

장방형 트랜스듀서의 자기방사 임피던스 계산

Calculation of Self-radiation Impedance for a Rectangular Transducer

이 기 옥*, 김 무 준**, 하 강 열**, 김 천 덕***

(Gi-Wook Lee*, Moo-Joon Kim**, Kang-Lyeol Ha**, Chun-Duck Kim***)

*부경대학교 대학원 음향진동공학과, **부경대학교 물리학과, ***부경대학교 전기공학과

(접수일자: 2000년 8월 17일; 채택일자: 2000년 9월 7일)

본 논문에서는 기 확립한 정방형 진동면의 수열을 사용한 자기 및 상호방사 임피던스 계산법을 확대 적용하여 임의정수의 종횡비를 갖는 장방형 트랜스듀서의 자기방사 임피던스 계산법을 제시하였다. 이 방법은 짧은 시간내에 비교적 정확한 계산 결과를 얻을 수 있는데, 분할한 음원요소의 수에 따른 계산정도 및 계산시간을 고찰한 후, 종횡비가 다른 몇몇 장방형 트랜스듀서의 자기방사 임피던스를 산출하여 기존의 문헌치와 비교하였다.

핵심용어: 장방형 트랜스듀서, 자기방사 임피던스, 상호방사 임피던스, 수열, 음원요소 수

투고분야: 초음파 및 탄성과 분야 (4.2), 수중음향 분야 (5.2)

In this paper, by extending the previously developed self- and mutual-radiation impedance calculation method for a regular-square vibrating surface by using numerical series, we proposed a method to obtain the self-radiation impedance of a rectangular transducer with an arbitrary integer ratio of the length to width. The proposed method exhibits high accuracy and a short computation time. After investigating the accuracy and computation time as the number of elements changes, we have calculated the self-radiation impedance of several rectangular transducers, and compared the results with those in the literature.

Key words: Regular-square transducer, Self-radiation impedance, Mutual-radiation impedance, Numerical series, Element numbers

Subject classification: Ultrasonic and elastic waves (4.2), Underwater acoustics (5.2)

I. 서 론

수중에서의 정보획득 수단으로 사용되는 초음파의 발생 및 수신에는 일반적으로 전기적인 에너지를 음향 에너지로 변환시키는 초음파 트랜스듀서가 사용된다. 초음파 트랜스듀서의 효율적인 사용을 위해서는 그 음파 방사패턴이나 전기-음향변환 효율 등 방사특성의 해석이 필요 불가결한데, 방사 임피던스는 그러한 방사패턴 및 효율을 결정하는 중요한 요소 중의 하나로서, 사용되어지는 트랜스듀서의 형태와 주파수에 따라 그 값이 달라지게 된다[1, 2]. 방사 임피던스에 대한 연구는 방사면이 원형 또는 정방형인 경우에 대해서는 다수의 보고가 있으나[3, 4, 5], 방사면이 장방형인 경우 그 수학적 표현이 복잡하여 해석적인 해를 구하는 것이 어려워 거의 보고되지 않고 있다. Stepanishen[6, 7]은 푸리에변환을 이용하여 장방형 트랜스듀서에 대해 방사임피던스를 계산한 결과를 보고하고 있으나, 그 값에는 많은 오차가 포함되어 있음이 알

려져 있다. 근년, Lee 등[8]은 적분식에 의해 주로 정방형 방사면의 방사 임피던스를 정도 높게 해석하고 있지만, 그 방법은 종횡비가 큰 장방형 트랜스듀서에는 적용하기 어렵고, 다중적분을 포함하는 적분식의 수치해석에 많은 계산시간이 요구된다. 한편, 저자들이 최근 발표한 정방형 진동면에 대한 방사 임피던스의 수열에 의한 계산법[9]은 방사면을 미소 정방체 음원요소의 집합으로 보고, 그 음원요소 간의 상대적 위치가 같은 경우의 수를 나타내는 계산식을 유도하여, 그 식에 의해 중복계산을 피함으로써 전체 계산량을 줄이는 방법이다. 이 방법은 계산량이 기존의 방법에 비해 현저히 줄어들기 때문에 짧은 시간 내에 비교적 정확한 방사 임피던스의 계산결과를 얻을 수 있게 된다.

