▩ 연구논문

유연생산시스템의 성능평가에 관한 연구
A study on the Performance Evaluation of Flexible Manufacturing Systems

장진익*
Chang, Jin Ick
김원중**
Kim, Won Joong

ABSTRACT

To apply the queueing network theory in evaluating performances of flexible manufacturing systems, it is generally assumed that the processing times are distributed exponentially. However, in FMS, processing times are usually deterministic.
In this study the performance measures of FMS are approximated under the assumption that processing times are usually deterministic. Multi-classes of parts and single server and multi-server stations are considered in the model. This study also that, in the numerical example, this approach yields better solutions than those obtained by the pure Linearizer algorithm, when the processing times are deterministic.

1. 서론

최근 생산시스템의 하드웨어 기술의 진보와 더불어 생산성을 향상시키는 열쇠로서 유연생산시스템의 역할의 중요성이 인식되고 있으나 시스템의 성능을 분석하고 최적화시키는 통제능력은 시스템 구성의 복잡성으로 인하여 상대적으로 낙후되어 있다. 이 사실은 고도로 자동화되고 값비싼 시스템이 설치되어 있다 할지라도 그 능력을 최대한 이용하지 못하고 있음을 뜻한다.

따라서 본 연구에서는 FMS의 성능평가에 관한 모형적접근을 통하여 생산시스템의 설계문제와 운영문제 해결에 도움을 주며, 현재의 시스템에 관한 개선점을 발견하여 예견되는 상황변화에 대한 계획수립의 중요한 수단을 제공함에 그 목적이 있다.

FMS의 성능평가에 널리 이용되는 성능척도에는 단위시간당 생산량인 출력율, 기계 및 설비의 이용율, 각 작업장에서의 재공품 수, 평균대기시간, 납기를 맞추는 비율 및 품질 등이 있다.

FMS의 설계 및 운영문제를 모형화하고 성능을 평가함에 있어 다수의 수학적, 방법론적인 도구와 기법이 사용되고 있다. 본 연구에서는 대기행렬네트워크이론을 이용하여 성능척도를 구하기 위한 분석알고리즘으로 기존의 기법들보다 여러 종류의 작업물을 취급할 수 있으며, 직관

* 충청대학 품질안전공학부 부교수
** 아주대학교 산업공학과 교수

적인 해석이 가능하고 또한 개산적•발견적 해법으로의 확장이 비교적 용이한 것으로 알려진 평균치분석기법을 이용하여 1)모형정립이 용이한 가공시간이 지수분포를 갖는 경우와 2)FMS의 특성에 보다 적합한 가공시간이 확정적인 경우를 연구대상으로 삼는다.

2. FMS의 모형화와 성능평가 기법

2.1 FMS모형의 구성 및 전제조건

본 연구대상이 되는 FMS모형은 M개의 작업장, 운송시스템(MHS), 중앙저장소를 가지며 작업물을 MHS에 적재/하역시키는 작업장(L/UL; Loading/Unloading Station)으로 구성된다.

각 작업장은 작업장별로 동일한 기능을 보유하고 있는 단일 또는 복수의 공작기계들로 구성되며, 재공품을 저장할 수 있는 충분한 크기의 지역버퍼가 마련되어 블로킹 현상은 발생하지 않는다고 가정한다. 각 작업장의 서버의 수는 단일 또는 복수가 될 수 있으며, 가공시간은 지수분포를 따르는 경우와 확정적인 경우로 나누어 생각한다. 각 작업장에서의 서비스규칙은 선입선출규칙 따른다. 적재/하역장은 하나의 작업장으로 간주하며, 운송시스템은 다수의 AGV를 운용하며 모형정립시 이 역시 하나의 작업장으로 간주할 수 있다.

시스템에 투입되는 작업물은 작업계획에 의해 가공순서가 미리 정해져 있어 그 가공경로에 따라 각 작업장을 거친 후 적재/하역장으로 운송되어 시스템을 떠난다.

시스템내의 총 가용파레트 수는 $\overline{N}$로 작업물의 종류별로 N_r씩 할당되어 있다. 즉 모든 공정을 거쳐 완성된 부품이 시스템을 떠나는 즉시 동일종류의 새로운 작업물이 떠난 작업물이 사용하던 파레트에 적재되므로 시스템내에는 항상 같은 수의 작업물이 존재하며 더욱이 종류별 작업물 수도 처음 그대로 유지된다. 이러한 사실이 FMS를 폐쇄형 대기행렬 네트워크로 모형화 할 수 있는 근거가 된다.

