

# 유한요소와 무한요소를 사용한 2차원 선형 지반-구조물계의 지진응답해석법

## Seismic Response Analysis Method for 2-D Linear Soil-Structure Systems using Finite and Infinite Elements

김재민\*                      윤정방\*\*                      김두기\*\*\*  
Kim, Jae-Min                      Yun, Chung-Bang                      Kim, Doo-Kie

### 요 지

본 연구에서는 지하철구조물, 터널구조물 및 제방 등과 같은 2차원 지반-구조계의 지진응답해석을 위한 주파수영역 동적해석법을 제시하였다. 제시한 방법에서는 구조물과 구조물 주변 근역지반은 유한요소를 이용하고 원역지반은 주파수중속 동적무한요소를 이용하여 모형화하였다. 지진입력은 입력지진파를 수직으로 입사하는 P-파와 SV-파로 가정하여 자유장응답을 구하였으며 외부고정경계법을 적용하여 등가지진하중을 산정하였다. 본 연구기법의 검증을 위하여, 층상 자유장지반과 균질 반무한지반에 매입된 원동형 공동에 대하여 지진응답을 수행하였다. 이들을 다른 기법에 의한 해와 비교한 결과, 본 연구의 기법이 매우 정확함을 알 수 있었다. 마지막으로 지하철 역사의 지진응답해석예제를 제시하여 본 연구의 적용성을 보였다.

**핵심용어** : 지진응답해석, 지반-구조물 상호작용, 무한요소, 유한요소, 지하구조물

### Abstract

This paper presents a dynamic analysis technique for a 2-D soil-structure interaction problem in the frequency domain, which can directly be applied as an analysis tool for seismic response analyses of underground structures, tunnels, embankments, and so on. In this method, the structure and near-field soil is modeled by the standard finite elements, while the unbounded far-field soil is represented using the dynamic infinite elements in the frequency domain. The earthquake-input motion is regarded as traveling P and SV waves which are incident vertically from the far-field of underlying half-space to the near-field of layered medium. The equivalent earthquake forces are then calculated utilizing so-called fixed-exterior-boundary-method and the free-field responses including displacements and tractions. For the verification of the present study, seismic response analyses are carried out for a multi-layered half-space free-field soil medium and a cylindrical cavity embedded in a homogeneous half-space. Comparisons of the present results with solutions by other approaches indicate that the proposed methodology gives accurate estimates. Finally, an application example of seismic response analysis for a subway station is presented, which demonstrates the applicability of the present study.

**Keywords** : *Seismic Response Analysis, Soil-structure interaction, Infinite element, Finite element, Underground structure*

\* 정회원 · 여수대학교 건설환경공학부, 조교수  
\*\* 정회원 · 한국과학기술원 토목공학과, 교수  
\*\*\* 정회원 · ㈜유니슨, 선임연구원

· 이 논문에 대한 토론을 2000년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

단층활동과 같은 지중에서 발산된 에너지는 지반을 매체로 하여 진원으로부터 지반과 접하는 구조물의 경계에 도달하게 되며, 이로 인하여 구조물은 진동하기 시작한다. 이와 동시에 구조물의 진동에 의하여 유발된 진동에너지의 일부는 구조물과 지반의 경계면을 통하여 다시 지반에 전달된다. 이와 같이 유한한 크기의 구조물과 반무한영역으로 가정할 수 있는 지반이 서로 상호작용하며 운동하는 현상을 지반-구조물 상호작용(soil-structure interaction)이라고 한다.<sup>1)</sup> 일반적으로 지반-구조물 상호작용 효과로 인하여 구조물의 고유진동수는 작아지고 감쇠비는 증가한다. 이와 같은 상호작용 효과는 구조물과 지반의 강성비, 지반의 층상 및 역학적 특성, 구조물과 지반이 접하는 경계형상에 따라 크게 변한다. 통상 대형구조물에서는 지반-구조물 상호작용효과가 크게 나타나며, 신선한 암반에 구조물이 건설되는 경우는 이의 영향을 무시할 수 있다. 그러나 연암, 풍화암, 자갈층, 사질토 및 점토 등에 건설되는 대형구조물의 동적해석에서는 이의 영향을 반드시 포함하여야 하는 것으로 인식되고 있다.<sup>1)~3)</sup>

