

[논문] 한국소성가공학회지(2000), 제9권 제4호
Transactions of Materials Processing Vol. 9, No. 4, (2000)

유한요소법을 이용한 역추적기법 개발 및 판재성형의 초기블랭크 형상설계에 적용

최한호* · 강경주* · 구태완* · 임학진** · 황상문*** · 강범수****

(1999년 4월 15일 접수)

Development of the Backward Tracing Scheme of FEM and Its Application to Initial Blank Design in Sheet Metal Forming

H. H. Choi, G. J. Kang, T. W. Ku, H. J. Lim, S. M. Hwang and B. S. Kang

Abstract

The backward tracing scheme(BWT) of the finite element method has been extended for the design of sheet blank in three-dimensional deformation. Originally the scheme was developed for preform design in bulk forming, and applied to several forming processes successfully. Its key concept is to trace backward from the final desirable configuration to an intermediate preform or initial blocker. A program for initial blank design in sheet forming which contains the capabilities of forward loading simulation by the finite element method and backward tracing simulation, has been developed and proved the effectiveness by applying to a square cup stamping process. In the blank design of square cup stamping, the backward tracing program can produce an optimum blank configuration which forms a sound net-shape cup product without machining after forming. For the confirmation of the analytic result derived from the backward tracing simulations as well as forward loading simulations, a series of experiments were carried out. The experiments include the first trial sheet forming process with a rectangular blank, an improved process with a modified blank preform, and the final process with an optimum blank resulted from the backward tracing scheme. The experiments show that the backward tracing scheme has been implemented successfully in blank design of sheet metal forming.

Key Words : Backward Tracing Scheme, Finite Element Analysis, Initial Blank Shape, Sheet Metal Forming, Experimental Confirmation

* 부산대학교 항공우주공학과 대학원

** (주)풍산금속

*** 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터

**** 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터

1. 서 론

편치와 다이를 이용한 박판의 스템핑은 제조공정의 주요한 역할을 하고 있다. 그러나, 산업체에서 광범위하게 적용되는 반면에 성형 공정설계는 여전히 경험적 기술에 기초를 두고있어, 성형 후 후처리 공정을 필요로 한다. 박판 성형의 성형 후 트리밍 과정등 후처리 과정에서 유발되는 잉여 소재량을 감소시키기 위한 최적의 초기 블랭크 형상 설계를 위한 연구가 필요하고 몇 가지 방법으로 연구가 이루어져 왔다. 박판성형의 거동을 예측하기 위해서 해석적 방법, 실험적방법, 수치적 방법이 이용되어 왔다. 해석적 방법은 박판성형의 거동을 예측하기에는 많은 문제에 봉착하게 되었고, 실험적 방법으로는 변형된 시편의 치수 측정의 어려움이 뒤따른다.

최근 수치해석과 컴퓨터의 성능향상과 더불어 박판성형에서의 초기블랭크 형상 결정을 위한 연구는 활발히 이루어져 왔다. Karima는 미끄럼선장법(slip-line method)을 이용하였고⁽¹⁾, Vogel, Chen 등은 평면응력특성(characteristic of plane stress)을 사용하였으며^(2,3), Sowerby 등은 기하학적 맵핑방법(geometric mapping)을 이용한 초기블랭크형상 설계를 수행하였다⁽⁴⁾. 그러나 이러한 방법들은 재료의 거동을 고려하지 않았다는 한계를 지니고 있다. Majlessi 등은 Levy의 이론을 확장하여 축대칭 단계 덮드로잉에 적용하였으며⁽⁵⁾, Chung 등은 최소소성일(minimum plastic work)을 가지는 가상의 중간 블랭크 형상설계를 수행하였다⁽⁶⁾. Lee와 Huh는 역유한요소해석(Inverse Finite Element)을 이용한 초기블랭크설계를 제안하였다⁽⁷⁾. 역유한요소법은 내부소성일(internal plastic work)과 외부소성일(external plastic work)의 차이로 정의된 목적함수를 역맵핑(inverse mapping)을 이용하여 공액경사법(conjugate gradient method)과 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson method)으로 최소의 목적함수를 찾아 직접 초기블랭크형상을 찾는 방법이다.

