▩ 연구논문

퍼지 비선형 혼합정수계획에 의한 제조셀 형성

- Manufacturing Cell Formation with Fuzzy Nonlinear Mixed-Integer Programming -

윤 연 근 *
Yun, Yeon Geun
남 현 우**
Nam, Hyun Woo
이 상 완 *
Lee, Sang Wan

Abstract

Cellular manufacturing(CM) is a philosophy and innovation to improve manufacturing productivity and flexibility. Cell formation(CF), the first and key problem faced in designing an effective CM system, is a process whereby parts with similar design features or processing requirements are grouped into part families, and the corresponding machines into machine cells. Cell formation solutions often contain exceptional elements(EEs). EE create interactions between two manufacturing cells. A policy dealing with EEs considers minimizing the total costs of three important costs; (1)intercellular transfer (2)machine duplication and (3)subcontracting. This paper presents an effective cell formation method with fuzzy nonlinear mixed-integer programming simultaneously to form manufacturing cells and to minimize the total costs of eliminating exceptional elements.

1. 서 론

셀 형 제조시스템에서 셀 형성은 중요한 제조 전략이다. 셀 형성은 그룹테크놀리지의 한 분야로서 설계특성이나 가공물을 가진 부품들을 그룹화하는 과정이고 셀 내에 기계들을 대응시키는 과정이다. 셀 형성 문제를 다루는데 있어서 중요시되는 것은 셀 내에 형성되지 않는 기계나 부품들인 예외적인 요소(exceptional element : EE)를 어떻게 적절하게 다루는가를 결정하는 것이다.[7][11] 기존의 대부분의 연구들은 초기에 셀을 형성한 후에 예외적인 요소를 다루고 나서 다시 셀을 형성하는 과정을 되풀이 하였다. 또한 셀 형성에 관련된 목적 즉, 기계구입에 따른 단위기간당 자본회수비용, 셀간 이동비용, 하청비용 등과 같은 비용의 최소화나 각 셀에 할당되는 기계유형의 수에 대한 제약들이 현실세계에서는 정확하게 정의된다고 가정하여 문제를 해결하였다.[8][4] 그러나 비용과 제약들은 "약 얼마이다", "어떤값 이상 초과할 수 없다" 라

* 동아대학교 산업시스템공학과
** 경동정보대학 산업시스템계열

고 하는 것과 같이 의사결정자의 선호도에 따라 달리 표현될 수 있는 모호한 상황이 많이 발생한다. 그러므로 비용과 제약들을 실질적으로 정확하게 정의되기는 어렵고 의사결정자는 각각의 비용에 대한 세부적인 사항에 대한 의사결정자가 자신이 느끼는 선호도는 잘 모르겠지만 이들을 합한 총비용에 대한 의사결정자 자신이 느끼는 선호도는 대략적으로 평가할 수가 있다. 그러므로 이 비용의 변화에 대하여 의사결정자는 자신의 선호도에 따라 달리 결정할 수가 있다. 그리고 또한 기계유형의 수에 대한 제약에 대하여 의사결정자가 느끼는 감정도 서로 다를 수 있다. 그러므로 이 제약에 대한 의사결정의 선호도도 또한 달라질 것이다. 그러나 대부분의 연구들은 비용에 대한 의사결정자의 선호도 즉, 구성함수를 선형으로 한정하여 제조셀을 형성하였다.[4][9] 이는 현실적으로 많은 문제점들을 가지고 있다. 인간의 판단은 모호하고 자신이 느끼는 선호는 다르게 표현되고 문제를 분석하는데 있어 의사결정자의 마음을 만족시키면서 해를 도출하는 합성지향적(synthesis-oriented) 의사결정을 하는 경우가 많다. 그래서 선형으로 국한한다면 형성된 제조 셀에 대하여 의사결정자는 정확하게 믿을 수가 없을 것이다. 따라서 제조셀을 형성하는데 있어 선형이 아닌 비선형에 대해서도 고려되어야 하는 것이 타당하다. 따라서 본 연구에서는 퍼지목적, 퍼지제에 대한 의사결정자의 선호구조를 비선형으로 표현되는 셀 형성 문제에서 셀에 기계들과 부품들을 그룹화하고 예외적인 요소를 동시에 처리하는 퍼지 비선형 혼합정수계획법을 제시한다.

