

응용논문

유클리디안 외판원 문제를 위한  
자기조직화 신경망의 새로운 구조

A New Structure of Self-Organizing Neural Networks  
for the Euclidean Traveling Salesman Problem

이 석 기\*

Lee, Suk Ki

강 맹 규\*

Kang, Maing Kyu

Abstract

This paper provides a new method of initializing neurons used in self-organizing neural networks and sequencing input nodes for applying to Euclidean traveling salesman problem. We use a general property that in any optimal solution for Euclidean traveling salesman problem, vertices located on the convex hull are visited in the order in which they appear on the convex hull boundary.

We composite input nodes as number of convex hulls and initialize neurons as shape of the external convex hull. And then adapt input nodes as the convex hull unit and all convex hulls are adapted as same pattern, clockwise or counterclockwise.

As a result of our experiments, we obtain 1~3 % improved solutions and these solutions can be used for initial solutions of any global search algorithms.

1. 서론

외판원 문제는 한 외판원이 본사를 출발하여 그의 고객이 있는 모든 도시를 두 번 이상 방문하지 않고 반드시 한 번은 방문하고 본사로 돌아오는 최소비용의 순환로를 찾는 문제이다. 이러한 외판원 문제는 제약 조건을 이완시키거나 변형시킴으로써 다양한 형태의 문제로 바꿀 수 있다. 예를 들어, 소비자에게 물품을 배달하기 위한 최소 비용의 경로결정, PCB 장착순서의 결정, 전력 공급을 위한 네트워크의 설계, 기계의 작동을 위한 일정계획 등과 같은 문제에서도 외판원 문제의 해법이 적용되고 있다. 그러나 이러한 폭넓은 응용성에도 불구하고 외판원 문제는 다항식 계산량을 갖는 알고리즘이 발견되지 않은 NP-Complete 문제이다. 이러한 외판원 문제를 풀기 위해 많은 발견적 기법(heuristic algorithm)들이 연구되고 있다.

본 연구에 사용되는 모델은 유클리디안(Euclidean) 평면상의 외판원 문제이다(이하 유클리디안 외판원 문제라 함). 이 모델은 외판원 문제를 구성하는 도시의 속성이 이차원 평면상의 x, y 좌표값으로 주어진다. 즉, 도시와 도시 사이의 비용이 좌표값을 사용하여 계산된다. 이러한 유클리디안 외판원 문제를 풀기 위해 본 연구에서는 Kohonen[14]의 자기조직화 신경망

\* 한양대학교 산업공학과

(self organizing neural networks, 이하 SOM이라 함)을 이용한다.

유클리디안 외판원 문제에서 외각의 볼록 다각형을 구성하는 도시들의 순서가 최적의 경로에서 그대로 유지된다는 성질이 있다[11]. 그림 1의 예에서 유클리디안 외판원 문제를 구성하는 도시의 개수는 9개이다. 이 중 외각의 볼록 다각형을 구성하는 도시들의 순서는 1, 2, 3, 4, 5, 6 이다. 그림 2는 그림 1의 외판원 문제에 대한 최적 경로를 나타낸 것인데 외각의 볼록 다각형을 구성하는 도시들의 순서가 그대로 유지됨을 나타내고 있다.

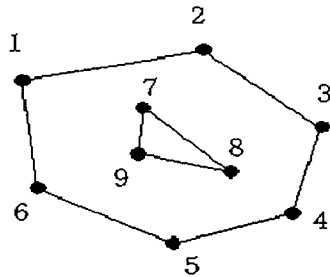


그림 1. 외각 볼록 다각형을 구성하는 도시

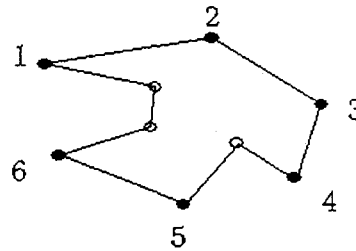


그림 2. 최적 경로

본 연구에서는 유클리디안 외판원 문제에서 최적 경로의 외각의 볼록 다각형을 구성하는 도시 순서의 성질을 이용하여 새로운 SOM의 구조 및 유클리디안 외판원 문제의 해법을 제시한다. 그리고 이러한 SOM의 구조가 외판원 문제의 경로를 구성하는 데에 미치는 영향을 분석함과 동시에 실제 데이터에 적용함으로써 그 해의 우수성을 보이고자 한다.

