지수분포의 검정을 위한 쿨백-레이블러 정보함수*
(Tests for Exponentiality by Kullback-Leibler Information)

김 종태** 이 우동*** 강석복****
(Jong-Tae Kim) (Woo-Dong Lee) (Suk-Bok Kang)

요 약 최근 엔트로피 추정에 대하여 개발된 새로운 방법들을 이용함으로서 쿨백-레이블러 정보함수를 사용하여 지수분포에 대한 적합도 검정통계량들을 제시하고 그 검정력들과 기존의 검정 통계량들의 검정력들과 비교 조사하는데 목적이 있다. 또한 제시된 검정통계량들에 대한 점근적 성질들을 소개하고, 기각영역들에 대하여 표를 제시하였다. 제시된 검정통계량들은 기존의 검정통계량들보다 검정력 비교에 있어서 우수한 검정력을 보였다.

Abstracts Recently van Es (1992) and Correa (1995) proposed an estimator of entropy. In this paper, we proposed the goodness of fit test statistics for exponentiality based on Vasicek's estimator and Correa's estimator of Kullback-Leibler Information. And we compare the power of the proposed test statistics with Kolmogorov-Sminov, Kuiper, Cramer von Mises, Watson, Anderson-Darling and Finkelstein and Schefer statistics.

1. 서 론

$X_1, X_2, \ldots, X_n$이 독립인 확률변수로서 확률밀도함수 $f(x;\cdot)$과 분포함수 $F(x;\cdot)$을 가진다고 하자. 주어진 확률표본이 모수 λ를 갖는 지수분포 (exponential distribution)를 따르는지를 검정하기 위한 귀무가설과 대립가설은 다음과 같다.

$$H_0 : f(x;\cdot) = f_0(x;\lambda),$$

$$H_1 : f(x;\cdot) \neq f_0(x;\lambda).$$

여기서 $f_0(x;\lambda)$는 모수 λ를 가지는 지수 확률밀도함수로서 다음과 같다.

$$f_0(x;\lambda) = \lambda \exp(-\lambda x), \qquad x > 0.$$

신뢰수명 분야에 관련된 많은 문헌들의 데이터들은대체로 위의 지수분포의 성향을 가진다고 가정한다.

그러므로 위의 가정이 참인지 아닌지를 검정하는 문제는 통계적 분석에 있어서 중요하며 많은 통계학자들의 관심이 되어왔다. (Grezegorzewski와 Wieczorkowski (1999)과 Ebrahimi와 Habibullah (1992)를 보라.)

실제로 Vasicek (1976)의 엔트로피 추정량은 엔트로피를 이용한 적합도 검정 뿐 아니라 쿨백레이블러 정보함수를 이용한 적합도 검정에도 많은 영향을 주었다. van Es (1992) 는 확률표본의 차이에 기초한 엔트로피 추정량을 제시하였고, Correa (1995)는 Vasicek의 엔트로피 추정량을 변형시킨 엔트로피 추정량을 제시하였다. 최근 Grezegorzewski와 Wieczorkowski (1999)는 위의 엔트로피 추정량들에 기초한 지수함수에 대한 적합도 검정 통계량들을 제사하였다.

본 논문은 최근에 제시된 엔트로피 추정량들을 이용하여 쿨백-레이블러 정보함수의 추정량들에 기초한 지수분포를 위한 적합도 검정통계량들을 제시하고 기존의 검정통계량들과 검정력을 비교하여 분석하는데 그 목적이 있다. 2절에서는 쿨백-레이블러 정보함수를 소개하고 Shannon (1948)의 엔트로피에 대한 추정량들을 소개한다. 3절에서는 2절에서 소개된 엔트로피 추정량들을 사용하여 쿨백-레이블러 추정량들을 구하고 검정통계량들을 제시하고, 점

* 이 논문은 1999년도 대구대학교 학술 지원비에 의한 논문임
** 대구대학교 자연과학대학 정보과학부
*** 경산대학교 자연과학대학 정보과학부
**** 영남대학교 이과대학 통계학과

근성을 조사하였다. 4절에서는 검정통계량에 대한 기각영역을 모의실험을 이용하여 구하고 실제 예들을 가지고 검정하였다. 5절에서는 기존의 검정력들과 비교 분석하였다.

