≪연구논문≫ Journal of The Korean Magnetics Society, Volume 10, Number 1, February 2000

원관내 자성유체의 동적특성

유신오 · 박정우 · 최병호 · 서이수
동아대학교 공과대학 기계공학과 부산광역시 사하구 하단동 840, 604-714

(1999년 10월 18일 받음, 2000년 1월 20일 최종수정본 받음)

본 논문에서는 원관내 횡방향 자장을 인가한 경우에 자성유체의 유동을 이론적으로 연구하였다. 이론식 도출에 있어서 Eringen의 극성이론과 Shliomis에 의해 유도된 지배방정식을 사용했다. 자기적 응답으로서 속도, 와도, 각속도의 분포 및 이론식을 통해서 자성유체는 비뉴우톤 유체임을 나타낸다. 또한, 인가자장이 종방향일때와 비교해서 자성유체의 동적특성을 조사한다. 즉, 자성유체에 영향을 주는 자장의 범위를 극성, 치수 및 자성효과 파라미터를 이용해서 조사한다.

I. 서 론

자연계에서 유체 스스로가 강한 자성을 지닌 물질은 존재하지 않는다. 그러므로, 자장에 반응을 하지 않는 유체에 자성을 가지게 하기 위해서는 자성을 가진 고체미립자의 도움을 받아야 한다. 자성유체란 이와 같이 강자성체와 유체의 혼합물로서 강자성의 미립자를 액체속에 분산시켜 외관상으로 볼 때 마치 유체가 자성을 띤 것처럼 인공적으로 만들어진 일종의 고액혼상유체(固液混相流体)로서 균일하게 분산이 유지된 콜로이드 용액과 같다고 할 수 있다[1]. 자성유체는 엄밀하게 말하면 고액혼상유체이나, 입자가 초미립자이고, 분산성이 좋고 강력한 자장을 작용시켜도 분리가 일어나지 않아서 자성유체의 거동을 이론적으로 기술할 경우에 단상의 유체와 같이 취급하여도 무방하다[2].

자성체에 자장을 작용시키면 일반적으로 약간의 온도상승 혹은 특수한 경우에는 온도강하가 일어난다. 이 현상을 자기열량효과(Magnetocaloric effect)[3]라 한다. 자기열량효과의 연구는 주로 강자성체에 관해 검토되고 있다. 또 한, 상자성체의 자기열량효과에 대해서는 극저온을 얻는 자기냉동시스템 개발에 관련해서 연구되고 있다. 자성유체의 경우 액체속에 잠긴 강자성체 미립자의 체적농도가 작기 때문에 이 자기열량효과가 자성체 그 자체에서 관측될 정도로 나타나지는 않는다. 그러나, 원리적으로는 자성유체가 자장속에 유입하면 내부가열에 의해 온도상승이 일어나고, 유출할 때에는 온도강하가 일어나게 된다.

따라서, 본 연구에서는 자성유체의 자기열량효과에 대한 기초연구로서 종방향 인가자장하에서 입자간 상호작용을 고려하지 않은 경우에 원관내 자성유체의 유동을 이론적으로 해석한다. 또한, 인가자장의 세기에 따라 자성유체 유동특성을 검토하는데 그 목적을 둔다. 특히, 치수효과 및 자성효과 파라미터를 이용해서 원관내 인가자장이 종방향인 경우와 횡방향인 경우에 대한 자성유체 유동에 영향을 미치는 자장의 범위에 대해 고찰한다.

II. 지배방정식

자성유체가 통상의 유체와 다른 점은 외부자장에 상호작용하고, 내부각운동량을 갖는 것이다.

