

論文2000-37SD-3-7

## 광학적 Hough변환 결과로부터 직선과 타원의 실제 길이 추출

(Finding the true length of a line and an ellipse from optical Hough transform results)

朴 祥 國 \* , 金 成 龍 \*\* , 金 秀 重 \*\*\*

(Sang Gug Park, Sung Yong Kim, and Soo Joong Kim)

### 요 약

본 논문에서는 입력영상에 대한 광학적 Hough변환(HT)의 결과로부터  $\theta = \theta_0 + 90^\circ$  떨어진 지점에서 입력영상에 존재하는 직선과 타원의 장축의 길이 정보를 그리고  $\theta = \theta_0$  지점에서 타원의 단축의 길이정보를 추출하는 방법을 제안하였다. 각 지점에서 포락선의 최대점과 최소점 사이의 거리로부터 직선과 타원의 축의 실제길이를 약 98%의 정확도로 구할 수 있음을 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. 시뮬레이션 결과와 실험 결과를 비교하기 위하여 HT CGH 필터를 사용하여 광학적 실험을 행하였다. 실험을 통하여 광학적 HT 결과가 이론적인 시뮬레이션 결과와 유사함을 확인하였다.

### Abstract

In this paper, we propose a new method of finding the true length of the line and long axis of the ellipse at the  $\theta = \theta_0 + 90^\circ$  and short axis of the ellipse at the  $\theta = \theta_0$  from the Hough transform (HT) results. Through the simulations, we showed that the true length of the line and ellipse could be obtained with 98 % accuracy by using the distance from the maximum envelope to the minimum envelope. To compare the simulation results with the experimental results, we performed optical experiments by using a HT CGH filter. Through the experiments, we showed that our results were very similar to those of the simulation.

Keyword: optical Hough transform, true length, Hough transform filter, CGH

### I. 서 론

Hough변환(HT)은 잡음이 존재하는 불완전한 입력영

\* 正會員, 浦項產業科學研究院

(Research Institute of Industrial Science & Technology)

\*\* 正會員, 威德大學校 컴퓨터工學科

(Dept. of Computer Engineering, Uiduk University)

\*\*\* 正會員, 慶北大學校 電子電氣工學部

(Dept. of Electronic and Electric Engineering, Kyungpook National University)

接受日字:1999年10月14日, 수정완료일:2000年2月11日

상에 대해서도 전통적인 상관기법을 이용한 방법에 비해서 입력영상에 존재하는 직선, 선분, 원, 타원 등을 찾는데 아주 우수한 능력을 가지고 있다.<sup>[1]</sup> 이러한 장점 때문에 HT은 물체추적, 로봇비전, 자동항법시스템 등과 같은 군사적 목적과 의료영상, 지질분석, 문자인식, 생산라인의 품질검사 등과 같은 민간목적에 광범위하게 적용되고 있다.<sup>[2]</sup> 일반적으로 HT은 입력 영역에서의 한 점을 변수 영역에서 하나의 정현곡선으로, 그리고 입력 영역에서의 하나의 직선을 변수 영역에서 하나의 점으로 정합 시킨다. 이 점의 세기 값은 입력 영역에서의 직선의 길이를 나타낸다.<sup>[2]</sup> 대부분의 HT은 디지털 컴퓨터에 의해서 처리 되지만 디지털HT은 입력영상이 커질수록 계산량이 많아지고 과도한 메모리

의 요구와 계산시간의 증대로 인하여 실시간 처리가 어렵다는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해서 광학적인 HT를 통한 실시간 처리에 대한 연구가 진행되고 있다. 특히 광학적인 HT의 결과로부터 정현 곡선들에서 빛의 세기값을 이용하여 입력영상에 존재하는 직선 등의 정보를 추출하는 방법에 관한 연구도 다양하게 이루어지고 있다.<sup>[3][4][5]</sup> 광학적 HT의 결과로부터 얻어진 정현 곡선들은 포락선을 형성하며 포락선의 최외각의 최대값과 최소값은 입력영역에 존재하는 직선의 양 끝점의 정보를 가진다.<sup>[4][5]</sup> 그러나 입력영역에서 영상에 대한 디지털적인 데이터 처리로 인하여 직선이나 타원을 구성하는 각각의 축은 화소의 개수로 길이정보가 인식되며 변수영역에서는 화소의 개수만큼의 정현 곡선들이 하나의 점에서 교차하기 때문에 변수영역에서의 한 점의 세기 값은 직선의 화소길이(pixel length)를 나타내게 된다.<sup>[6]</sup> 이는 입력영역에 존재하는 직선의 실제길이(true length)와는 다른 값을 가지므로 디지털 및 광학적인 HT 모두에서 오차가 생기게 된다. 입력영상의 실제 길이를 정확히 추출하는 작업은 실제의 길이정보를 필요로 하는 의료영상이나 제품검사 및 정보분석 등에서 매우 중요하게 다루어 진다.

본 논문에서는 광학적HT의 결과를 이용하여 포락선의 최대값과 최소점 사이의 거리로부터  $\theta = \theta_0 + 90^\circ$  지점에서 직선 및 타원의 장축길이를 구하고  $\theta = \theta_0$  지점에서 타원의 단축길이를 구하는 방법을 제안하였다. 실제 광학적인 HT의 결과로부터 실제 길이정보를 추출하기 위한 광 실험을 위해  $32 \times 32$ 의 컴퓨터형성홀로그램(CGH) 배열을 갖는 행렬형태의 HT필터를<sup>[7]</sup> 제작하였으며 이를 이용하여 직선 및 타원에 대하여 각각 광학적인 HT를 실시하였다.