## 2. 자기조직화 신경망의 일반적 고찰

Kohonen이 제시한 SOM은 음성인식, 문자인식, 구문 분석 등 다양한 분야에 응용되는 자율학습 신경망으로서 전체적인 구조가 입력층과 출력층으로만 구성되는 순방향 단층 신경망 구조이다. 입력층의 노드는 출력층의 모든 노드와 연결되어 있고 각각의 연결선은 연결강도를 갖는다. SOM은 입력 패턴에 대해서 출력층의 노드 중에서 승자 노드를 결정하여 승자 노드의 연결강도를 입력 패턴에 대응하여 학습을 수행한다. 승자노드는 입력 노드와 출력 노드 사이의 거리가 가장 작은 출력 노드로 결정한다.

SOM은 학습과정에서 이웃(neighbor)의 개념을 사용한다. 즉, 승자노드와 이웃 범위에 있는 노드들의 연결강도도 함께 조정한다.  $x_i$ 를  $i$ 번째 입력 노드,  $x_i$ 와  $j$ 번째 출력 노드사이의 연결강도는  $w_{ij}$ 라 한다면  $k+1$  학습 단계에서의 연결강도  $w_{ij}^{k+1}$ 은 식 (1)에 의해 조정한다. 여기서  $\alpha$ 는 학습률이다.

$$w_{ij}^{k+1} = w_{ij}^k + \alpha [ x_i - w_{ij}^k ] \quad (1)$$

학습률  $\alpha$ 는 신경망의 구조 및 응용 목적에 따라서 다르므로 신경망의 학습에 적합한 학습률이 얼마인지는 규정할 수는 없지만 일반적으로 0.001~10 사이의 값을 사용한다. 학습률이 너무 크면 학습이 이루어지지 못할 수도 있으며, 반대로 너무 작으면 학습이 매우 느리게 진행된다.

다. 다음은 Kohonen의 SOM 알고리즘의 일반적인 절차이다.

단계 1. 연결강도를 초기화한다. 초기 학습률과 초기 이웃의 범위를 정한다.

단계 2. 입력층에 입력벡터를 입력한다.

단계 3. 이웃의 범위가 승자노드 자기 자신이 될 때까지 다음의 과정을 반복한다.

(3.1) 각 입력벡터에 대하여 다음의 과정을 반복한다.

(3.1.1) 출력층의 각 출력노드의 연결강도와 입력벡터간의 거리를 구한다.

(3.1.2) 연결강도와 입력벡터의 거리가 가장 짧은 승자노드를 구한다.

(3.1.3) 승자노드와 일정범위 내 이웃노드의 연결강도를 조절한다.

(3.2) 학습률과 이웃의 범위를 줄인다.

단계 4. 단계2로 한다.

외판원 문제에서 사용되는 SOM의 구조는 그림 3과 같다. 입력층의 입력벡터는 유클리디안 외판원 문제를 구성하는 도시의  $x, y$  좌표로 이루어진다. 크기가 2인 입력층은 출력층과 연결강도  $x_i, y_i$  로 각각 연결된다.