지반-구조물 상호작용해석을 통상적인 동적해석과 구별하는 가장 큰 이유는 지반의 반무한성으로 인한 지반의 동특성(질량, 감쇠, 강성)이 가진주파수에 따라 달라지기 때문이다. 이 때문에 지반-구조물 상호작용 해석은 보편적으로 주파수영역에서 수행되며 시간영역 응답은 주파수응답을 역푸리에변환(inverse Fourier transform)하여 구하게 된다. 이 경우 모든 해석은 선형해석에 국한되며 구조물과 지반 및 경계조건 비선형성은 등가계수를 이용하여 근사적으로 고려할 수 있다.<sup>4)~6)</sup>

지반-구조물 상호작용 해석기술은 1970년대 초부터 원자력발전소 격납구조물과 같은 대형구조물의 정밀 지진응답해석을 위하여 개발되기 시작하여 FLUSH<sup>7)</sup>, CLASSI<sup>8)</sup>, SASSI<sup>9)</sup> 등의 전용프로그램들이 개발되었다. 국내에서도 1990년대 초에 시작하여 현재 진행중인 5개국 국제공동연구인 화련프로젝트에 국내 연구진이 참여하면서 관련 해석기술이 본격적으로 개발되기 시작하였다.<sup>10)~12)</sup> 최근 들어서 국내의 내진설계가 중요구조물에 대하여 의무화되고 원자력발전소, 고

층빌딩, 장대교량, 대형유체저장구조물 등과 같은 대형구조물의 건설이 증가함에 따라, 지반-구조물 상호작용 해석기술의 개발과 국산화에 보다 많은 연구개발이 필요하다고 판단된다.

본 연구에서는 유한요소법을 기초로 하여 2차원 평면변형 지반-구조물계의 지진해석을 수행할 수 있는 전산프로그램 KIESSI-2D를 개발하였다. 이를 위하여 구조물과 근역지반은 2차원 유한요소를 사용하고 평행층상 반무한지반은 2차원 동탄성무한요소를 이용하여 모형화하는 방법을 적용하였다. 그리고 지진입력은 수직으로 입사하는 P-파와 SV-파로 가정하고 이에 의한 등가지진력을 자유장해석 (free-field analysis) 결과와 동탄성무한요소를 이용하여 구하는 방법을 사용하였다. 개발된 해석기술 및 전산프로그램의 검증은 위하여 자유장지반에 대한 지진응답해석을 수행하고 이를 기존의 자유장해석법에 의한 결과와 비교하였다. 아울러 균질 반무한 지반에 매입된 원통형 공동의 지진응답을 구하고 이를 문헌의 결과와 비교하여 검증하였다. 마지막으로 다층 반무한지반에 매입된 지하철역사구조물에 대한 지진응답해석 예제를 제시하여 본 연구의 방법이 실무에 적용될 수 있음을 보였다.

## 2. 이차원 지반-구조물 상호작용 해석법

본 연구에서는 2차원 지반-구조계를 Fig. 1(a)와 같이 전체 지반-구조계를 구조물영역(S), 근역지반영역(N), 평행층상인 원역지반영역(F)으로 구분하고 구조물-근역지반은 유한요소를 원역지반은 동적무한요소를 이용하여 Fig. 2와 같이 모형화하였다. 그리고 지진하중은 수직으로 입사하는 SV-파와 P-파로 가정하였다. 원역에서 입사하는 파동에 의한 동적응답을 직접 구하는 것은 대단히 복잡하므로, 본 연구에서는 Fig. 1(a)의 문제를 Fig. 1(b)의 산란문제(scattering problem)와 Fig. 1(c)의 발산문제(radiation problem)의 중첩으로 나타내는 부구조개념(substructuring concept)<sup>13)</sup>을 적용하였다. 여기서 산란문제는 원역에서 입사하는 지진파에 의한 고정된 근역과 원역의 경계면( $\Gamma_e$ )에서 반력( $-P_e^{(s)}$ )을 구하기 위한 시스템이고, 발산문제는 등가지진하중( $P_e^{(s)}$ )에 의한 구조물과 근역지반의 동적응답을 구하기 위한 시스템이다.