## II. 일반화된 Hough 변환

그림 1은 식(1)에 의해 입력영역에서 정의된 직선의 정규 변수화를 나타낸 것이다.

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in p_0 = x\cos\theta_0 + y\sin\theta_0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

여기서,  $p_0$ 는 직선과 원점 사이의 최단거리이며  $\theta_0$ 는  $p_0$ 가 x-축과 이루는 각도이다. 그러므로 변수영역

(parameter domain)은 각도-거리영역( $\theta, p$ )이다.

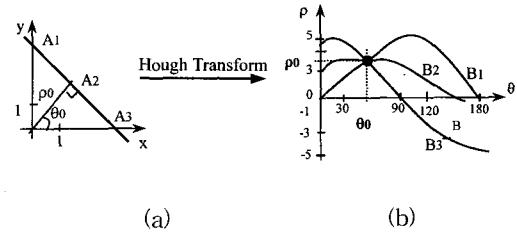


그림 1. 정규 변수화에서 직선에 대한 HT의 원리  
(a) 입력 영상영역 (b) 변수영역

Fig. 1. Principle of the Hough transform of a straight line in the normal parameterization:  
(a) input image plane; (b) parameter domain plane.

이 경우, 각각의 푸리에(Fourier) 허로그램은 ( $\theta, p$ )영역에서 식(2)와 같은 대응식에 의해서 하나의 정현곡선을 재생 시킬 것이다.

$$p = x\cos\theta + y\sin\theta \quad (2)$$

여기서, x, y는 입력 영역에서 각 점의 좌표이다.

변수영역에서 출력  $F(\theta, p)$ 는 식(3)에 의해서 표현될 수 있다.

$$F(\theta, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int f(x, y) \delta(p - x\cos\theta - y\sin\theta) dx dy \quad (3)$$

예를 들면, 그림1.의(a)의 영상 영역에서 직선 위에 존재하는 3개의 점 A1,A2,A3는 그림1.(b)에서 각각 3개의 정현곡선 B1,B2,B3로 나타내 지며 이를 정현곡선은 하나의 점( $\theta_0, p_0$ )에서 교차하는 형태를 취하게 되며  $\theta_0, p_0$ 는 직선 A1-A3의 정규 변수들이다. 이때 교차점은 변수영역에서 적절한 문턱화(thresholding operation)를 취하면 얻어질 수 있다.

## III. 입력영상에서의 직선과 타원의 표현

CCD카메라 등을 통해서 획득된 입력 공간영역에 존재하는 직선과 타원의 정보는 양자화된 상태로 존재하며 이들 직선과 타원의 단축 및 장축의 길이 정보는 양자화 오차로 인하여 실제 길이와는 다른 값으로 표현되어짐을 알 수 있다. 그림2에서 보는바와 같이 동일한 길이를 갖는 직선 L1,L2,L3는 x-축과 이루는 각

도에 따라서 서로 다른 화소길이로 표현되어 진다. 이 때 x-축 또는 y-축과 수평으로 존재하는 직선의 실제 길이( $= L$ )는 화소길이와 같은 값을 가지며 x-축 또는 y-축과 이루는 각도가 증가함에 따라서 실제길이와 화소길이 사이에 존재하는 오차는 점차 증가하게 된다. 직선의 경우와 마찬가지로 타원의 경우에도 그림3.에서 보는 바와 같이 타원의 장축 또는 단축이 x-축 또는 y-축과 이루는 각도가 증가함에 따라서 타원의 2개의 축이 가지는 실제길이와 화소길이 사이에 존재하는 오차는 점차 증가하게 된다. 이때 실제길이와 화소길이 사이에 존재하는 오차는 직선 또는 타원의 축이 x-축 또는 y-축과 이루는 각도가  $45^{\circ}$ 일때 최대가 된다.

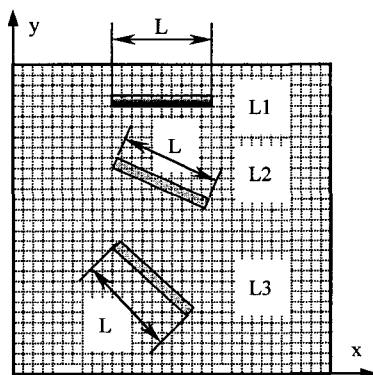


그림 2. 동일한 길이를 갖는 직선의 경사각에 따른 화소길이 변화

Fig. 2. The variation of the pixel length with respect to different slope angle of the lines which has same true length.

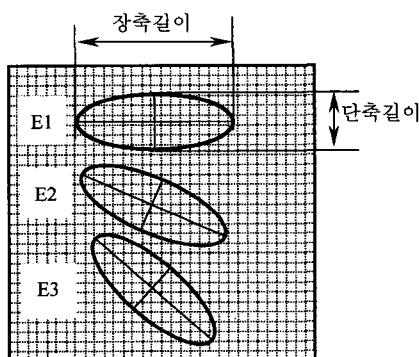


그림 3. 동일한 축 길이를 갖는 타원의 경사각에 따른 화소길이 변화

Fig. 3. The variation of the pixel length of the two axis with respect to different slope angle of the ellipse which has same true length.

#### IV. 실제길이 정보 추출

그림1.의 (a)에서 보는바와 같이 일반화된 HT에서 입력영역에서의 직선을 입력변수  $x, y$ 와 정규변수  $(p_0, \theta_0)$ 의 기하학적인 관계로 살펴보면  $p_0$ 는 원점에서 직선까지의 최단 거리이며 이를 만족하기 위해서는 원점에서 직선까지를 연결하는 선분은 직선과  $90^{\circ}$ 를 이루어야 한다. 그리고  $\theta_0$ 는  $p_0$ 가 x-축과 이루는 각도 이므로 결국 입력영역에서의 직선은 x-축에 대해서  $\theta_0 + 90^{\circ}$ 의 위치에 두개의 끝점이 존재함을 알 수 있다.

