

대표적 위성영상 카메라 모델링 알고리즘들의 비교연구

김태정 · 김승범 · 신동석
한국과학기술원 인공위성연구센터

Camera Modelling of Linear Pushbroom Images - Quality analysis of various algorithms

Tae-Jung Kim, Seung-Bum Kim, and Dong-Seok Shin

Satellite Technology Research Center Korea Advanced Institute of Science and Technology

Abstract : Commonly-used methods for camera modelling of pushbroom images were implemented and their performances were assessed. The models include Vector Propagation(VP) model, Gagan and Dowman(GD)'s model, Orun and Natarajan(ON)'s model, and Direct Linear Transformation(DLT) model. The models were tested on a SPOT full-scene over Seoul. The number of ground control points(GCP) used range from 1 to 23. For less than 6 GCPs all other models fail except VP, with VP's accuracy being 2.7 pixels. With more than 6 GCPs ON shows the best accuracy with 1pixel accuracy while the accuracy of VP is 1.5 pixels. GD fails in most cases due to the correlation among model parameters. The accuracy of DLT does not converge but fluctuates between 1 and 4 pixels subject to GCPs used. VP has an advantage in that its results can be used for the estimation of satellite orbit. Unresolved topics are: to remove errors in GCPs from the aforementioned accuracy value; to improve the performance of VP.

Key Words : camera model, satellite image, pushbroom camera, SPOT

요 약 : Pushbroom 위성 영상의 카메라 모델링을 위한 대표적 방법들을 구현하고 성능을 분석하였다. 구현된 모델들은 벡터 진행 모델, Gagan and Dowman(GD)의 모델, 상용 소프트웨어의 근간을 이루는 Orun and Natarajan(ON)의 모델, Direct Linear Transformation(DLT) 모델이다. 서울/경기지역의 SPOT 영상에 대해 지상기준점의 수를 1개에서 23개까지 변화하면서 카메라 모델을 수립하였다. 지상기준점이 6개 미만인 경우에는 벡터 진행 모델이 최고 2.7픽셀의 정확도를 보인 반면 이외의 모델들은 사용할 수 없다. 6개 이상인 경우에는 ON 모델이 최고 1픽셀의 정확도로 가장 우수한 성능을 보인다. 이때 벡터 진행 모델은 최고 1.5픽셀의 정확도를 갖는다. GD 모델은 모델 변수간의 상관관계로 인하여 대부분의 경우 모델 수립에 실패하였다. DLT 모델의 정확도는 특정 지상기준점의 포함여부에 따라 1~4픽셀 사이에서 진동한다. 모델링의 부산물로서 벡터 진행 모델은 위성궤도 추정에 응용할 수 있는 장점이 있다. 향후 연구 과제로는 위에서 열거한 정확도로부터 지상기준점에 내재한 오차 제거, 벡터 진행 모델의 성능 향상 등이 있다.

1. 서론

원격 촬영 영상으로부터 3차원 지형정보를 추출하기 위한 과정 중 가장 필수적인 과정으로 카메라 모델링이 있다. 카메라 모델링이란 촬영 당시의 영상 좌표계 혹은 카메라 좌표계와 지표면과의 기하학적 관계를 복원하는 과정을 의미한다. 카메라 모델링의 정확도에 따라 최종 결과물인 3차원 지형정보의 정확도가 크게 좌우된다.

항공영상의 경우, 카메라 모델링은 주어진 스테레오 영상의 공선방정식(Collinearity Equation)을 세우고 이 방정식의 각 계수(Coefficient)를 구함으로써 수행된다. 3차원 지형정보 추출은 카메라 모델링으로 구해진 계수와 공선방정식을 이용하여 실제로 스테레오 영상에서 얻어낸 상응점 좌표를 3차원 좌표로 변환하는 과정을 통해 수행된다. 이러한 항공 영상의 카메라 모델링 기법은 이미 수치 사진측량학에서 잘 개발되어 있다(Burnside, 1985).

위성영상의 경우 필요한 카메라 모델링 방식은 항공영상의 경우보다 다소 복잡하다. 항공영상과는 달리 Pushbroom 방식의 위성영상은 카메라(혹은 위성)의 위치가 영상을 촬영하는 도중에 변할 뿐만 아니라 카메라의 자세도 위성의 자세제어 방식에 따라 시간에 따라 변하기 때문이다. 이제까지 Pushbroom 방식의 위성영상의 카메라 모델링을 위해서는 수치사진측량학의 공선방정식을 이용하는 방식, 위성의 궤도역학의 정보를 이용하는 방식 등 여러 방식이 제안되었다(McGlone, 1996). 그러나 이제까지 발표된 카메라 모델링 알고리즘은 각기 다른 방식으로 취득한 GCP를 이용하여 각자의 알고리즘의 성능 분석만을 제시하고 있을 뿐 McGlone(1996)이 지적한 바와 같이 각기 다른 카메라 모델링 방식의 성능 비교분석은 이제껏 이루어지지 않았다. 이런 이유로 위성영상을 위한 카메라 모델링 방식은 현재 항공영상의 경우와 달리 널리 통용되는 일반적인 기법이 존재하지 않는다고 볼 수 있다(Kim, 2000). 따라서 다양한 카메라 모델링 방식들 중 특정 목적에 맞는 가장 최적

의 방식을 택하는 것이 매우 중요한 문제이다.

본 논문에서는 먼저 이제까지 발표된 여러 Pushbroom 위성영상의 카메라 모델링 알고리즘을 크게 세가지 방식으로 분류하고, 각각의 방식에 제안된 대표적인 알고리즘을 소개하고자 한다. 그리고 동일한 데이터를 이용하여 대표적인 카메라 모델링 알고리즘들 간의 성능을 비교하고 이들 간의 장단점을 논의하기로 한다.

2. 카메라 모델링 기법 분류

McGlone(1996)은 카메라 모델을 물리적 모델(Physical Model), 추상적 모델(Abstract Model) 및 일반화 모델(Generalized Model)의 세가지 모델로 크게 구분하였다. McGlone이 구분한 구분법은 기본적으로 항공영상의 카메라 모델링을 위한 구분법이고 그의 논문에 소개한 알고리즘도 역시 항공영상에 해당하는 알고리즘이다. 본 논문에서는 이 구분법을 채택하여 위성영상의 카메라 모델링을 위하여 이제까지 발표된 알고리즘들을 구분하고 소개하기로 한다.

1) 물리적 모델

물리적 모델에서는 위성 카메라와 지표면 간의 방향성, 위치 등의 물리적인 혹은 기하학적 관계를 모델링하여 관계식을 세우고 이 관계식의 계수를 추정하는 방식으로 카메라 모델링을 수행하게 된다. 이때 추정되는 계수들은 각자 물리적인 의미를 지니는 계수들이며 "물리적 모델"은 이러한 특성에 기인하는 용어이다. 본 논문에서는 물리적 모델을 다시 벡터 진행 모델(Vector Propagation Model), 위성 공선방정식 모델 및 변형된 위성 공선방정식 모델로 세분하여 고찰하기로 한다.