역추적기법(Backward Tracing Scheme, BWT)은 강소성 유한요소법을 바탕으로 하여 실제로 편치나 금형의 속도를 역방향으로 이동하여 각각의 스템마다 재료의 소성유동 조건 및 재료의 거동을 만족시킬 수 있다. 최적 이론 등을 이용한 방법들은 최종형상에서 초기형상으로 바로 계산되어 지기 때문에 중간단계의 과정을 관찰할 수 없으나, 역추적기법은 원하는 스템마다 응력, 변형률 분포, 재료유동상태 등을 역추적해석 동안에도 중간과정을 관찰 할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

본 연구에서는 역추적 기법을 이용하여 직선 플랜지를 가지는 사각 컵에 대해서 초기 블랭크 형상의 설계를

수행하였다. 또, 이론적으로 해석한 결과의 타당성을 입증하기 위하여 실험을 하였으며, 이 실험들에서는 성형 공정해석과 역추적기법에 의해 얻어진 초기 블랭크 형상에 대한 이론적 해석과 실험결과를 비교하였다.

2. 이론적 배경

여기에 사용된 수치해법은 강소성 유한요소법에 대한 이론과 이를 바탕으로 역추적기법을 사용하였다⁽⁸⁾. 역추적기법의 이론은 2차원 단조공정설계의 적용을 통해 계속 발전되어 왔으며^(9,10), 최근 3차원으로 확장하여 코이닝공정설계와 같은 3차원 단조공정설계에도 적용되었다^(11,12). 이러한 이론을 바탕으로 박판성형에서의 초기 블랭크형상 설계를 위한 역추적프로그램을 개발하였으며, 본 논문의 완전한 구성을 도모하기 위하여 여기에 사용된 역추적기법에 대하여 간단히 언급한다.

비압축성 조건을 만족하기 위한 벌칙함수(penalty function) K를 도입하면, 강소성 재료에 대한 1차 변분법함수는 다음과 같다

$$\delta\pi = \int_V \bar{\sigma} \delta \bar{\epsilon} dV + K \int_V \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV - \int_{S_p} f_i \delta u_i dS = 0 \quad (1)$$

여기서 $\bar{\sigma} = \sqrt{3/2} (\sigma_{ij} \sigma_{ij})^{1/2}$, $\bar{\epsilon} = \sqrt{2/3} (\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij})^{1/2}$, σ_{ij} 는 편차 응력, f_i 는 표면외력, u_i 는 속도성분, $\dot{\epsilon}_{ij}$ 는 변형률 속도, $\dot{\epsilon}_v$ 는 체적 변형률속도이다.

금형과 재료의 마찰력, 변형률 속도의 옵셋 정도등을 고려하여 식 (1)에 대입하고, 일반적인 유한요소 분할화 과정을 거치면, 절점속도벡터 \tilde{v} 에 대한 비선형 방정식이 된다.

$$\Omega(\tilde{v}) = K(\tilde{x}, \bar{\epsilon}, \dot{\epsilon})\tilde{v} - F(\tilde{x}, \tilde{v}) = 0 \quad (2)$$

여기서 K는 강성행렬(stiffness matrix), F는 힘 벡터(load vector), \tilde{x} 는 절점좌표 벡터이다.

본 연구에서는 유한요소 분할화 과정에서 3차원 8절점 육면체요소(hexahedral element)를 사용하였다. 식 (2)는 Newton-Raphson 반복법을 이용하여 해를 구하며, 초기속도장은 직접반복법(direct iteration method)을 이용하여 구한다. 또한, 소재의 항복식은 Von Mises 항복조건을 적용하였다.

역추적 기법은 최종 제품의 형상과 공정조건이 주어져 있을 경우, 변형과정에 있어서 임의 단계에서의 제품 형상을 예측하는 것이다. 성형공정해석과 마찬가지로 역추적 기법을 이용한 해석 과정에서도 유한요소해석이 이용된다.