또한 입력영상에 대해서 HT를 실시하면 입력영역에서 하나의 직선은 식(2)의 관계에 의해서 변수영역에서 여러 개의 정현곡선 들로 대응되게 된다. 이 때 입력영역에 존재하는 직선의 양 끝점 중 하나는 ( $x$ :최소값,  $y$ :최대값)의 좌표를 가지며 나머지 하나의 끝점은 ( $x$ :최대값,  $y$ :최소값)의 좌표를 가지게 된다. 따라서 이들 직선의 양 끝점은 식(2)에 의해서 변수영역에서 값이  $0 \sim 180^{\circ}$ 의 변화를 가지는 동안의 최대와 최소값을 가지면서 정현곡선을 그리게 된다. 결국 그림4.에서와 같이 입력 영역에서의 직선은  $\theta_0$ 로부터  $90^{\circ}$ 의 위치에 두개의 끝점이 존재하고 이 직선은 여러 개의 점들로 구성되어지며 직선에 대한 HT은 변수 영역에서 여러 개의 정현곡선 들이 하나의 점( $p_0, \theta_0$ )에서 교차하는 형태를 가진다. 이때 변수 영역에서 최외각의 최대값과 최소값의 포락선은 직선의 양 끝점의 정보를 가지고 정현커브를 그리게 된다. 여기서  $\theta_0$ 로부터  $90^{\circ}$  떨어진 지점에서 직선의 길이정보가 존재하고 이 점에서 포락선은 최대의 폭을 가진다. 따라서 이점에서 포락선의 최대점과 최소점 사이의 거리로부터 직선의 실제 길이를 구할 수 있다.

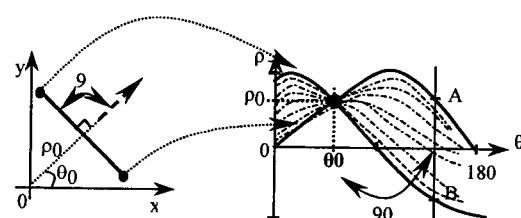


그림 4. 직선에 대한 HT의 기하학적 관계도

Fig. 4. The geometric relationship diagram of the HT results with input line.

그림4에서 직선의 실제길이  $L$ 은  $L = \rho_A - \rho_B$ 로 구해진다.

타원에 대한 장축과 단축의 실제 길이 정보도 직선의 경우와 유사한 방법으로 구해질 수 있다. 즉, 그림5.의 입력영역에서 타원은 2개의 축 중에서 단축은  $\theta_0$ 와 나란히 위치해 있고 장축은  $\theta_0$ 로부터  $90^\circ$ 에 위치해 있음을 알 수 있다. 따라서 타원에 대해서 HT한 결과로부터 변수 영역에서 최소 포락선의 폭 과 최대 포락선의 폭 으로부터 각각 타원의 단축과 장축의 실제 길이를 구할 수 있다.

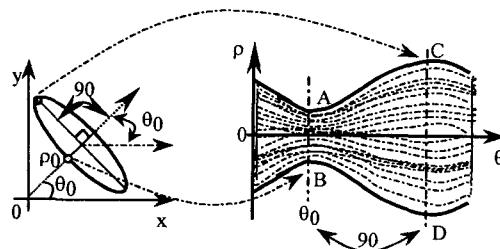


그림 5. 타원에 대한 HT의 기하학적 관계도  
Fig. 5. The geometric relationship diagram of the HT results with input ellipse.

그림5.에서 단축( $L_1$ ) 및 장축( $L_2$ )의 실제길이는 각각  $L_1 = \rho_A - \rho_B$ ,  $L_2 = \rho_C - \rho_D$ 로 구해진다.

## V. 시뮬레이션

제안한 방법을 사용하여 직선과 타원의 실제길이를 추출하기 위해서 직선과 타원의 장축이 x-축과 이루는 경사각이  $0^\circ$ ,  $22.5^\circ$ ,  $45^\circ$ 인 경우에 대해서 각각 시뮬레이션을 해 보았다. 직선과 타원에 대한 입력영상은  $64 \times 64$  크기의 이진영상을 사용하였다. 먼저 동일한 길이를 갖는 직선 및 타원의 장축이 x-축과 나란한 경우와  $45^\circ$ 의 경사를 가지는 경우에 대해서 입력영상과 그것의 HT한 결과를 그림6.에 도시 하였다. 즉, 직선과 타원의 장축이 x-축과 나란한 경우  $\theta_0$ 는  $90^\circ$ 의 값을 가지며 x-축과  $45^\circ$ 의 경사를 가지는 경우  $\theta_0$ 는  $45^\circ$ 의 값을 가진다. 따라서 그림6.(b)에서 보는바와 같이 직선과 타원의 HT한 결과로부터 직선과 타원의 장축에 대한 실제 길이정보는  $\theta_0$ 로부터  $90^\circ$  떨어진 지점에서 그리고 단축에 대한 실제 길이정보는  $\theta_0$  지점에서 각각 구해질 수 있음을 알 수 있다.