본 논문에서는 그 수열에 의한 정방형 진동면의 자기방사 임피던스 및 상호방사 임피던스 계산법을 결합하여 임의정수의 종횡비를 갖는 장방형 트랜스듀서의 자기방사 임피던스를 계산하는 방법을 제시하고, 분할한 음원요소의 수에 따른 계산정도를 고찰한 후, 종횡비가 다른 몇몇 장방형 트랜스듀서의 자기방사 임피던스를 구하여, 기존의 문헌치와 비교하였다.

II. 장방형 트랜스듀서의 수열을 이용한 방사 임피던스 계산식

기 보고한 장방형 트랜스듀서의 수열에 의한 자기방사 임피던스 및 상호방사 임피던스의 계산법[9]을 응용하면 장방형 트랜스듀서의 자기방사 임피던스를 계산 할 수 있다. 즉, 한 변의 길이가 a인 장방형 진동면을 n×n개의 음원요소의 집합으로 가정하면 규격화된 방사 임피던스는 다음과 같다.

$$\frac{Z_s}{\rho c S} = \frac{jk}{2\pi} \left(\frac{a}{n}\right)^4 s \tag{1}$$

단, s=s₁+s₂+s₃ 이다. 여기서, k는 파수, ρ는 매질 밀도, c는 음속, S는 방사면의 넓이이며 s₁, s₂, s₃는 요소간의 상대적 위치가 같은 경우의 수와 그때의 전달함수의 곱으로써 점음원의 상대좌표를 (x, y)라 하면 다음과 같이 주어진다.

$$s_1 = \sum_{x=1}^{n-1} (2x)^2 \frac{\exp\left[-jk\sqrt{2\left(\frac{n-x}{n}\right)^2}\right]}{\sqrt{2\left(\frac{n-x}{n}\right)^2}} \tag{2}$$

$$s_2 = \sum_{x=1}^{n-1} 4xn \frac{\exp\left[-jk\left(\frac{n-x}{n}\right)\right]}{\left(\frac{n-x}{n}\right)} \tag{3}$$

$$s_3 = \sum_{x=1}^{n-1} \sum_{y=1}^{n-1} 8xy \frac{\exp\left[-jk\sqrt{\left(\frac{n-x}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-y}{n}\right)^2}\right]}{\sqrt{\left(\frac{n-x}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-y}{n}\right)^2}} \tag{4}$$

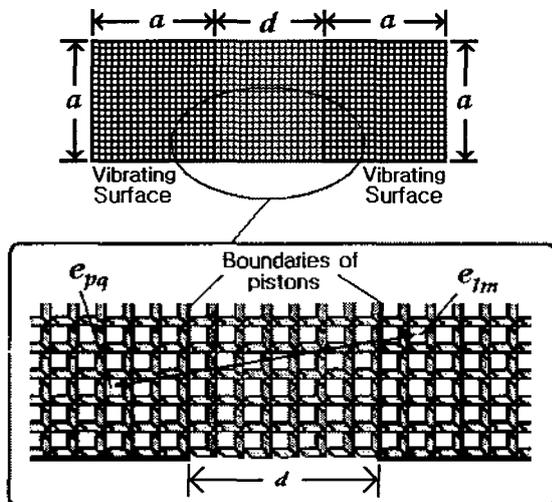


그림 1. 인접한 진동면 간의 상호영향
Fig. 1. Mutual effects between elements in neighboring surfaces.

한편, 그림 1에 나타낸 것과 같이 n×n개의 음원요소로 이루어진 두 개의 장방형 진동면이 거리 d만큼 떨어져 있을 때, 하나의 진동면상의 음원요소 e_{lm}가 다른 음원요소 e_{pq}에 미치는 영향을 고려하여 상호방사 임피던스를 구할 수 있다. 이 때 계산의 편의를 위하여 장방형 피스톤 진동면 사이의 거리 d를 요소 한 변의 길이의 정수 배로 두면 규격화된 상호방사 임피던스는

$$\frac{Z_{md}}{\rho c S} = \frac{1}{2} \frac{jk}{2\pi} \left(\frac{a}{n}\right)^4 m(d) \tag{5}$$