본 해석에서는 Eringen[4]의 극성이론에 의해 유도된 운동방정식, 각운동량방정식과 Shliomis[5, 6]에 의해 유도된 자화의 완화방정식을 지배방정식으로 사용하고 다음과 같다:

연속 방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0 \tag{1}$$

운동 방정식

$$\rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = (\lambda + 2\mu)\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{v} - (\mu + \mu_1)\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{v} + 2\mu_1 \nabla\times\boldsymbol{\Omega} - \nabla p + (\boldsymbol{M}\cdot\nabla)\boldsymbol{H} \tag{2}$$

각운동량 방정식

$$pi^2 \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} = (\alpha + \beta + \gamma)\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{\Omega} - \gamma\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{\Omega} + 2\mu_1 \nabla\times\boldsymbol{v} - 4\mu_1\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{M}\times\boldsymbol{H} \tag{3}$$

자화의 완화방정식

$$\frac{d\boldsymbol{M}}{dt}=\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{M}-\frac{1}{\tau_B}\left(\boldsymbol{M}-M_0\frac{\boldsymbol{H}}{H}\right) \tag{4}$$

전자장의 방정식

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=0,\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 \tag{5}$$

여기서, $\boldsymbol{B}=\mu_0(\boldsymbol{H}+\boldsymbol{M})$이고, α, β, γ는 스핀점성계수를 나타낸다.

III. 해석모델과 가정

본 해석에서는 Fig. 1에 표시된 모델로 원통좌표계를 사용한다.

또한, 본 이론해석에 있어서 다음과 같은 가정을 둔다.

유체는 비압축성으로 층류에서의 정상상태를 가정해서 관축방향으로 일정한 압력구배가 작용한다.

유체는 관벽에서는 미끄럼이 없다.

유동은 관축방향으로 축대칭이다.

④ 회전 Peclet수 Pe_r이 1 보다 매우 작다.

⑤ 자성유체 입자의 각운동량에 대한 확산은 무시한다.

⑥ 입자간의 상호작용은 고려하지 않는다.

IV. 경계조건

경계조건으로는 속도, 자장, 자속밀도 및 각운동량에 관계해서 다음과 같다:

$r=R$에서 $v=0,\ H_\theta=0,\ H_z=H_0,$

$B_r=0,\ \Omega_\theta=b\omega_{\theta w},\ \Omega_r=0,\ \Omega_z=0$

여기서, b는 관벽과 입자의 형상과 흐름의 상태에 의해 결정되는 정수이고, $\omega_{\theta w}$는 관벽에서의 와도이다.

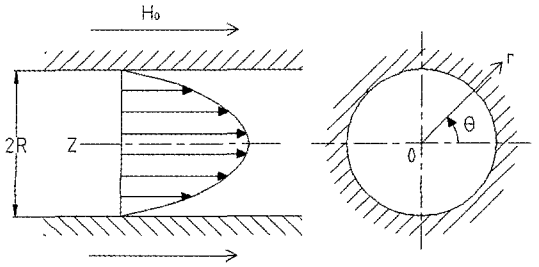

Fig. 1. Analytical model.

V. 이론해석

이상의 가정과 경계조건에 의해서 이론식을 도출한다.

속도는 관중심에서 dv/dr 및 Ω_θ의 유한성을 고려하면, 운동 방정식(식(2))으로부터

$$\frac{dv}{dr}=-\frac{2\mu_1}{\mu+\mu_1}\Omega_\theta-\frac{P}{2}\frac{1}{\mu+\mu_1}r \tag{6}$$

이 된다. 단, μ와 μ_1는 전단 및 와점성계수이고, P는 압력구배($-\partial p/\partial z$)를 나타낸다.

또한, 식(3)으로부터 r 방향성분을 구하면 다음과 같다:

$$\frac{d^2\Omega_r}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\Omega_r}{dr}-\left(n^2+\frac{1}{r^2}\right)\Omega_r=0$$

단, $n^2=\dfrac{4\mu_1}{\alpha+\beta+\gamma}$ 이다.

위 식은 Bessel의 미분방정식이므로 그 해를 구하고, 관중심에서의 유한성과 관벽에서의 경계조건을 적용하면

$$\Omega_r=0 \tag{7}$$

이 된다. 여기서 자장 및 자화에 대해 다음과 같이 가정한다:

$$\left|\frac{H_r}{H_0}\right|\ll 1,\ M_\theta=0$$

위 가정과 식(7), 식(4) 및 식(5)에 의해 자화는

$$M_r=\frac{H_0M_0}{H_0+M_0}\tau_B\Omega_\theta\left\{1+\frac{H_0}{H_0+M_0}(\tau_B\Omega_\theta)^2\right\}^{-1} \tag{8}$$

$$M_z=M_0\left\{1+\frac{H_0}{H_0+M_0}(\tau_B\Omega_\theta)^2\right\}^{-1} \tag{9}$$

가 된다. 단, τ_B는 브라운 운동에 의한 완화시간을 나타낸다.