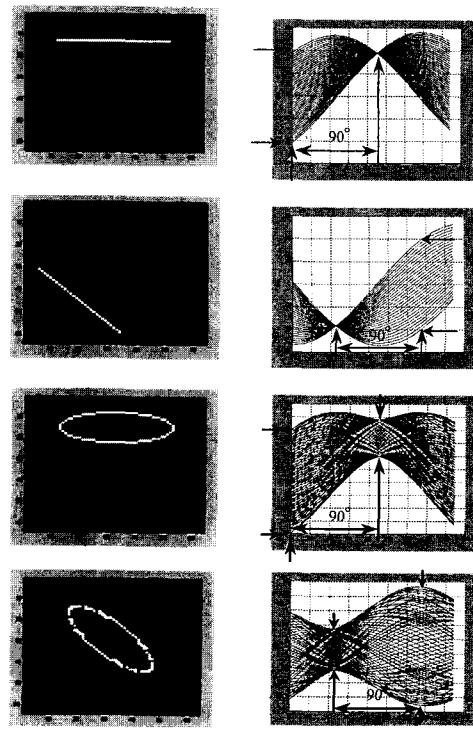


그림 6. 입력영상과 각각에 대한 HT 결과  
Fig. 6. Input images and their HT results  
(a) Input images (b) HT results.

그리고 동일한 길이(실제길이)를 갖는 직선에 대해서 경사각을 달리하면서 각각에 대해서 HT한 결과로부터 얻어진 직선의 화소길이 및 실제길이(추출길이) 정보에 대한 시뮬레이션 결과를 표1.에 나타내었다. 표2.는 동일한 화소길이를 갖는 직선에 대해 시뮬레이션을 통해서 얻어진 실제길이(추출길이) 정보이며 표3.은 동일한 길이의 장축과 단축을 가지는 타원에 대해서 역시 경사각을 달리하면서 HT한 결과로부터 시뮬레이션을 통해서 얻어진 실제길이(추출길이) 정보이다.

표 1. 동일한 직선에 대한 시뮬레이션 결과  
Table 1. Simulation results about the same lines.

길이\각	0	22.5	45
화소 길이	41	38	29
실제 길이	41	41	41
추출 길이	41	40.9	40.6

표 2. 동일한 화소 길이의 직선에 대한 시뮬레이션 결과  
Table 2. Simulation results about the line that has same pixel length.

길이\각	0	22.5	45
화소 길이	29	29	29
추출 길이	29	31.08	40.6

표 3. 동일한 타원에 대한 시뮬레이션 결과  
Table 3. Simulation results about the same ellipses.

길이\각	0		22.5		45	
	정축	단축	정축	단축	정축	단축
실제 길이	41	15	41	15	41	15
추출 길이	장축	단축	장축	단축	장축	단축
	41	15	40.8	14.9	40.6	14.7

표1.에서 보는 바와 같이 직선의 경우 제안한 알고리듬을 사용하여 최대오차 발생시에도 약98%의 정확도로 실제의 길이를 추출하였으며 타원의 경우에도 유사한 정확도로 장축과 단축의 실제길이를 추출하였다.

## VI. Hough transform 필터

광학적인 HT실험을 위하여 본 논문에서는 행렬형태의 배열을 가지는 CGH 필터를 제작하였다. 본 논문에서와 같이 CGH들의 배열구조를 사용해서 행해진 HT은 몇 가지 제약조건을 가지게 되는데,<sup>[7][8]</sup> 예를 들면, 행렬형태의 배열구조를 가지는 각각의 휴로그램은 동일한 회절효율과 출력면에서 재구성시에 동일한 광 특성을 가져야 한다.<sup>[9]</sup> 대부분의 적용에서 행렬형태의 휴로그램 배열의 개수는 입력영상의 해상도와 동일하며 각각의 휴로그램의 크기는 출력 변수영역에서 정해지는 해상도에 의해서 결정되어 진다.

본 논문에서는  $32 \times 32$ 개 CGH의 배열구조를 가지는 행렬형태의 필터를 구현하였고 이것은 출력영역에서  $33 \times 33$ 개의 변수공간을 만들어낸다. 특히 휴로그램의 제작을 간단히 하면서 광 효율을 극대화 시키기 위해서 본 실험에서는 2-위상 위상전용 휴로그램(dual-phase phase only hologram)<sup>[10][11]</sup>을 사용하였고 출력면에서

해상도를 증가 시키기 위해서 CGH의 입력영상에 영첨가(zero-appending)방법을 사용하였다. 이렇게 해서 완성된  $32 \times 32$  개의 CGH 행렬배열을 구성하는 하나의 격자는 하나의 휴로그램을 구성한다. 하나의 휴로그램을 다시  $32 \times 32$  개의 화소로 구성하였고 최종적으로 CGH 하나의 화소를  $2 \times 2$  개의 부화소로 나누었다. 이렇게 해서 제작된 HT CGH필터의 전체 해상도는  $32 \times 32 \times 32 \times 2 \times 2$ 의 화소값을 가진다. 행렬배열을 가지는 휴로그램을 해상도 600dpi를 가지는 레이저 프린터를 사용하여 출력하였고 이를 최종적으로 마이크로필름상에 광학적 축소를 하였다. 실제로 필터를 제작하기 위한 이러한 일련의 과정은 광학적인 실험결과에 중대한 영향을 미칠 수 있는 중요한 작업이다. 그림.7(a)는  $32 \times 32$ 개의 CGH배열을 가지는 행렬형태의 휴로그램을 도시한 것이며 그림.7(b)는 행렬배열을 구성하는 하나의 CGH를 도시한 것이다.