2. 쿨백-레이블러 정보함수와 엔트로피 추정량들

쿨백-레이블러 (KL) 정보함수는 쿨백과 레이블러 (1951)에 의하여 다음과 같이 정의되었다.

$$
\begin{aligned}
I(f{:}f_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ln\left\{\frac{f(x)}{f_0(x)}\right\}dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ln f(x)\,dx \\
&\quad - \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ln f_0(x)\,dx \\
&= -H(f) - \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ln f_0(x)\,dx
\end{aligned}
$$

여기서

$$H(f) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ln f(x)\,dx$$

는 Shannon (1948)의 엔트로피라고 부른다. KL 정보함수는 확률밀도함수 f_0를 가지는 관측된 분포함수 F_0와 확률밀도함수 f를 가지는 모형함수 F 사이의 거리이다. KL 정보함수 $I(f:f_0) \geq 0$ 이고, 만약 $f = f_0$이면 $I(f:f_0) = 0$이다. 그러므로 $I(f:f_0)$의 값이 0에 가까워지면 관측된 분포 F_0는 본래의 모형 분포 F와 같아진다.

귀무가설 H_0을 검정하기 위한 지수분포에 대한 KL 정보함수는 아래와 같다.

$$
\begin{aligned}
I(f{:}f_0) &= -H(f) \\
&\quad - \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ln\{\lambda\exp(-\lambda x)\}dx \\
&= -H(f) - \lambda + 1.
\end{aligned}
$$

Shannon의 엔트로피 $H(f)$에 대한 추정량을 개발하기 위한 많은 연구들이 제시되어 왔다. (Vasicek (1976), Ahmad와 Lin (1976), Mack (1988), van Es (1992), Correa (1995), Wieczorkow -ski와 Grezegorzewski (1999)를 보라.) 분포함수의 가설을 검정하기 위한 엔트로피 추정량의 개발은 Vasicek (1976)에 의해 처음으로 개발되었고 그 추정량은 다음과 같다.

$$HV_{mn} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln\left\{\frac{n}{2m}\left(X_{(i+m)} - X_{(i-m)}\right)\right\}.$$

여기서 윈도우 크기 m은 $n/2$보다 작은 양의 상수이고, 만약 $i < 1$이면 $X_{(i)} = X_{(1)}$이고, 만약 $i > n$이면 $X_{(i)} = X_{(n)}$이고, $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \cdots \leq X_{(n)}$은 표본크기 n을 가지는 확률표본에 기초한 순서 통계량이다. Vasicek (1976)은 $n \to \infty$, $m \to \infty$이고 $m/n \to 0$이면 $HV_{mn} \xrightarrow{p} H(f)$임을 증명하였다.

Correa (1995)는 Vasiseck의 추정량을 변형하여 다음과 같은 엔트로피 추정량을 제시하였다.

$$HC_{mn} = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln(b_i).$$

여기서

$$b_i = \frac{\sum_{k=i-m}^{i+m}\left(X_{(k)} - \overline{X}_{(i)}\right)(k-i)}{n\sum_{k=i-m}^{i+m}\left(X_{(k)} - \overline{X}_{(i)}\right)^2}$$

이고

$$\overline{X}_{(i)} = \frac{1}{2m+1}\sum_{k=i-m}^{i+m} X_{(k)}$$

이며, 윈도우 크기 m은 $n/2$보다 작은 양의 상수이고, 만약 $i < 1$이면 $X_{(i)} = X_{(1)}$이고, 만약 $i > n$이면 $X_{(i)} = X_{(n)}$이고, $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \cdots \leq X_{(n)}$은 표본크기 n을 가지는 확률표본에 기초한 순서 통계량이다.