따라서, 입자의 각속도는 식 (3)의 θ 방향성분에 식 (6), (9)을 대입하면

$$\frac{d^2\Omega_\theta}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\Omega_\theta}{dr}-\left(k^2+\frac{1}{r^2}\right)\Omega_\theta-\frac{g^2}{1+h+(\tau_B\Omega_\theta)^2}\left\{1+\frac{h(1+h)}{1+h+(\tau_B\Omega_\theta)^2}\right\}\Omega_\theta=-\frac{P}{4\mu}k^2r \tag{10}$$

가 된다. 단, $g^2=\tau_BM_0H_0/\gamma$, $h=M_0/H_0$ 및 $k^2=4\mu\mu_1/$

$\chi(\mu+\mu_1)$이고, H_0와 M_0는 인가 자장 및 평형자화의 크기를 나타낸다.

이상의 속도와 입자의 각속도에 대한 식을 무차원화하고, $Pe_r << 1$의 가정과 관벽에서의 경계조건을 적용하면 다음과 같이 된다:

$$v^* = \frac{1+e+\chi}{(1+e)(1+\chi)}\left\{(1-r^{*2}) - \frac{1}{\zeta}\frac{2e(1-\delta)}{1+e(1-\delta)\chi}\frac{I_0(\zeta)-I_0(\zeta r^*)}{I_1(\zeta)}\right\}$$

$$\Omega^* = \frac{1}{1+\chi}\left\{r^* - \frac{(1-\delta)(1+e+\chi)}{1+e(1-\delta)+\chi}\frac{I_1(\zeta r^*)}{I_1(\zeta)}\right\} \tag{11}$$

단, I_0와 I_1은 변형 Bessel함수이고, $\zeta = \sqrt{1+\chi}\zeta_0$ 이다.

또한, 와도는

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \boldsymbol{v} \tag{12}$$

이다. 위 식에 식(6), (12)을 대입하고, 무차원화 하면

$$\omega^* = 2\frac{1+e+\chi}{(1+e)(1+\chi)}\left\{r^* - \frac{e(1-\delta)}{e(1-\delta)+\chi}\frac{I_1(\zeta r^*)}{I_1(\zeta)}\right\} \tag{13}$$

이 된다.

여기서, 무차원양은 다음과 같다:

$$r^* = \frac{r}{R},\ v^* = \frac{v}{PR^2/4\mu},\ \Omega^* = \frac{\Omega_\theta}{PR^2/4\mu} \tag{14}$$

VI. 결과 및 검토

본 연구에서는 극성효과, 자성효과 및 치수효과 파라미터를 사용해서 검토한다. 우선 파라미터를 정리하면 다음과 같다.

극성효과 파라미터 e는

$$e = \frac{\mu_1}{\mu} \tag{15}$$

로 정의된다. 따라서, 극성효과 파라미터의 범위는 $0 \le e < 1$이 된다. 본 연구에서는 자성유체로 Ferricolloid W-35를 사용한다. 이 자성유체의 경우 가정⑥에 의해서 입자간 상호작용을 고려하지 않는다면 극성효과 파라미터는 0.38 정도이다.

자성효과 파라미터 χ는

$$\chi = \frac{3}{4}\varphi\frac{\mu_0}{\mu}\frac{1+e}{e}\xi L(\xi) \tag{16}$$

로 정의되고, 인가자장이 자성유체에 미치는 영향의 정도를 나타낸다.

파라미터 ζ_0는

$$\zeta_0 = 2\sqrt{\frac{e}{e+1}}\frac{R}{i} \tag{17}$$

로 정의된다. 본 연구에서는 치수효과로서 ζ_0 대신에 R/i을 사용한다.