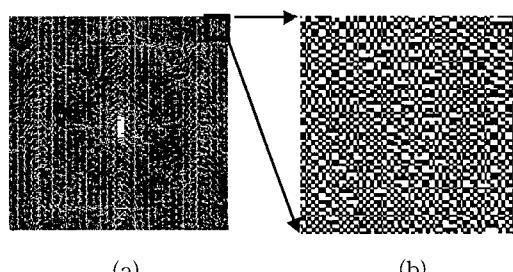


그림 7. HT을 위한 컴퓨터형성홀로그램(CGH) 필터：  
(a)  $32 \times 32$ 개 CGH의 행렬배열; (b) 행렬 배열을 구성하는 하나의 CGH  
Fig. 7. Hough transform CGH filter:  
(a) matrix of the  $32 \times 32$  CGH; (b) one CGH of (a).

## VII. 광학적 실험

실제로 광학적인 HT의 결과로부터 직선과 타원의 실제길이를 추출해보기 위해서 그림8과 같은 광학적 실험장치를 구성하였다.

광원으로는 3-Watt 의 출력을 가지는 Ar-레이저를 사용하였고 입력영역에 입력영상과 HT필터를 나란히 위치 시켰다. HT된 결과를 관찰하기 위해서 출력면에 CCD 카메라를 설치하였고 프레임그레이버(frame grabber)가 설치된 컴퓨터를 통하여 HT된 영상을 획득하였다. 입력영역과 출력영역 사이에는 초점거리 400mm인 푸리에변환(Fourier Transform) 렌즈를 위치 시켰다. 따

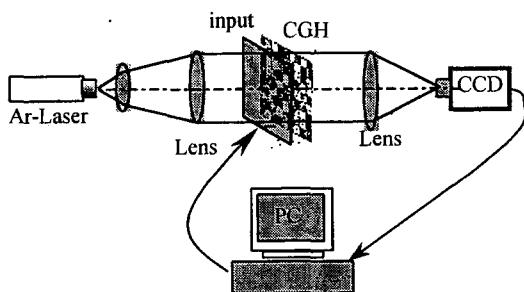


그림 8. 광학적 HT 구성도

Fig. 8. Experimental setup for the optical HT processor.

라서 입력영상의 HT은 각각의 입력 화소에 대응하는 CGH로부터 재구성된 점화산함수(point spread function)의 전체 합으로 얻어질 수 있었다. HT한 결과는 출력 변수영역에서 와의 직교 좌표계로 표현된다. 이때  $\theta$ 는  $[0, \pi]$ 까지 그리고  $\rho$ 는  $[-\sqrt{2}D, \sqrt{2}D]$  범위의 값을 가진다. 여기서 D는 입력영상 크기의  $1/2\alpha$ 이다.  $32 \times 32$  개의 화소로 구성된 입력에 대해서 출력은  $33 \times 33$ 개의 격자배열을 가졌다.

본 실험에서 사용된 CCD 카메라의 해상도는  $640 \times 480$ 이고 출력영상을 획득하기 위한 프레임그래비 및 영상 분석용 소프트웨어는 NI(National Instrument)사의 IMAQ PCI-1424 와 IMAQ Vision builder 5.0을 각각 사용하였다.

IMAQ Vision 소프트웨어는 윈도우 상에서 원하는 영상에 대해서 원하는 정보를 편리하게 추출할 수 있는 장점을 가지고 있기 때문에 본 논문에서도 이를 사용하여, 먼저 획득된 영상에 대해서 문턱치를 달리하면서 영상에 대해서 전처리를 실시한 후 최종적으로 얻어진 영상에 대해서 픽셀카운터 기능을 사용하여 원하는 지점까지의 거리를 측정 하였고 거리 측정에 대한 신뢰성을 확인하기 위하여 최종적으로 얻어진 영상을 레이저 프린터로 출력하여 정밀한 눈금자를 이용하여 측정된 값을 상호 비교하였으며 비교결과 오차범위 0.2% 이내의 신뢰성을 가짐을 확인하였다.

본 논문에서는 동일한 화소길이를 갖는 2개의 직선에 대해서 그리고 동일한 축 길이를 가지는 타원에 대해서 x-축과 이루는 경사각을 달리하면서 광 실험을 하였다. 본 논문에 도시한 실험결과에 대한 그림은 최초 획득된 영상에 대해 전처리를 거치지 않은 영상이며 광학적 실험결과로부터 거리를 계산하기 위해서 문

턱치를 여러 값으로 변화 시키면서 적용해본 결과 최대 빛의 세기 값의 약30% 정도가 적당하였고 문턱치를 너무 증가 시키면 오히려 원하는 영상이 제거되는 역효과를 가져왔다. 그러나 모든 실험결과 영상에 대해서 문턱치를 동일하게 적용할 수는 없기 때문에 적절한 선택이 필요하며 이 과정에서 거리측정에 대한 일부 오차가 수반된다.

먼저 직선에 대해서 광학적인 HT을 실험하였다. 그림.9(b), 10(b)는 입력영상 9(a), 10(a)에 대한 각각의 광학적인 HT 결과를 도시한 것이다. 그리고 그림.9(c), 10(c)는 그림.9(a), 10(a)의 입력영상에서 직선의 양 끝점만을 사용하여 각각의 HT한 결과를 1차 회절 영역에서 얻은 결과이다. 입력영상 9(a), 10(a)에서의 직선은 각각  $\theta_0 = 90^\circ, 45^\circ$ 이며 두 직선의 화소길이는 12로 동일하다. 본 실험에서는 광학적인 실험결과에 대한 출력관찰을 용이하게 하기 위하여 광 축상을 통과하는 빔(zero order beam)을 차단시켰다. 그림.9(b), 10(b)에서는 1차 회절영역에서 4쌍의 대칭된 HT 결과 영상이 얻어졌다. 그림.9(c), 10(c)의 실험결과로부터 각각 입력직선의 양 끝점은 변수영역에서 포락선의 최대와 최소값으로 대응됨을 확인 하였고 직선의 실제길이는  $\theta_0$ 로부터  $90^\circ$  떨어진 지점인  $\theta = 0^\circ, 135^\circ$  혹은  $\theta = 180^\circ, 135^\circ$ 에서 구해지고 동일한 화소길이를 갖는 두 직선은 경사각에 따라서 실제길이가 달라짐을 알 수 있다. 따라서 입력직선의 실제길이 정보는 단지 직선의 양 끝점에 대한 HT의 결과로 부터도 쉽게 구해질 수 있음을 확인하였다. 동일한 화소길이에 대해서 경사각이 다른 두 직선에 대해서 실제 길이를 추출해 본 결과  $\theta_0 = 90^\circ, 45^\circ$ 인 경우 각각 12.4, 17.8의 값을 얻었다. 표4는 화소길이에 대한 실제 추출