성형공정 시뮬레이션($t \geq t_0$)의 경우는 시간 $t = t_0$ 에서의 식 (2)의 해 \tilde{v}_0 가 다음 단계인 $t = t_0 + \Delta t'$ 에서의 해를 구하는데 이용되나, 역추적($t \leq t_0$)의 경우는 시간 $t = t_{0-1} = t_0 - \Delta t$ 에서의 \tilde{x}_{0-1} 과 $\tilde{\epsilon}_{0-1}$ 는 식 (2)와 함께 다음의 조건을 만족하여야 한다.

$$\tilde{x}_0 - \tilde{x}_{0-1} = \tilde{v}_{0-1} \Delta t, \quad \tilde{\epsilon}_0 - \tilde{\epsilon}_{0-1} = \tilde{\epsilon}_{0-1} \Delta t \quad (3)$$

주어진 시간 증분에 대해서, 시간 t_{0-1} 에서 식 (3)을 식 (2)에 대입하면 다음과 같다

$$K(\tilde{v}_{0-1}, \tilde{x}_0, \tilde{\epsilon}_0, \tilde{\epsilon}_{0-1})\tilde{v}_{0-1} - F(\tilde{x}_0, \tilde{v}_{0-1}) = 0 \quad (4)$$

여기서 \tilde{x}_0 와 $\tilde{\epsilon}_0$ 는 이미 알고 있는 값이며, $\tilde{\epsilon}_{0-1}$ 은 \tilde{v}_{0-1} 의 함수이다. 따라서 식 (4)는 시간 t_{0-1} 에서의 경계조건들이 주어진다면 \tilde{v}_{0-1} 에 대해서 풀 수 있다. 이러한 절차로 시간 t_{0-2}, t_{0-3}, \dots 에 대한 해를 구해나가면, 전 성형공정에 대한 변형전의 소재 형상을 유도할 수 있다.

3. 직선 플랜지를 가지는 사각드로잉의 초기 블랭크형상 결정을 위한 역추적기법의 적용

본 연구의 최종목적은 주어진 성형부품에 대한 최적의 초기 블랭크를 설계하는데 역추적 프로그램을 활용하는 것이며, 이는 실제 생산현장에서 매우 중요한 분야이다. 본 연구에서의 3차원 역추적 프로그램은 소재의 등방성에 대한 성형해석을 고려할 수 있도록 적용되어 있으며, 8절점의 육면체요소를 사용하였다. 또한, 사용된 소재는 6063 알루미늄 합금이고, 응력-변형률 관계식은 다음과 같으며, 사용한 소재는 등방성이라 가정하였다.

$$\frac{\bar{\sigma}}{Y_0} = \left(1 + \frac{\bar{\epsilon}}{0.0051}\right)^{0.235} \text{ MPa} \quad (5)$$

여기서 $\bar{\sigma}$ 는 유효응력, $\bar{\epsilon}$ 는 유효변형률이다.

박판 성형의 경우 탄성회복을 고려할 수 있는 탄소성 유한 요소법을 사용할 수 있으나, 본 연구에서는 주로 후판 성형을 다루고 그 연구 목적이 초기 블랭크 설계이므로 역추적기법 적용에 유리한 강소성 유한요소법을 활용하였다.

역추적 기법의 개념도는 Fig. 1에, 역추적기법을 이용한 초기블랭크 형상설계를 위한 과정이 Fig. 2에 나타나 있다. 우리가 원하는 최종제품이 정해지면 대략적인 초기블랭크의 형상을 결정하고 성형공정 해석을 수행한다. 해석 후 변형된 형상과 원하는 최종형상을 비교하여 그 차이가 클 경우에는 다시 기하학적인 방법으로 초기형상을 재설계하여 성형공정 해석을 수행한다. 이때 다시 최

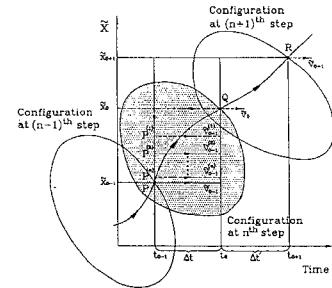


Fig. 1 Concept of the backward tracing and update of the configuration during forward loading and backward tracing

종제품과 비교하게 되고 그 차이가 근소할 경우 변형된 해석결과에서 그 차이를 조정하여 원하는 최종제품의 형상으로 수정한다. 이 최종제품으로 역추적해석을 수행하여 초기블랭크 형상을 결정하게 된다. 개발된 역추적 프로그램의 타당성을 검증해보기 위해 성형 후 트리밍공정을 거치지 않고서도 플랜지의 외곽선이 직선이 되도록 하는 사각형 컵의 초기 블랭크 형상설계를 수행하였다. 플랜지를 가지는 일반적인 사각컵 드로잉공정에서는 사각형상의 블랭크를 이용하여 성형을 하고 성형 후 트리밍 공정으로 직선의 플랜지를 가지는 제품이 완성된다.