로 주어진다. 단, m(d)=m_{1d}+m_{2d}+m_{3d}+m_{4d}+m_{5d}이다. 여기서, m_{1d}, m_{2d}, m_{3d}, m_{4d}, m_{5d}는 요소간의 상대적 위치에 따른 경우의 수와 그때의 전달함수의 곱으로 다음과 같이 나타낸다.

$$m_{1d} = \sum_{x=1+d}^{n-1} \frac{4(n-x)(x-d) \exp\left(-jk \frac{x\sqrt{2}}{n}\right)}{\frac{x\sqrt{2}}{n}} \tag{6}$$

$$m_{2d} = \sum_{x=1+d}^{2n-1+d} \frac{(2n^2 - 2n|x-n-d|) \exp\left(-jk \frac{x}{n}\right)}{\frac{x}{n}} \tag{7}$$

$$m_{3d} = \sum_{x=1}^d \sum_{y=d+1}^{n-1} \frac{\{36-4(x-1)\}(y-d) \exp\left(-jk \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{n}\right)}{\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{n}} \tag{8}$$

$$m_{4d} = \sum_{x=1+d}^{n-2} \sum_{y=d+1}^{n-1} \frac{\{4(n-d)(x-d) + 8\left(\frac{n-2}{2} - (x-d)\right)(y-d)\} \exp\left(-jk \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{n}\right)}{\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{n}} \tag{9}$$

$$m_{5d} = \sum_{x=1}^{n-1} \sum_{y=d}^{2n+d-1} \frac{4(n-x)(n-|n+d-y|) \exp\left(-jk \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{n}\right)}{\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{n}} \tag{10}$$

그림 2에 나타낸 바와 같이 한 변의 길이가 a인 장방형 진동면을 l개 선형 배열하면 총횡비 b/a=l인 장방형 트랜스듀서가 된다. 이 경우 장방형의 자기방사 임피던스 및 상호방사 임피던스 계산법을 이용하여 음원요소 간의 상대적 위치가 같은 경우의 수와 그때의 전달함수의 곱을 구할 수 있다. 즉 상대적 위치가 같은 경우의 수와 그때의 전달함수의 곱은 장방형에 대한 식 (1)의 s가 l배, 거리에 따른 상호방사 임피던스를 계산하는데 사용한 식 (5) m(0)가 l-1배, m(a)가 l-2배, ... , m(a(l-2))가 2배,

$m(a(l-1))$ 가 1배의 합으로 주어진다. 상대적 위치가 같은 경우의 수와 그때의 전달함수의 곱을 s_l 이라 하면

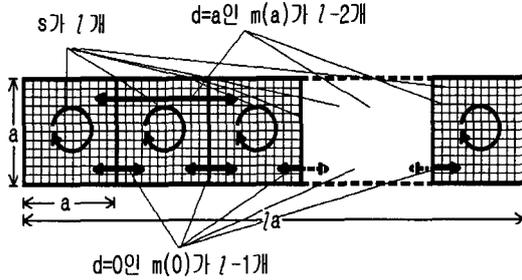


그림 2. 종횡비가 1: l인 장방형 트랜스듀서
Fig. 2. Regular-square transducer with l ratio of length to width.

$$s_l = ls + \sum_{k=1}^{l-1} (l-k) m(k-1)a \quad (11)$$

이 된다. 따라서, 방사면의 면적이 S_l 이고 종횡비 $b/a = l$ 인 장방형 트랜스듀서의 규격화된 자기 방사 임피던스는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{Z_{ll}}{\rho c S_l} = \frac{jk}{2\pi} \left(\frac{a}{n}\right)^4 s_l \quad (12)$$

식 (12)에서 Z_{ll} 에서의 첨자 ll은 장방형, 종횡비가 1: l임을 나타낸다.