2. 퍼지 비선형 혼합정수계획법에 의한 셀 형성

2.1 기호

색인

i : 기계, $i = 1 \cdots ,m$

j : 부품, $j = 1 \cdots ,n$

k : 셀, $k = 1 \cdots ,c$

g : 퍼지목적, $g = 1, \cdots ,q$

s : 퍼지제약, $s = 1 \cdots ,c$

파라메타

A_i : 기계유형 i의 구입에 따른 단위기간당 자본회수비용

C_i : 기계유형 i의 단위기간당 능력

D_j : 부품 j에 대한 단위기간당 수요

I_j : 두 셀내의 부품 j의 단위당 이동비용

NM : 각 셀 에서 허용된 최대 기계유형의 수

P_0 : 퍼지목적함수(비용)에 대한 허용치

P_r : 퍼지제약(NM)에 대한 허용치

P_{ij} : 부품 j를 생산하기 위해 필요한 기계유형 i의 가공시간

γ : 퍼지모형에서 사용되는 파라메타

S_j : 부품 j의 단위당 하청비용

SP : $a_{ij}=1$인 쌍의 집합

여기서 a_{ij}는 0과 1로 이루어진 기계-부품행렬에서 기계와 부품의 관계를 나타내며 $a_{ij}=1$은 부품 j가 기계 i에서 가공된다는 것을 의미한다.

UC_{ij} : 부품 j에 대한 기계유형 i의 이용능력$(= \frac{P_{ij} \times D_j}{C_i})$

μ_{G_g} : 퍼지목적에 대한 구성함수 값
μ_{C_s} : 퍼지제약에 대한 구성함수 값
λ_g : 퍼지목적함수의 만족도(수행도)
λ_s : 퍼지제약의 만족도(수행도)
Z^0 : NM의 최대값을 이용한 최적해
Z^1 : NM의 최소값을 이용한 최적해

결정변수들

IC_K : 셀 k가 형성되면 1, 아니면 0
M_{ijk} : 부품 j를 생산하기 위하여 셀 k에 제공된 기계 i의 수
O_{jik} : 셀 k에서 기계유형 i를 이용할 수 없어 하청을 준 부품 j의 단위
Q_i : 기계셀에 대응된 부품들을 가공하기 위해 필요한 기계유형 i의 수
R_{ik} : 셀 k에 제공되는 기계유형 i의 수
V_{ijk} : $Y_{jk}=1$이고 $X_{ik}=0$이면 1, 아니면 0
X_{ik} : 만일 기계 i가 셀 k에 있다면 1, 아니면 0
Y_{jk} : 만일 부품 j가 셀 k에 있다면 1, 아니면 0
Z_{jik} : 부품 셀 k에서 기계유형 i를 이용할 수 없을 때 부품 j의 셀간 이동수
λ : 모든 구성함수의 최소값

2.2 전형적인 모형의 정식화

기계들의 이용능력과 구입비용을 고려하여 예외적인 요소의 처리비용을 최소화 하고 동시에 셀에 부품과 기계들을 할당하는 모형이 제시된다. 따라서 필요한 기계의 수가 결정되고 동시에 비용이 최소화 된다. 정식화는 다음과 같다.

$$\min \quad f=\sum_k\sum_i A_i R_{ik}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum I_j Z_{ijk}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum S_j O_{ijk} \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{k=1}^{c} X_{ik}=1, \quad \forall i \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{c} Y_{jk}=1, \quad \forall i \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ik}\le NM, \quad \forall k \tag{4}$$

$$X_{ik}-Y_{jk}+\frac{1}{D_j}Z_{ijk}+\frac{1}{D_j}O_{ijk}+\frac{1}{UC_{ij}}M_{ijk}-V_{ijk}=0, \quad \forall (i,j)\in sp, \forall k \tag{5}$$

$$\sum_{(i,j)\in sp} M_{ijk}\le R_{ik}, \quad \forall i, \forall k \tag{6}$$

$$Q_i\le \sum_{(i,j)\in sp} UC_{ij}(1-\sum_k V_{ijk})+1, \quad \forall i \tag{7}$$

$$\sum_k \sum_{(i,j)\in sp}\frac{P_{ij}}{C_i}Z_{ijk}\le Q_i-\sum_{(i,j)\in sp} UC_{ij}(1-\sum_k V_{ijk}), \quad \forall i \tag{8}$$

$$X_{ik}, Y_{jk}, V_{ijk}=0 \text{ or } 1 : R_{ik}, Q_i=\text{정수} \tag{9}$$

2.3 퍼지모형

전형적인 모형은 목적함수와 제약이 정확하게 정의된다고 가정하였다. 그러나 이 제약은 비현실적이다. 예를 들면 식(4)의 기계유형의 수 결정은 의사결정자의 주관이 반영될 수 있으므

로 다음과 같이 퍼지화가 된다.

$\sum_{i=1}^{m} X_{ik} \lesseqgtr NM$, $\forall k$ 또는 삼각구성함수를 사용할 경우는 $\sum_{i=1}^{m} X_{ik} \cong NM$, $\forall k$이다.