Fig. 2는 자성효과 파라미터에 대한 속도 분포를 나타낸 것이다. 여기서 관중심을 보면, χ의 증가에 따라 속도가 감소하는 것을 볼 수 있다. 자성유체에 자장을 인가시키면, 자성유체 입자의 회전은 억제되고, 입자는 회전모멘트를 받아 자장의 인가방향으로 배열한다. 따라서, 인가자장이 증가함에 따라 자성유체의 내부각운동량은 감소하고, 속도는 감소한다.

Fig. 3은 자성효과 파라미터에 대한 입자 회전의 각속도 분포를 나타낸 것이다. 여기서 보면, χ가 증가함에 따라 입자의 각속도는 감소하는 것을 알 수 있다. 인가자장의 강도를 세게하면 χ는 증가하고, 자성유체 입자는 자장의 방향으로 향하게 된다. 즉, χ의 증가에 따라 입자의 각속도는 감소하고, 그 영향으로 속도는 감소하게 된다. 이것은 마치 뉴우톤 유체의 Poiseuille유동에서 점성계수가 증가하는 경우와 같다. 그러나, Fig. 4의 와도분포를 보면 알 수 있듯이 뉴우톤 유체가 관 반경에 비례해서 증가하는 반면 자성유체는 관벽 근처에서 급격한 구배를 가진다. 따라서, 자성유체는 비뉴우톤 유체로 거동을 한다. 이 와도의 분포에 따라 Fig. 3에서 관벽근처의 각속도는 급격한 구배를 나타낸다.

$\chi = 0$의 경우에도 속도, 입자의 각속도 및 와도는 식 (11), (12), (14)으로 부터

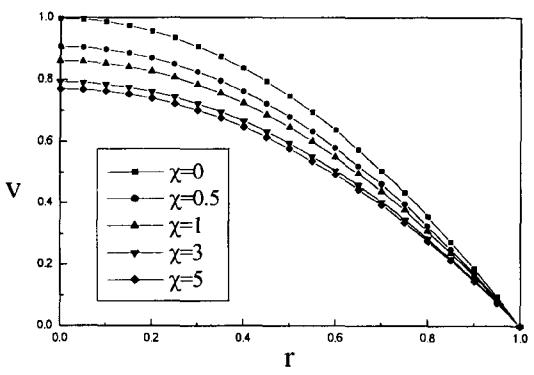

Fig. 2. Velocity profiles for magnetic effect parameter (e = 0.38, R/i = 100).

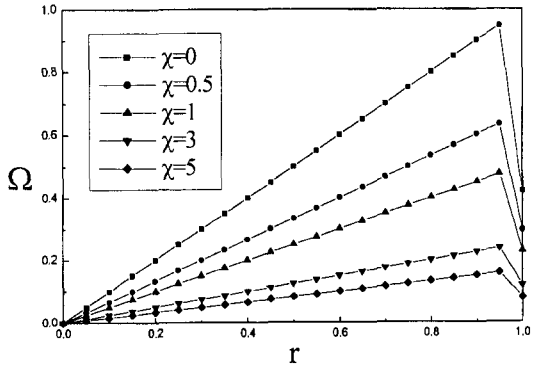

Fig. 3. Angular velocity profiles for magnetic effect parameter ($e = 0.38$, $R/i = 100$).

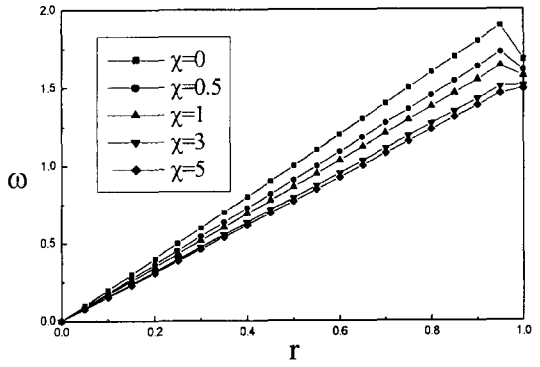

Fig. 4. Vorticity profiles for magnetic effect parameter ($e = 0.38$, $R/i = 100$).