(1) 벡터 진행 모델

벡터 진행 모델은 위성의 궤도역학에서 기인하는 모델(신동석, 이영란, 1997; Wolff, 1985)이다. 먼저 위성의 카메라 내부에서 주어진 CCD 소자의

위치를 벡터로 나타내고(V_a), 이 벡터를 단계적으로 센서 좌표계 상으로의 변환, 위성 좌표계 상으로 변환, 위성의 궤도 좌표계 상으로 변환, 지심 좌표계 상으로 변환한다(V_b). 이때 벡터 V_b 와 지심좌표계 상에서의 기준타원체(Reference Ellipsoid)와의 교점이 해당 CCD 소자에 맺히는 지표면의 좌표값이 된다.

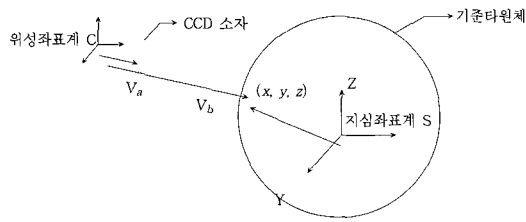


Fig. 1. Geometry between spaceborne camera and earth-centered Cartesian coordinate, used for the Vector Propagation Model

이 방식에 대한 자세한 수학적 설명은 참고 문헌(신동석, 이영란, 1997)을 참조한다. 이 방식은 위성영상의 전처리과정에 흔히 사용되는 방식으로 우리별 3호 영상의 기하학적 보정을 위해서 사용된 바 있다(신동석, 1997).

(2) 위성 공선방정식 모델

위성 공선방정식 모델은 항공영상을 위하여 수치측량학에서 사용하는 공선방정식에 기초하여 개발된 카메라 모델링 방식이다. 다음과 같이 주

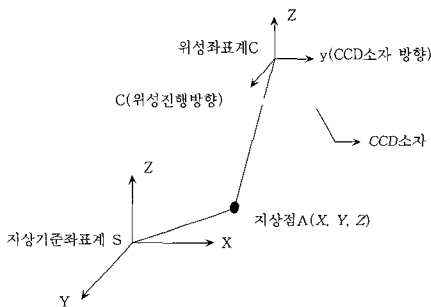


Fig. 2. Geometry between spaceborne camera and earth-centered Cartesian coordinate, used for the Gagan and Dowman model and also for the Orun and Natarajan model.

어진 시각 t 에서 지상기준좌표계와 위성좌표계가 위치한다고 생각하자. 지상기준좌표계 S 상의 한 점 (X, Y, Z) 와 위성 카메라 기준좌표 C 를 기준으로 한 위성의 CCD 소자의 한 점 $(0, y, -f)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = 0 = -f \frac{r_{11}(X-X_0) + r_{21}(Y-Y_0) + r_{31}(Z-Z_0)}{r_{13}(X-X_0) + r_{23}(Y-Y_0) + r_{33}(Z-Z_0)} \quad (1)$$

$$y = -f \frac{r_{12}(X-X_0) + r_{22}(Y-Y_0) + r_{32}(Z-Z_0)}{r_{13}(X-X_0) + r_{23}(Y-Y_0) + r_{33}(Z-Z_0)} \quad (2)$$

이때 (X_0, Y_0, Z_0) 는 주어진 시각에서 위성 카메라 기준좌표 C 의 원점의 지상기준좌표계 S 상에서의 좌표값이다. $r_{11} \sim r_{33}$ 은 위성 카메라 기준좌표계 C 를 지상기준좌표계와 일치하도록 하는 회전변환 행렬 R 의 각 인자이다. 만약 위성 카메라 기준좌표계 C 를 Z, Y, X 축의 순서로 각각 κ, ϕ, ω 만큼 회전변환을 했다면 R 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R = \begin{pmatrix} \cos\phi \cos\kappa & -\cos\phi \sin\kappa & \sin\phi \\ \sin\omega \sin\phi \cos\kappa + \cos\omega \sin\kappa & -\sin\omega \sin\phi \sin\kappa + \cos\omega \cos\kappa & -\sin\omega \cos\phi \\ -\cos\omega \sin\phi \cos\kappa + \sin\omega \sin\kappa & \cos\omega \sin\phi \sin\kappa + \sin\omega \cos\kappa & \cos\omega \cos\phi \end{pmatrix}$$

위의 식 (1), (2)는 항공영상의 공선방정식과 매우 유사해보인다. Pushbroom 방식의 카메라의 특성상 식 (1)의 좌변 x 가 0로 치환된 것을 제외하고는 공선방정식에 사용된 각 항과 계수가 항공영상의 경우와 동일하다. 그러나 Pushbroom 방식의 위성영상의 경우 카메라 좌표계 C 가 위성의 진행방향에 따라 이동하면서 영상을 촬영하므로, 위성의 위치 (X_0, Y_0, Z_0) 와 회전이동 행렬값 $r_{11} \sim r_{33}$ 이 상수가 아닌 시간에 대한 함수, 또는 x 에 대한 함수로 표시된다.

Gugan과 Dowman(1988)는 위성의 위치 (X_0, Y_0, Z_0) 와 위성의 자세, κ, ϕ, ω 를 다음과 같은 시간에 대한 2차식으로 모델링하였다. 아래의 식에서 시간 t 는 영상의 좌표값 x 로 대치할 수 있다.

$$X_S = X_0 + a_1 t + b_1 t^2$$

$$\begin{aligned}
 Y_s &= Y_0 + a_2 t + b_2 t^2 \\
 Z_s &= Z_0 + a_3 t + b_3 t^2 \\
 \kappa &= \kappa_0 + a_4 t + b_4 t^2 \\
 \phi &= \phi_0 + a_5 t + b_5 t^2 \\
 \omega &= \omega_0 + a_6 t + b_6 t^2
 \end{aligned}$$

위 방법은 특히 SPOT 영상에서의 카메라 모델링 방법으로 소개된 방법이며 여러 논문에서 이와 유사한 모델을 채택하여 사용하였다(Konecny et al., 1987). 위와 같은 모델에서 구해야 하는 미지수의 갯수는 18개이며 공선방정식을 이용하면 하나의 지상기준점 당 2개의 방정식을 얻을 수 있다. 따라서 이 모델을 이용 카메라 모델을 구하기 위한 최소의 지상기준점의 갯수는 9개이다. 이 모델을 다음절에서 소개하는 모델과 구분하기 위하여 편의상 GD(Gugan and Dowman) 모델이라고 부르기로 한다.