이를 삼각구성함수로 표현하면 식(10)과 같다.

$$좌측 : \mu_{C_s} = \frac{\sum_{i=1}^{m} X_{ik} - (NM \times IC_k - P_r)}{P_r}, \ \forall k \tag{10}$$

$$우측 : \mu_{C_{s+k}} = \frac{(NM \times IC_k + P_r) - \sum_{i=1}^{m} X_{ik}}{P_r}, \ \forall k$$

여기서 IC_k는 셀 k가 형성되지 않을때 $\sum_i X_{ik} = 0$임을 보증하기 위해서 추가된다.

그리고 P_r은 문제에 따라 의사결정자에 의해서 결정된다. 또한 목적함수에 대하여 값이 정확하게 알려지지 않고 모호하다면 역시 퍼지화가 된다. 목적함수는 비용이 최소화가 되는 것을 목적으로 하므로 단조감소 선형구성함수 형태로 표현되고 다음과 같다.

$$\mu_{G_g} = \frac{z^1 - f}{P_0} \tag{11}$$

여기서 $z^1 = z^0 + P_0$이고 z^0는 가장 좋은 목표값으로 NM의 최대값을 가진 전형적인 모형을 해결함으로써 얻어질 수 있고 그때의 비용은 최소가 된다. 반면 z^1은 가장 나쁜 목표값으로 NM의 최소값으로 전형적인 모형을 해결함으로써 얻어질 수 있다. 허용차 P_0는 최대비용이 되는 z^1과 최소비용이 되는 z^0와의 차로 결정되거나 의사결정자와의 대화를 통하여 의사결정자가 제시할 수 있다.

일반적으로 퍼지모형을 전형적인 수리계획모형으로 변환하기 위해서는 연산자가 정의되어야 한다. 연산자들은 독특한 특징을 가지므로 적합한 연산자를 어떻게 선택하는가가 중요한 점이 된다. 일반적으로 제시된 연산자를 정식화 하면 다음과 같이 요약된다.[12]

(1) 최대최소(max-min)연산자

정식화는 식(2),(3),(5)~(9) 그리고 식(12)~(17)로 구성된다.

$$\max \quad \lambda \tag{12}$$

$$\text{subjet to } \lambda \le \mu_{G_g} = \frac{Z^1 - f}{P_0} \tag{13}$$

$$\lambda \le \mu_{C_s} = \frac{\sum_i X_{ik} - (NM \times IC_k - P_r)}{P_r}, \forall k \tag{14}$$

$$\lambda \le \mu_{C_s} = \frac{(NM \times IC_k + P_r) - \sum_i X_{ik}}{P_r}, \forall k \tag{15}$$

$$\sum_k IC_k \ge 2 \tag{16}$$

$$0 \le \lambda \le 1 \tag{17}$$

(2) 평균연산자

정식화는 식(2),(3),(5)~(9), (16)과 식(18)~(22)로 구성된다.

$$\max \quad \frac{1}{1+2c}(\lambda_g + \sum_{s=1}^{2c} \lambda_s) \tag{18}$$

$$\text{subject to} \quad \lambda_g \le \mu_{G_g} = \frac{z^1 - f}{P_0} \tag{19}$$

$$\lambda_k \le \mu_{C_s} = \frac{\sum_i X_{ik} - (NM \times IC_k - P_r)}{P_r}, \forall k \tag{20}$$

$$\lambda_{c+k} \le \mu_{C_s} = \frac{(NM \times IC_k + P_r) - \sum_i X_{ik}}{P_r}, \forall k \tag{21}$$

$$0 \le \lambda_g \le 1, \quad 0 \le \lambda_k \le 1, \quad 0 \le \lambda_{c+k} \le 1 \tag{22}$$

(3) 곱 연산자

정식화는 식(2),(3),(5)~(9), (16) 그리고 (19)~(22)과 식(23)으로 구성된다.

$$\max \quad (\lambda_g \times \prod_{s=1}^{2c} \lambda_s) \tag{23}$$

(4) 2단계(two-phase) 접근법

2단계 접근법은 최대최소의 확장으로 고찰될 수 있다. 이름에도 내포되어 있듯이 이 접근법의 해법과정은 2단계로 나누어진다. 첫 번째 단계에서 "최대최소" 퍼지모형이 λ의 최적값과 가능해를 찾기위하여 사용된다. 첫 번째 단계에서 가능해가 유일하면 가능해는 비지배관점에서 이미 그 문제에 대하여 최적이다. 한편 두 번째 단계에서 새로운 계획이 원 제약과 모든 퍼지목적에 대한 $\lambda_t \ge \lambda$(t=1,…,T)에 의하여 제한되는 모든 구성들의 평균값을 최대화하기 위하여 정식화되어질 것이다. 명백히 두 번째 단계는 평균연산자의 완전한 절충때문에 유효해를 산출한다. 그러나 이제 λ의 최적값 보다 크거나 같은 λ_t를 보장하기 위한 제약들의 집합이 존재하기 때문에, 어떤 특별한 것을 무시하지 않고 모든 목적들의 좋은 균형을 만들어 낸다. 2단계 접근법을 사용하기 위한 문제의 정식화는 다음과 같다. 1단계에서는 최대최소연산자를 이용하여 문제를 해결한다. 최대최소연산자를 이용한 해가 유일한지 아닌지를 알지 못하기 때문에 해가 최적인지 아닌지를 모른다. 이 해의 유효성을 검증하고 최적해를 찾는 것은 다음과 같은 2번째 단계에서 문제를 해결함으로서 완성되어 질 수 있다. 2번째 단계의 정식화는 식(2),(3),(5)~(9),(16),(18),(22)와 식 (24),(25),(26)으로 구성된다.