이제 KL 정보함수 $I(f:f_0)$의 추정량을 구하기 위해 위에서 소개한 엔트로피 추정량들을 사용할 것이다. 먼저 귀무가설에서 모수 λ를 모르는 경우의 지수함수의 적합도 검정에 대해 생각해 보자. 모수 λ의 추정 값으로 표본평균 $\hat{\lambda} = 1/\bar{x}$을 삽입함으로서 다음과 같은 Vasicek과 Correa의 엔트로피 추정량에 의한 KL 정보함수의 추정량들을 다음과 같이 각각 얻는다.

$$
\begin{aligned}
IV_{mn} &= -HV_{mn} + \ln\bar{x} + 1, \\
IC_{mn} &= -HC_{mn} + \ln\bar{x} + 1.
\end{aligned}
$$

위의 통계량들은 지수함수와 주어진 데이터 분포 사이의 KL 정보에 대한 추정량들로서, IV_{mn} 과 IC_{mn}의 값들이 클수록 귀무가설이 기각될 확률이 높아진다.

3. 제시된 검정통계량들과 기각영역

2절에서 구한 KL 정보함수의 추정량들에 대하여 단조 변환을 시킴으로서 귀무가설을 검정할 통계량들을 제시할 것이다. Ebrahimi와 Habibullah (1992)는 Vasicek의 엔트로피 추정량을 이용하여 KL 정보함수에 기초한 검정통계량를 다음과 같이 제시하였다.

$$KLV_{mn} = \exp(HV_{mn} - \ln \bar{x} - 1).$$

그들은 이 검정통계량에 대하여, 귀무가설 하에서 $n \to \infty$, $m \to \infty$이고 $m/n \to 0$이면 $KLV_{mn} \xrightarrow{p} 1$임을 증명하였고, 대립가설 하에서 KLV_{mn}이 일치검정 통계량임을 보였다.

KL 정보함수에 기초한 다른 검정통계량으로서 Correa (1995)의 Shannon 엔트로피 추정량을 이용한 다음의 검정 통계량을 제안한다.

Correa의 엔트로피 추정량을 이용한 검정통계량 :

$$KLC_{mn} = \exp(HC_{mn} - \ln \bar{x} - 1).$$

정리 3.1 미지의 평균 모수 μ를 각각 가지는 $F(x), x > 0$와 지수분포함수 F_0라고 두자. 귀무가설 H_0 하에서, $n \to \infty$, $m \to \infty$이고 $m/n \to 0$이면

$$KLC_{mn} \xrightarrow{p} 1$$

이고, 대립가설 H_1 하에서, KLC_{mn}은 일치검정통계량이다.

증명 : $\ln \bar{x} + 1 \to -\ln\lambda + 1 = H(F_0)$이고, 귀무가설 H_0하에서, $HC_{mm} \to H(F_0)$이다. 그러므로 $KLC_{mn} \to 1$이다. 그리고 지수분포의 확률밀도함수는 Shannon의 엔트로피를 최대로 한다. 그러므로 $H(F_0) > H(F)$이다. 대립가설 H_1하에서, $HC_{mn} \to H(F)$이다.그러므로 $KLC_{mn} \xrightarrow{p} \exp H(F) / \exp H(F_0) < 1$.

KL 정보함수의 추정량의 값들이 클수록 귀무가설을 기각할 확률이 높아지고 이에 반해 위에서 제시한 KL 정보함수들을 단조 변환시킨 검정 통계량들의 값이 적을수록 귀무가설을 기각시킬 확률이 높아짐을 알 수 있다. 그러므로 기각값 $C()_{mn}(\alpha)$에 대하여, 만약 $KL()_{mn} < C()_{mn}(\alpha)$ 이면, H_0을 기각한다.