표 4. 동일한 화소길이의 직선에 대한 광실험 결과

Table 4. Experimental results about the line that has same pixel length.

경사각	화소길이/추출길이		상대 오차 (%)
	시뮬레이션결과	광실험결과	
$0^\circ$ ( $\theta_0 = 90^\circ$ )	29/29 =1	12.4/12 =1.03	3.3
$45^\circ$ ( $\theta_0 = 45^\circ$ )	40.6/29 =1.4	17.8/12 =1.48	5.9

길이의 비를 광 실험결과와 표2의 시뮬레이션 결과에 대해서 각각 비교하였고 두 결과에 대한 상대오차를 백분율로 비교해 보았다. 여기서 상대오차는 식(4)에 의해 계산하였다.

$$\text{상대오차} = \left( \frac{\text{광실험결과} - \text{시뮬레이션결과}}{\text{시뮬레이션결과}} \right) \times 100 \quad (4)$$

표4에서 보는 바와 같이 최대 경사각에서 시뮬레이션 결과와 비교해서 약6%의 오차가 발생 되었다. 이는 HT필터 제작 및 광 실험시에 수반 되는 오차에 기인한 결과로 해석된다.

타원에 대해서도 광학적인 HT를 실험하였다. 그림.11(b), 12(b)는 입력영상 11(a), 12(a)에 대한 각각의 광학적인 HT 결과를 도시한 것이다. 그리고 그림.11(c), 12(c)는 그림.11(a), 12(a)의 입력영상에서 타원의 몇 개의 점만을 사용하여 각각의 HT한 결과를 1차 회절영역에서 얻은 결과이다. 결과로부터 입력영상 11(a), 12(a)에서의 타원은 각각  $\theta_0=90^\circ$ ,  $45^\circ$ 이며 두 타원의 장축의 길이는 22, 단축의 실제길이는 6으로 동일하다. 실험결과로부터 타원의 단축의 길이는  $\theta_0 = 0^\circ$ 에서 장축의 길이는  $\theta = \theta_0 + 90^\circ$  지점에서 각각 얻었다.  $\theta_0 = 90^\circ$ 인 타원에 대해서 추출한 실제 길이는 장축= 23.1, 단축 = 6.3이고  $\theta_0 = 45^\circ$ 인 타원에 대해서 추출한 실제 길이는 장축= 23.9, 단축 = 6.5였다. 각각에 대한 실험결과를 표5에 나타내었다. 실험결과로부터  $\theta_0 = 90^\circ$ 인 경우에 약 95%의 정확도를 가졌고 최대오차 발생각인  $\theta_0 = 45^\circ$ 인 경우에도 약 91.7%의 정확도로 실제길이를 추출하였다. 표5에서의 추출오차 계산을 위해 사용한 수식은 식(5)이다.

$$\text{추출오차} = \left( \frac{\text{실제길이} - \text{추출길이}}{\text{실제길이}} \right) \times 100 \quad (5)$$

표 5. 동일한 타원에 대한 광 실험 결과  
Table 5. Experimental results about the same ellipses.

길이\각	0( $\theta_0=90^\circ$ )		45( $\theta_0=45^\circ$ )	
	장축	단축	장축	단축
실제 길이	22	6	22	6
추출 길이	23.1	6.3	23.9	6.5
추출 오차	5%		8.3%	

직선이나 타원의 경우 모두 시뮬레이션 결과는 실제의 값보다 감소하는 형태로 나타난 반면에 광 실험 결과는 실제의 값보다 증가하는 형태로 나타났다. 이는 광 실험 과정에서 실험 오차가 실제의 정보에 더해지는 형태로 나타난 결과라고 해석된다.