$$\text{최대최소연산자 결과} \le \lambda_g \le \mu_{G_g} = \frac{z^1 - f}{P_0} \tag{24}$$

$$\text{최대최소연산자 결과} \le \lambda_k \le \mu_{C_s} = \frac{\sum_i X_{ik} - (NM \times IC_k - P_r)}{P_r}, \forall k \tag{25}$$

$$\text{최대최소연산자 결과} \le \lambda_{c+k} \le \mu_{C_s} = \frac{(NM \times IC_k + P_r) - \sum_i X_{ik}}{P_r}, \forall k \tag{26}$$

(5) γ-연산자

정식화는 식(2),(3),(5)~(9),(16),(19)~(22) 그리고 식(27)로 구성된다.

$$\max \quad (\lambda_g \times \prod_{s=1}^{2c} \lambda_s)^{1-\gamma} (1 - (1-\lambda_g) \prod_{s=1}^{2c} (1-\lambda_s))^{\gamma} \tag{27}$$

문제를 해결하기 위하여 먼저 의사결정자와의 대화를 통하여 의사결정자가 느끼는 선호도를 도출하고 그 선호도에 대한 구성함수를 결정하여야 한다. 본 연구에서는 선형 구성함수, 지수 구성함수, 쌍곡선 구성함수를 제시하여 의사결정자 자신이 선택하도록 한다. 이는 구성함수를 결정하는데 선택의 폭도 넓힐 뿐 만 아니라 선형이 아닌 비선형 형태로도 생각할 수 있다. 선택된 구성함수로서 문제를 해결하면 의사결정자의 선호가 충분히 반영된 셀을 형성할 수 있을 것이다. 다음으로 목적과 제약에 대하여 선택된 구성함수를 절충시키는 연산자를 결정하여 보다 현실적인 제조셀을 형성한다. 이를 기초로 효율적인 셀 형성을 위하여 퍼지목적과 퍼지제약의 좋은 균형을 이루고 있는 해를 선택하는 알고리듬은 다음과 같다.

단계1) 전형적인 수리모형을 정식화 한다.

단계2) 목적함수에 대한 최대값과 최소값을 결정한다. 이를 기초로 의사결정자는 목적에 대한 허용치와 퍼지제약에 대한 허용치를 결정한다.
단계3) 의사결정자는 단계2 에서 산출된 정보를 기초로 각 목적과 제약에 대하여 자신이 만족하는 구성함수를 선택한다.
단계4) 구성함수를 정식화 한다. 이 구성함수가 비선형이 될 수 있다.
단계5) 절충연산자를 이용하여 문제를 해결하여 셀을 형성한다.

2.4 수치예

제시된 퍼지 모형들에 대한 평가를 위하여 세 가지 서로 다른 데이터가 사용된다. 데이터 집합 I은 Tsai[9]로부터 채택된 데이터이다. 데이터 집합Ⅱ는 기계/부품 이진메트릭스로 표현된 Chu와 Hayya[2]의 데이터를 기초로 데이터 집합Ⅰ의 평균과 표준편차에 기초한 프로그램에 의해서 임의적으로 산출하였다. 데이터 집합Ⅲ은 Seifoddini와 Wolfe[6]데이터를 기초로 임의적으로 산출하였다. 데이터 집합은 Table 1, Table 2 그리고 Table 3과 같다. 가공시간에 대한 단위는 분/단위이고 각 기계의 능력은 시간/년 그리고 비용의 단위는 $이다. 각 셀에 허락된 최대 기계유형의 수에 대한 허용치는 '약 4종류'이다와 같이 퍼지언어변수로 표현한다. 먼저 전형적인 모형에 대한 최대값과 최소값과 그리고 목적과 제약의 허용치는 Table 4와 같다.