여기서 기각영역을 구하는 방법들을 다음과 같은 방법으로 생각 할 수 있다.

(1) 표본의 크기 n에 관련되는 윈도우 크기 $m < \frac{n}{2}$에서 지수분포 난수를 20,000번 반복횟수로 기각값들 중 가장 큰 기각값을 가지는 m을 구한다

(2) (1)에서 구한 m을 이용하여 각각의 유의수준 α에서 $C()_{mn}(\alpha)$을 기각 영역으로 결정한다.

(3) m에 대하여 $KL()_{mn}$을 가장 크게 하는 값을 구하여 검정한다.

위의 방법에 대하여 $5 \le n \le 220$의 표본계수에 대하여 20,000번 반복횟수를 사용하여 유의수준 α가 0.05와 0.01이 되는 기각 영역을 구하였다. <표3.1>과 <표3.2>에 각 m에 따르는 기각값들을 Vasiseck 과 Correa의 통계량에 대해 구하였다.

<표 3.1> 지수분포에 대한 Vasicek 검정통계량의 유의수준별 기각치

sample size	window size	critical values	window size	critical values	window size	critical values	window size	critical values
n	m	0.1	m	0.05	m	0.025	m	0.01
5	2	0.35541	2	0.29555	2	0.24776	2	0.19003
6	2	0.41141	2	0.35390	2	0.30575	2	0.24458
7	2	0.45569	2	0.40113	2	0.35356	2	0.29385
8	3	0.49259	3	0.44088	3	0.39452	3	0.33845
9	3	0.52654	3	0.47853	3	0.43598	3	0.37832
10	3	0.55625	3	0.50951	3	0.46703	3	0.41294
11	3	0.57913	3	0.53449	3	0.49451	3	0.44115
12	3	0.60027	3	0.55690	3	0.51738	3	0.46734
13	3	0.61789	3	0.57651	3	0.53942	3	0.48833
14	3	0.63498	3	0.59590	3	0.55932	3	0.51279
15	3	0.64866	4	0.61133	4	0.57695	4	0.52963
16	4	0.66251	4	0.62606	4	0.59288	4	0.54865
17	4	0.67612	4	0.64073	4	0.60862	4	0.56624
18	4	0.68601	4	0.65316	4	0.62269	4	0.58178
19	4	0.69733	4	0.66472	4	0.63460	4	0.59082
20	4	0.70726	4	0.67512	4	0.64723	4	0.60671
25	4	0.74528	4	0.71808	4	0.69270	4	0.65897
30	5	0.77352	5	0.74982	5	0.72737	5	0.69646
35	5	0.79521	5	0.77342	5	0.75299	5	0.72553
40	8	0.81388	8	0.79322	8	0.77387	8	0.74765
45	8	0.83039	8	0.81194	8	0.79502	8	0.77057
50	8	0.84388	8	0.82609	8	0.81069	8	0.78902
60	8	0.86433	8	0.84884	8	0.83523	8	0.81566
70	8	0.87007	7	0.85693	7	0.84501	8	0.82830
80	8	0.88130	8	0.86880	8	0.85762	8	0.84259
90	8	0.88990	8	0.87889	8	0.86913	8	0.85527
100	9	0.89781	9	0.88738	9	0.87836	9	0.86590
120	9	0.90936	9	0.90044	9	0.89236	9	0.88108
140	11	0.91886	11	0.91091	11	0.90359	11	0.89354
160	11	0.92527	11	0.91804	11	0.91157	11	0.90228
180	11	0.93068	11	0.92397	11	0.91793	11	0.90944
200	12	0.93555	12	0.92937	12	0.92359	12	0.91591
220	14	0.94019	14	0.93412	14	0.92866	14	0.92183