2-2. FMS성능평가 기법에 대한 기존연구

다단계 공정을 거치는 공정연구 과정에서 대기행렬 네트워크 이론의 연구가 이루어졌으며, Gordon & Newell은 확률적 가정들에 기초를 두고 서버들의 모수에 대해 CQN의 성능모수에 관한 해석적인 공식들을 도출해 냈다.

Baskett et al.은 기존의 결과를 다양한 대기행렬 네트워크로 확장시킨 광범위한 연구를 수행하였다. 시스템이 안정상태에 도달했을 때 전체 시스템의 상태확률은 네트워크 각 요소들의 상태확률의 곱으로 나타나므로 성능모수 계산시 상당한 계산량을 피할 길이 없다.

이러한 어려움을 타결하기 위해 반복적 알고리즘이 개발되었다. Solberg는 각종 시스템의 모형화와 성능예측기법에 CQN의 적용을 발판으로 FMS의 연구에 재시도 하였다. 그는 Gordon & Newell의 CQN모형과 Buzen의 알고리즘을 사용하여 모의실험으로 얻어지는 성능척도들에 대한 결과와 일치함을 밝혔다.

Hildebrant는 작업물의 종류에 따라 이용 가능한 파레트가 한정되도록 FMS를 여러 종류의 작업물을 갖는 CQN으로 볼 것을 제안했으며 그의 알고리즘은 Reiser & Lavenberg의 MVA의 확장이다. 그러나 이들 모든 연구에서는 지수 가공시간을 가정으로 모형화와 성능척도를 구했다는 점에 한계가 있다.

따라서 가공시간을 확정적인 경우로 확장시켜 FMS의 특성에 더 적합한 성능척도에 관한 알고리즘을 개발하는데 본 연구의 목적이 있다.

3. 제안 알고리즘

본 연구에 사용되는 기호는 다음과 같다.

M ; 작업장의 수
R ; 작업물의 종류
$\overline{N}$; $(N_1, N_2, \cdots, N_r, \cdots, N_R)$; 각 작업물 종류별로 할당된 파레트 수에 대한 모집단
S_{mr} ; 작업장 m에서의 작업물 종류 r의 가공시간
V_{mr} ; 작업장 m에서의 작업물 종류 r의 방문회수
$R(m)$; 작업장 m을 방문하는 작업물 종류들의 집합
$M(r)$; 작업물 종류 r이 방문하는 작업장들의 집합
TH_{or} ; 작업물 종류 r의 시스템출력률
$TH_{mr} = V_{mr} \cdot TH_{or}$; 작업장 m에서의 작업물 종류 r의 출력률
L_{mr} ; 작업장 m에서의 작업물 종류 r의 평균 재공품의 수
W_{mr} ; 작업장 m에서의 작업물 종류 r의 평균대기시간
U_{mr} ; 작업장 m에서의 작업물 종류 r의 이용률
NS_m ; 작업장 m에서의 설비의 수

3-1. 대기행렬 네트워크 모형과 MVA

대기행렬 네트워크 모형에 관한 고전적 접근방법은 product-form solution을 도출하는 것이다. 이러한 해는 작업장의 수와 시스템 내에 존재할 수 있는 고객의 수가 커지면 상태공간의 수가 엄청나게 증가하여 정상화 상수를 손쉽게 구할 수 없어 성능척도 계산이 용이하지 않다. 이러한 정상화 상수를 효율적으로 구하기 위한 알고리즘들이 지속적으로 개발되어 왔다. 그러나 정상화 상수를 이용한 결합알고리즘(convolution algorithm)은 작업물의 종류가 다양해지면 훨씬 복잡해진다. 따라서 최근에는 결합 알고리즘에 의존하지 않고 성능척도를 계산할 수 있는 방법인 평균치 분석기법(MVA ; Mean Value Analysis)이 도착정리(arrival theorem)에 근거를 두고 제안되었다.

MVA는 시스템의 어떤 작업장에서의 평균 대기시간과 고객의 수가 하나 적은 시스템에서 어떤 작업장에서의 평균 대기행렬의 길이 사이의 관련성에 근거하여 다음과 같은 직관적인 두 원칙 ; (1)도착순간 고객은 안정상태에서 자신이 제거된 동일한 폐쇄시스템을 보게되며, (2) Little's Law가 전체 시스템 및 내부 각 대기행렬 모두에 적용된다는 사실에 입각하여 CQN을 분석하기 위한 알고리즘이다.