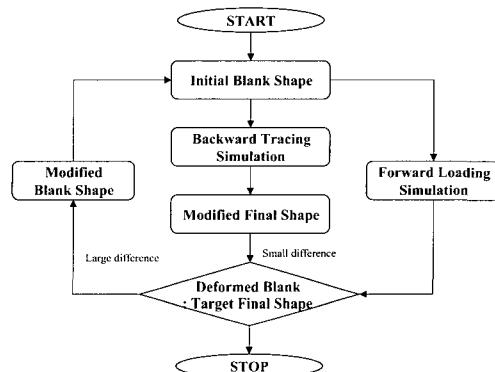


Fig. 2 Flow chart of the initial blank design

그 과정을 Fig. 3의 성형공정해석(I)로 나타내었다. 이때 사용된 초기형상은 가로, 세로의 길이가 100mm인 정사각형이며 두께는 0.5mm이고, 최종 성형 깊이는 18mm (100%), 소재와 금형사이의 마찰계수(m)는 0.1이다. 최종 변형된 형상을 보면 코너부와 직선부의 소재유입과 플랜지부의 작용응력의 차이로 인해 플랜지의 직선부는 코너부보다 많이 안쪽으로 유입 되어있다. 플랜지 외곽을 직선으로 만들기 위해서는 트리밍과정을 거쳐야만 한

다. 그러나 적절한 초기 블랭크형상을 결정한다면 성형 후 트리밍과정을 거치지 않고서도 우리가 원하는 형상을 만들 수도 있을 것이다. Fig. 4는 성형공정해석(I)의 결과를 토대로 플랜지 외곽을 직선이 되게 성형하기 위한 초기블랭크형상을 설계한 것이다. 소재가 많이 유입된 부분의 면적만큼 초기 블랭크 면적을 추가하여 설계하였다. 이러한 방법은 가장 간단하면서도 현장에서 경험을 토대로 하여 많이 사용되어지고 있다.

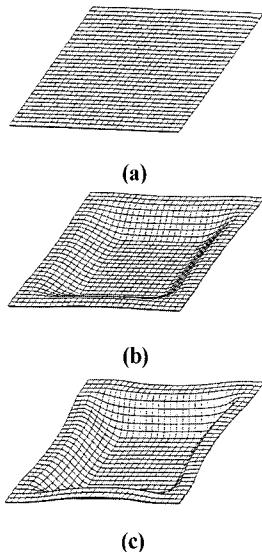


Fig. 3 Forward loading simulation (I) of the rectangular drawing (a) initial blank (b) stroke = 66% (c) stroke = 100%

Fig. 4의 성형공정해석(II)의 결과를 보면 성형공정해석(I) 보다는 플랜지의 외곽선이 직선에 많이 가까워졌지만 직선부의 중간지점에 튀어나온 돌기를 볼 수 있으며 아직 후가공이 필요하다. 원하는 최종형상은 Fig. 5(a)에 있다. 이 그림은 역추적기법을 이용하기 위한 초기 모델링형상이며 성형공정해석(II)의 결과를 수정하였다. 여기에는 성형공정해석(II)의 소재 변형정보들 - 즉 해석결과에서의 각 절점의 위치, 각 절점 속도, 각 절점의 변형률 등 - 을 가지고 있으며 이러한 정보들은 역추적해석 과정동안 이전 단계에서의 각 절점들의 위치 및 속도 등을 결정하는데 사용되어진다. Fig. 5(c)는 역추적해석을 통해 얻은 결과이며 이것은 플랜지 외곽이 직선이 되게 성형될 수 있는 초기블랭크의 형상이다.