<표 3.2> 지수분포에 대한 Correa 검정통계량의 유의수준별 기각치

sample size	windows ize	critical values	window size	critical values	window size	critical values	window size	critical values
n	m	0.1	m	0.05	m	0.025	m	0.01
5	2	0.45331	2	0.37792	2	0.31721	2	0.24528
6	2	0.51426	2	0.44306	2	0.38346	2	0.30748
7	3	0.56179	2	0.49491	3	0.43998	3	0.36459
8	3	0.60584	3	0.54148	3	0.48450	3	0.41490
9	3	0.63952	3	0.58018	3	0.52838	3	0.45928
10	3	0.66874	3	0.61270	3	0.56102	3	0.49676
11	3	0.69085	3	0.63797	3	0.58978	3	0.52691
12	3	0.71078	3	0.65921	3	0.61364	3	0.55355
13	3	0.72778	3	0.67910	3	0.63502	3	0.57409
14	4	0.74370	3	0.69715	3	0.65601	3	0.59948
15	4	0.75764	4	0.71369	4	0.67378	4	0.61895
16	4	0.77061	4	0.72757	4	0.68862	4	0.63716
17	4	0.78259	4	0.74142	4	0.70472	4	0.65477
18	4	0.79159	4	0.75288	4	0.71695	4	0.66906
19	4	0.80188	4	0.76323	4	0.72785	4	0.67861
20	4	0.80974	4	0.77352	4	0.74016	4	0.69485
25	4	0.84314	4	0.81163	4	0.78314	4	0.74545
30	5	0.86622	5	0.83885	5	0.81298	5	0.77801
35	8	0.88691	8	0.86023	8	0.83649	5	0.80458
40	8	0.90168	8	0.87754	8	0.85524	8	0.82577
45	8	0.91389	8	0.89217	8	0.87298	8	0.84553
50	8	0.92344	8	0.90360	8	0.88517	8	0.86118
60	29	0.94165	8	0.92092	8	0.90544	8	0.88463
70	6	0.93960	6	0.92493	6	0.91162	6	0.89301
80	7	0.94685	6	0.93356	6	0.92132	6	0.90494
90	7	0.95257	7	0.94046	7	0.92936	7	0.91454
100	7	0.95736	7	0.94635	7	0.93656	7	0.92302
120	8	0.96516	7	0.95532	7	0.94651	7	0.93415
140	8	0.97043	8	0.96182	9	0.95408	8	0.94331
160	9	0.97417	8	0.96651	8	0.95937	8	0.94950
180	8	0.97738	8	0.97013	9	0.96375	9	0.95479
200	9	0.97992	10	0.97324	9	0.96713	8	0.95899
220	10	0.98222	10	0.97591	9	0.97033	8	0.96264

4. 검정력비교와 결론

기존의 검정통계량들, Kolmogorov-Smirnov , (D) Kuiper (V), Cramer von Mises (W^2), Watson (U^2),Andeson-Darling (A^2), Finkelstein and Schefer (S^*)의 검정력을 모의실험을 이용하여 비교 분석 할 것이다. 기존 검정통계량들의 기각값들은 Stehens (1974)와 D'Agostino와 Stephens (1986)을 참조하였다. <표 4.1>은 와이블대립 분포에 대한 검정력 비교의 결과들이다. 와이블 분포의 경우에 있어서 KL정보에 기초한 $KL(V)_{mn}$과 $KL(C)_{mn}$의 통계량이 기존의 경험적 분포에 기초한 검정통계량들 보다 우수함을 알 수 있다. 또한 표본의 크기가 증가할수록 검정력 값들의 차이가 두드러짐을 볼 수 있다. 그러나 KL정보에 기초한 $KL(E)_{mn}$경우는 기존의 검정통계량들의 검정력과 차이가 없는 것으로 나타났다. 와이블대립모형에 대한 검정력 비교는 전반적으로 $KL(V)_{mn}$, $KL(C)_{mn}$, A^2, S^*, W^2, V 등의 순서로 검정력의 값이 높음을 알 수 있다.