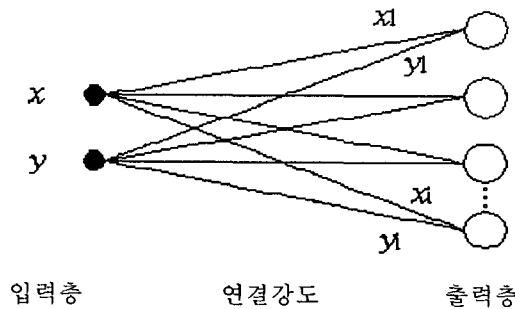


그림 3. 유클리디안 외판원 문제에서 사용하는 SOM 구조

출력층에서 승자노드를 결정하기 위해 사용되는 유사성 척도는 식 (2)를 사용한다. 즉, 입력노드  $x, y$ 에 대해서  $D_i$ 의 값이 가장 작은 연결강도로 연결된 출력층의 한 노드가 승자노드가 된다.

$$D_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \quad (2)$$

SOM을 외판원 문제에 적용한 연구는 꾸준히 이루어지고 있다. 그 중 Fort[8]와 Hueter[10]는 SOM 이론을 외판원 문제에 적용하는 과정에서 이웃노드의 학습률을 승자노드와의 간격에 반비례하도록 조정하였는데, 이때 가우시안(Gaussian) 함수를 사용하였다. 가우시안 함수에서 사용되는 분산의 크기가 커지면 수렴 속도는 느려지게 되며, 반대로 분산의 크기가 커지면 알고리즘의 수행시 연결강도의 수렴이 어려워지게 된다. 설사 수렴을 하더라도 최종 경로는 최적해와 매우 큰 차이가 나게 된다.

Burke와 Damany[6]는 이러한 결점을 해결하기 위해 결점 그물(guilty net) 알고리즘을 소개하였다. 연결강도는 고정하였으며 승자노드를 결정하기 위한 거리 함수에 벌점(penalty)을 부여하도록 하였다. 또한 이웃 함수의 결정에 기하학적인 성격을 반영함으로써 해의 개선을 피하였다.

Angeniol 등[4]은 알고리즘이 수행되면서 연결강도의 크기가 변하는 동적 모델을 개발하여 외판원 문제에 적용하였다. 즉, 학습이 진행되면서 변하는 연결강도의 통계적인 성질을 사용하여 연결강도의 크기를 동적으로 변화시켰다.

외판원 문제뿐만이 아닌 다양한 문제에 SOM을 적용함에 있어서 Nour와 Madey[13]는 SOM의 중요한 미터들을 분류하고 이들이 SOM 알고리즘의 수행도에 끼치는 영향에 관하여 정리하였다. 그 중 입력벡터의 사상(mapping)에 영향을 끼치는 미터로서 연결강도의 초기화와 입력벡터의 입력 순서, 이웃 범위 함수, 그리고 출력층의 크기와 구조를 열거하였으며, 이들에 관한 기존 해법에 관하여 언급하였다.

SOM의 연결강도 초기값은 네트워크의 수렴성과 최후의 학습된 연결강도의 모습에 매우 민감한 영향을 미치는데 보통 무작위 값으로 초기화된다. 초기값이 다르면 결과 또한 다른 모습을 띠게 되며 부정확한 경로 또는 선후행 관계가 깨어진 경로를 형성하는 경우도 있다. 또한 SOM은 입력벡터의 입력 순서에 매우 민감하다. 입력벡터의 입력 순서는 연결강도의 이동 방향에 많은 영향을 준다. 입력 유형에 대해서 무작위의 순서로 입력하는 것이 일반적이다. 그러나 진단과 같은 적용 분야에 대해서는 증상의 입력 순서는 증상들간의 관련성이 존재하기 때문에 무작위로 입력하는 것은 해의 질에 좋지 않은 영향을 준다. 그렇기 때문에 입력벡터의 입력 순서는 문제에 매우 의존적이라 할 수 있다.

본 연구에서는 외판원 문제를 풀기 위한 자기조직화 신경망 알고리즘을 구현할 때 입력벡터를 다수의 블록 다각형을 이용하여 구성하며 이들의 입력 순서와 더불어 블록 다각형을 이루는 꼭지점의 정렬 순서가 해의 질에 미치는 영향을 실험적으로 분석하고자 한다.