역추적해석을 이용하여 얻은 초기블랭크의 형상이 타당한지를 알아보기 위해 얻은 결과의 외곽선을 이용하여 다시 재모델링하여 성형공정해석을 수행하였다. 그 해석

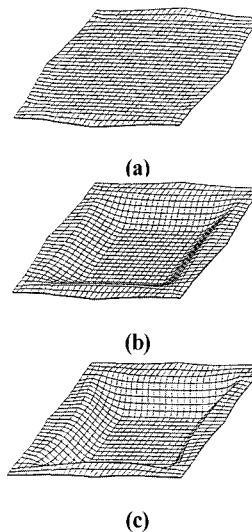


Fig. 4 Forward loading simulation (II) of the rectangular drawing (a) initial blank (b) stroke = 66% (c) stroke = 100%

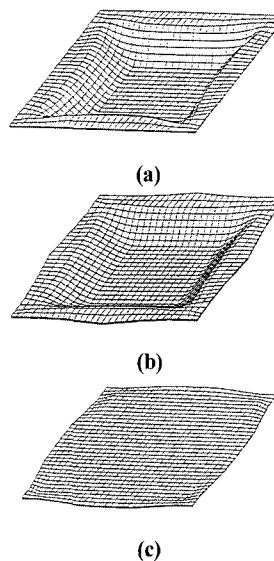


Fig. 5 Backward tracing simulation to get the initial blank shape
 (a) initial shape for BWT
 (b) back stroke = 33.3%
 (c) back stroke = 100%

과정은 Fig. 6에 나타나 있다. 이때 사용된 초기블랭크형상은 Fig. 7(a)이며, 최종 변형된 블랭크의 형상은 Fig. 7(b)에 나타나 있다. Fig. 7(c)는 각각의 치수를 좌표로 나타낸 것이다. 최종 변형된 블랭크형상의 그림에서 P1

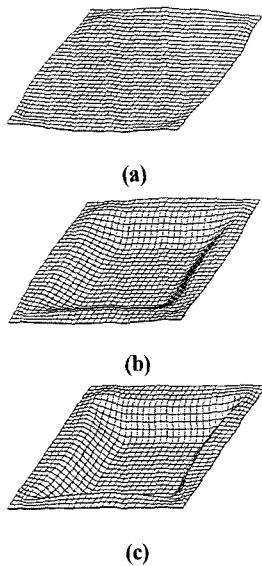


Fig. 6 Forward loading simulation (III) of the initial blank shape designed by backward tracing simulation
(a) initial blank (b) stroke = 66% (c) stroke = 100%

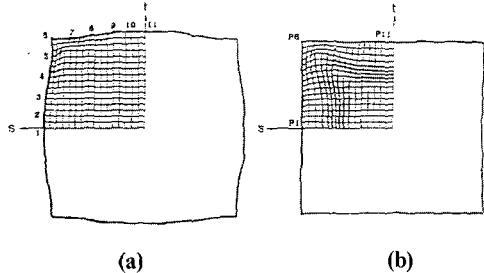


Fig. 7 Dimension of the optimum blank and deformed blank
(a) initial blank
(b) deformed blank
(c) dimension of the initial blank and the deformed shape

점과 P6점의 s방향으로의 차이가 전체 사각형 컵의 한 직선 변의 길이에 대한 오차가 0.04% 정도로 매우 작은 값을 보이고 있다. 결과적으로 역추적 해석으로 얻어진 초기 블랭크형상은 성형 후 직선 플랜지를 가지는 정형의 사각형 컵 드로잉 제품을 유도하는데 성공하였다.

Fig. 8에서는 각 성형공정해석의 유효변형률 분포를 나타낸 것이다. 최대 변형률 분포는 Fig. 8(a)에서 0.2153이며, Fig. 8(b)에서는 0.2438으로 나타났다. 이는 역추적 기법이 적용되기 전후의 최대변형률의 차이가 그리 크지 않음을 나타내며, 또한 변형률 분포가 유사한 형태를 가짐을 의미한다.

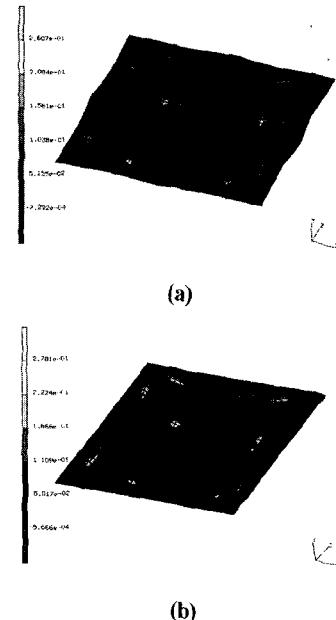


Fig. 8 Effective strain distribution
(a) forward loading simulation(II)
(b) forward loading simulation(III)