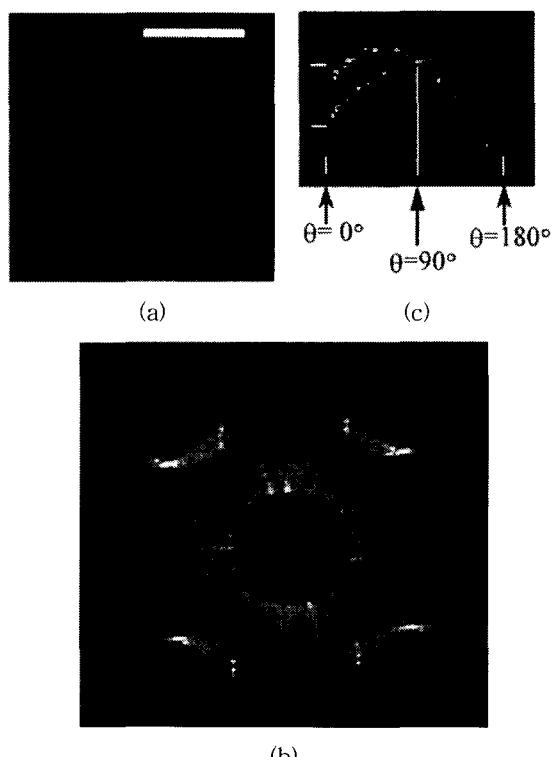
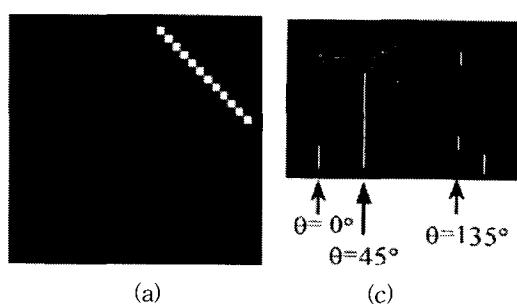
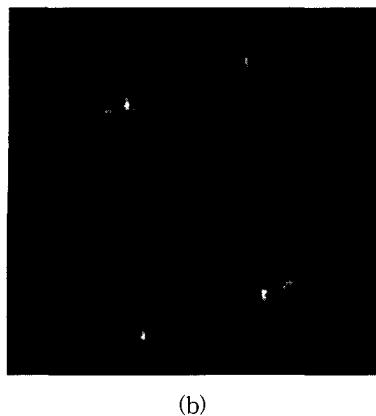


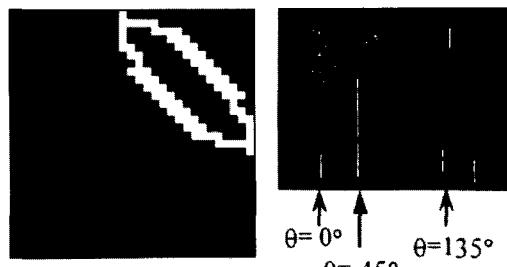
그림 9. 직선에 대한 광실험 결과 : (a) 입력영상 : 크기 =  $32 \times 32$ , 화소길이=12,  $\theta_0=90^\circ$ ; (b) 입력 영상의 HT결과; (c) 직선의 양 끝점에 대한 HT 결과(1차 회절영역)

Fig. 9. Experimental results for the line: (a) input image: size =  $32 \times 32$  pixels,  $\theta_0=90^\circ$ ; (b) HT of the input image; (c) first diffraction order of HT results when used two edge points of the input line.

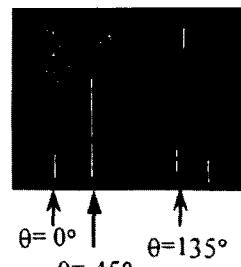




(b)



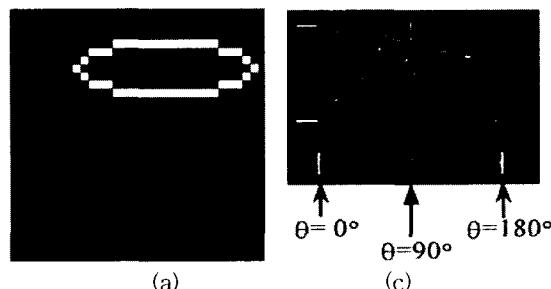
(a)



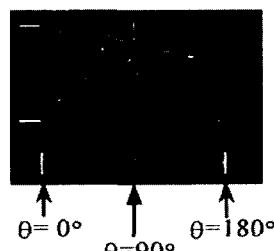
(c)

그림 10. 직선에 대한 광실험 결과 : (a) 입력영상 : 크기 =  $32 \times 32$ , 화소길이=12,  $\theta_0=45^\circ$ ; (b) 입력영상의 HT결과; (c) 직선의 양 끝점에 대한 HT 결과(1차 회절영역)

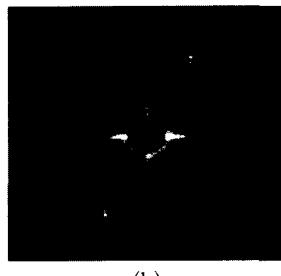
Fig. 10. Experimental results for the line: (a) input image: size =  $32 \times 32$  pixels,  $\theta_0=45^\circ$ ; (b) HT of the input image; (c) first diffraction order of HT results when used two edge points of the input line.



(a)



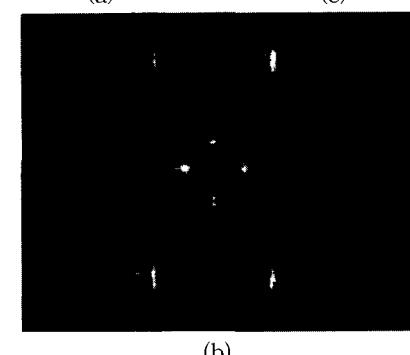
(c)



(b)

그림 11. 직선에 대한 광실험 결과 : (a) 입력영상 : 크기 =  $32 \times 32$ , 장축=32, 단축=6,  $\theta_0=90^\circ$ ; (b) 입력영상의 HT결과; (c) 타원의 일부정보에 대한 HT 결과(1차 회절영역)

Fig. 11. Experimental results for the ellipse: (a) input image: size =  $32 \times 32$  pixels, axis (long=32, short=6),  $\theta_0=90^\circ$ ; (b) HT of the input image; (c) first diffraction order of HT results when used few points of the input ellipse.



(b)

그림 12. 직선에 대한 광실험 결과 : (a) 입력영상 : 크기 =  $32 \times 32$ , 장축=32, 단축=6,  $\theta_0=45^\circ$ ; (b) 입력영상의 HT결과; (c) 타원의 일부정보에 대한 HT 결과(1차 회절영역)

Fig. 12. Experimental results for the ellipse: (a) input image: size =  $32 \times 32$  pixels, axis (long=32, short=6),  $\theta_0=45^\circ$ ; (b) HT of the input image; (c) first diffraction order of HT results when used few points of the input ellipse.