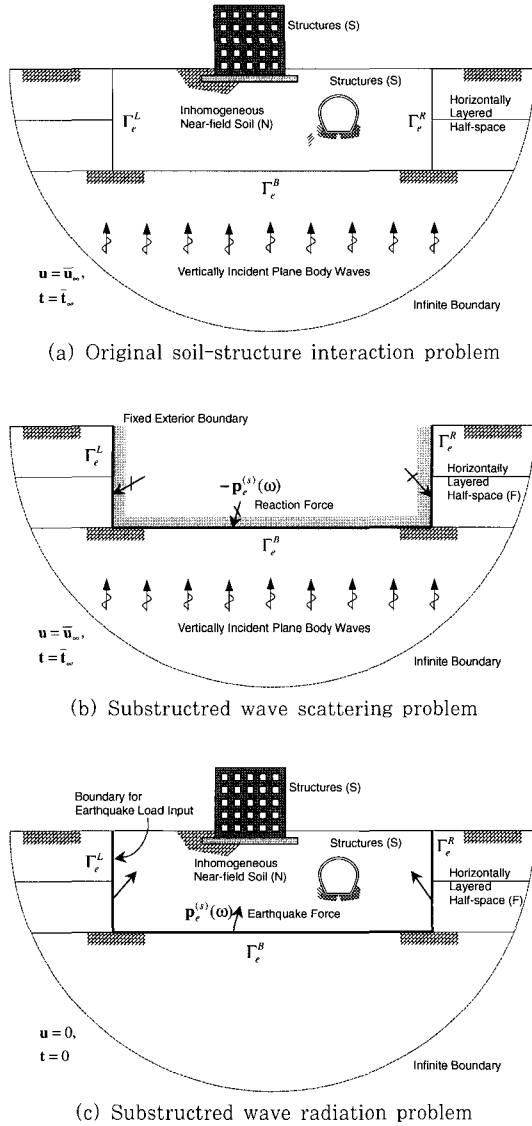
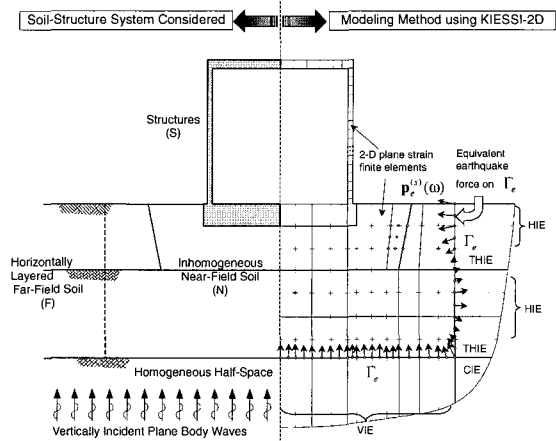


Fig. 1 Representation of original soil-structure interaction problem by superposition of wave scattering and wave radiation problems

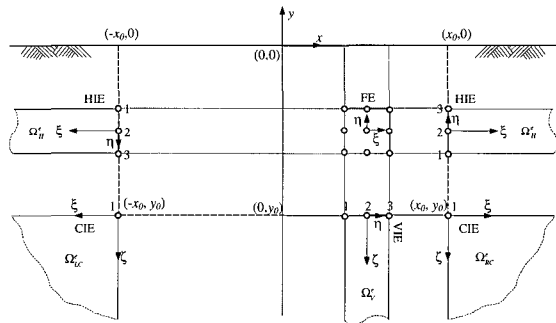
## 2.1 지반-구조계 모형화

### 2.1.1 구조물 및 근역지반 모형화

구조물과 근역지반의 동적강성행렬 ( $S^{SN}(\omega)$ )은 2차 원평면변형 유한요소의 강성행렬 ( $K^{FE}$ )과 질량행렬 ( $M^{FE}$ )을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.