Table 1. Numerical values for data set Ⅰ

		Parts											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	C
machines	1	2.95		2.2							4.61	50784	2000
	2	2.76	5.18	1.89	3.89		5.14					67053	2000
	3	5.54	4.29									43944	2000
	4	2.91			1.97	2.59	4.01		2.7			67345	2000
	5				4.28		4.51					42414	2000
	6	1.92						2.23		5.52		75225	2000
	7					3.4		1.16	4.72		2.49	52741	2000
	8		5.32						3.75	3.85		63523	2000
	9							4.04			1.83	50632	2000
	S	4.20	4.30	3.50	4.40	5.00	3.90	4.40	4.60	5.00	5.00		
	D	32128	27598	20651	11340	18707	17040	46196	45384	16409	22000		
	I	3.70	2.80	2.80	3.30	2.80	3.50	2.80	2.60	3.40	3.20		

Table 2. Numerical values for data set Ⅱ

		Parts										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	C
machines	1	2.90	2.99			4.73					67136	2000
	2	2.32	2.88				3.15			4.67	62770	2000
	3			4.48				3.88	3.91		50612	2000
	4		4.50	4.35	4.29				3.26		57648	2000
	5	2.81			3.11	4.56			3.20		48474	2000
	6		3.95				2.58			3.24	61816	2000
	7			3.76				2.88	4.60		45601	2000
	8			3.90	2.69	3.93		3.42	4.79		55959	2000
	9		3.54				4.32			4.27	63365	2000
	S	4.1	4.2	4.2	3.9	4.5	4.0	4.0	4.2	4.6		
	D	23529	28099	34698	36862	29286	29650	27838	21868	18233		
	I	3.1	3.1	3.4	3.4	3.5	3.2	2.9	2.9	2.9		

Table 3. Numerical values for data set Ⅲ

		Parts													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	A	C
machines	1	3.11	2.49	3.30	2.56									59668	2000
	2	4.02		4.31	2.74	3.04	4.31	4.01			2.57			64637	2000
	3			2.26	3.48	3.88	3.79	4.44	3.10	2.57				60503	2000
	4						2.92	4.19	2.84	4.43	2.43			50674	2000
	5							3.85	2.28	3.86	3.91			47418	2000
	6							3.26	3.32		3.59	4.47		61741	2000
	7											3.00	3.07	55553	2000
	8											2.89	3.89	66093	2000
	S	4.4	4.9	4.0	4.0	4.8	4.8	4.7	4.9	4.3	4.2	4.8	4.8		
	D	29923	33783	15384	29248	31782	34969	21676	35081	18528	19804	20977	37112		
	I	3.2	3.1	3.0	2.9	3.0	3.0	3.3	3.3	3.3	3.1	2.9	2.8		

Table 4. Maximun and minimum values of each data set

data set	maximum	minimum	P_0	P_r
data set Ⅰ	441219	228676	166000	2
data set Ⅱ	344901	191404	111000	2
data set Ⅲ	321184	60833	200000	2

각 목적과 제약에 대하여 의사결정자 자신이 만족하는 구성함수 형태를 Table 5와 같이 선택한 것으로 가정한다.

Table 5. The membership function of each objective and constraint in data set Ⅰ, data set Ⅱ and data set Ⅲ.

<table>
<tr><td rowspan="2">data set</td><td rowspan="2">membershi func. / function</td><td colspan="2" rowspan="2">type</td><td colspan="2" rowspan="2">evaluate value</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td>data set Ⅰ</td><td>objective</td><td colspan="2">exponential</td><td colspan="2">$(f^1, f^{0.5}, f^R) = (228676, 282000, 394676)$</td></tr>
<tr><td>data set Ⅱ</td><td>objective</td><td colspan="2">exponential</td><td colspan="2">$(f^1, f^{0.5}, f^R) = (191404, 240000, 302404)$</td></tr>
<tr><td>data set Ⅲ</td><td>objective</td><td colspan="2">linear</td><td colspan="2">$(f^1, f^R) = (60833, 260833)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">data set Ⅰ</td><td rowspan="2">constraint</td><td>left</td><td>right</td><td>left</td><td>right</td></tr>
<tr><td>hyperbolic</td><td>linear</td><td>$(f^L, f^{0.2}, f^{0.5}, f^1) = (2, 3, 3.5, 4)$</td><td>$(f^1, f^R) = (4, 6)$</td></tr>
<tr><td>data set Ⅱ</td><td>constraint</td><td>linear</td><td>linear</td><td>$(f^L, f^1) = (2, 4)$</td><td>$(f^1, f^R) = (4, 6)$</td></tr>
<tr><td>data set Ⅲ</td><td>constraint</td><td>linear</td><td>exponential</td><td>$(f^L, f^1) = (2, 4)$</td><td>$(f^1, f^{0.5}, f^R) = (4, 4.7, 6)$</td></tr>
</table>

* f^a : 구성정도가 a인 f(x)값, f^L : 구성함수의 하한값, f^R는 구성함수의 상한값

이 정보를 기초로 구성함수 형태로 정식화 하면 다음과 같다. 데이터 집합 Ⅰ에 대하여 총비용 구성함수는 식(28)과 같다.