### 3. 제안하는 알고리즘

#### 3.1 블록 다각형에 의한 연결강도의 초기화

본 연구에서는 유클리디안 외판원 문제에서 최적해의 외각의 블록 다각형을 구성하는 도시들의 성질을 활용하기 위해 유클리디안 외판원 문제의 도시 즉, 입력벡터의 외각의 블록 다각형을 이용하여 연결강도를 초기화한다. 이를 간단한 예제를 통하여 살펴보도록 한다. 앞의 그림 1은 유클리디안 외판원 문제의 예로서 9개의 도시로 이루어져 있다. 연결강도 초기화를 위하여 먼저 유클리디안 평면상의 도시를 다수의 블록 다각형으로 구성한다. 블록 다각형을 생성하기 위하여 Graham-Scan 알고리즘[15]을 사용하였으며, 계산량은 전체 입력벡터의 수가  $N$  일 때  $N \log N$ 이다. 본 예제에서는 2개의 블록 다각형이 구성되었다.

그림 1의 예에서 외각 블록 다각형을 이루는 도시 1, 2, 3, 4, 5, 6의 최적 경로에서의 순서는 1, 2, 3, 4, 5, 6 이어야 한다. 그림 4에서 검은 사각형 모양으로 표현된 것은 그림 1의 외각 블록 다각형을 이루는 도시를 따라 초기화된 연결강도에 의한 출력노드를 나타내고 있다. 학습 후의 외각 블록 다각형의 꼭지점에 해당하는 입력벡터의 승자노드는 각 입력벡터의 인접 부근에 접하지 않는 영역에서 선택된다. 즉, 그림 5에서 보는바와 같이 학습 과정을 거치면서 외각의 블록 다각형을 이루는 입력벡터는 각각의 승자노드를 선택하게 되며 이때 선택되어지는 출력노드는 초기에 같은 위치에 설정된 출력노드와 동일하거나 다른 입력벡터의 인접 영역과 접치지 않는 자기 자신의 인접 영역에서 결정된다. 결과적으로, 앞의 그림 2와 같이 최종 경로에서 외각의 블록 다각형을 이루는 노드 1, 2, 3, 4, 5, 6의 순서는 블록 다각형을 구성하는 순서대로 이루어지며 이것은 최적경로의 외각의 블록 다각형을 이루는 노드의 성질을 만족한다.

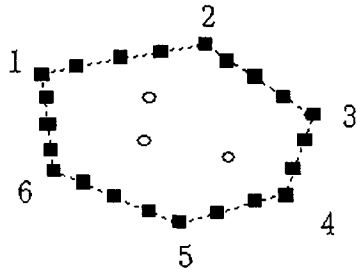


그림 4. 블록 다각형을 이용한 연결강도에 의한 출력노드

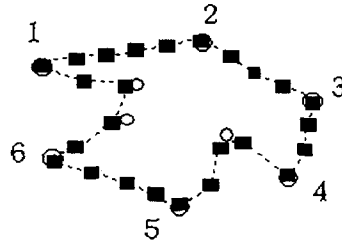


그림 5. 학습후의 출력노드

### 3.2 블록 다각형에 의한 입력 순서 결정

연결강도의 초기화와 더불어 입력벡터의 입력 순서는 SOM의 해의 질에 매우 중요한 영향을 끼친다. 3.1절에서 외판원 문제의 도시로 구성되는 입력벡터를 이차원 평면상의 다수의 블록 다각형으로 구성하였다. 즉, 모든 입력벡터를 다수의 블록 다각형으로 구성하여 일정한 패턴에 의해 학습시키도록 하였다. 본 연구에서는 이렇게 다수의 블록 다각형으로 분류된 입력벡터의 입력 순서를 크게 두 가지 부분으로 구성한다.