<표 4.2>은 감마 분포에 대한 검정력 비교 결과들이다. 와이블대립분포의 결과들과 같이 전반적으로 KL정보에 기초한 $KL(V)_{mn}$과 $KL(C)_{mn}$의 통계량이 기존의 경험적 분포에 기초한 검정통계량들보다 우수함을 알 수 있다. 검정력값이 높은 순서로 $KL(V)_{mn}$, $KL(C)_{mn}$, A^2, S^*, W^2, V 등의 순서로 와이블 대립 모형들의 결과들과 같음을 알 수 있다.

검정력 비교에서 보듯이 지수분포에 대한 검정통계량으로 KL정보 추정 기법에 있어서의 Vasicek의 엔트로피 추정에 기초한 $KL(V)_{mn}$ 검정통계량과 Correa의 엔트로피 추정에 기초한 $KL(C)_{mn}$ 검정통계량이 기존의 경험적 분포에 기초한 검정통계량들 보다 우수한 검정력임이 조사되었다. 이들의 검정력은 지수분포의 검정에 있어서 비교적 좋은 검정력을 가지는 기존의 통계량의 검정력보다 우수한 결과를 보여주고 있다.

<표 4.1> 유의수준 0.05에서의 와이블 대립분포일 때의 검정력 비교

n	a, b	$KL(V)_{mn}$	$KL(C)_{mn}$	D	V	W^2	U^2	A^2	S^*
10	1.0, 1.0	.571	.585	.325	.387	.401	.398	.501	.500
	1.2, 1.0	.430	.445	.332	.321	.371	.351	.411	.401
	1.0, 2.0	.602	.632	.414	.457	.493	.501	.587	.573
	1.2, 2.0	.387	.391	.289	.314	.320	.337	.384	.361
	1.0, 3.0	.586	.588	.421	.435	.487	.461	.532	.521
	1.2, 3.0	.454	.465	.340	.361	.373	.359	.403	.397
30	1.0, 1.0	.994	.987	.793	.889	.899	.883	.949	.923
	1.2, 1.0	.876	.855	.594	.678	.746	.697	.843	.774
	1.0, 2.0	.997	.989	.794	.893	.908	.894	.966	.947
	1.2, 2.0	.899	.873	.597	.682	.754	.683	.796	.763
	1.0, 3.0	.992	.989	.803	.917	.949	.915	.968	.953
	1.2, 3.0	.898	.875	.598	.697	.793	.686	.802	.774
50	1.0, 1.0	1.000	1.000	.961	.997	.998	.988	1.000	.997
	1.2, 1.0	.993	.991	.864	.948	.957	.935	.989	.954
	1.0, 2.0	1.000	1.000	.979	.993	.996	.989	.999	.997
	1.2, 2.0	.994	.988	.846	.908	.935	.897	.978	.954
	1.0, 3.0	1.000	1.000	.972	.993	.997	.996	1.000	.994
	1.2, 3.0	.998	.996	.857	.938	.955	.923	.989	.964