$$v^* = (1-r^{*2})-\frac{1}{\zeta_0}\frac{2e(1-\delta)}{1+e(1-\delta)}\frac{I_0(\zeta_0)-I_0(\zeta_0 r^*)}{I_1(\zeta_0)}$$

$$\Omega^* = r^*-(1-\delta)\frac{1+e}{1+e(1-\delta)}\frac{I_1(\zeta_0 r^*)}{I_1(\zeta_0)}$$

$$\omega^* = 2\left\{r^*-\frac{e(1-\delta)}{1+e(1-\delta)}\frac{I_1(\zeta_0 r^*)}{I_1(\zeta_0)}\right\} \tag{18}$$

가 되고, 각 식의 우변 제2항을 보면 이 경우도 비뉴우톤 유체로 거동하는 것을 알 수 있다.

또한, Fig. 2를 보면 속도는 χ가 증가함에 따라 감소하지만 어느 한도 이하에서는 더 이상 줄어들지 않는다. 자성유체 입자는 강자성체이지만 그 특성인 히스테리시스 현상은 나타나지 않는다. 그러나 자장이 증가함에 따라 자성유체 입자의 포화자화값에 접근해간다[7]. 이 때의 자장에 대해서 자성유체 입자의 회전은 최대로 억제되고, 이로 인해 속도는 더 이상 줄어들지 않게 된다. 본 연구에서는 이 때의 자성효과를 임계점으로 한다.

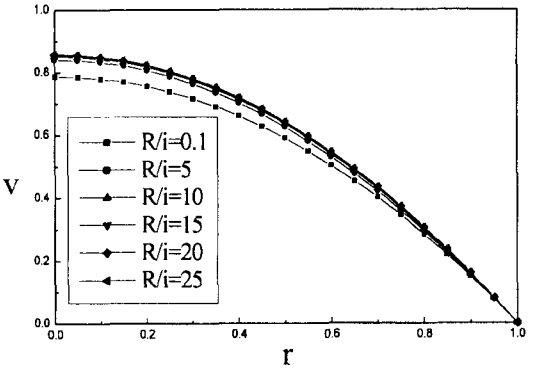

Fig. 5. Velocity profiles for size effect parameter ($e = 0.38$, $\chi = 100$).

Fig. 5는 치수효과 파라미터에 대한 속도분포를 나타내고 있다. 여기서 보면, R/i가 증가할수록 속도는 증가하지만 어느 한도이상에서는 일정하게 된다. R/i가 작을 때는 관벽에서 입자 회전이 원관내 입자의 각속도 분포에 영향을 미치게 되고 이에 따라 속도는 감소하게 된다. R/i가 클 때는 관벽에서 입자의 회전이 거의 영향을 미치지 않기 때문에 속도는 더 이상 증가하지 않는다. 이 때를 본 연구에서는 임계점으로 한다.

Fig. 6은 자성효과에 대한 임계 치수효과 파라미터를 나타낸다. 여기서 보면 χ가 클수록 임계 치수효과 파라미터가 작아지는 것을 볼 수 있다. 이것은 χ가 크게 되면 관벽에서 입자 회전의 영향보다는 자장의 영향이 크게 되기 때문이라 생각된다. 또한, 본 해석모델에 대응하는 실험의 경우, 인가자장에 대해서 관벽효과를 무시할 수 있는 관반경의 최소치를 나타낸다고 할 수 있다.

Fig. 7은 인가자장이 원관에 대해서 종방향인 경우와 횡

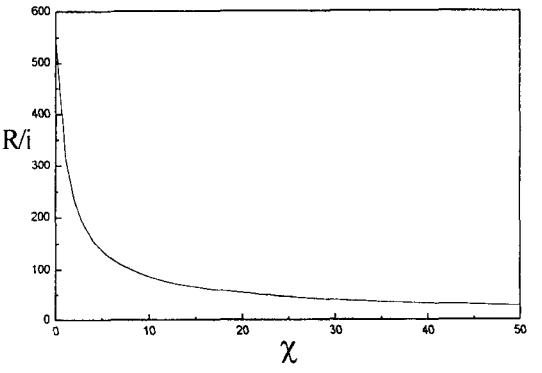

Fig. 6. Critical size effect parameter for magnetic effect parameter ($e = 0.38$).