첫 번째는 블록 다각형의 입력 순서이다. 그림 6에서 블록 다각형은 두 개 존재한다. 이들 두 개의 블록 다각형의 입력 순서는 이차원 평면상에서 가장 안쪽에 존재하는 블록 다각형 순서로 입력시키는 방법과 블록 다각형을 구성하는 노드의 개수가 적은 순서로 입력시키는 방법 등 여러 가지 방법이 있을 수 있다. 본 연구에서는 노드의 개수가 적은 블록 다각형 순서로 입력하도록 한다.

입력 순서를 구성하는 두 번째 부분은 각각의 블록 다각형에 대하여 첫 번째로 입력할 노드를 결정하는 것이다. 그림 7에서처럼 첫 번째 입력 노드가 결정되면 나머지 노드들은 불

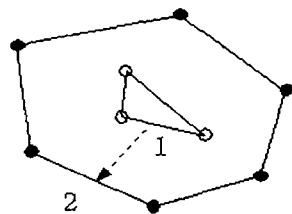


그림 6. 블록 다각형의 입력순서 결정

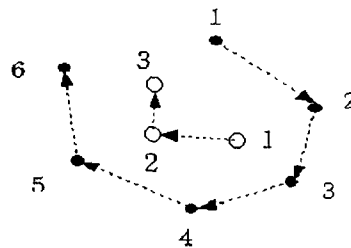


그림 7. 블록 다각형의 첫 번째 입력 노드의 결정

록 다각형의 모양을 따라가면서 순차적으로 입력한다. 이러한 과정은 첫 번째 단계에서 설정된 블록 다각형의 입력 순서에 따라 순차적으로 이루어진다. 입력벡터의 개수가  $N$ 이고 각각의 블록 다각형을 이루는 입력벡터의 개수를  $n_1, n_2, \dots, n_i$ 이라 한다면, 전체 블록 다각형에 대하여 첫 번째로 입력해야 할 노드를 결정하는 데 필요한 탐색 횟수는  $n_1+n_2+\dots+n_i = N$  이다.

입력벡터의 입력 순서에 대한 과정을 정리하면 다음과 같다. 먼저 블록 다각형의 입력 순

서를 먼저 결정한다. 이 순서는 다음의 각각의 블록 다각형을 구성하는 입력벡터의 순서를 결정하는 데에 있어서 고정된다. 다음으로, 이미 정해진 블록 다각형의 입력 순서에 따라 각각의 블록 다각형에서 첫 번째로 입력해야 할 입력벡터를 결정한다.

#### 4. 실험 결과와 분석

그림 8은 입력벡터가 유클리디안 평면상에 고르게 퍼져 있는 외판원 문제의 예이다. 작은 원은 유클리디안 외판원 문제를 구성하는 도시이며 까만 점은 자기조직화 신경망의 초기화된 연결강도에 의한 출력노드를 나타낸다. 그림 8(a)는 제안하는 알고리즘 방법에 따라 외각의 블록 다각형을 이용하여 초기화된 연결강도에 의한 출력노드를 나타낸 모습이며, 8(b)는 기존의 일반적인 SOM 방법에 의한 모습이다.

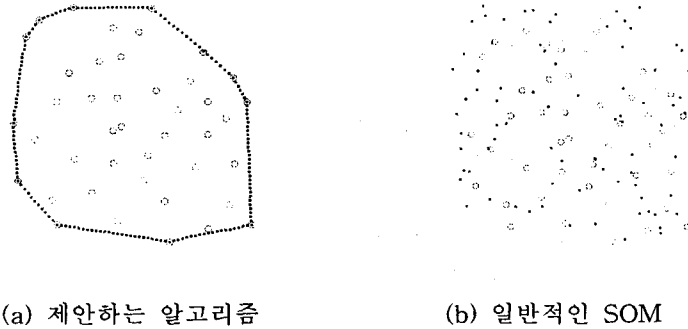


그림 8. 초기 출력노드

그림 9(a), (b)는 그림 8(a), (b)를 각각 10번 학습 후의 출력노드의 변화된 모습이다.