(a) Schematic representation of seismic response analysis method



(b) Local coordinates for infinite elements

Fig. 2 Modeling of 2-D soil-structure interaction system by finite and infinite elements

$$S^{SN}(\omega) = (1 + i2h)K^{FE} - \omega^2 M^{FE} \quad (1)$$

여기서  $i = \sqrt{-1}$ 이고  $h$ 는 이력감쇠비(hysteretic damping ratio)이며  $\omega$ 는 원주파수이다.

유한요소를 이용하여 구조물과 근역지반을 모형화하는 과정은 통상적인 유한요소해석과 동일하다. 다만 지반-구조물 상호작용해석에서는 지반이 포화된 경우 포아송비(Poisson's ratio)가 0.5에 가깝게 되어 통상적인 유한요소를 사용할 경우 오차가 크게 될 수 있다. 따라서 이런 경우에는 선택적 감차적분, B-bar 방법 또는 혼합정식화를 이용한 유한요소를 사용하여 비압축성에 가까운 포화지반의 거동을 모형화하여야 한다.<sup>14)</sup>

2.1.2 반무한 층상원역지반 모형화

한편 원역지반의 동적강성행렬 ( $S^F(\omega)$ )은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S^F(\omega) = (1 + i2k) \hat{K}^{IE}(\omega) - \omega^2 \hat{M}^{IE}(\omega) \quad (2)$$

여기서  $\hat{K}^{IE}(\omega)$ 와  $\hat{M}^{IE}(\omega)$ 는 각각 근역에서 원역으로 전파되는 파동의 변위장과 관련되는 강성행렬과 질량행렬로서 동적무한요소를 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.<sup>15-19)</sup>

$$\begin{aligned} \hat{K}^{IE}(\omega) &= \int \int_{\Omega^e} \hat{B}^T(\omega) D \hat{B}(\omega) dx dy, \\ \hat{K}^{IE}(\omega) &= \int \int_{\Omega^e} \hat{N}^T(\omega) \rho \hat{N}(\omega) dx dy \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\hat{B}(\omega)$ 와  $D$ 는 각각 변형도-절점변위관계 행렬과 응력-변형도관계 행렬로서 유한요소법에서와 정의가 동일하고,  $\rho$ 는 질량밀도이며,  $\hat{N}(\omega)$ 은 형상함수 벡터로서 복소함수이다.

본 연구에서는 원역지반을 Fig. 2(a)와 같이 수평층상지반은 수평무한요소(HIE), 저면의 반무한지반은 수직무한요소(VIE)와 모서리무한요소(CIE)를 이용하여 모형화하는 기법을 적용하였다. Fig. 2(b)와 같은 3-절점 무한요소의 정식화를 위하여 사용된 요소별 좌표변환식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x &= x_0(1 + \xi), \quad y = \sum_{j=1}^3 L_j(\eta) y_j, \\ \text{for HIE } ((x, y) \in \Omega_H^e) \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} x &= x_0(1 + \xi), \quad y = y_0 - \zeta \\ \text{for CIE } ((x, y) \in \Omega_{LC}^e \text{ or } \Omega_{RC}^e) \end{aligned} \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} x &= \sum_{j=1}^3 L_j(\eta) x_j, \quad y = y_0 - \zeta \\ \text{for VIE } ((x, y) \in \Omega_V^e) \end{aligned} \quad (4c)$$

여기서  $x_j$ 와  $y_j$ 는 절점  $j$ 의 좌표값이고,  $x_0$ 와  $y_0$ 는 모서리무한요소 위치하는 꼭지점의 좌표값이며,  $L_j(\eta)$ 는 절점  $j$ 에서 단위 값을 가지는 Lagrange 보간함수이다. 식(4)에서 국부좌표계의 범위는  $\eta \in [-1, 1]$ ,

$\xi \in [0, \infty]$ ,  $\zeta \in [0, \infty]$ 이다.