예를 들어 그림 3에 나타낸바와 같이 종횡비가 1:3인 장방형의 경우는 한 변의 길이가 a인 정방형의 진동면이 3개 선형적으로 배열된 경우로 생각할 수 있다. 이러한 경우, 그림에서와 같이 요소를 $n \times 3n$ 의 음원요소로 분할하면 그때의 상대적 위치가 같은 경우의 수와 전달함수의 곱은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

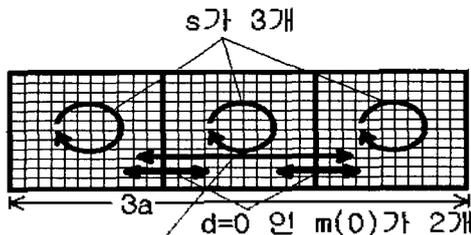


그림 3. 종횡비가 1:3인 장방형 트랜스듀서
Fig. 3. Regular-square transducer with 3 ratio of length to width.

$$s_3 = 3s + 2m(0) + m(a) \quad (13)$$

따라서 1:3의 장방형의 규격화된 자기방사 임피던스는 다음과 같다.

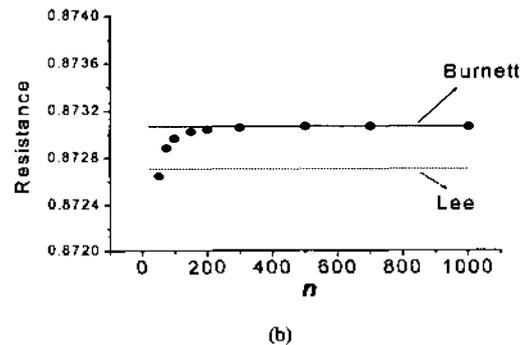
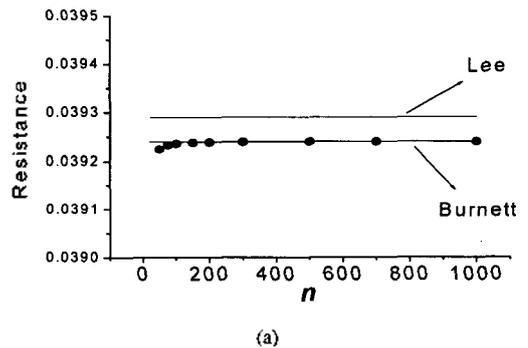
$$\frac{Z_B}{\rho c S_3} = \frac{jk}{2\pi} (3s + 2m(0) + m(a)) \quad (14)$$

여기서 $S_3 = 3a^2$ 이다. 이와 같은 원리로 종횡비가 임의의 정수인 장방형 트랜스듀서의 자기방사 임피던스를 계산할 수 있다.

III. 분할수에 따른 정도 검토

제시한 수열에 의한 방법은 분할 수 n 을 충분히 크게 하면 음원요소는 무한소의 점음원에 가까워지기 때문에 정확한 계산 값을 얻을 수 있게된다. 그러나 n 이 증가하면 많은 메모리와 계산시간이 요구되므로, 허용오차를 고려하여 가능한 한 분할수를 적게 할 필요가 있다. 여기서는 종횡비가 1:1인 정방형의 트랜스듀서에 대하여 식 (12)에서 분할수 n 을 변화시키면서 계산한 결과를 비교적 정확한 값으로 추정되는 Lee 등[8]과 Burnett[10]에 의해 구해진 값과 비교 분석하였다.

그림 4에서 보는 바와 같이 ka 가 0.5, 3, 5인 경우에 대해 n 이 증가함에 따라 계산되어진 값들이 Burnett의 값에 수렴함을 알 수 있다. 분할 수 n 이 약 200이상에서는 Burnett의 계산결과와 거의 일치하는데, $n=200$ 일 때 Burnett의 계산결과에 대해 0.01%의 오차 이내에서 일치함으로 충분한 정도를 갖는 것으로 사료된다. 또한, 그림 5에서 정방형 진동체의 자기방사 임피던스의 실수부 및 허수부를 ka 가 0에서 9까지 0.1간격으로 계산하는 경우 계산시간은 퍼스널 컴퓨터(Pentium II Processor MMX 233, 64MB RAM)에서 Matlab 프로그램을 사용하였을 때 약 6초로서 매우 짧은 시간 내에 계산결과가 얻어진다.