$$\mu_{G_g} = -0.26311\left(1 - \exp\left(1.5688\left(\frac{394676 - f}{166000}\right)\right)\right) \quad \text{만약}, \quad 228676 \le f \le 394676 \tag{28}$$

기계유형의 수 제약에 대한 구성함수는 식(29)와 같다.

$$\mu_{C_s} = \begin{cases} \frac{1}{2}\tanh\left(\left(\sum_i X_{ik} - 3.5\right) \times 1.0986123\right) + 0.5 & , \text{만약 } 2 \le \sum_i X_{ik} \le 4 \\ \dfrac{4 \times IC_k + 2 - \sum_i X_{ik}}{2} & , \text{만약 } 4 \le \sum_i X_{ik} \le 6 \end{cases} \tag{29}$$

데이터 집합 Ⅱ에 대해서 총비용 구성함수는 식(30)과 같고 기계유형의 수에 대해서는 식(31)과 같다.

$$\mu_{G_s} = -1.5306\left(1-\exp\left(0.5030\left(\frac{302404-f}{111000}\right)\right)\right), \quad \text{만약 } 191404 \le f \le 302404 \tag{30}$$

$$\mu_{C_s} = \begin{cases} \dfrac{\sum_i X_{ik} - 4\times IC_k + 2}{2} & \text{만약 } 2 \le \sum_i X_{ik} \le 4 \\[2ex] \dfrac{4\times IC_k + 2 - \sum_i X_{ik}}{2} & \text{만약 } 4 \le \sum_i X_{ik} \le 6 \end{cases} \tag{31}$$

데이터 집합 Ⅲ에 대해서 총비용 구성함수는 식(32)와 같고 기계유형의수에 대해서는 식(33)과 같다.

$$\mu_{G_s} = \frac{260833-f}{200000}, \quad \text{만약 } 60833 \le f \le 260833 \tag{32}$$

$$\mu_{C_s} = \begin{cases} \dfrac{\sum_i X_{ik} - 4\times IC_k + 2}{2}, & \text{만약 } 2 \le \sum_i X_{ik} \le 4 \\[2ex] -0.3858\left(1-\exp\left(1.2787\left(\dfrac{4\times IC_k + 2 - \sum_i X_{ik}}{2}\right)\right)\right), & \text{만약 } 4 \le \sum_i X_{ik} \le 6 \end{cases} \tag{33}$$

연산자를 이용하여 통합한 결과는 Table 6, Table 7 그리고 Table 8과 같다.

Table 6. Computational results for fuzzy non-linear mixed-integer programming with single objective (data set Ⅰ)

Data Set : Problem size = 9×10 , c= 3, NM= 4, p_0 = 166000 , p_r = 2							
operator		machines/parts	{number of machines needed}[a]	intercell movement(I) and subcontract(S)[b]	pivot	No. of EE	total of dealing with EE($)
1.max-min		{1,4,6,7,9/1,3,5,7,8,9,10} {2,3,5,8/2,4,6}	1(3),4(3),6(3),7(4),9(2); 2[2],3[1],8[2] 2(3),3(1),5(2),8(2);4[1]	I :1[2791]	67067	7	382768
2. average		{2,3,4,5,7,8/1,2,3,4,5,6,8,9} {1,6,9/7,10}	2(4),3(3),4(3),4(3),5(2), 7(3),8(4);1[1],6[1] 1(1),5(1),9(2);7[1]	I: 1[6298], 9[3077] S: 1[553] , 9[2768]	195674	6	228676
3. product		{1,2,3,4,5/1,2,3,4,6} {6,7,8,9/5,7,8,9,10}	1(1),2(4),3(3),4(2),5(2); 6[1],8[1] 6(2),7(4),8(2),9(2);1[1], 4[1]	I; 2[1247],8[18884] S; 2[3794]	4716	5	325781
4. two-phase		same as case 2	same as case 2	same as case 2	195674	6	228676
5. γ -operator		{1,2,3,4,5/1,2,3,4,6} {6,7,8,9/5,7,8,9,10}	1(1),2(4),3(3),4(2),5(2); 6[1],8[1] 6(2),7(4),8(2),9(2);1[1], 4[1]	I;2[1247],8[18884] S;2[3794]	7023	5	325781
6. tradi-tional	NM=4	{1,2,3,5/1,2,3,4,6} {4,7,8/5,8} {6,9/7,9,10}	1(2),2(4),3(3),5(2); 4[1],6[1],8[1] 4(2),7(3),8(2) 6(2),9(2);1[1],7[1]	I;2[1247],6[16001], 9[16409] S;2[3794]	1979681	9	441219
	NM=6	{2,3,4,5,7,8/1.2.3.4.5.6.8.9} {1,6,9/7,10}	2(4).3(3),4(3),5(2),7(3), 8(4);1[1],6[1] 1(1),6(1),9(2);7[1]	I;1[6298],9[3077] S;1[553],9[2768]	10628	6	228676