(3) 변형된 위성 공선방정식 모델

위에서 제시한 GD모델은 이론적으로는 아무 문제가 없는 듯이 보이나 실제로는 많은 문제점이 지적되었다. 그중에서 가장 큰 문제점은 GD 모델을 이용하여 최소자승법의 관측행렬을 구할 경우 관측행렬의 열 간에 매우 큰 상호 연관성이 생겨 결국 관측행렬의 Rank가 구하고자 하는 미지수보다 작아지게 된다는 점이다. 이 경우 일반적인 최소자승법으로는 해를 구할 수 없게 된다. 이러한 문제점이 생기는 이유는 Orun과 Natarajan이 지적한 바와 같이 위성 영상의 X축방향(위성의 진행방향)과 ϕ 각도의 변화(위성의 pitch 각), Y축방향(위성의 CCD 소자의 배열 방향)과 ω 각도의 변화(위성의 roll 각)간에 상관관계가 존재하기 때문이다(Orun and Natarajan, 1994).

이러한 문제점을 극복하기 위하여 Orun과 Natarajan은 다음과 같은 모델을 제시하였다(Orun and Natarajan, 1994). Pitch와 roll 각, 즉 ϕ , ω 는 시간에 대하여 변하지 않는 상수값으로 놓고 나머지 4개의 변수를 시간에 대한 2차식으로 모델링하였다.

$$\begin{aligned}
 X_s &= X_0 + a_1 t + b_1 t^2 \\
 Y_s &= Y_0 + a_2 t + b_2 t^2 \\
 Z_s &= Z_0 + a_3 t + b_3 t^2
 \end{aligned}$$

$$\kappa = \kappa_0 + a_4 t + b_4 t^2$$

위의 모델을 앞서 소개한 GD 모델과 대비하여 ON(Orun and Natarajan) 모델이라 부르기로 하자. PCI등의 상용 소프트웨어들도 이 방식에서 약간 변형된 형태의 카메라 모델링 방식을 사용하고 있다(Al-Rousan et al., 1997).

ON 방식에는 12개의 미지수가 존재하며 최소자승법으로 해를 구하기 위한 최소한의 지상기준점의 갯수는 6개이다.

2) 추상적 모델

앞장에서 소개한 벡터 진행 모델, GD 모델, ON 모델에서는 구하고자 하는 카메라 모델의 변수가 모두 물리적인 의미를 지니고 있다. 이러한 물리적 모델을 사용하기 위해서는 위성의 궤도에 대한 매우 상세한 정보 및 카메라에 대한 정보를 가지고 있어야 한다. 그러나 어떤 경우에는 이러한 정보들이 확보되어 있지 못할 때도 있다. 또한 물리적 모델은 일반적으로 위성궤도 역학을 고려할 때 매우 복잡한 과정을 거쳐야 얻을 수 있는 모델이므로 보다 단순화된 모델을 세워 쉽게 카메라 모델을 수립하는 것이 더 나을 경우도 있다. 추상적 모델은 이러한 배경에서 제안된 모델이다.

항공영상의 경우 공선방정식을 이용하지 않고 투시 변환(Projective Transformation)을 이용하여 다음과 같은 추상적 모델을 설정할 수 있다(Longuet-Higgins, 1981).

$$\begin{pmatrix} uw \\ vw \\ w \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

이때 (x, y, z) 는 3차원 상의 한 점이고 (u, v) 는 이 3차원 상의 점이 2차원의 평면에 투영된 좌표값, w 는 배율을 나타내는 계수, 행렬 \mathbf{M} 은 4×3 크기의 투시변환을 정의하는 행렬이다. 항공영상의 경우 카메라 모델은 공선조건식을 고려할 필요 없이 단순한 산술적인 연산으로 행렬 \mathbf{M} 의 계수들을 구함으로써 얻을 수 있게 된다.

위성영상의 경우에도 몇가지 가정을 하면 위와

같이 매우 간단한 형태의 추상적 모델을 얻을 수 있다. 먼저 시각 t 에서의 위성카메라와 영상, 지상의 한 점간에 Fig. 3과 같은 기하구조를 가정하여 보자.

어떠한 순간 시각 t_{im} 에서 지상의 한 점 A가 카메라의 촬영 평면상에 위치한다고 하자. 이때 지상 점 A의 위성의 순간좌표계 상에서의 좌표값을 $(0, y_{im}, z_{im})$ 라고 하면 이 좌표값과 지상점 A에 해당하는 영상위의 점 a 의 열 좌표값 v 와의 관계는

$$v = fy_{im} / Z_{im} + P_v, \text{ 혹은}$$

$$\begin{bmatrix} wv \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & P_v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{im} \\ Z_{im} \end{bmatrix}$$

이때 P_v 는 위성카메라의 초점와 CCD 소자 좌표축 원점과의 변이에 해당하는 파라미터이다.

위성영상의 경우는 카메라 좌표계가 시간에 따라 계속 이동하게 된다. Gupta와 Hartley는 카메라가 등속 직선운동을 한다고 가정하고 영상 촬영 동안 위성의 자세 변화는 없는 것으로 가정¹⁾하여 투시변환을 이용한 위성영상을 위한 카메라 모델을 제안하였다(Gupta and Hartley, 1997). 편의상 위성의 카메라는 고정되어 있고 지상의 한 점 A가 방향으로 이동한다고 보고 기준 시각 $t=0$ 에서 지상점 A의 위성좌표계 상에서의 좌표값을 라고 하자. 시각 t 에 대한 지상의 한 점의 위치 $\mathbf{x}(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 - t\mathbf{V} = (x_0, y_0, z_0)^T - t(V_x, V_y, V_z)^T$$

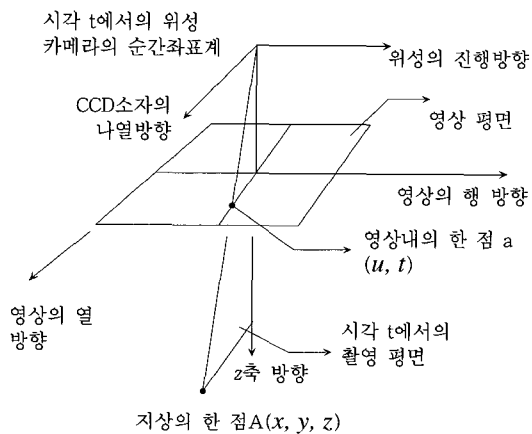


Fig. 3. Geometry at time t between sensor coordinate, image coordinate and point A on the ground

따라서 점 A가 시각 t_{im} 에 위성의 촬영평면에 들어오기 위해서는 다음과 같은 식이 성립한다.

$$t_{im} = \frac{X_0}{V_x}$$

$$y_{im} = y_0 - V_y \frac{X_0}{V_x}$$

$$z_{im} = z_0 - V_z \frac{X_0}{V_x}$$

영상의 행 좌표축 u 는 시간축 t 와 선형적 관계에 있으므로 t 를 u 로 대치하고 나면 앞의 행렬식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} u \\ wv \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & f & P_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{im} \\ y_{im} \\ z_{im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & f & P_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/V & 0 & 0 \\ -V_y/V_x & 1 & 0 \\ -V_z/V_x & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

이때 R 는 위성좌표계를 기준으로 한 점 A의 좌표값이므로 점 A의 지상기준좌표계 상의 좌표값 (x, y, z) 와는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$(x_0, y_0, z_0)^T = R[(x, y, z)^T - (T_x, T_y, T_z)^T] = (R| -RT)(x, y, z, 1)^T \quad (4)$$

이때 R 는 지상기준좌표계를 기준시각에 해당하는 위성좌표계에 맞도록 회전이동하는 회전이동 행렬이며 $T = (T_x, T_y, T_z)^T$ 는 지상기준좌표계 상에서의 기준 시각의 위성좌표계 원점의 좌표값이다.