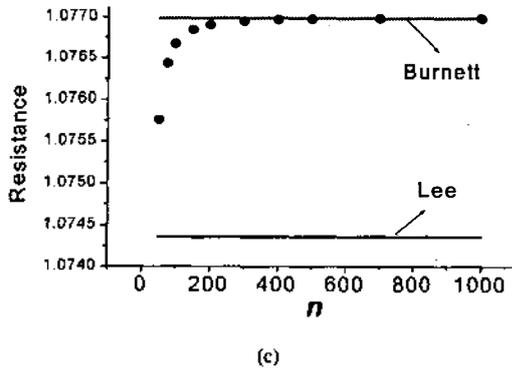


그림 4. 분할수 n 에 따른 방사임피던스 실수부
 Fig. 4. Resistance of self-radiation impedance versus number of elements,
 (a) $ka=0.5$, (b) $ka=3.0$, (c) $ka=5.0$.

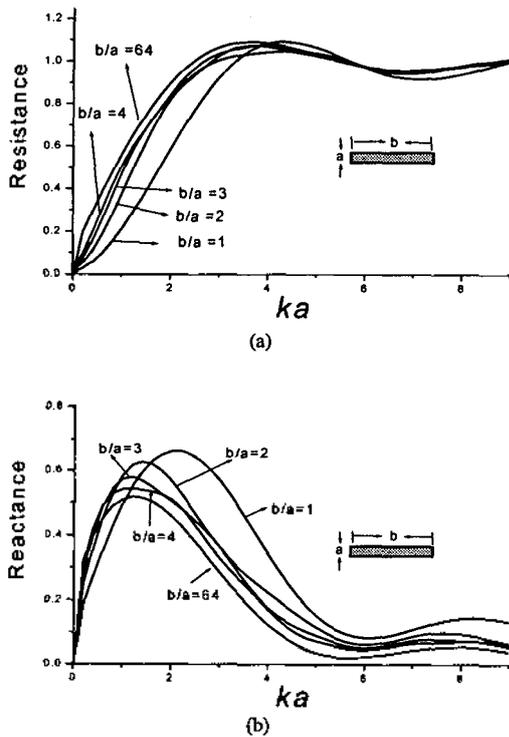


그림 5. 다양한 종횡비를 갖는 장방형 트랜스듀서의 자기방사 임피던스
 Fig. 5. Self-radiation impedance of Rectangular transducer versus ka for various length-to-width ratios,
 (a) Resistance, (b) Reactance.

IV. 장방형 트랜스듀서의 자기방사 임피던스 계산 결과 및 고찰

식 (12)을 이용하여 종횡비 (b/a)가 1, 2, 3, 4, 64인 장방형의 방사면을 가진 트랜스듀서에 대하여 분할수 $n=200$ 일 때의 자기 방사임피던스의 실수부 및 허수부를

구하면 그림 5(a), (b)와 같다. 그림에서 보는 바와 같이 방사 임피던스의 실수부의 경우 ka 영역이 약 3.5이하에서는 종횡 비가 커짐에 따라 더 큰 값을 가짐을 알 수 있다. 또한 종횡비가 1:1과 1:2의 경우 ka 가 3.5이하에서 방사 임피던스는 다소 크게 변화지만 종횡비가 커짐에 따라서 그 변화폭이 줄어들음을 알 수 있다. 허수부의 경우는 종횡비가 커짐에 따라서 최대값이 작아짐을 알 수 있고, 최대값을 가지는 ka 가 작은 쪽으로 편이됨을 알 수 있다. 이러한 장방형 트랜스듀서의 결과는 그림 6의 Stepanishen[6]에 의해 계산된 결과와 그 경향이 잘 일치하는 것이다.