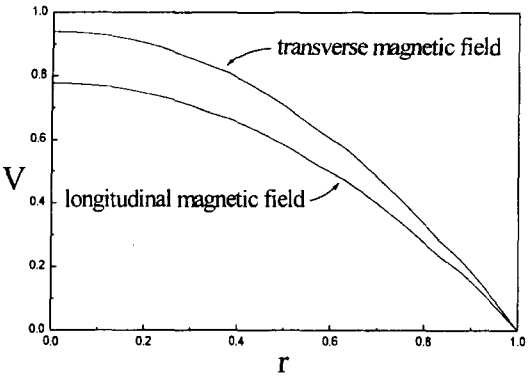

Fig. 7. Velocity profiles for the longitudinal and transverse magnetic field ($R/i = 200$, B = 0.1 T).

방향인 경우에 대한 속도분포를 나타낸 것이다. 여기서 보면 인가자장이 원관에 대해서 횡방향인 경우[1]도 종방향인 경우와 같은 양상의 속도분포를 나타낸다. 또한, 관벽을 제외한 모든 지점에 있어서 인가자장이 종방향인 경우가 횡방향인 경우보다 더 큰 속도감소를 나타낸다. 즉, 인가자장이 원관에 대해서 종방향인 경우가 횡방향인 경우보다 자성유체의 거동에 미치는 영향이 더 큰 것을 알 수 있다.

Fig. 8은 극성효과에 대한 임계 자성효과 파라미터를 인가자장이 종방향인 경우와 횡방향인 경우[1]에 대해 나타낸 것이다. 여기서 보면 e가 커질수록 임계 자성효과 파라미터도 증가하는 것을 볼 수 있다. 이것은 극성효과가 크게 되면 자성유체 입자의 회전브라운 운동이 더욱 활발해져서 포화자화 근처에 도달하기까지는 큰 자장이 필요하기 때문이라 생각된다. 따라서 극성효과가 커질수록 임계 자성효과 파라미터는 크게 된다. 또한, 인가자장이 횡

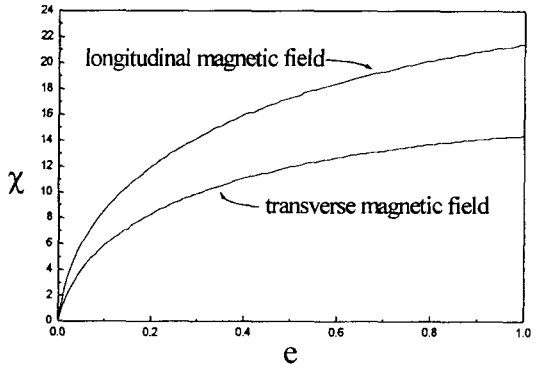

Fig. 8. Critical magnetic effect parameter depending on the polar effect parameter for longitudinal and transverse magnetic field (R/i = 200).

방향인 경우보다 종방향인 경우가 극성효과에 대한 임계 자성효과파라미터가 더 큰 것을 볼 수 있다. 이것은 자성유체의 원관내 유동특성에 영향을 주는 자장의 범위가 관축에 대해 종방향일 때 더 크다는 것을 나타낸다.

이상에서 두 개의 임계점은 본 해석모델에서 원관의 직경에 대한 자장의 범위를 제시한다. 즉, 본 해석모델에 대응하는 실험을 하는 경우에 대해서 원관의 직경이 2.5×10^{-3} m이고 상온 288 K라면 자장의 범위는 다음과 같다.