따라서 위의 식 (3)과 (4)를 합치면, 다음과 같은 4×3 의 간단한 행렬로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} u \\ wv \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & f & P_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/V & 0 & 0 \\ -V_y/V_x & 1 & 0 \\ -V_z/V_x & 0 & 1 \end{bmatrix} (R| -RT) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{M}(x, y, z, 1)^T \quad (5)$$

1) 위성영상의 경우는 이러한 가정이 반드시 성립되는 것은 아니다. 원래 Gupta와 Hartley는 등속직선 운동을 하며 카메라의 자세가 고정된 의료영상을 위하여 이 모델을 개발하였다.

위의 식이 위성영상에 해당하는 추상적 모델식이며 위의 식에 의하여 지상점 (x, y, z) 이 영상의 점 (u, v) 로 변환되는 것을 Direct Linear Transformation (DLT)라고 부른다. 항공영상에 해당하는 추상적 모델식 (2)와 비교해 보면, 위성영상의 경우는 v 방향으로만 배율변수 w 의 영향을 받는 반면 항공영상의 경우는 u, v 방향 모두 w 의 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

이 DLT 알고리즘은 총 12개의 미지수를 가지고 있으며 최소 6개의 GCP를 이용하여 최소자승법으로 해를 구할 수 있다. DLT 방식을 이용한 카메라 모델의 구현은 다음 절에서 설명하기로 한다.

Gupta와 Hartley(1997)는 주어진 GCP를 이용하여 M 행렬의 각 파라미터를 구한 후, 이들 파라미터로부터 실제 물리적인 의미를 가지는 인자(위성의 위치, 속도 등)를 추출하는 방법을 제안하였다. 이 방식은 이론적으로는 가능한 방식이나 실제로는 별 쓸모가 없음이 판명되었다(김태정, 1998). 그 이유는 최소자승법으로 구하게 되는 해는 M 행렬의 파라미터에 대한 최소 에러를 가지는 값을 추정하는 것이나 이 값에서 추출되는 물리적 인자는 반드시 최소의 에러를 가지는 인자가 추출되는 것이 아니다. 실제로 많은 실험을 거친 결과 추출된 물리적 인자는 모두 실제 위성의 위치 및 속도와 매우 동떨어진 값들이 추출되었다. 따라서 본 논문에서는 M 행렬에서 물리적 인자들을 역추출하는 과정은 고려하지 않는다.

3) Generalized Model

이 모델은 흔히 Rubber Sheeting이라고도 불리는 과정으로 영상의 물리적 특성에 입각하여 모델을 세운 것이 아니고 지상기준점들의 수학적 관계를 다항식으로 모델링한 것이다.

$$X = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j$$

$$Y = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n b_{ij} x^i y^j$$

그러나 실제로 이 방식은 항공영상에 주로 사

용되는 방법으로, 센서모델링이라기 보다는 영상 Resampling 방식에 가깝고 위성영상의 경우 다항식만으로는 모델할 수 없는 다양한 비선형 왜곡이 존재하므로 본 논문에서는 이 모델은 고려하지 않기로 한다.

3. 알고리즘 성능 분석

앞 장에서 소개한 여러 알고리즘 중에서 벡터 진행 모델, GD 모델, ON 모델 그리고 DLT 모델의 성능을 분석하기로 한다.

1) 성능분석 실험방법

카메라 모델링 알고리즘의 성능분석을 위하여 수행한 여러 실험들 중에서 본 논문에서는 1997년 8월 24일 오전 11시 18분에 서울/경기 지역을 촬영한 SPOT 영상을 사용한 실험 결과를 소개한다. 이 영상의 촬영각도는 약 6°로 거의 연직에 가까운 영상이다. 이 영상에서 카메라 모델링에 사용할 23개의 기준점을 추출하였다. 영상과 23개의 기준점들의 분포를 Fig. 4에 표시하였다. 기준점들의 분포는 카메라 모델링의 정확도에 매우 중요한 영향을 준다(Orun and Natarajan, 1994). 특히 위성영상의 카메라 모델링을 위해서는 기준점이 가급적 널리 퍼져 있어야 하며 영상의 네 모서리 부분에 최대한 근접한 기준점의 확보가 필수적이다. 또한 기준점들이 다양한 범위의 고도값을 가지도록 평지, 산등성이 등에서 고루 확보가 되어야 한다. 실제 기준점의 지상좌표값은 Differential-GPS 측량을 통하여 확보하였으며 기준점 설계는 상기한 원칙에 실측이 가능한 지역을 고려하여 수행하였다.

카메라 모델링 실험은 23개의 기준점 중 일부를 카메라 모델링의 수립에 사용하고 그 나머지 점들을 카메라 모델링의 정확도를 독립적으로 추정하는 데에 사용하였다. 모델링에 사용된 기준점의 수와 정확도와의 상관관계를 알아보기 위하여 카메라 모델링에 사용된 점의 수를 조절하면서 실

험을 반복 수행하였다. 이때 모델링에 사용한 기준점들이 영상의 한쪽에 편중되지 않고 가급적 널리 분산되도록 주의하였다. Fig. 4에 표시된 기준점의 일련번호 순서로 기준점 1부터 n 을 모델링에, $n+1$ 부터 23까지를 독립적 성능실험에 사용하였다.

다음 절에 성능분석 결과를 정리한다. 각 카메라 모델링 실험에서 모델링의 성능을 다음 두 수치로 표현하였다: 모델링에 사용한 기준점의 RMS 에러와 모델링에 사용하지 않은 기준점들을 카메라 모델에 적용하였을 때의 RMS 에러. 전자의 경우를 ON모델의 예로 설명하면, 주어진 기준점들을 사용하여 특정한 카메라 모델의 파라미터를 최소자승법으로 추정할 때의 안정도(Stability)를 나타내는 값으로 볼 수 있다. 이 값은 일반적으로 카메라 모델의 정확도를 나타낸다고 볼 수 없으며 작은 수의 기준점을 이용하거나 기준점의 위치나 고도가 편향되었을 경우, 카메라 모델의 안정도는 높으나 정확도는 매우 낮은 경우가 종종 나타나곤 한다(김태정, 1998). 후자의 경우가 수립된 카메라 모델의 정확도를 나타내는 값으로 볼 수 있다. 이 경우, 독립적인 기준점들의 위치가 모델링에 사용된 기준점들에 너무 근접해 있지 않아야 보다 신뢰도 있는 결과를 얻을 수 있다.