작업물의 종류가 여럿인 CQN에서 대기행렬 네트워크가 product-form solution을 가지려면 각 작업장에서 작업물의 가공시간이 지수분포를 따라야 하고 종류에 무관해야 한다. $S_{mr} = S_m$, $(m=1,2,\cdots,M)$ 작업장 m에 작업물 종류 r이 한번 방문할 때 기다리게 되는 평균 대기시간은 다음과 같다.

$$W_{mr}(\overline{N}) = S_m [1 + \sum_{k \in R(m)} L_{mk}(\overline{N} - e_r)] \tag{1}$$

시스템의 출력율인 적재/하역장에서의 출력율과 각 작업장에서의 출력율 및 재공품의 수는 Little's Law를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$TH_{or}(\overline{N}) = N_r / \sum_{m \in M(r)} V_{mr} \cdot W_{mr}(\overline{N}) \tag{2}$$

$$TH_{mr}(\overline{N}) = TH_{or}(\overline{N}) \cdot V_{mr} \qquad (3)$$
$$L_{mr}(\overline{N}) = TH_{or}(\overline{N}) \cdot V_{mr} \cdot W_{mr}(\overline{N}) \qquad (4)$$

이 경우 MVA 알고리즘은 초기치 $L(\overline{0}) = 0(m=1.2.\cdots.M, r=1,2,\cdots.R)$을 주고서 모집단 벡타 0에서 $\overline{N}$에 이르기까지 (1)~(4)를 수행하는 반복 알고리즘(Recursive Algorithm)이다. 따라서 이 반복 알고리즘의 수행에는 $\sum_{r=1}^{R}(N_r+1)$개의 계산단계가 필요하며 $M\cdot\sum_{r=1}^{R}(N_r+1)$개의 값이 동시 저장되어야 하므로 작업물의 종류가 많은 시스템분석에는 바람직하지 못하다.

이러한 문제점을 해결하기 위한 발견적 해법(heuristic algorithm)개발의 필요성에 의해 여러 연구들이 진척되었다. 이중 Chandy & Neuse 는 Linearizer Algorithm을 개발했다. 이러한 연구 대부분이 채택하는 방안은 모집단 $\overline{N}$에 관한 정보를 사용하여 모집단 $\overline{N}-e_r$에 대한 통계량을 추론해내고 모집단 $\overline{N}$에 대한 새로운 통계량을 구하기 위해 MVA알고리즘을 수행하여 수렴이 이루어질 때까지 계산치를 향상시킨다.

3-2. 발견적 해법(Heuristic Algorithm)

주목할 만한 발견적 해법으로 Schweitzer 에 의해 제안되고 Bard에 의해 광범위하게 실증된 알고리즘을 들 수 있다. 이 Schweitzer-Bard 알고리즘은

$$L_{mk}(\overline{N}-e_r) = \begin{cases} L_{mk}(\overline{N}) & , k \neq r \\ (n_k-1)/n_k \cdot L_{mk}(\overline{N}) & , k=r \end{cases}$$

을 가정하고 있다. 이 식을 Reiser의 수정항 $\varepsilon^r_{mk}(\overline{N})$ 형태로 고쳐쓰면

$$\varepsilon^r_{mk}(\overline{N}) \simeq \begin{cases} 0 & , k \neq r \\ L_{mr}(\overline{N}) & , k=r \end{cases}$$

이 된다.

또한 이 수정항은 어떤 종류 r에 대해서도 조건

$\sum_{m\in M(r)} \varepsilon^r_{mk}(\overline{N}) = \sum_{m\in M(r)} L_{mr}(\overline{N}) \;/\; N_r = 1$ 을 만족해야 한다.