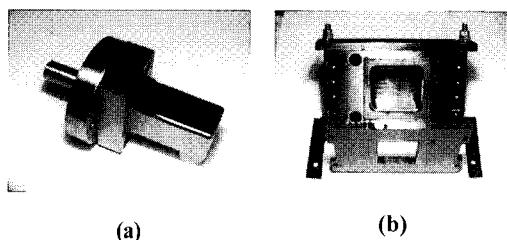
4. 실험을 통한 검증

이론적 해석결과의 타당성을 검증하기 위해 실험을 수행하였다. 본 실험에서 사용된 판재는 드로잉 전용소재인 스테인레스강 AISI1008DQ를 사용하였다. 시뮬레이션을 수행한 프로그램은 역추적 기법에 의한 초기 형상설계를 삼차원에 대해서 처음으로 시도했고 개발 단계로서 단순화 된 조건에서 해석이 수행되도록 되어있다. 실제 현상에서 고려 되어야 할 블랭크 홀드력은 아래위로 고정되어 있는 것으로 단순화 시켰고, 편치와 다이의 코너반경은 없는 것으로 수행하였다. 따라서 블랭크 홀드력에 대해서는 시편이 아래 위로 고정되어 있다는 해석 조건에 적합하게 실험하기 위하여, 다이와 고정판 사이에 시편과 같은 두께로 상하 두 개의 작은 판을 이용하여 공간을 확보하였고, 다이와 고정판사이를 볼트로 고정시켜

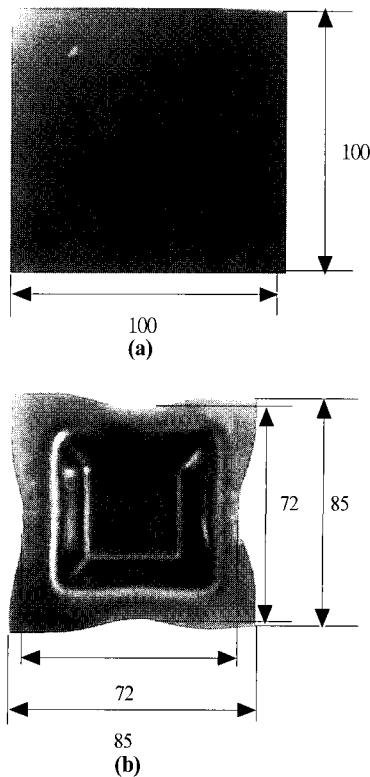
유한요소법을 이용한 역추적기법 개발 및 관재성형의 초기블랭크 형상설계에 적용

서 해석에 근접한 효과를 주었다. 이렇게 함으로써 플랜지의 주름을 막도록 하였다.

실험에 사용한 다이는 $54.0\text{mm} \times 54.0\text{mm}$, 편치는 $38.5\text{mm} \times 38.5\text{mm}$ 의 것을 사용했으며, 그 제작된 형상은 Fig. 9에 보여주고 있다. 프레스는 KOMATSU 013S 60ton의 장비를 사용하였으며, 편치속도는 120mm/sec 로 하였다.



**Fig. 9 Experiment equipment
(a) punch (b) die**

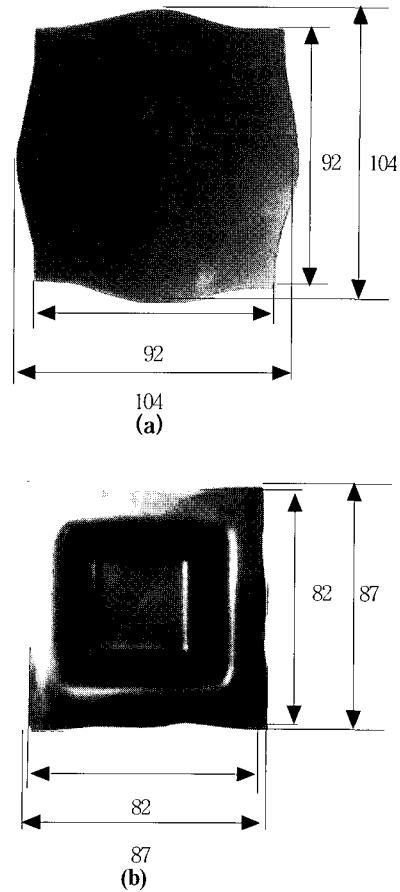


**Fig. 10 Experimental result of forward loading(I)
(a) initial blank (b) experimental result**

성형공정해석(I)의 시편은 $100\text{mm} \times 100\text{mm}$ 이며, 시편의 두께는 0.5mm 로 했고, Fig. 10(b)의 실험결과에서 초기형상이 사각형일 경우에, 플랜지 가운데 부분에서 오목하게

들어 간 것은 유한 요소 해석 Fig. 3(c)와 같은 결과를 보여주고 있다.