Fig. 4. Distribution of ground control points

2) 벡터 진행 모델의 성능분석

앞 절에서 설명한 데이터를 이용하여 벡터 진행 모델의 성능을 분석한 결과를 Table 1에 정리하였다. 벡터 진행 모델은 지상기준점이 존재하지 않더라도 수립이 가능하다. 이는 이 모델이 위성의 궤도정보를 사용하기 때문이다. 물론 지상기준점을 사용하면 모델의 정확도가 향상된다(Fig. 5). 독립적 에러의 최소값은 지상기준점 18개를 사용할 때의 1.51 픽셀이다. 이 결과는 동일한 모델을 사용한 신동석외(1998)에서 보여준 3~4픽셀의 오차보다 우수하다²⁾. 이는 지상기준점의 출처로 신동석외에서 1:50,000 지형도가 사용되었기 때문이다. 수렴곡선등 기타 특성은 동일하다.

벡터 진행 모델의 정확도는 지상기준점 수가 증가함에 따라 수렴하지 않는 경향을 보인다(Fig.

Table 1. Performance of the Vector Propagation model

지상기준점의 개수		모델링 에러 (RMS 에러, 픽셀)	독립적 성능실험 (RMS 에러, 픽셀)	비고
모델링에 사용된 개수	독립적 성능실험 에 사용된 개수			
1	22	1.65	139.84	
2	21	5.72	8.22	
3	20	3.61	5.27	
4	19	2.98	3.19	
5	18	2.95	2.67	
6	17	2.84	2.61	
7	16	2.64	2.27	
8	15	2.46	2.28	
9	14	2.27	2.18	
10	13	2.20	2.24	
11	12	2.14	2.07	
12	11	2.05	2.16	
13	10	2.01	1.76	
14	9	2.03	1.76	
15	8	1.96	1.84	
16	7	1.97	1.53	
17	6	1.93	1.61	
18	5	1.91	1.51	
19	4	1.87	1.63	
20	3	1.84	1.83	
21	2	1.79	2.07	
22	1	1.78	2.61	
23	0	1.78	0.00	

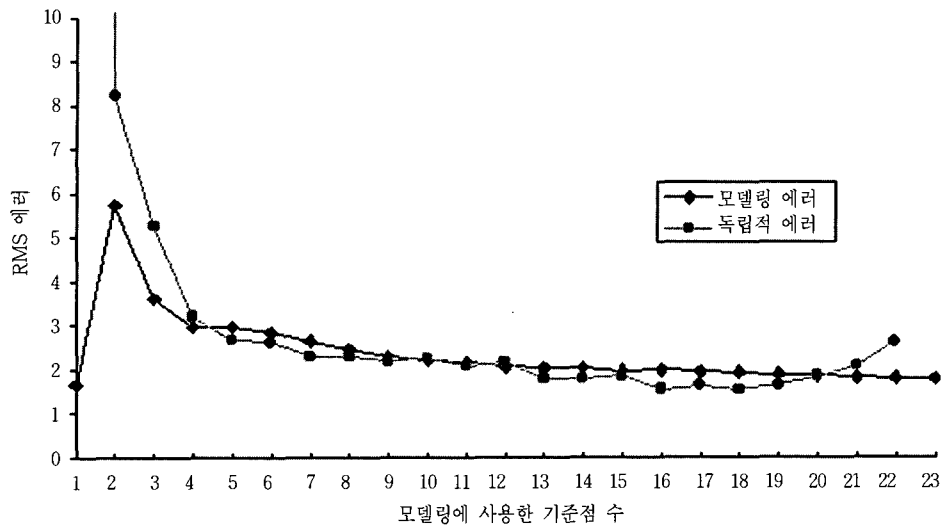


Fig. 5. Performance of the Vector Propagation model: modelling error and independent error with respect to the number of ground control points used.

5). 정확도 곡선의 수렴여부에 영향을 주는 첫번째 요인은 모델 수립에 입력된 기준점의 순서이다. 이영란(1999)은 2~4가지의 서로 다른 입력 순서에 따라 수렴여부가 달라질 수 있음을 보였다. 또 다른 요인은 벡터 진행 모델의 위성 궤도 변수의 추정을 위한 임계 조건의 강약 정도인데 이에 따라서 발산의 정도가 변한다. 기준점의 입력 순서, 임계 조건의 강약에 따라 발산 여부와 정도가 달라지는 근본 원인은 18번째 이후의 기준점 중 일부가 큰 오차를 포함하고 있기 때문으로 추정된다. 그러나 기준점 입력순서나 임계조건의 강약이 벡터 진행 모델의 성능에 미치는 영향은 크지 않다: 이영란(1999)의 실험에 의하면 입력 순서에 따른 정확도의 변화는 1픽셀 이내이고, 임계 조건의 강약에 따른 정확도의 변화 역시 1픽셀 이내이다.

3) GD 모델의 성능분석

GD 모델의 성능을 분석하여 Table 2에 정리하였다. 표에 정리한 바와 같이 GD 모델은 카메라 모델 파라미터가 반복적 최소자승법을 수행해 감에 따라서 수렴하지 않고 발산, 혹은 진동하였으며 결과적으로 카메라 모델을 수립할 수 없었다. 원인은 앞서 설명한 바와 같이 dX 와 da , dY 와 $d\phi$

간에 상관관계가 존재하기 때문이다. 많은 수의 기준점을 사용한 경우(22개 이상)는 이러한 상관관계로 인한 영향을 어느정도 희석시킬 수 있어 비교적 정확한 카메라 모델이 수립되었다. 그러나 다수의 기준점을 확보는 비용이 많이 소모되는 작업이며 카메라 모델 수립을 위하여 필요한 기준점의 숫자를 결정하기가 어렵기 때문에 GD 모델은 현실적으로 사용하기 어려운 모델로 판단된다.