## VIII. 결 론

본 논문에서는 광학적HT의 결과로부터 단지 두개의 변수,  $(\rho, \theta)$ 만을 사용하여 입력영상에 존재하는 직선과 타원 등의 실제길이 정보를 간단히 그리고 정확히 추출하는 방법을 제안 하였고 직선과 타원의 장축이 x 축과 이루는 경사각이 각각  $\theta = 90^\circ, 67.5^\circ, 45^\circ$  인 경우에 대해서 이론적인 시뮬레이션을 해 보았다. 광학적인 실험을 위해서  $32 \times 32$ 개의 셀 배열을 가지는 행렬 형태의 컴퓨터형성홀로그램을 사용하여 HT필터를 구현하였고 이를 사용하여 실제로  $\theta_0 = 90^\circ, 45^\circ$  인 직선과 타원에 대하여 광학적인 HT를 실험하였다. 실험결과 광학적인 실험결과가 이론적인 시뮬레이션 결과와 근접함을 확인하였고 실제 이를 실시간 패턴인식을 위한 광학적 HT에 적용 가능함을 보였다.

그러나 자연에 존재하는 실제의 영상은 본 논문에서

입력영상으로 사용한 것처럼 깨끗한 영상이 아니라 노이즈가 첨가된 영상이며 이 경우에는 입력영상으로부터 원하는 영상만을 얻기 위한 일련의 전처리 과정이 필요하며 광학적인 전처리로 자주 이용되는 방법으로 광학적형태학(optical morphology)이 있다. 따라서 실제로 입력영상에 노이즈가 존재하는 경우에는 이러한 광학적인 전처리 과정을 포함한 연구가 필요하며 이에 관한 연구는 계속 진행 중이다. 그리고 입력영상에 한 개 이상의 직선이나 타원이 존재할 경우에는 변수영역에서도 한 개 이상의 정현곡선의 그룹들이 나타나게 되는데 이 경우에도 광학적인 HT의 결과로부터 적절한 문턱치와 테두리선(edge)을 검출하기 위한 후처리 과정을 거치면 각각의 직선이나 타원에 대한 포락선의 검출이 가능하며 이로부터 각각의 직선이나 타원에 대한 실제거리를 추출 할 수 있으리라 생각하며 한 개 이상의 입력영상에 대한 정보추출에 관한 연구는 추후 계속할 예정이다.

### 참 고 문 헌

- [1] William H Steier and Raj K Shori, Optical Hough transform, Applied Optics, Vol. 25, No. 16, pp. 2734-2738, 15 Aug. 1986.
- [2] David Casasent and Jeffrey Richards, Industrial use of a real time optical inspection system, SPIE, Vol. 2751, pp. 172-185, 1996.
- [3] 배창호, 박상국, 문규동, 김수중, Optical Hough 변환을 이용한 손금인식, 제11회 신호처리합동학술대회, 제11권 제1호, 875-878쪽, 서울대학교, 대한민국, 1998년 10월

- [4] 김기정, 박상국, 김종윤, 박세준, 배장근, 김수중, Hough Transform정보로 부터 입력 직선의 위치와 실제 길이정보 추출, 하계종합 학술대회 논문집, 제22권 제1호, 301-304쪽, 목포대학교, 대한민국, 1999년 6월
- [5] J.Richards and D.Casasent, Extracting input line position from Hough transform data, Applied Optics, Vol. 30, No. 20, pp. 2899-2905, 1991.
- [6] Paul Woodford and David Casasent, High accuracy and fast new format optical Hough transform, Applied Optics, Vol. 25, No. 22, pp. 4039-4045, 15 Nov. 1986.
- [7] P.Ambs, Sing H.Lee and Y.Fainman, Optical implementation of the Hough transform by a matrix of hologram, Applied Optics, Vol. 25, No. 22, pp. 4039-4045, 15 Nov. 1986.
- [8] Kunihiko Mori and Ryoji Ohba, Optical Hough transform processor with a two dimensional array of computer generated holograms, Applied optics, Vol. 33, No. 14, pp. 3111-3117, 10 May. 1994.
- [9] Sophie Laut, Fang Xu and Y. Painman, A matrix of 64x64 CGH for optical Hough Transform processor, SPIE, Vol. 3402, pp. 22-31, 1998.
- [10] C.K.Hsueh and A.A.Sawchuk, Computer Generated double phase hologram, Applied optics, Vol. 9, p. 639, 1970.
- [11] J.N.Mait and K.H.Brenner, Dual phase hologram: Improved design, Applied optics, Vol. 26, pp. 4883-4892, Nov. 1987.

### 저 자 소 개



朴 祥 國(正會員)  
1964년 7월 12일생. 1986년 2월 경북대학교 전자공학과(학사). 1989년 2월 경북대학교 전자공학과 대학원(석사). 1998년 2월 경북대학교 전자공학과 대학원(박사 수료). 1989년 3

월~1993년 12월 : 삼성전자 기술총괄 영상연구소 연구원. 1994년 1월~현재 : 포항산업과학연구원 자동화연구센터 선임연구원. 1999년 2월~현재 : 위덕대학교 겸임교수. 주관심분야 : 광, 영상 복합 신호처리, 패턴인식, 컴퓨터 인터페이스

金 成 龍(正會員) 第30卷 B編 第4號 參照。

1996년~현재 위덕대학교 컴퓨터공학과 조교수

金 秀 重(正會員) 第30卷 D編 第9號 參照。