Fig. 11은 유한요소 해석과 같은 조건으로 성형공정해석(II)에 대해서 제작한 시편과 실험결과를 보여 주고 있다. 실험결과는 플랜지 부분에서 직선에 보다 가깝게 나타났으며 성형공정해석(I)에서의 결과보다 많이 개선된 형상을 보여주고 있으며, 유한 요소해석결과인 Fig. 4(c)와 비교해 볼 때 비슷한 형상임을 알 수 있다. 그러나, 아직도 플랜지 부분이 직선이 되기 위해서는 충분하지 않다.



**Fig. 11 Experimental result of forward loading(II)
(a) initial blank (b) experimental result**

Fig. 12에서는 역추적해석에 의해서 구한 사각 컵의 초기 형상과 실험결과를 보여 주고있다. Fig. 12(b)에 보듯이 사각컵의 플랜지 부분은 직선에 가깝게 나타났다. Fig. 13(a)는 Fig. 12의 실험결과를 확대하여 보여주고 있으며, Fig. 13(b)의 실선으로 나타내었다. Fig. 13(b)의 점선은 해석결과를 그린 그림이다. 이때 실험과 시뮬레이

이션의 최대오차는 플랜지 직선면의 길이에 대한 비로 나타내었을 때 2.5%이내에 모두 만족하였으며, 이에 양호한 결과를 얻었음을 보여 주었다.

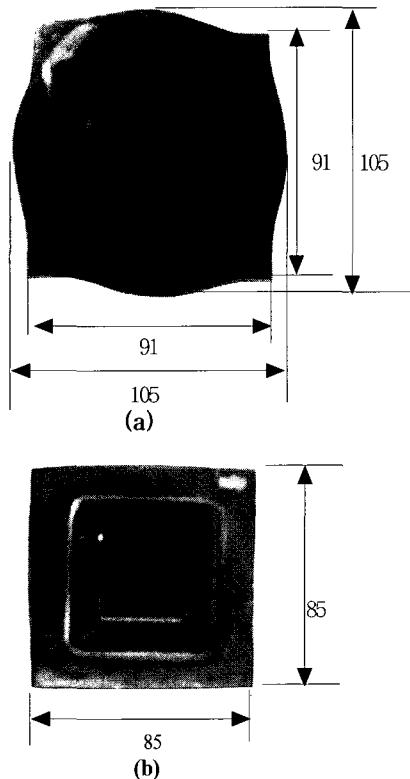


Fig. 12 Experimental result of forward loading(II)
(a) initial blank (b) experimental result

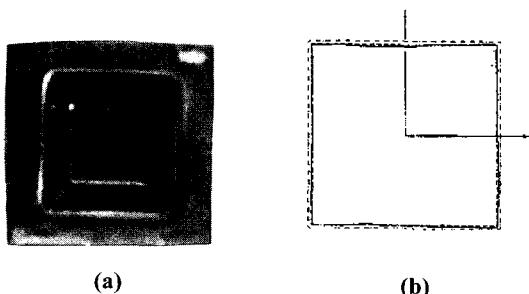


Fig. 13 Comparison (a) experimental result
(b)comparison of the deformed flange shapes predicted by BWT(dotted line) and experiment (solid line)

5. 결 론

본 연구에서는 박판성형에서의 초기블랭크형상 설계를 위한 역추적 프로그램을 개발하였으며, 그 적용 예로

성형 후 트리밍공정을 거치지 않고서도 플랜지의 외곽선이 직선이 되도록 하는 정형의 사각형 컵을 만들기 위한 초기 블랭크 형상설계를 수행하였고, 실험으로 검증하였다. 그 내용을 정리하면 다음과 같다.