우선, 원관의 직경에 대한 치수효과 파라미터는 약 240이고, Fig. 6에서 이 치수효과 파라미터를 임계점으로 하는 자성효과 파라미터는 약 2이고 이 때의 자장은 535 Oe이다. 또한, Fig. 8에서 Ferricolloid W-35 (e = 0.38)에 대한 임계 자성효과 파라미터는 종방향 자장의 경우 약 15.7이고 이때의 자장은 3260 Oe이다. 이것은 자장이 535 Oe이상으로 되면 관벽에서의 입자 회전에 의한 영향이 거의 없고, 자장이 3260 Oe이상으로 되면 더 이상 유동에 영향을 미치지 않는 것을 의미한다. 따라서, 종방향 자장의 경우 자성유체 거동에 영향을 미치는 인가자장의 범위는 535 Oe에서 3260 Oe까지이다. 또한, Fig. 8에서 인가자장이 횡방향인 경우 Ferricolloid W-35에 대한 임계자성효과 파라미터는 약 10.9가 되고 이때의 자장은 5600 Oe정도이다. 즉, 본 해석모델에 대해 횡방향 자장이 인가될 경우, 자성유체에 영향을 미치는 자장의 범위는 약 535 Oe에서 5600 Oe까지이다.

그리고, Fig. 6에서 자성효과 파라미터가 0일 때 임계 치수효과 파라미터는 약 553정도 된다. 즉, Ferricolloid W-35의 경우 직경이 5.4×10^{-3} m이상이 되면 원관내 자성유체의 유동은 관벽에서의 입자 회전에 의한 영향을 받지 않게 된다.

VII. 결 론

원관내에서 자성유체의 거동에 대해 횡방향자장을 인가한 경우 다음과 같은 결과를 얻었다. 자기적 응답으로서 속도, 와도 및 내부각운동량의 분포를 조사한 결과 자성유체는 비뉴우톤 유체로서 거동을 나타내고 있다. 또한, 자성효과 파라미터를 증가시키면 속도는 감소하지만 임계점이상에서는 일정하게 된다. 자성효과 파라미터가 크면 치수효과 파라미터의 임계점은 작게 된다. 그리고, 원관내 자장을 종방향으로 인가한 경우와 비교한 결과, 원관의 직경에 대한 자성유체에 영향을 주는 자장의 범위를 구했다.

참 고 문 헌

[1] 박정우, "수직자장하에서 원과내 자성유체의 거동에 관한 연구", 동아대학교 석사학위논문 (1997).
[2] 서이수, "水平加振이 있는 容器內 磁性流體의 流動特性에 관한 硏究", 고려대학교 박사학위논문 (1991).
[3] 神山新一, "磁性流 入門", 産業圖書, 日本, 1-12 (1989).
[4] Neuringer J. P., Rosensweig R. E., "Phys. Fluids", **7-12**, 1927(1964).
[5] M. I. Shliomis, "Equations of Motion of A Fluid with Hydromagnetic Properties", Sov. Phys. JETP, **26**(3), 665(1968).
[6] M. I. Shliomis, "Magnetic fluids", Sov. Phys. Usp, **17**(2), 153(1974).
[7] 강신우, "고성능 자성유체의 제조 및 기름 밀봉 응용성에 관한 연구", 동아대학교 박사학위논문(1996).
[8] Rosensweig R. E., "Advances in Electronics and Electron Physics", Academic Press, p. 103 (1979).
[9] R. W. Chantrell, J. Popplewell and S. W. Charles, MAG, **14**, 975(1978).
[10] L. S. Seo, Kikura and Tanahashi, "Propagation of surface waves of magnetic fluids in traveling magnetic fields", J. Magn. Magn. Mater., pp. 167-170(1990).

Dynamic Characteristic of Magnetic Fluids in a Circular Pipe

S. O. Ryu, J. W. Park, B. H. Choi and L. S. Seo

Department of Mechanical Engineering, Donga University 840, Hadandong, Sahagu, Pusan, 604-714, Korea

(Received 18 October 1999, in final form 20 January 2000)

In the present work, we analyze theoretically the flow of magnetic fluids in a circular pipe with longitudinal magnetic field. We used governing equations induced Shliomis and Polar theory of Eringen. Using theoretical equations and distributions for the velocity, vorticity and angular velocity as the magnetic response, it is shown that magnetic fluid flow is non-Newtonian fluid. We investigate dynamic characteristic of magnetic fluid by comparing longitudinal magnetic field with transverse magnetic field. And, the limits, influence magnetic fluid, of the intensity of the magnetic field with polar, size and magnetic effect parameters are shown.