4) ON모델의 성능분석

ON 모델의 성능분석 결과를 Tabel 3에 정리하였다. ON 모델은 GD 모델과 달리, 이론적으로 해를 찾기위해 필요한 최소 기준점 개수(6개)를 사용하여도 성공적으로 카메라 모델이 수립되었다. 따라서 ON 모델은 GD 모델이 가지는 상관관계를 성공적으로 제거했다고 볼 수 있다. 모델링에 사

2) 신동석의는 오차의 표현을 meter단위로 하였다. 이는 오차의 계산이 지상기준좌표계에서 이루어졌기 때문이다. 본 논문의 다른 모델들에서는 오차의 계산이 영상좌표계에서 이루어지므로 픽셀 단위로 표시된다. 신동석의의 결과와 비교하기 위하여 픽셀:meter의 비율로 1:10을 사용하였다. 이는 실험에서 사용한 영상이 촬영 각도가 거의 연직인 영상이므로 픽셀:meter의 비율이 촬영각에 따라 크게 달라지지 않기 때문이다.

Table 2. Performance of Gudan and Dowman model

지상기준점의 개수		모델링 에러 (RMS 에러, 픽셀)	독립적 성능실험 (RMS 에러, 픽셀)	비고
모델링에 사용된 개수	독립적 성능실험에 사용된 개수			
9	14	40.35	56.76	카메라 모델 수립 실패
10	13			카메라 모델 수립 실패
11	12			카메라 모델 수립 실패
12	11			카메라 모델 수립 실패
13	10			카메라 모델 수립 실패
14	9			카메라 모델 수립 실패
15	8			카메라 모델 수립 실패
16	7			카메라 모델 수립 실패
17	6			카메라 모델 수립 실패
18	5			카메라 모델 수립 실패
19	4	카메라 모델 수립 실패		
20	3	카메라 모델 수립 실패		
21	2	카메라 모델 수립 실패		
22	1	0.78	1.04	
23	0	0.78	N/A	

Table 3. Performance of the Orun and Natarajan model

지상기준점의 개수		모델링 에러 (RMS 에러, 픽셀)	독립적 성능실험 (RMS 에러, 픽셀)	비고
모델링에 사용된 개수	독립적 성능실험에 사용된 개수			
6	17	N/A	1.66	모델링 에러값은 무의미
7	16	0.23	1.63	
8	15	0.46	1.51	
9	14	0.70	1.47	
10	13	0.91	1.22	
11	12	0.98	1.16	
12	11	0.94	1.20	
13	10	0.91	1.24	
14	9	1.10	1.00	
15	8	1.07	1.04	
16	7	1.05	1.09	
17	6	1.05	1.08	
18	5	1.03	1.16	
19	4	1.05	1.04	
20	3	1.05	1.07	
21	2	1.05	1.08	
22	1	1.05	0.98	
23	0	1.04	N/A	

용한 기준점의 개수가 증가할수록 모델링에 사용
한 기준점의 에러는 증가하며 독립적 기준점의 에
러는 감소하였으나 모델링에 사용된 기준점을 10

개 이상 사용했을 경우 모델링 기준점의 개수가
정확도에 크게 영향을 미치지 않았다. 이 사실을
토대로 ON 모델은 약 10~12개의 기준점을 이용

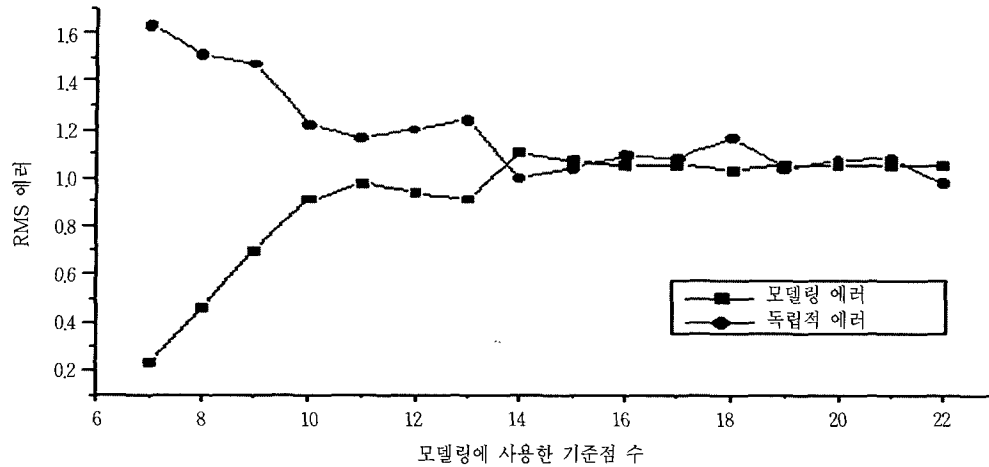


Fig. 6. Performance of the Orun and Natarajan model

하면 비교적 정확한 카메라 모델을 얻을 수 있다는 결론을 내릴 수 있다. Fig. 6은 모델링에 사용한 기준점의 에러와 독립적 기준점의 에러를 비교한다. 모델링의 에러와 기준점의 에러는 반비례 관계를 보였으며 모델링에 사용한 기준점 수가 증가할수록 모델링 에러와 독립적 에러 모두 약 1픽셀의 에러로 수렴하였다.

한가지 특기할 사항은 ON 모델을 이용하여 수립한 카메라 모델의 안정도, 즉 모델링에 사용한 기준점들의 에러가 GD 모델의 경우보다 다소 크다는 점이다. 이 이유는 비록 GD 모델이 상관관계 문제 때문에 수렴이 일어나지 않는 경우가 많으나 수렴이 일어난다면 ON 모델보다 더 많은 물리적 파라미터를 이용하여 카메라 모델의 파라미터를 추정한다. 따라서 ON 모델보다 주어진 기준점에 더 근접하는 결과를 내기 때문이다. 이러한 사실로 비추어볼 때, ON 모델을 변형하여 GD 모델에 근접하는 안정도를 가지도록 개선할 필요가 있음을 알 수 있다. 그러나 이 문제는 본 논문의 범위를 벗어나므로 여기서는 언급하지 않기로 하였다.

5) DLT 모델의 성능분석

DLT 모델의 성능분석 결과를 Table 4과 Fig. 7에 정리하였다. DLT 모델의 경우, 모델링에 필요

한 이론적인 최소 기준점 수는 6개이었으나 이 경우는 카메라 모델이 수립되지 않았고, 기준점 수가 7개 이상인 경우에는 모두 수렴되었다. 모델링에 사용한 기준점의 에러와 독립적 기준점의 에러는 모두 ON 모델보다 컸다. 이 이유는 DLT 모델은 위성의 궤도를 직선으로 가정한 데서 기인한다. 특히 Fig. 7의 그래프에서 알 수 있듯이 DLT 모델의 경우는 모델링 에러와 독립적 에러 간에 반비례 관계가 나타나지 않았으며 오히려 비례 관계에 가까운 결과를 나타내었다. 또한 모델링에 사용한 기준점 수가 증가하여도 에러들이 특정한 값으로 수렴하지 않고 큰 폭으로 변하였다. 이러한 관찰로써 DLT 모델은 특정한 기준점이 모델링에 포함되느냐 되지 않느냐에 상당한 영향을 받는다는 사실을 유추할 수 있었다.