Chandy & Neuse에 제안된 Linearizer해법은 시스템 전체의 작업물 수와 특정작업장에서의 작업물 수의 비율과 모집단을 $\overline{N}$ 와 $\overline{N}-e_r$ 로 간주하였을 때 상기 비율의 차이를 이용하여 $L_{mk}(\overline{N}-e_r)$값을 구한다. 즉,

$$L_{mk}(\overline{N}-e_r) = (\overline{N}-e_r)k\,[F_{mk}(\overline{N}) + D_{mkr}(\overline{N})]$$

단, $(\overline{N}-e_r)_k = \begin{cases} N_k & , k \neq r \\ N_k - 1 & , k=r \end{cases}$

$$F_{mk}(\overline{N}) = L_{mk}(\overline{N}) \;/\; N_k$$
$$D_{mkr}(\overline{N}) = F_{mk}(\overline{N}-e_r) - F_{mk}(\overline{N})$$

위 식에서 알 수 있듯이 $D_{mkr}(\overline{N})$는 모집단이 상이한 $F_{mk}(\overline{N}-e_r)$ 을 포함하고 있으므로 $L_{mk}(\overline{N}-e_r)$의 직접 계산은 불가능하고 먼저 $D_{mkr}(\overline{N})$를 추정한 후에야 계산이 가능하다.

$D_{mkr}(\overline{N})$값의 추정치를 입력자료로 주게 될 때의 해법을 Core알고리즘이라 일컫고, 더욱이 그 값을 0으로 하였을 경우의 해법을 Schweitzer-Core알고리즘이라 한다. 이렇게 볼 때 Linearizer알고리즘은 매 반복마다 $D_{mkr}(\overline{N})$의 추정치를 보다 정확하게 구하는 Core알고리즘의 개선해법이다.

3-2-1 Schweitzer-Core알고리즘

입력자료 ;

$M,\ R,\ N_{r,}\ S_{mr,}\ V_{mr,}\ D_{mkr}(\overline{N})=0,\ L_{mk}(\overline{N})$

$(m=1,2,\cdots,M\ ;\ r=1,2,\cdots,R)$

단계 1 ; $L_{mr}(\overline{N})$의 초기치를 구한다.

$$L_{mk}(\overline{N}) = \begin{cases} N_k/|M(k)| & ,\ m\in M \\ 0 & ,\ m\notin M \end{cases}$$

단, $|M(k)|$; 작업물 종류 k가 방문하는 작업장의 수

단계 2 ; $L_{mk}(\overline{N}-e_k)$, $(m\in M,\ r=1,2,\cdots,R)$ 을 구한다.

단계 3 ; $W_{mr}(\overline{N}),\ TH_{or}(\overline{N}),\ L_{mr}(\overline{N})$ 을 구한다.

단계 4 ; 수렴검사(convergency test)를 구한다.

$$\max\ |L^{I}_{mk}(\overline{N})\ -\ L^{I-1}_{mk}(\overline{N})\ |\ /\ N_k \geq 1/(4000+16|\overline{M}|)$$

$$단,\ |\overline{N}|\ =\ \sum_{r=1}^{R} N_r$$

이면 I=I+1로 두고 단계 2로 가서 알고리즘을 반복한다.

3-2-2 Linearizer 알고리즘

보다 정확한 값을 얻기 위해 Schweitzer-Core알고리즘을 개선시킨 해법으로 그 부프로그램에 Schweitzer-Core알고리즘을 가지며 자체적으로 추정치를 계산한다.

입력자료 ; $M,\ R,\ N_{r,}\ S_{mr,}\ V_{mr,}\ (m=1,2,\cdots,M\ ;\ r=1,2,\cdots,R)$

단계 1 ; $L_{mk}(\overline{N})$ 및 $L_{mk}(\overline{N}-e_r)$의 초기값을 구한다.

$$L_{mk}(\overline{N}) = \begin{cases} N_k\ /\ |M(k)| & ,\ m\in M(k) \\ 0 & ,\ m\notin M(k) \end{cases}$$

$$L_{mk}(\overline{N}-e_r) = \begin{cases} (\overline{N}-e_r)_k\ /\ |M(k)| & ,\ m\in M(k) \\ 0 & ,\ m\notin M(k) \end{cases}$$

$D_{mkr}(\overline{N})\ =\ 0$ for $all\ \ m.k.r$

$I=1$

단계 2 ; 모집단 $\overline{N}$에 대하여 Schweitzer-Core알고리즘을 수행한다. $\overline{N}$값은 최근값 $L_{mk}(\overline{N}),\ D_{mkr}(\overline{N})$을 사용한다.

단계 3 ; 종료검사

I=3이면 계산을 종료하고, 그렇지 않으며 단계4를 수행한다.

단계 4 ; 모집단 $\overline{N}-e_r\ (r=1,2,\cdots,R)$ 각각에 대하여 Schweitzer-Core알고리즘을 수행한다. 입력자료로는 가장 최근에 얻은 $L_{mk}(\overline{N}-e_r),\ D_{mkr}(\overline{N}-e_r)$값을 사용하나 Linearizer가정에 의해 $D_{mkr}(\overline{N})$ 값은 그대로 사용한다.