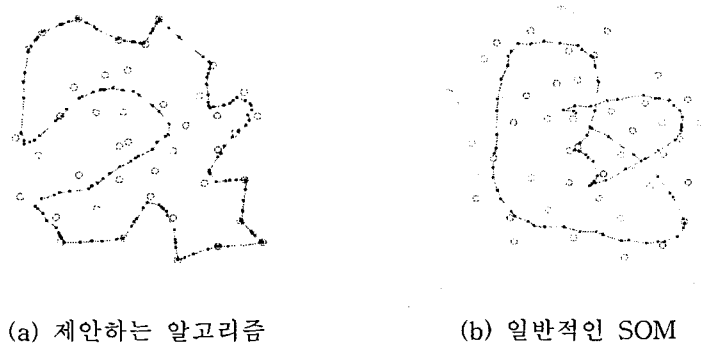


그림 9. 10회 학습후의 출력노드

외부의 블록 다각형을 이용하여 초기화한 경우 출력노드는 정해진 블록 다각형의 순서로 학습되면서 입력벡터의 끌어당기는 효과에 의해 꼬임이 없는 자연스러운 형상으로 입력벡터의 중심부 쪽으로 파고드는 모습을 보인다. 임의의 좌표값으로 초기화된 연결강도에 의한 출력노드는 위치에 따른 정렬 순서에 규칙이 없기 때문에 결과적으로 꼬임 현상이 발생할 수 있다. 이

것은 일정한 정렬 순서가 없는 출력노드가 역시 일정한 규칙 없이 분포되어 있는 입력벡터의 끌어당기는 효과에 의한 결과라 할 수 있다. 이 경우 출력노드가 임의로 좌표평면에 위치하게 되므로 실험 때마다 다른 결과를 초래하게 되며 입력벡터의 기하학적인 성질을 반영하도록 출력노드를 초기화하기는 사실상 어렵게 된다. 또한 최종적인 입력벡터의 경로 역시 꼬인 경로를 나타내게 되며, 그 경로값은 좋지 않다.

그림 10(a), (b)는 그림 8(a), (b)를 1000번 학습시킨 후의 출력노드의 모습을 보이고 있다. 학습 횟수가 증가하면서 임의의 좌표값으로 초기화된 출력노드는 입력벡터의 영향에 의해 비교적 부드러운 곡선의 모습으로 정렬되었지만 역시 꼬임 현상이 발생하였으며 입력벡터의 경로 역시 꼬이게 되므로 해는 좋지 않다.



(a) 제안하는 알고리즘

(b) 일반적인 SOM

그림 10. 1000회 학습후의 출력노드

제안하는 알고리즘을 TSPLIB(Library of Traveling Salesman Problems)의 문제를 사용하여 실험하였다. 이를 위해 Fort[8]와 Hueter[10]에 의해 제안된 Pure Kohonen Network(PKN) 알고리즘의 해와 비교하였다. PKN에서 승자노드와 관련하여 이웃 범위에 속한 연결강도 값을 변화시킬 때 가우시안 함수를 사용하여 학습률의 차등을 준다. 이때 가우시안 함수의 인자로서 사용되는  $\sigma$  값은 문제마다 다르게 설정하였다. 또한 학습 횟수가 증가하면서  $\sigma$  값에  $K_\sigma$ 를 곱함으로써 학습률을 감소하도록 하였으며  $K_\sigma$ 는 0.8로 모든 문제에 대해 같은 값을 사용하였다.