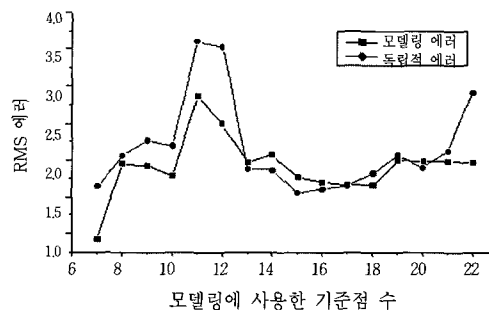


Fig. 7. Performance of the Direct Linear Transformation model

Table 4. Performance of the Direct Linear Transformation model

지상기준점의 개수		모델링 에러 (RMS 에러, 픽셀)	독립적 성능실험 (RMS 에러, 픽셀)	비고
모델링에 사용된 개수	독립적 성능실험에 사용된 개수			
6	17			모델 수립 실패
7	16	0.92	1.64	
8	15	1.95	2.06	
9	14	1.93	2.26	
10	13	1.77	2.19	
11	12	2.86	3.61	
12	11	2.50	3.53	
13	10	1.97	1.87	
14	9	2.07	1.86	
15	8	1.76	1.55	
16	7	1.69	1.60	
17	6	1.66	1.65	
18	5	1.65	1.81	
19	4	2.00	2.07	
20	3	1.99	1.89	
21	2	1.99	2.12	
22	1	1.97	2.91	
23	0	1.96	N/A	

4. 고찰

GD모델은 카메라 모델의 성공적 수립을 보장하지 못하고 DLT모델은 특정 지상기준점의 포함 여부에 따라 정확도가 3픽셀 정도의 큰 폭을 가지며 진동하므로 비실용적인 모델들로 분류하여 차치하고, 주로 벡터 진행 모델과 ON모델의 성능을 비교하고자 한다. 아래의 약 세 가지 관점에서 성능을 비교하였다. 본 연구에서 사용된 모든 모델들이 무시할 수 있을 만큼의 빠른 시간내에 수행되므로 수행속도는 성능 평가에서 고려하지 않았다. 예를 들어 벡터 진행 모델은 Pentium III PC에서 3초 이내에 완료된다.

1) 각 모델의 정확도 비교

지상기준점이 6개 미만인 경우에는 ON모델의 수립이 불가능하므로 벡터 진행 모델이 필요하다. 따라서 지상기준점을 준비할 시간적 (예, 실시간 처리) 또는 공간적 (예, 비접근 지역) 여건이 충

족 되지 않을 경우에 유용하다. 이 경우 벡터 진행 모델은 최고 2.67픽셀의 정확도를 보인다. 지상기준점이 6개 이상인 경우에는 ON모델이 1픽셀 정도의 정확도를 보이며 벡터 진행 모델보다 1픽셀 가량 우수한 결과를 보인다. Tie-point 이용 등의 방법으로 ON모델이 필요로 하는 6개의 지상기준점을 대체하려는 연구가 진행중이며 성공적인 결과가 나온다면 ON모델을 모든 경우에 사용할 수 있을 것이다.

2) 모델링 결과의 응용

카메라 모델링의 본 기능인 3차원 지형정보 추출 이외에 모델링의 결과가 물리적 의미를 가질 경우 이를 기타분야에도 응용할 수 있다. 예를 들어 벡터 진행 모델은 위성 궤도 정보와 자세 정보를 제공하기 때문에 신동석외(1998)가 지적한 대로 비접근 지역의 카메라 모델 수립에 응용할 수 있다. 반면 ON모델에서는 위성 궤도 정보는 얻을 수 있으나 위성 자세 변수들 중 ϕ 와 ω 를 상수로 취급하였으므로 제공되는 자세 정보들은 불완전하

다. DLT는 추상적 모델이므로 위성 궤도 정보나 자세 정보 어느 것도 이끌어 낼 수 없다(22절).

3) 모델 정확도 향상 가능성

3절에서 요약한 정확도를 향상시킬 수 있는 가능성에 대해 알아본다. 일차적으로 정확도 요구사항(예, 원하는 사양의 표고모형이나 정사영상을 얻기 위해 필요한 정확도의 요구사항)을 결정하는 작업이 선행되어야 하겠으나 이 작업이 아직 완료되지 않은 관계로 정확도의 무조건적 향상 가능성을 모색한다. 벡터 진행 모델은 Kalman필터 임계조건의 최적화(3.2절), 미분 방법의 향상(신동석외 1998의 2절)등 알고리즘과 구현면에서 성능향상의 여지가 충분하다. 반면 ON모델이나 DLT모델은 더 이상의 정확도 향상이 힘들다.

한편 본 연구 결과는 정확도 평가의 기준인 지상기준점의 오차를 포함하고 있다. 지상기준점은 Trimble GPS 측정기로 Differential GPS방식을 사용하여 자체 측정하였는데 이 오차는 약 10cm이다. 또한 측정점과 동일한 영상상의 화소를 찾는 수동적 과정에서 발생하는 오차가 있다. 가장 큰 오차는 SPOT 화소(10m)내에서 GPS측정점이 자유로이 위치할 수 있다는 점 때문에 발생하는 최대 1픽셀의 오차이다. 결국 지상기준점의 오차는 약 1픽셀이라고 할 수가 있다. 이 오차를 감안한다면 GD모델이나 ON모델이 보여주는 1픽셀 가량의 오차는 지상기준점의 오차일 가능성도 있다. 이 점을 확인할 수 있는 한가지 방법으로, 독립적 성능 평가에 사용된 각 지상기준점에 대하여 카메라 모델링의 오차를 벡터로(위도, 경도방향) 표시한 후 벡터의 크기와 방향을 살펴볼 수 있다. 모든 지상기준점에 대하여 크기와 방향이 일정하면 3절에서 제시한 오차는 카메라 모델의 오차일 것이다. 반대로 크기와 방향이 무질서하게 분포되어 있으면 3절에서 제시한 오차는 지상기준점의 오차라 할 수 있다.

4) 모델링 정확도 곡선의 모양

모델링 정확도의 수렴곡선(3절)의 모양을 카메

라 모델링 각 방법 간에 비교하고자 한다. 벡터 진행 모델에서는 지상기준점의 수가 증가함에 따라 모델링 에러가 감소한다. 반면 ON모델에서는 지상기준점의 증가에 따라 독립적 에러는 감소하나 모델링 에러는 증가한다. 벡터 진행 모델에서는 지상기준점을 순차적으로 입력하고 매 입력시 모델을 향상시키는 'recursive' 방식을 사용한다. 따라서 추가로 입력된 지상기준점이 큰 오차를 포함하고 있지 않는 한, 모델링에 사용된 기준점들과 모델 파라미터들이 더욱 일치하게(=모델링 에러의 감소) 될 것이다. ON모델에서는 모든 지상기준점들을 일시에 입력하고 모델 파라미터를 결정하는 'batch' 방식이 사용된다. 이 batch방식은 최소자승법에 의해 구현된다. 따라서 시스템의 자유도(=최소자승법으로 결정할 모델 파라미터의 갯수)만큼의 지상기준점이 사용되면 모델링 에러는 이론적으로 0이지만(Table 3) 자유도보다 많은 기준점들이 사용되면 최소자승법은 오차(Chi-square)를 남기며 최적의 파라미터를 산출한다. 따라서 ON모델의 경우 수렴 전까지 지상기준점 수의 증가에 따라 모델링 에러가 증가한다.