본 연구에서 사용된 동적무한요소의 정식화에 사용된 형상함수 ( $\hat{N}$ )는 근역의 진동원을 무한 원역으로 전파하는 변위장을 P-파, S-파, Rayleigh-파의 조합으로 근사한 것으로서 Rayleigh 표면파가 주파수종속성을 가지기 때문에 주파수의 함수로 나타난다. 이에 따라 식(3)에서의 동적무한요소 형상함수는 무한요소의 종류에 따라 다르게 정의되며 다음과 같은 함수 ( $\hat{N}_{jm}(x, y, \omega)$ )의 조합으로 나타난다.

$$\hat{N}_{jm}(\xi, \eta, \omega) = L_j(\eta) f_m(\xi, \omega) \text{ for HIE} \quad (5a)$$

$$\hat{N}_{jm}(\zeta, \xi, \omega) = f_j(\xi, \omega) g_m(\zeta, \omega) \text{ for CIE} \quad (5b)$$

$$\hat{N}_{jm}(\zeta, \eta, \omega) = L_j(\eta) g_m(\zeta, \omega) \text{ for VIE} \quad (5c)$$

여기서  $f_m(\xi, \omega)$ 와  $g_m(\zeta, \omega)$ 는 각각 수평방향과 수직방향 파동함수로서 복소지수함수(complex exponential function)로 근사하였고, 이 함수들의 지수는 주파수( $\omega$ )에 따라 결정된다.<sup>16),17)</sup> 본 연구에서 사용한 수평무한요소의 형상함수 예는 Fig. 3에 나타내었다.

한편, P-파와 S-파의 파동전달특성은 해당 지반의 물성치를 이용하여 정의되므로 지층에 따라 변하지만 Rayleigh 표면파의 특성은 전체 층상계의 고유진동과 관련되므로 모든 지층에서 동일한 특성을 가지게 된다. 따라서 수평층상지반 사이의 경계면에서 상하수평무한요소의 P-파와 S-파 전달속도의 불연속성으로 인하여 불연속 변위가 발생할 수 있다. 본 연구에서는 이 비적합성을 방지하기 위하여 층경계면에서 P-파와 S-파의 전달속도를 수직방향으로 선형적으로 변화한 수평전이요소(THIE)<sup>16)</sup>를 도입하였다 (Fig. 2(a)참조).

2.2 자유장해석

Fig. 4에 개념적으로 나타낸 자유장의 응답을 구하는 문제는 Fig. 5와 같이 지반의 평행층상가정과 지진파의 수직입사가정을 이용하여 복잡한 파동전달문제를 다음과 같이  $y$ -방향만의 일차원문제로 나타낼 수 있다.<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} u_x^{(j)}(y, \omega) &= a_{SV}(\omega) e^{ik_x y} + b_{SV}(\omega) e^{-ik_x y}, \\ u_y^{(j)}(y, \omega) &= a_p(\omega) e^{ik_x y} + b_p(\omega) e^{-ik_x y} \end{aligned} \quad (6)$$