제안하는 알고리즘에서 사용하는 학습률과 이웃의 범위는 다수의 예제를 실험하여 0.3과 4로 초기화했을 때 좋은 해를 얻을 수 있음을 알 수 있었다. 이 값은 모든 문제에 대해 같은 값으로 초기화된다. 출력노드는 외각의 볼록 다각형 위에 일정한 방향으로 정렬되도록 하였다. 볼록 다각형으로 구성된 입력벡터 역시 각각의 볼록 다각형의 시작 노드를 기준으로 출력노드와 같은 방향으로 학습시키도록 하였다. 또한 다수의 예제를 통하여 출력층의 크기를 유클리디안 외판원 문제를 구성하는 노드수의 약 2~3배의 크기로 하는 것이 더 나은 경로를 구성할 수 있음을 알 수 있었다. 즉, 출력층의 크기는 문제를 구성하는 노드수의 2~3배로 초기화하였다. 전체 학습 횟수를  $T$ , 현재의 학습 횟수를  $t$ 라 한다면 학습률  $\alpha$ 는 식  $\alpha = \alpha*(1-t/T)$ 에 의해 학습이 진행되면서 감소하도록 하였다.

표 1은 실험결과를 정리한 것이다. 결과적으로, 제안하는 알고리즘의 해가 PKN 알고리즘의 해보다 약 1~3% 더 나은 해를 도출하였다. 표 2는 실험 결과에 따른 다수의 볼록 다각형의 입력 순서와 각각을 구성하는 입력벡터의 수를 나타내고 있다. 가장 안쪽의 볼록 다각형에서 외각의 볼록 다각형까지 1부터 일련 번호를 부여하였다. 표의 두 번째 항인 볼록 다각형

입력순서에서 괄호 밖의 숫자는 블록 다각형의 번호이며, 괄호 안의 숫자는 해당 블록 다각형을 구성하는 입력벡터의 크기이다. 실험 결과 대체적으로 블록 다각형을 이루는 입력벡터의 수가 적은 순서로 입력시켰을 때 좋은 해를 찾을 수 있었다.

표 1. 실험 결과

문제	최적해	PKN ( $M, \sigma, K\sigma$ )	제안하는 알고리즘의 해	개선률(%)
eil51	426	443.9 (61, 10, 0.8)	435.51	2.0
eil76	538	571.2 (130, 10, 0.8)	561.96	1.6
eil101	629	688.7 (230, 40, 0.8)	670.03	2.7
st70	675	692.8 (160, 15, 0.8)	685.75	1.0

표 2. 블록 다각형의 입력순서

문제	블록 다각형 입력순서
eil51	1(1)-2(4)-3(5)-7(9)-4(10)-5(11)-6(11)
eil76	2(5)-1(1)-3(7)-5(8)-4(9)-9(10)-7(11)-6(13)-8(12)
eil101	2(7)-1(6)-3(8)-4(10)-10(10)-8(10)-5(11)-6(12)-9(13)-7(14)
st70	2(5)-1(3)-3(9)-5(9)-8(10)-4(10)-7(11)-6(13)

### 5. 결론

유클리디안 외판원 문제에서 SOM은 빠른 시간에 비교적 좋은 해를 도출해 낼 수 있는 알고리즘이다. 그러나 유클리디안 외판원 문제의 특성상 SOM의 초기 연결강도에 의한 출력노드의 좌표 평면상에 분포 형태에 따라 해의 질에 매우 민감한 영향을 끼친다. 임의로 위치하는 출력노드는 좋은 해를 보장할 수 없으며 출력노드의 분포 형태에 따른 학습률과 이웃의 범위를 찾는 데 많은 시간 비용이 소모된다.

본 연구에서는 유클리디안 외판원 문제에서 사용하는 연결강도에 의한 출력노드의 위치를 정하기 위해 외판원 문제를 구성하는 도시들을 다수의 블록 다각형으로 구성하였다. 그리고 이들 중 외각의 블록 다각형을 이용하여 출력노드를 구성하였다. 이것은 유클리디안 외판원 문제의 최적해에서 외각의 블록 다각형을 구성하는 도시들을 방문하는 순서가 그대로 유지된다는 성질을 만족시키기 위함이다. 그리고 블록 다각형 단위로 입력벡터를 학습시킨 결과 경로의 꼬임 현상을 억제할 수 있었다. 결과적으로 좌표평면상에 임의의 순서와 좌표로 초기화된 입력벡터와 출력노드에 의한 학습의 결과보다 더 나은 경로를 구성할 수 있었다.