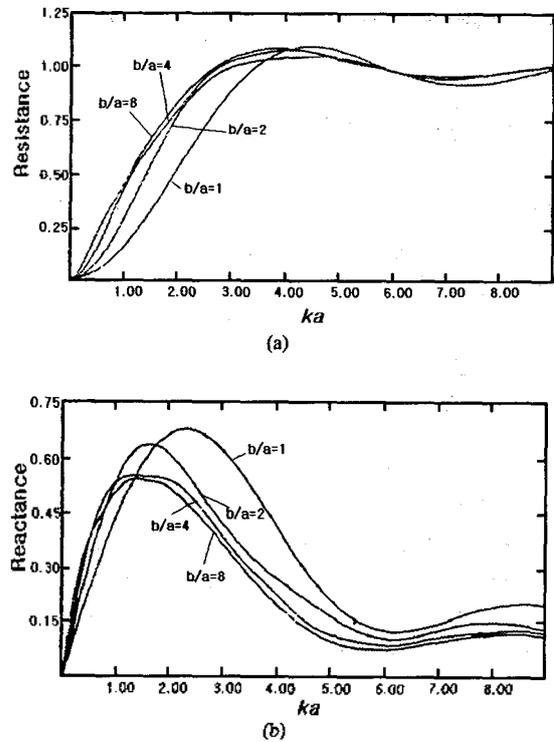


그림 6. Stepanishen의 계산결과
 (a) 실수부 (b) 허수부
 Fig. 6. The result of computation by Stepanishen,
 (a) Resistance, (b) Reactance.

V. 결 론

본 연구에서는 수열에 의한 장방형 진동면의 방사 임피던스 계산법을 이용하여 장방형 트랜스듀서에 대한 자기 방사 임피던스를 계산하였다. 또한 분할수에 따른 계산 결과의 정도를 문헌치와 비교 고찰하였는데 분할수 $n=200$ 에서 짧은 계산시간에 충분한 정도를 갖는 계산이 가능함을 확인할 수 있었다.

종횡비에 따른 장방형 트랜스듀서의 계산결과도 Stepanishen에 의해 계산 되어진 결과와 같은 경향을 보이고 있어, 본 연구에서 제안된 계산법의 타당성을 확인

하였다. 이러한 수열에 의한 계산법을 응용하면 임의 형태의 방형 트랜스듀서에 대한 방사 임피던스를 짧은 시간 내에 정도 높게 계산 할 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 수중음향 특화센터(UARC 00-31) 지원을 받아 수행한 것입니다.

참고 문헌

1. D. G. Tucker and B. K. Gazey, *Applied Underwater Acoustics*, Pergamon Press., 1966.
2. H. A. Schneck, "Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems," *J. Acoust. Soc. Am.*, 44(1), pp. 41-58, 1968.
3. L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, and J. V. Saders, *Fundamentals of Acoustics*, John Wiley & Sons, New York, 1982.
4. K. Yoshimitsu, *Ultrasonic Transducer*, Tokyo Univ., 1969.
5. H. Levin, "On the Radiation Impedance of a Rectangular Piston," *Journal of Sound and Vibration*, 89(4), pp. 447-455, 1983.
6. P. R. Stepanishen, "The Radiation Impedance of a Rectangular Piston," *Journal of Sound and Vibration*, 55(2), pp. 275-288, 1977.
7. P. R. Stepanishen, "Transient Radiation from Pistons in an Infinite Planar Baffle," *J. Acoust. Soc. Am.*, 49(5), pp. 1629-1638, 1971.
8. 이종길, 서인창, "적분식을 이용한 무한배플 사각형 진동체의 자기방사 임피던스 연구," *한국음향학회지*, 14권 5호, pp. 58-62, 1995.
9. M. J. Kim, C. D. Kim, K. L. Ha, "A New Calculation Method for the Radiation Impedance of Transducer with Regular Square Vibrating Surface," *The Journal of the Acoustical Society of Korea*, 18(1), pp. 20-26, 1999.
10. D. S. Burnett, and W. W. Soroka, "Tables of Rectangular Piston Radiation Impedance Functions, with Application to Sound Transmission Loss through Deep Apertures," *J. Acoust. Soc. Am.*, 51(5), pp. 1618-1623, 1972.

▲ 이 기 욱(Gi-Wook Lee)



1999년 2월 : 부경대학교 물리학과 (석사)

1999년 3월 ~ 현재 : 부경대학교 대학원 음향진동공학 석사 과정 재학

※ 주관심분야: 수중변환기, 초음파

▲ 김 무 준(Moo-Joon Kim)

한국 음향학회지 17권 2호 참조

▲ 하 감 열(Kang-Lyeol Ha)

한국 음향학회지 17권 2호 참조

▲ 김 천 덕(Chun-Duck Kim)

한국 음향학회지 15권 3호 참조