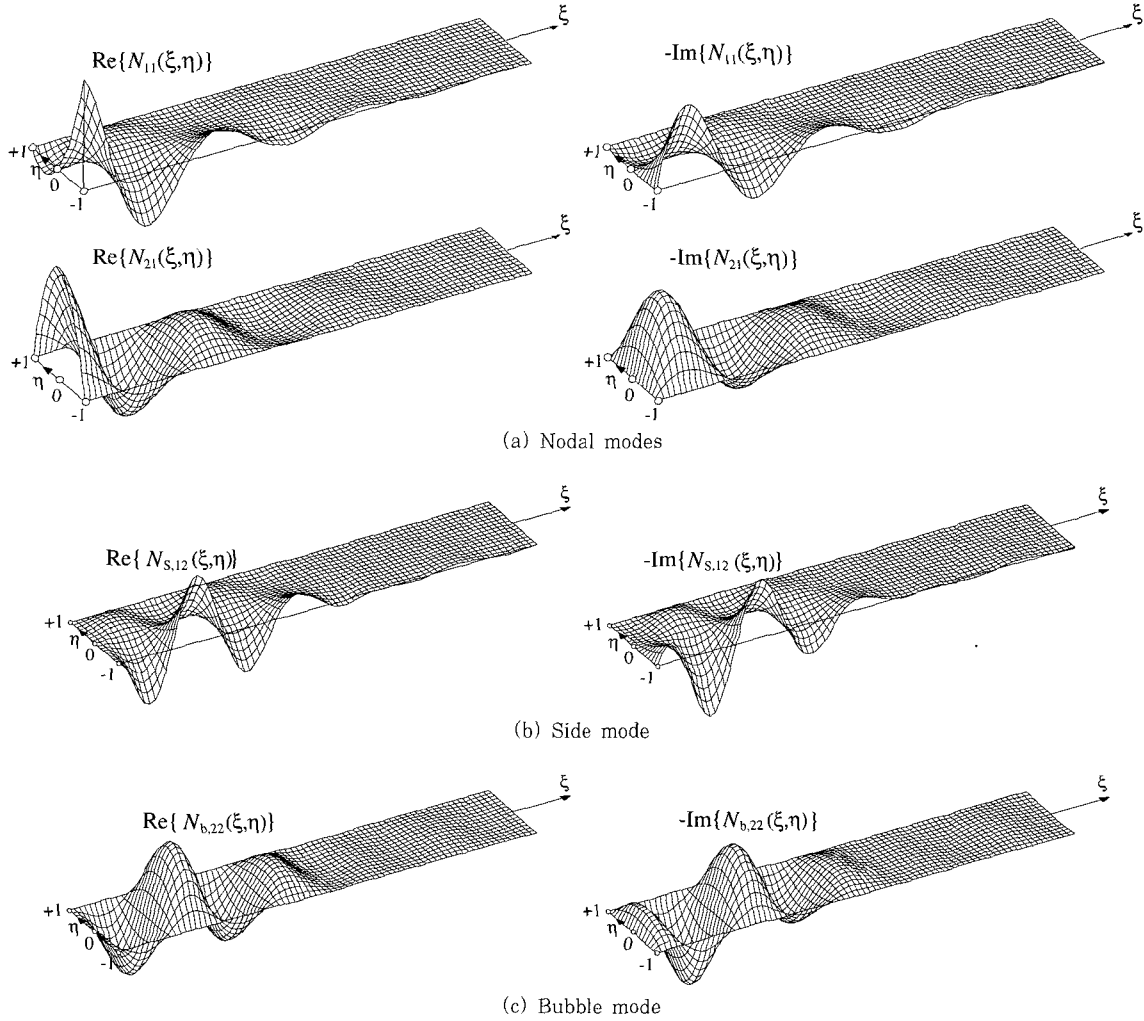


Fig. 3 Example shape functions of a 3-node horizontal infinite element (HIE)

여기서  $u_x^{(j)}$ 와  $u_y^{(j)}$ 는 각각 수직 입사되는 SV-파와 P-파에 의한 평행층상 자유장지반에서의  $x$ -방향과  $y$ -방향 변위이고,  $a_{SV}(\omega)$ ,  $b_{SV}(\omega)$ 와  $a_p(\omega)$ ,  $b_p(\omega)$ 는 각각 SV-파와 P-파에 진폭을 나타내는 복소계수로서 주어진 지진입력에 따라 자유장해석을 통하여 구해지며,  $k_s = \omega/V_s$ 와  $k_p = \omega/V_p$ 는 각각 S-파와 P-파의 파수 (wave number)로서  $V_s$ 와  $V_p$ 는 각각 S-파와 P-파의 전달속도이다.