5. 결론

위성영상의 카메라 모델링 기법에 관하여 현재까지 발표된 여러 기법 중 대표적인 기법을 분류하였고 이들을 구현하여 성능을 분석하였다. 구현된 모델들은 물리적 모델 중 벡터 진행 모델, Gagan and Dorman(GD)의 모델, GD모델을 간략화하였으며 상용 소프트웨어의 근간을 이루는 Orun and Natarajan(ON)의 모델이 있고, 추상적 모델로는 Direct Linear Transform(DLT)모델이 있다. 서울/경기지역의 60km×60km SPOT영상에 대해, 지상기준점의 수를 1개에서 23개까지 변화하면서 카메라 모델을 수립하였다. 수립된 카메라 모델의 성능 평가를 위한 척도로는 모델 수립에 사용된 지상기준점과의 비교를 통해 얻은 '모델링' 에러와 모델 수립에 사용되지 않은 지상기준점과의 비교

를 통해 얻은 '독립적' 에러를 사용하였다.

독립적 에러를 기준으로 평가할 때(3절), 벡터 진행 모델의 정확도는 지상기준점 1개가 사용된 경우 140 픽셀에서 18개가 사용된 경우 15픽셀까지 감소한다. 15픽셀이 정확도의 수렴치로 추산된다(3.2절). GD모델은 카메라 모델 파라미터사이의 상관관계로 인하여 카메라 모델 수립이 불가능한 경우가 대부분이었으며 22개 정도의 많은 지상기준점을 사용했을 경우에만 모델을 수립할 수 있었다. 이 때의 에러는 약 1픽셀이다. ON모델은 최소 6개의 지상기준점으로 수립이 가능하며 사용된 지상기준점의 수가 증가함에 따라 1픽셀로 정확도가 수렴한다. DLT모델의 수립을 위해서는 최소 7개의 지상기준점이 필요하다. DLT모델의 정확도는 많은 지상기준점을 사용하더라도 수렴하지 않았으며 1픽셀과 4픽셀의 정확도 범위내에서 진동과 발산하는 모습을 보인다. 위에 제시한 오차들은 지상기준점에 존재하는 최대 1픽셀의 오차를 포함하고 있으므로 지상기준점의 측정오차를 제거하는 연구가 필요하다(4.3절).

각 모델의 장단점을 비교하면 다음과 같다(4절):

- 지상기준점의 수에 따른 장단점: 지상기준점이 6개 미만인 경우에는 벡터 진행 모델을 이외의 모델들은 사용할 수 없다. 6개 이상인 경우에는 ON모델이 가장 우수한 성능을 보인다.
- 카메라 모델링 결과의 타 분야 응용면에서 본 장단점: 벡터 진행 모델은 위성 궤도 정보와 자세 정보를 제공하므로 비접근 지역 카메라 모델링에 사용할 수 있다. 반면 ON모델은 위성 궤도 정보만을 제공하며, DLT모델은 추상적 모델이므로 타 분야 응용이 불가능하다.

계속된 연구를 통한 모델링 기법의 성능 향상 가능성에 있어서는(4.3절), 벡터 진행 모델은 알고리즘과 구현면에서 성능 향상의 여지가 있다. 반면 ON모델과 DLT모델은 더 이상의 정확도를 향상시키기 힘들다.

감사의 말

본 연구는 과학기술부 주관 '중점 국가 연구 개발 사업' 인 '고해상도 위성영상 수신처리 시스템 개발 과제' (NN33510)의 일부로 수행되었으며 지원에 감사드립니다. 벡터 진행 모델 실험을 수행해 준 박성희 연구원에게 감사드립니다.

참고문헌

- 김태정, 1998, EOC과제수행을 위한 위성영상의 카메라 모델링, 이론과 구현, 인공위성연구센터 기술메모, R1-RS-TEM-80L.
- 신동석, 1997, 우리별 3호 영상 기하학적 보정용 카메라 모델링, 인공위성연구센터 기술메모, K3-RS-TEM-702.
- 신동석, 이영란, 1997, 선형 CCD카메라 영상의 기하학적 모델 수립, 대한원격탐사학회지, 13(2):85-98.
- 신동석, 이영란, 이흥규, 1998, 선형 CCD카메라 영상의 정밀 기하학적 보정, 대한원격탐사학회지, 14(2):137-148.
- 이영란, 1999, "GCP 공간분포에 따른 카메라모델 성능분석", 인공위성연구센터 기술메모, K3-SD-TEM-908
- Al-Rousan, N., P. Cheng, G. Petrie, Toutin, Th. and Valadan Zoej, M.J., 1997, Automated DEM Extraction and Orthoimage Generation from SPOT Level 1B Imagery, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 63(8):965-974.
- Burnside, C.D., 1985, Mapping from Aerial Photographs, 2nd ed., Collins Ltd.
- Gugan, D.J. and I.J. Dowman, 1988, Accuracy and Completeness of Topographic Mapping from SPOT Imagery, *Photogrammetric Record*, 12(72):787-796

- Gupta, R., and R. Hartley, 1997, Linear Pushbroom Cameras, *IEEE Trans. PAMI*, 19(9):963-975.
- Kim, T., 2000, A Study on the Epipolarity of Linear Pushbroom Images, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, (in press)
- Konecny, G., P. Lohmann, H. Engel, and E. Kruck, 1987, Evaluation of SPOT Imagery on Analytical Photogrammetric Instruments, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 53(9):1223-1230.
- Longuet-Higgins, H.C., 1981, A Computer algorithm for Reconstructing a Scene from Two Projections, *Nature*, 293:133-135.
- McGlone, C., 1996, Sensor Modeling in Image Registration. In *Digital Photogrammetry-An Addendum to the Manual of Photogrammetry*, edited by Greve, C., ASPRS, pp. 115-123.
- Orun, A.B. and K. Natarajan, 1994, "A Modified Bundle Adjustment Software for SPOT Imagery and Photography: Tradeoff", *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 60(12):1431-1437.
- Wolff, T., 1985, "An Image Geometry Model for METEOSAT", *Int. J. Remote Sensing*, 6(10):1599-1606.