) / \overline{Nu}(U)]$ 는 약 5%이다.

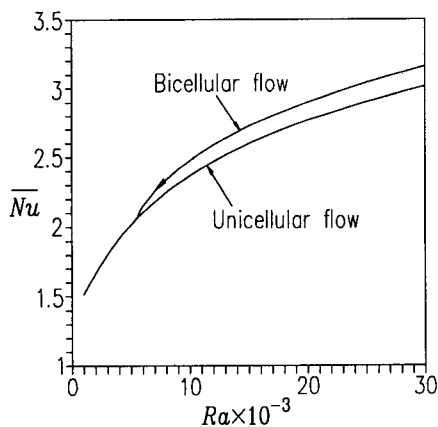


Fig. 7 Mean Nusselt number (\overline{Nu}) of the dual solutions as a function of Ra.

4. 결론

안쪽 실린더가 일정한 열유속으로써 냉각되고 있는 수평 환형 공간에서의 공기의 자연 대류에서 일어나는 유동의 분기 현상과 해의 이중성 및 유동 형태에 따른 열전달 특성을 조사하였다. 유한 차분법을 이용하여 비정상 유선함수 및 와도 방정식을 풀었다. 초기 조건을 0으로 하면 언제나 초승달 모양의 한 셀 유동이 구해진다. 그러나 큰 Rayleigh 수에서는 초기조건을 달리함으로써 서로 반대 방향으로 회전하는 두 개의 셀을 형성하는 유동을 구할 수 있다. 두 셀 유동은 어떤 임계 Rayleigh 수 이상에서 존재하며 Rayleigh 수의 감소와 함께 임계값에서 한 셀 유동으로의 천이가 일어난다. 한 셀 유동으로부터 두 셀 유동으로의 천이는 일어나지 않는다. 이중해(dual solutions)가 존재할 때에는 언제나 두 셀 유동의 Nusselt 수가 한 셀 유동의 것보다 크다.

참고문헌

1. Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R. L. and Sammakia, B., 1988, Buoyancy-induced Flows and Transport, Hemisphere Publishing Corporation, pp. 764-771.
2. Powe, R. E., Carley, C. T. and Bishop, E. H., 1969, Free convective flow patterns in cylindrical annuli, J. Heat Transfer, Vol. 91, pp. 310-314.
3. Rao, Y. F., Miki, Y., Fukuda, K., Takata, Y. and Hasegawa, S., 1985, Flow patterns of natural convection in horizontal cylindrical annuli, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, pp. 705-714.
4. Cheddadi, A., Caltagirone, J. P., Mojtabi, A. and Vafai, K., 1992, Free two-dimensional convective bifurcation in a horizontal annulus, Journal of Heat Transfer, Vol. 114, pp. 99-106.
5. Yoo, J.-S., 1996, Dual steady solutions in natural convection between horizontal concentric cylinders, Int. J. of Heat and Fluid flow, Vol. 17, pp. 587-593

6. Mack, L. R. and Bishop, E. H., 1968, Natural convection between horizontal concentric cylinders for low Rayleigh numbers, *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol. 21, pp. 223-241.
7. Custer, J. R. and Shaughnessy, E. J., 1977, Thermoconvective motion of low Prandtl number fluids within a horizontal cylindrical annulus, *J. Heat Transfer*, Vol. 99, pp. 596-602.
8. Charrier-Mojtabi, M. C., Mojtabi, A. and Caltagirone, J. P., 1979, Numerical solution of a flow due to natural convection in horizontal cylindrical annulus, *J. Heat Transfer*, Vol. 101, pp. 171-173.
9. Fant, D. B., Prusa, J. and Rothmayer, A. P., 1990, Unsteady multicellular natural convection in a narrow horizontal cylindrical annulus, *J. Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 379-387.
10. Yoo, J.-S., Choi, J. Y. and Kim, M.-U., 1994, Multicellular natural convection of a low Prandtl number fluid between horizontal concentric cylinders, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 25, pp. 103-115.
11. Prud'homme, M., Robillard, L. and Vasseur, P., 1987, A Study of laminar natural convection in a nonuniformly heated annular fluid layer, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 30, pp. 1209-1222.
12. Kumar, P., 1988, Study of natural convection in horizontal annuli, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 1137-1148.
13. Ho, C. J. and Lin, Y. H., 1988, Laminar natural convection of cold water enclosed in a horizontal annulus with mixed boundary conditions, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 2113-2121.
14. Kolesnikov, P. M. and Bubnovich, V. I., 1988, Non-stationary conjugate free-convective heat transfer in horizontal cylindrical coaxial channels, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 1149-1156.
15. Yoo, J.-S., 1998, Mixed convection of air between two horizontal Concentric cylinders with a cooled rotating outer cylinder, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 293-302.
16. Yoo, J.-S., 1998, Natural convection in a narrow horizontal cylindrical annulus, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 3055-3073.
17. Yoo, J.-S., 1999, Transition and multiplicity of flows in natural convection in a narrow horizontal cylindrical annulus : $Pr=0.4$, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 709-722.
18. Yoo, J.-S., 1999, Prandtl number effect on bifurcation and dual solutions in natural convection in a horizontal annulus, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 3279-3290.
19. Glakpe, E. K. and Watkins, Jr. C. B., 1986, Constant heat flux solutions for natural convection between concentric and eccentric horizontal cylinders, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 10, pp. 279-295.
20. Busse, F. H., Transition to turbulence in Rayleigh-Bénard convection. In *Topics in Applied Physics*, Edited by H. L. Swinney and J. P. Gollub. Springer-Verlag, 1981, Vol. 45, pp. 97-137.
21. Roache, P. J., 1972, *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa, pp. 53-64.
22. Buzbee, B. L., Golub, G. H. and Nielson, C. W., 1970, On direct methods for solving Poisson's equations, *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 7, pp. 627-656.