단계 5 ; $F_{mk}(\overline{N}),\ F_{mk}(\overline{N}-e_r)$추정치를 구한 후 $D_{mkr}(\overline{N})$ 값을 구한다.

단계 6 ; I=I+1라 두고 단계2로 가서 반복한다.

본 연구에서는 메모리량은 다소 많지만 그 정도(precision)가 높은 Linearizer 알고리즘을 활용 알고리즘으로 채택한다.

4. FMS의 성능 평가

작업물 종류별로 각기 상이한 가공시간을 갖는 시스템의 경우, 작업장 m에 도착하는 작업물 종류 r이 기다리는 평균 대기시간은 다음과 같이 계산된다.

$$W_{mr}(\overline{N}) = S_{mr} + (1/NS_m) \sum_{k \in R(m)} S_{mk}[L_{mk}(\overline{N} - e_r) - U_{mk}(\overline{N} - e_r)] + \overline{W_{mr}} \quad (5)$$

위 식에서 이용율 $U_{mk}(\overline{N} - e_r)$의 값을 반복적으로 계산하기 위하여, 출력률 $TH_{mk}(\overline{N} - e_r)$에 관하여 $L_{mk}(\overline{N} - e_r)$ 계산시 사용한 비례가정을 적용하면,

$$TH_{mk}(\overline{N} - e_r) = \begin{cases} TH_{mk}(\overline{N}) & , k \neq r \\ (N_k - 1)/N_k \cdot TH_{mk} & , k = r \end{cases}$$

이 되어 $U_{mk}(\overline{N} - e_r) = S_{mk} \cdot TH_{mk}(\overline{N} - e_r)$이다. $TH_{mk}(\overline{N} - e_r)$의 초기치로 작업물 종류 k의 시스템에 가장 근사한 값을 갖게 될 작업물 종류 k가 방문하는 작업장 중에서 병목현상을 야기 시키는 작업장에서의 출력율로 한다.

$TH^o_{mk}(\overline{N}) = L_{m^*k}(\overline{N}) / L_{m^*}(\overline{N}) \cdot S_{m^*k}$

단, $m^* = [i | \max S_{ik}|]$, 단, $i \in M(k)$

셋째항 $\overline{W_{mk}}$의 계산은 작업장에서의 서버의 수가 단수일 경우와 복수일 경우 각기 달리 계산된다. 논의의 편의상 복수서버부터 살펴보자. 복수서버 작업장일 경우 $\overline{W_{mk}}$ 은 다음과 같다.

$$\overline{W_{mr}} = PB_{mr} \cdot DT_{mr} \quad (6)$$

여기서 PB_{mr}은 종류 r의 작업물이 작업장 m에 도착시 모든 서버(공작기계)들이 작동할 확률이며, DT_{mr}은 도착 순간 서비스(가공)를 받고 있는 작업물 중 가장 빨리 작업을 마치고 나가는 작업물의 평균 잔여가공시간(mean residual processing time)이다.

작업장 m에서 작업물의 평균가공시간은

$$\overline{S_{mr}} = \frac{\sum_{k \in R(m)} U_{mk}(\overline{N} - e_r)}{\sum_{k \in R(m)} TH_{mk}(\overline{N} - e_r)} \quad (7)$$

이 되며, 작업장에는 다수의 기계를 보유하고 있으므로 완전 가동시 작업물 하나를 생산하는데 소요되는 평균시간은 $\overline{S_{mr}} / NS_m$임을 알 수 있다. 따라서 다수의 기계가 한 작업장에 배치되어 있지만 평균생산시간이 $\overline{S_{mr}} / NS_m$인 단일 서버를 갖는 작업장으로 간주 할 수 있다.

작업물 생산간격시간은 상호 독립이고 동일분포를 하므로, 작업물의 가공완료시점을 renewal의 발생시점으로 보아 renewal이론을 적용하여 잔여 가공시간 DT을 구하면 다음과 같다.

$$DT_{mr} = \frac{(1 + C^2_{X1})}{2} \cdot \frac{\sum_{k \in R(m)} U_{mk}(\overline{N} - e_r)}{NS_m \sum_{k \in R(m)} TH_{mk}(\overline{N} - e_r)} \quad (8)$$

단, X는 가공 완료시간 간격을 대변하는 확률변수이며, C^2_{X1}은 제곱 변동계수이다.