동적강성행렬법<sup>1)</sup> 등에 의하여 자유장지반의 각 층에서 지진파의 주파수 진폭이 구해지면, 이에 의한 각 층에서 전단응력과 축응력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{xx}^{(j)}(y, \omega) = i\lambda k_p \{a_p(\omega)e^{ik_p y} - b_p(\omega)e^{-ik_p y}\} \quad (7a)$$

$$\sigma_{yy}^{(j)}(y, \omega) = i(\lambda + 2G)k_p \{a_p(\omega)e^{ik_p y} - b_p(\omega)e^{-ik_p y}\} \quad (7b)$$

$$\tau_{xy}^{(j)}(y, \omega) = iGk_s \{a_{SV}(\omega)e^{ik_s y} - b_{SV}(\omega)e^{-ik_s y}\} \quad (7c)$$

여기서  $\lambda$ 는 Lamé의 상수이고  $G$ 는 전단탄성계수이다. 위의 식에서 수직입사 지진파에 의한 전단응력은 전단파(SV-파)에 의하여 축응력은 압축파(P-파)에 의하여 유발됨을 알 수 있다.

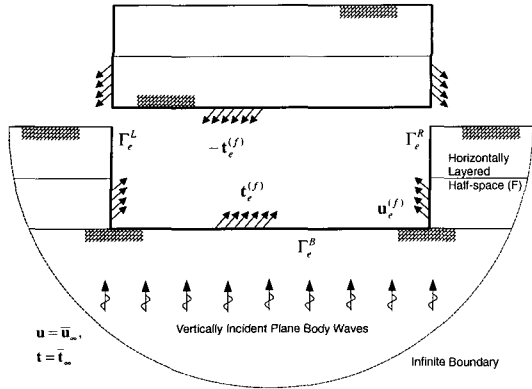


Fig. 4 Free-field system associated with the 2-D soil-structure interaction problem

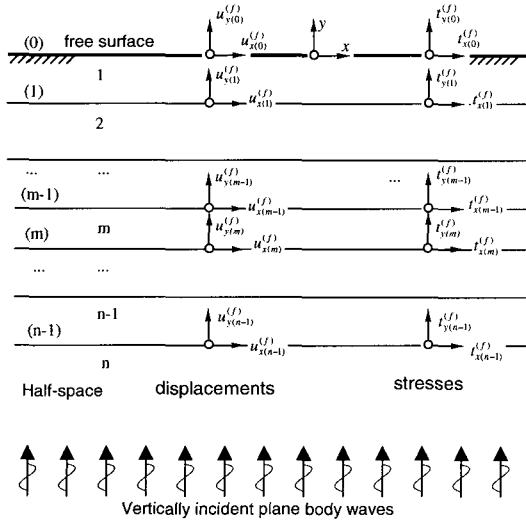


Fig. 5 Free-field analysis for a horizontally layered half-space subjected to vertically incident plane body waves

자유장해석에서 입력운동이 정의되는 점을 통제점 (control point)이라고 하며 이때 입력운동을 통제운동 (control motion)이라고 한다. 일반적으로 통제운동은 변위나 가속도로 주어지며, 통제점은 지표면상의 점 (Fig.6에서 A점), 자유장지반에서 반무한지반상의 점 (Fig. 6에서 B점), 자유장지반에서 반무한지반이 지상에 노출되었을 때 지표면상의 점 (Fig. 6에서 C점)이 많이 사용된다. 이때 C점의 운동을 노두운동 (outcrop motion)이라고 한다.

## 2.3 지진응답해석

### 2.3.1 운동방정식

앞에서 언급한 바와 같이 본 연구에서는 지진응답 해석문제를 Fig. 1(c)와 같은 발산문제로 나타내었다. 따라서 이 문제에 대한 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} S_{nn}^{SN}(\omega) & S_{ne}^{SN}(\omega) & 0 \\ S_{en}^{SN}(\omega) & S_{ee}^{SN}(\omega) + \tilde{S}_{ee}^F(\omega) & \tilde{S}_{ef}^F(\omega) \\ 0 & \tilde{S}_{fe}^F(\omega) & \tilde{S}_{ff}^F(\omega) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_n^{(s)}(\omega) \\ u_e^{(s)}(\omega) \\ u_f^{(s)}(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ p_e^{(s)}(\omega) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