실험 결과 블록 다각형의 입력 순서는 각각의 블록 다각형을 구성하는 입력벡터의 수가 적은 순서로 입력시키는 것이 효과적이었음을 알 수 있었으며, 입력벡터의 수가 적은 블록 다각형의 순서에 있어서 입력 순서의 선후행 관계에 변화를 줌으로써 더 좋은 해를 도출해 낼 수 있었다. 결과적으로 본 연구에서 제시한 방법에 의해 기존의 SOM 방법의 해보다 약 1~



3% 개선된 해를 찾을 수 있었다. 이는 전역 탐색의 좋은 초기해로서 사용될 수 있으며 결과적으로 최적에 가까운 해를 도출하는 데에 더 나은 기여를 할 것이다.

향후 연구과제로 제안하는 알고리즘에 의해 구성된 경로의 특성을 파악하고 이 특성을 활용할 수 있는 변형된 탐색 기법의 개발 및 적용이 필요하다.

### 참고 문헌

1. 강맹규, *네트워크와 알고리즘*, 박영사, 서울, 1991.
2. 김여근, 윤복식, 이상복, *메타 휴리스틱*, 영지문화사, 1997.
3. Al-Mulhem, M. and Al-Maghrabi, T., "Efficient Convex-Elastic Net Algorithm to Solve the Euclidean Traveling Salesman Problem," *IEEE Transactions on Systems*, Vol. 28, pp. 618-620, 1998.
4. Angeniol, B., Vaubois, C., and Le Texier, J. Y., "Self-Organizing Feature Maps and the Traveling Salesman Problem," *Neural Networks*, Vol. 1, pp. 289-293, 1988.
5. Aras, N., Oommen, B. J., and Altinel, I. K., "The Kohonen Network Incorporating Explicit Statistics and its Application to the Traveling Salesman Problem," *Neural Networks*, Vol. 12, pp. 1273-1284, 1999.
6. Bruke, L. and Damany, P., "The Guilty Net for the Traveling Salesman Problem," *Computers and Operations Research*, Vol. 19, pp. 255-265, 1992.
7. Durbin, R. and Willshaw, D., "An Analogue Approach to the Traveling Salesman Problem Using an Elastic Net Method," *Nature*, Vol. 326, pp. 689-691, 1987.
8. Fort, J. C., "Solving a Combinatorial Problem via Self-Organizing Process: An Application of the Kohonen Algorithm to the Traveling Salesman Problem," *Biological Cybernetics*, Vol. 59, pp. 33-40, 1988.
9. Hsu, C. Y. and Wu, H. E., "An Improved Algorithm for Kohonen's Self Organizing Feature Maps," *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, Baltimore, MD, pp. 322-335, 1992.
10. Hueter, G. J., "Solution of the Traveling Salesman Problem with an Adaptive Ring," *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks* Vol. 1, pp. 85-92, 1988.
11. Laporte, G., "The Traveling Salesman Problem: An Overview of Exact and Approximate Algorithms," *European Journal of Operational Research*, Vol. 59, pp. 231-247, 1992.
12. Laurene, F., *Fundamentals of Neural Networks*, Prentice Hall, New Jersey, 1994.
13. Nour, M. A. and Madey, G. R., "Heuristic and Optimization Approaches to Extending the Kohonen Self Organizing Algorithm," *European Journal of Operational Research*, Vol. 93, pp. 428-448, 1996.
14. Kohonen, T., *Self-Organizing Maps*, Springer, Berlin, 1997.
15. Preparata, F. P. and Shamos, M. I., *Computational Geometry: An Introduction*, Springer-Verlag, New York, 1985.