(8)식에서 가공시간이 지수분포를 따르면 $C^2_{X1} = 1$ 이므로

$$DT_{mr} = \frac{\sum_{k \in R(m)} U_{mk}(\overline{N} - e_r)}{NS_m \sum_{k \in R(m)} TH_{mk}(\overline{N} - e_r)} \tag{9}$$

이 되며, 가공시간이 확정적인 경우에는 $C^2_{X1} = 0$ 이므로 지수 가공시간을 따를 경우의 절반에 해당하는 양임을 알 수 있다. 즉,

$$DT_{mr} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{k \in R(m)} U_{mk}(\overline{N} - e_r)}{NS_m \sum_{k \in R(m)} TH_{mk}(\overline{N} - e_r)} \tag{10}$$

종류 r의 작업물이 작업장 m에 도착했을 때 모든 기계가 작동중일 확률 PB_{mr}은, 가공시간이 지수분포를 따를 경우에는 $(M/M/s)$; $(GD/N/\infty)$ 대기행렬 모형에서 평균도착율이 $\overline{TH_{mr}} = \sum TH_{mk}(\overline{N} - e_r)$이고 평균 가공시간은 식(7)이 되므로

$$PB_{mr} = \frac{\overline{U_{mr}^{NS_m}}(1-F_{mr})^{L_m - NS_m + 1}}{NS_m!(1-F_{mr})\sum_{t=0}^{L_m-1}\overline{U_{mr}^{NS_m}}/t! + \frac{(1-F_{mr})^{L_m - NS_m + 1}}{NS_m!(1-F_{mr})}} \tag{11}$$

단, L은 작업장 m에 도착순간 찾아 볼 수 있는 최대 작업물의 수로써

$$L_m = \sum_{k \in R(m)} N_k V_{mk} - 1$$

$$\overline{U_{mr}} = \sum_{k \in R(m)} U_{mk}(\overline{N} - e_r)$$

$$F_{mr} = U_{mr} / NS_m$$

가공시간이 확정적일 경우에 평균 도착율은 지수분포에서와 마찬가지로 $\sum_{k \in R(m)} TH_{mk}(\overline{N} - e_r)$인 포아송 과정에 따라 도착이 이루어지고 작업물의 가공시간은 작업물의 종류에 따라서 서로 다른 확정적인 값 (7)식을 갖는다.

따라서 고려 대상이 되는 작업장은 $(M/D/NS_m)$; $(FIFO/|\overline{N}|/\infty)$대기행렬 시스템이다. 이를 Embedded Markov process로 정식화시키기 위해 서비스가 완료되는 시점을 변환의 발생시점으로 보게되면, 다중 서버 모델에서는 한 명의 고객이 요구하는 서비스 시간 간격마다 관측해야 한다. 이때 서비스 간격의 시작점에 이미 서비스를 받고 있던 고객들은 그 간격 끝에서는 모두 서비스를 완료하고 시스템을 떠난다.

서비스 시간을 단위구간으로 취했으므로, 단위구간의 종점에서 시스템에 남아있는 고객 수에 관한 확률은 시점에서의 고객 수에 관한 확률에 그 구간동안 도착한 고객 수에 관한 확률의 곱으로 표시된다.

이러한 절차를 거쳐 PB_{mr}을 구하면 다음과 같다.

$$PB_{mr} = 1 - \exp[-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\cdot\left\{1 - \sum_{i=1}^{n(NS_m-1)}\frac{(n\lambda/\mu)^i}{i!}\exp(-n\lambda/\mu)\right\}] \tag{12}$$

단, $\lambda/\mu = \sum_{k \in R(m)} U_{mk}(\overline{N} - e_r)$

시스템이 단일서버 작업장과 다중서버 작업장이 혼재되어 있는 복합시스템일 경우에는 지금까지 논의한 다중서버 작업장 외에 단일서버 작업장에서의 평균대기시간을 따로 구해야 한다. 이 경우에도 가공시간에 따라 두 가지로 나누어 생각해야 한다.

1) 가공시간이 지수분포를 따를 경우 $\overline{W_{mr}} = \sum_{k \in R(m)} S_{mk} U_{mk}(\overline{N} - e_r)$ 이므로,

$$W_{mr}(\overline{N}) = S_{mr} + \sum_{k \in R(m)} S_{mk} L_{mk}(\overline{N} - e_r) \tag{13}$$

로 나타나 지수분포의 무기억성이 지켜지고 있음을 알 수 있다.