[a]i(no.):no.of machines which are needed for machine type i ;i[no.] : no. of machine type i acquired.
[b]m(no.) : units of part type m receive treatment of subcontract (S) or intercell movement(I)

Table 7. Computational results for fuzzy non-linear mixed-integer programming with single objective (data set Ⅱ)

Data Set : Problem size = 9×9 , c= 3, NM= 4, p_0 = 111000 , p_r = 2							
operator		machines/parts	{number of machines needed}[a]	intercell movement(I) and subcontract(S)[b]	pivot	No. of EE	total of dealing with EE($)
1.max-min		{1,2,6,9/1,2,6,9} {3,4,5,7,8/3,4,5,7,8}	1(2),2(3),6(3),9(3);4[1],5[1] 3(3),4(4),5(3),7(3),8(5);1[1]	I: 2[1432],5[3916]	10651	3	191404
2. average		{1,2,6,9/1,2,6,9} {3,4,5,7,8/3,4,5,7,8}	1(2),2(3),6(3),9(3);4[1],5[1] 3(3),4(4),5(3),7(3)8(5);1[1]	I: 2[1432],5[3916]	12422	3	191404
3. product		same as case 1	same as case 1	same as case 1	8409	3	191404
4. two-phase		same as case 1	same as case 1	same as case 1	12136	3	191404
5. γ-operator		same as case 1	same as case 1	same as case 1	7061	3	191404
6. traditional	NM=4	{1,5/1,5} {2,6,8/2,6,9} {3,4,7,8/3,4,7,8}	1(2),5(2);2[1],8[1] 2(3),6(3),9(3);1[1],4[1] 3(3),4(4),7(3),8(4);5[2]	I;2[1432]	17183	6	344901
	NM=6	{1,2,6,9/1.2.6.9} {3,4,5,7,8/3,4,5,7,8}	1(2).2(3),6(3),9(3);4[1],5[1] 3(3),4(4),5(3),7(3),8(5);1[1]	I;2[1432],5[3916]	7168	3	191404

[a]i(no.):no.of machines which are needed for machine type i ;i[no.] : no. of machine type i acquired.
[b] m(no.) : units of part type m receive treatment of subcontract (S) or intercell movement(I)

Table 8. Computational results for fuzzy non-linear mixed-integer programming with single objective (data set Ⅲ)

Data Set : Problem size = 8×12 , c= 3, NM= 4, p_0 = 200000 , p_r = 2							
operator		machines/parts	{number of machines needed}[a]	intercell movement(I) and subcontract(S)[b]	pivot	No. of EE	total of dealing with EE($)
1.max-min		{1,2,3,4,5/1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} {6,7,8/11,12}	1(4),2(7),3(7),4(5),5(4);6[3] 6(2),7(3),8(3)		18306	3	185223
2. average		{1,2,3,4,5,6/1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} {7,8/11,12}	1(4),2(7),3(7),4(5),5(4),6(4) 7(3),8(3);6[1]		47988	1	61741
3. product		{1,2,3,4,5/1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} {6,7,8/9,10}	1(4),2(7),3(7),4(5),5(4);6[2] 6(2),7(3),8(3)	I; 7[5592]	79563	3	141936
4. two-phase		same as case 3	same as case 3	same as case 3	52067	3	141936
5. γ-operator		same as case 3	same as case 3	same as case 3	33701	3	141936
6. traditional	NM=4	{4,5,6/7,8,9,10} {1,2,3/1,2,3,4,5,6} {7,8/11,12}	4(4),5(4),6(4);2[1],3[2] 1(4),2(6),3(5);4[1] 7(3),8(3)	I;7[7283 S;11[20977]	52236	7	321184
	NM=6	{7,8/11,12} {1,2,3,4,5,6/1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}	7(3).8(3) 1(4),2(7),3(7),4(5),5(4),6(4)	I;11[20977]	1561	1	60833

[a]i(no.):no.of machines which are needed for machine type i ;i[no.] : no. of machine type i acquired.
[b] m(no.) : units of part type m receive treatment of subcontract (S) or intercell movement(I)