(1) 3차원 강소성 유한요소법을 바탕으로 하는 초기 블랭크형상 설계용 역추적프로그램을 개발하였다. 이 프로그램으로 전방하중과정 해석후 변형된 소재가 원하는 형상과 다를 경우 원하는 형상으로 수정하여 초기 블랭크 형상을 찾게되며, 실제로 유한요소법의 이론을 바탕으로한 역추적 시뮬레이션을 수행함으로써 중간의 소재의 최외각 경계의 형상을 관찰할 수 있다.

(2) 사각형 컵 드로잉에서 플랜지 외곽형상이 직선이 되도록 하는 초기블랭크형상을 얻었으며, 그 타당성을 검증해보기 위해 얻은 초기블랭크로 전방하중과정 해석을 수행하였으며, 원하는 정형의 제품을 얻을 수 있었다.

(3) 역추적 기법을 이용한 초기블랭크 형상을 찾는 프로그램 해석의 타당성을 검증하기 위해 해석에서 얻은 초기블랭크 형상으로 실험을 수행하였으며, 해석결과와 실험과의 최대 치수 오차가 2.5% 이내로 유사한 결과를 얻을 수 있었다.

아직도 실제현장조건들을 모두 고려한 해석프로그램의 개발과 복잡한 3차원 다이의 접촉알고리즘의 개발이 과제로 남아있지만, 3차원 역추적 기법을 이용한 초기 블랭크 형상 설계에 적용할 가능성을 보였다.

후 기

본 논문은 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터의 지원에 의하여 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- Karima, M., 1989, "Blank Development and Tooling Design for Drawn Parts Using a Modified Slip Line Field Based Approach", Journal of Engineering for Industry, ASME, Vol. 111, pp. 345~350.
- Vogel, J. H. and Lee, D., 1990, "An Analysis Method for Deep Drawing Process Design", Int. J. Mech. Sci., Vol. 32, pp. 891~897.
- Chen, X. and Sowerby, R., 1992, "The Development of Ideal Blank Shapes by the Method of Plane Stress Characteristics", Int. J. Mech. Sci.,

유한요소법을 이용한 역추적기법 개발 및 판재성형의 초기블랭크 형상설계에 적용

- Vol.34, No.2, pp.159~166.
- (4) Sowerby, R., Duncan, J. L. and Chu, E., 1986, "The Modelling of Sheet Metal Stamping", Int. J. Mech. Sci., Vol. 28 no. 7, pp. 415~430.
 - (5) Majlessi, S. A. and Lee, D., 1989, "Further Development of Sheet Metal Forming Analysis Method", Journal of Engineering for Industry, ASME, Vol. 109, pp. 330~337.
 - (6) Chung, K. and Richmond, O., 1992, "Ideal Forming -I Homogeneous Deformation with Minimum Plastic Work", Int. J. Mech. Sci., Vol. 34 no. 7, pp. 575~591.
 - (7) Lee, C. H. and Huh, H., 1997, "Blank Design and Strain Prediction of Automobile Stamping Parts by an Inverse Finite Element Approach", J. of Mat. Proc. Technology, Vol. 63 pp. 645~650.
 - (8) Kobayashi, S., Oh, S. I. and Altan, T., 1989, Metal Forming and the Finite Element Method, Oxford Univ. Press.
 - (9) Kang, B. S., Kim, N. S. and Kobayashi, S., 1990, "Computer-Aided Preform Design in Forging of an Airfoil Section Blade", Int. J. of Machine Tools and Manufacture, Vol. 30, No. 1, pp. 43~52.
 - (10) Lee, L. H. and Kang, B. S., 1997, "Development of a Methodology to form Net-Shape Nosing Shells by the Backward Tracing Scheme of the Rigid-Plastic FEM", Int. J. of Machine Tools and Manufacture, Vol. 37, No. 6.
 - (11) Kang, B. S., Lee, L. H. and Choi, H. H., 1997, "Extension for the Backward Tracing Scheme of the Rigid-Plastic FEM in Three-Dimensional Deformation", J. of Manufacturing Science and Engineering, ASME, Vol. 119, pp. 556~562.
 - (12) Choi, H. H., Park, M. S., and Kang, B. S., 1998, "Design of a Piercing Hole in Coining Process by the Three Dimensional Backward Tracing Scheme of the FEM", J. of Materials Processing Technology, Vol. 81.