2) 가공시간이 확정적일 경우, $\overline{W_{mr}}$ 은 작업물의 도착시간과 가장 먼저 가공을 끝내고 나갈 작업물의 종류에 영향을 받으므로 $\overline{W_{mr}} = \frac{1}{2} \sum_{k \in R(m)} S_{mk}\, U_{mk}(\overline{N} - e_r)$가 된다. 따라서 대기시간은 다음과 같다.

$$W_{mr}(\overline{N}) = S_{mr} + \sum_{k \in R(m)} S_{mk}\,[\,L_{mk}(\overline{N} - e_r) - 1/2 \cdot U_{mk}(\overline{N} - e_r)\,] \qquad (14)$$

5. 적용 예제

확정적 가공시간을 갖는 경우와 동일한 값을 평균으로 하는 지수 가공시간을 갖는 경우의 각 성능척도들을 비교한다. 정확성에 관한 평가 기준으로 확정적 가공시간을 가질 때의 SLAM으로 구성하여 평가한 simulation 결과를 기준으로 한다.

[표1] 은 각 작업물 종류별 공정순서, 할당 파레트 수, 각 작업장에서의 가공시간을 보여주는 입력자료이며, [표2]는 각 작업장 별 주어진 기계대수이다.

[Table.1] processing sequence, processing time and the number of allocated pallet

작업물종류 / 공정순서	1	2	3
1	A/25	B/15	A/25
2	B/15	A/30	B/18
3	INS/35	INS/45	C/25
4	L/UL/7	L/UL/8	INS/35
5			L/UL/7

[Table.2] The number of machines per work station.

작업장	A	B	C	INS	L/UL	AGV
기계댓수	3	2	1	1	1	2

[표3]과 [표4]에서는 단위 기계당 이용율과 평균 대기행렬길이를 보여준다.

[Table.3] utilization per unit machine

작 업 장	SIM	MVA(DET)	∣△∣ (%)	MVA(EXP)	∣△∣ (%)
A	0.970	0.951	1.9	0.877	9.6
B	0.935	0.916	2.0	0.842	9.9
C	0.992	0.939	5.3	0.835	15.8
INS	0.390	0.400	2.7	0.405	3.8
L/UL	0.857	0.839	2.1	0.775	9.6
AGV	1.000	0.982	1.8	0.902	9.8

[Table.4] mean queue length

작업물종류	SIM	MVA(DET.)	|△| (%)	MVA(EXP.)	|△| (%)
1	0.0390	0.0397	1.8	0.0372	4.6
2	0.0380	0.0373	1.8	0.0351	7.6
3	0.0400	0.0376	6.0	0.0334	16.5
평균			3.2		9.57

MVA알고리즘 사용시 가장 정확한 성능평가 척도인 이용율은 가공시간이 지수분포인 경우 보다 FMS 상황에서 더 현실적인 확정적으로 보았을 때가 실제 시뮬레이션 값에 근사하고, 특히 다중 서버 작업장인 A, B, AGV에서 더욱 그러한 특성이 잘 나타난다.

[표4]에서 알 수 있듯이, 다중 서버 작업장 A와 B에서의 평균 대기열의 길이는 가공시간이 확정적인 경우가 지수분포인 경우의 절반에 가까운 사실은 대기행렬 이론의 각종 문헌들에서 나타나는 결과와 일치하며, 본 연구에서는 (5)식의 평균대기시간 계산시 나타난 $\overline{W_{mr}}$항을 결정짓는 DT_{mr}에 관한 식들 (9) 및 (10)을 반영하고 있으며, 또한 이용율이 식(5)에서 큰 값으로 감해지고 있음을 그대로 보여주고 있다. 다중서버 작업장이라도 AGV의 경우에는 두 경우가 유사한 값을 갖는데 이는 [표3]에서 알 수 있듯이 AGV의 이용율이 1의 값에 가까운 heavy utilization의 결과로 인한 것이다.

단일 서버 작업장 C, INS, L/UL에서 평균 대기행렬의 길이가 지수분포인 경우 보다 확정적인 경우가 더 짧은 것은(13)식 및 (14)식으로 계산되는 평균 대기시간으로도 쉽게 확인 가능하다. 다시 말하면 W_{mr}만큼의 차이로 인한 것이라 할 수 있다.