<표 4.2> 유의수준 0.05에서의 감마 대립분포일 때의 검정력 비교

n	a, b	$KL(V)_{mn}$	$KL(C)_{mn}$	D	V	W^2	U^2	A^2	S^*
10	0.5, 1.0	.923	.899	.682	.754	.772	.768	.826	.783
	1.5, 1.0	.417	.447	.294	.353	.386	.345	.394	.391
	2.0, 1.0	.346	.373	.245	.272	.354	.272	.367	.319
	0.5, 2.0	.889	.898	.636	.713	.796	.758	.807	.785
	1.5, 2.0	.391	.395	.313	.318	.364	.343	.387	.378
	2.0, 2.0	.366	.382	.314	.336	.364	.341	.375	.344
30	0.5, 1.0	1.000	1.000	.988	.999	.999	.998	1.000	.999
	1.5, 1.0	.846	.824	.577	.644	.726	.661	.785	.742
	0.5, 2.0	1.000	.999	.976	.994	.994	.992	.997	.994
	1.5, 2.0	.871	.839	.604	.671	.740	.692	.799	.761
	0.5, 3.0	1.000	1.000	.985	.998	.997	.993	1.000	.996
	1.5, 3.0	.868	.853	.618	.678	.750	.702	.819	.776
50	0.5, 1.0	1.000	1.000	.997	.999	1.000	.999	1.000	1.000
	1.5, 1.0	.993	.991	.867	.945	.963	.943	.987	.979
	0.5, 2.0	1.000	1.000	.996	.998	1.000	.999	1.000	1.000
	1.5, 2.0	.997	.994	.863	.903	.941	.896	.969	.951
	0.5, 3.0	1.000	1.000	.995	.998	1.000	.998	1.000	1.000
	1.5, 3.0	.987	.985	.836	.921	.948	.901	.978	.954

참 고 문 헌

[1] Ahmad, I.A. and Lin, P.E. (1976). A Nonparametric estimation of the entropy for absolutely continuous distribution. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 22 372-375.

[2] Correa, J.C. (1995). A new estimator of entropy. Commun. Statist.-Theory Meth., 24, 2439-2449.

[3] D'Agostino, R.B. and Stephens, M.A. (1986). *Goodness-of-Fit Tecniques*, Marcel Dekker, New York.

[4] Dmitriev, Y.G. and Tarasenko, F.P. (1973). On the estimation of functional of the probability density and its derivatives. Theory Probab. Applic., 18, 628-633.

[5] Ebrahimi, N. and Habibullah, M. (1992). Testing exponentiality based on Kullback-Leibler information, J. R. Statisti. Soc. B, 54, 739-748.

[6] Grezegorzewski, P. and Wieczorkowski, R. (1999). Entropy-based goodness-of-fit test for exponentiality., Commun Statist. -Theory Meth, 28, 1183-1202.

[7] Mack, S. (1988). A comparative study of entropy estimator and entropy based goodness-of-fit tests. PhD Dissertation. University of California.

[8] Stephens, M.A. (1974). EDF statistics for goodness-of-fit and some comparisons. Journal of the American Statistical Association, 69, 730-737.

[9] Shannon, C.E. (1948). A mathematical theory of communication. Bell System Tech. J. 27, 379-423, 623-656.

[10] Vasicek, O. (1976). A test for normality based on sample entropy. J. R. Statist. Soc. B, 38, 54-59.

[11] van Es, B. (1992). Estimating functional related to a density by a class of statistics based on spacing. Scandinavian Journal of Statisitcs, 19,

61-72.

[12] Wieczorkowski, R. and Grezegorzewski, P. (1999). Entropy estimators - Improvements and comparison. Commun Statist. - Simmla. 28, 541-567.

김 종 태

1985년 경북대학교 자연과학대학 통계학과(이학사)

1987년 경북대학교 대학원 통계학과(이학석사)

1992년 Texas A&M University(통계학 박사)

현재 대구대학교 자연과학대학 통계학과 부교수

관심분야 :

이 우 동

1985년 경북대학교 자연과학대학 통계학과(학사)

1988년 경북대학교 대학원 통계학과(석사)

1993년 경북대학교 대학원 통계학과(박사)

1995년 ~ 현재 경산대학교 자연과학대학 정보과학부 조교수

관심분야 : 베이즈 추론, 비모수통계

강 석 복

1983년 2월 영남대학교 이학석사 취득,

1989년 8월 대구카톨릭대학교 이학박사 취득

1993-1995년 미국 조지아대학교 연구교수.

현재 영남대학교 이과대학 통계학과 교수.

관심분야: 수리통계학, 통계적 추론, 비모수통계학, 재표본이론