2.5 수행결과

Table 6, Table 7 그리고 Table 8을 기초로 결과들을 요약하면 다음과 같다.
첫째, Table 8에서 보듯이 평균연산자가 수행도와 비용결과면에서 우수하다. 그러므로 평균연산자가 비선형이 함께 있는 셀 형성문제에서는 효율적인 연산자이다.
둘째, γ-연산자는 γ값의 변화에 따라서 셀이 형성되어야 한다. 본 연구에서는 γ값은 0.1단위로 0에서 1까지 변화시켜 수행하여 총비용이 최소가 되는 것을 설정하였다. 일반적으로 비선형일때 가장 효율적인 연산자인 γ-연산자는 셀 형성 문제에서는 계산상 시간과 효율적인 면에서 비효율적이다.
세째, 전형적인 방법으로 문제를 해결하는 것보다 퍼지방법을 이용하는 것이 보다 더 유연한 방법임을 알 수 있다.
본 연구에서 셀을 형성하고 예외적인 요소를 제거하는 비용을 최소화하기 위하여 퍼지 비선형 혼합정수계획법에 수치실험을 수행해본 결과 셀 형성 문제에서는 퍼지목적과 퍼지제약을 통합하는 절충 연산자로서 평균연산자가 우수함을 알 수 있다.

3. 결 론

퍼지환경하에서는 의사결정자가 느끼는 선호도가 반영되어야 하므로 이를 적절하게 해결할 수 있는 연산자를 결정하여야 한다. 그리고 의사결정자는 자신의 선호도를 반영하면서 예외적인 요소에 관련되는 총비용들을 최소로 하려는 경향이 있으므로 의사결정자의 선호도를 잘 반영될 수 있는 최적 셀을 구성하는 방법을 제시하였다. 이 과정에서 의사결정자의 선호도의 선택의 폭을 넓힐 수 있도록 하여 보다 폭 넓은 의사결정이 될 수 있다. 이 과정에서 의사결정자의 선호도가 선형이 아닌 비선형으로 형성될 수 있으므로 보다 더 현실적임을 입증하였다. 가장 효율적인 연산자를 결정하여 해결함으로써 주어진 문제의 상황에 적절하게 대처할 수 있는 방법론을 제시함으로서 제조시스템에서의 셀 형성을 하는 과정에서 발생할 수 있는 문제들을 해결할 수 있는 방향을 제기하였다. 앞으로 최적 셀을 형성하는 문제에 있어서는 기계 구입비용, 부품간의 이동비용 그리고 하청비용에 대한 총비용의 최소화이외에도 부품간의 유사성계수와 같은 목적을 가질 수 있으므로 보다 더 정확한 셀을 형성하기 위해서는 이를 적용한 다목적 문제도 고려되어야 한다.

참고문헌

[1] Beaulieu, A., Gharbi, A. and Ait-Kadi, "An Algorithm for the Cell Formation the machine Selection Problems in the Design of A Cellular Manufacturing System," International Journal of Production Research, Vol. 35, No. 7, pp. 1857-1874, 1997.

[2] Chu, C. H. and Hayya, J. C., "A Fuzzy Clustering Approach to Manufacturing Cell Formation", International Journal of Production Research, Vol.29, No.7, pp.1475-1487, 1991.

[3] Dubois, D. and Prade, H., Fuzzy Sets and System Theory and Application, Academic Press, New York, 1980.

[4] Logendran, R. and Ramakrishna, P., " A Methodology for Simultaneously Dealing With Machine Duplication and Part Subcontracting in Cellular manufacturing System", Computer Operations, Vol.24, No.2, pp. 97-116, 1997.

[5] Sakawa, M. and Yano, H. "An Interactive Fuzzy Satisficing Method for Generalized Multiobjective Linear programming Problems with Fuzzy parameters", Fuzzy Sets and Systems, Vol.35, pp.125-142,1990.

[6] Seiforddini, H. and Wolef, P. M., "Application of the Similarity Coefficient Method in Group Technology, " IIE Transactions, Vol. 18, pp. 271-277, 1986.

[7] Selim, H. M., Askin. R. G. and Vakharia, A.J.,"Cell Formation in Group Techonology : Review, Evaluation and Directions for Future Research", Computers Industrial Engineering, Vol. 34, N0.1, pp.3-20, 1998.

[8] Shafer, S. M., Kern, G. M. and Wei, J. C., "A mathematical Programming Approach for Dealing With Exceptional Elements in Cellular Manufacturing," International Journal of Production Research, Vol. 30., pp.1029-1036, 1992.

[9] Tsai, C. C., Chu, C. H. and Barta, T. A., "Modeling and Analysis of a manufacturing Cell Formation Problem with Fuzzy Mixed-Integer Programming," IIE Tractions, Vol. 29, pp. 533-547, 1997.

[10] Wei, J. C. and Gaither, N., "An Optimal Model for Cell Formation Decisions," Decision Sciences, Vol. 21, No. 2, pp. 416-433, 1990.

[11] Wemmerlöv. U and Hyer. N. L, "Procedure for the part Family, Machine Group Identification Problem in Cellular Manufacturing."Journal of Operations Management. Vol. 6, pp. 125-147, 1986.

[12] Zimmermann, H. J., Fuzzy Sets, Decision Making, and Expert Systems, Kluwer Academic Publishers. Boston. 1991.