[표5] 및 [표6]은 작업종류별 생산율과 AGV 지체시간(sojourn tim)을 보여주고 있다.

[Table.5] throughput per job class

작업장	SIM	MVA(DET)	MVA(EXP)
A	1.77	1.90	3.64
B	1.43	1.68	3.15
C	2.39	2.25	3.85
INS	0.32	0.37	0.67
L/UL	4.29	4.07	5.27
AGV	4.77	4.75	4.68

[Table.6] AGV sojourn time per job class

작업물종류	SIM	MVA(DET.)	|△| (%)	MVA(EXP.)	|△| (%)
1	15.54	16.80	9.52	17.62	14.86
2	15.46	16.90	9.31	18.10	17.08
3	15.85	16.97	7.70	18.13	14.38
평균			3.68		15.44

이 두 경우 모두 확정적 가공시간일 때 시뮬레이션 값에 훨씬 근사함을 알 수 있다.

6.결론

본 연구에서는 유연생산시스템의 성능평가 시 대기행렬 네트워크 이론을 응용할 경우 통상 그 가공시간으로 지수분포를 가정하고 있으나 확정적 가공시간이 더 적절함을 여러 성능척도를 비교해 봄으로써 확인하였다.

특히 작업장이 다수의 공작기계로 구성되고, 작업물의 종류별로 가공시간이 다르며, 가공시간 또한 변동하는 값이 아니라 확정적일 때, 선입선출로 작업물을 처리 · 가공하는 시스템에서의 성능평가를 위한 해법절차를 개발하였다.

본 연구에서 개발한 해법절차는 확정적 가공시간을 염두에 두고 MVA의 발견적 해법인 Linearizer를 약간 변형한 것으로써 모의실험의 결과와 근사한 값을 얻게 해준다.

또한 해법을 개발하는 과정에서 얻어진 지수 가공시간에서의 근사식들은 직관적인 해석을 가능케 하여 이외의 성과였다. 따라서 개발된 해법으로도 몇몇 식들만 바꾸어주면 지수 가공시간에 그대로 적용될 수 있다.

참고문헌

[1] Bard, Y. : "Some Extensions to Multiclass Queueing Network Analysis, " Performance of Computer Systems, North-Holland, pp.51-62, 1979.

[2] Baskette F., Chandy K. M., Muntz and Palacios F. G., "Open, Closed and Mixed Networks of Queue with Different Classes of Customers," J. of the ACM, Vol.22, NO.4, pp.248-260, 1975.

[3] Bruell S. C. and Balbo, G. : Computational Algorithms for Closed Queueing Networks, North Holland, (1980).

[4] Buzacott, J. A. and J. G. Shanthikumar,"Design of Manufacturing Systems using Queueing Models, Queueing Systems, Vol.12, pp.135-214, 1992..

[5] Buzen J.P.: "Computational Algorithms for Closed Queueing Networks with Exponential Servers," Communications of ACM, Vol.16, NO.9, pp.527-531, 1973.

[6] Chandy K. M. and Neuse D. : "Linearizer : A Heuristic Algorithm for Queueing Models of Computing Systems," Communications of the ACM, Vol.25, No.2, pp.126-134, 1982.

[7] Gordon W. J. and Newell G. F : "Closed Queueing Networks with Exponential Servers," Oper. Res., Vol.15, No.2, pp.252-265, 1967.

[8] Reiser M. : Mean Value Analysis of Queueing Networks : A New Look at Old Problem", Proc. 4th Int. Symp. on Modeling and Performance Evaluation of Computer Systems, Vienna, 1979.

[9] Reiser M. and Kobayashi, H.:"Queueing Networks with Multiple Closed Chains : Theory and Computational Algorithms", IBM J. Res. Devel., Vol.19, pp.283-294, 1975.

[10] Reiser M and Lavenberg S. S., "Mean-Value Analysis of Closed Multichain Queueing Networks," J. of the ACM, Vol.27, No.2, pp.313-322, 1980..

[11] Schweitzer, J. P. : "Approximate Analysis of Multiclass Closed Networks of Queues." Presented at the Int. Conf. Stochastic Control and Optimization, Amsterdam, 1977.

[12] Solberg, G.G.: "A Mathematical Model of Computerized Manufacturing Systems," Proc. 4th Int. Conf. on Production Research, Tokyo Japan, 1977.

[13] Tempelmeier H., Kuhn H. : Flexible Manufacturing Systems, John Wiley & Sons, Inc. ,1993