여기서  $p_e^{(s)}(\omega)$ 는 유효지진하중벡터로서

$$p_e^{(s)}(\omega) = a_e^{(s)}(\omega) X_c(\omega) \quad (9)$$

이고,  $S(\omega)$ 와  $\tilde{S}(\omega)$ 는 각각 Fig. 2와 같이 유한요소와 무한요소를 이용하여 구성한 동적강성행렬,  $u(\omega)$ 는

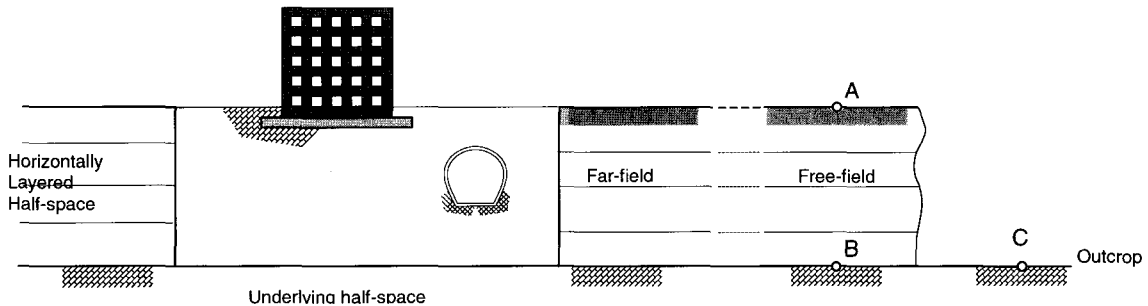


Fig. 6 Location of control point for earthquake input

주파수응답 변위벡터,  $X_e(\omega)$ 는 입력통제운동변위의 푸리에변환이고, 상점자 ( $t$ ), ( $r$ )과 ( $s$ )는 각각 절대변위, 자유장응답에 대한 상대변위와, Fig. 1(b)에 나타낸 산란문제를 나타내며, 상점자  $SN$ 과  $F$ 는 각각 구조물-근역지반에 의한 기여와 원역지반에 의한 기여를 나타낸다. 그리고 하점자  $n$ ,  $e$ ,  $f$ 는 각각 구조물-근역, 근역과 원역의 경계면, 원역에서의 자유도를 의미한다. 한편 식(9)에서  $a_e^{(s)}(\omega)$ 는 단위 통제운동입력에 대한 지진입력경계면에서 등가지진 하중계수벡터로서 외부고정경계법을 이용하여 구할 수 있으며 자세한 유도과정은 다음 절에 기술하였다.

### 2.3.2 등가지진하중

Fig. 1(b)의 산란문제와 같이 원역에서 지진과 입사에 의한 고정된 경계면 ( $\Gamma_e$ )에서 반력을 Fig. 4와 같은 자유장응답을 사용하여 나타내기 위하여 다음과 같은 두 단계로 나누어 생각하였다. 먼저 Fig. 5과 같이 단위통제운동입력에 해당하는 지진하중을 받는 자유장계에서 근역을 경계면에서의 변위 ( $u_e^{(j)}$ ) 및 응력 ( $t_e^{(j)}$ )을 가지는 경계조건으로 치환한다. 이제 경계면 ( $\Gamma_e$ )에서의 변위를 영으로 하는 가상적인 힘을  $-r_e^{(s)}$ 라고 할 때, 고정된 경계면에서 반력은  $-r_e^{(s)}$ 에 응력에 의한 힘 ( $At_e^{(j)}(\omega)$ )을 합한 값이 된다. 마지막으로 경계면에서 등가지진하중은 위의 반력을 역방향으로 작용시켜 다음과 같이 구해진다.

$$a_e^{(s)}(\omega) = r_e^{(s)} - At_e^{(j)}(\omega) \tag{10}$$

여기서  $A$ 는 응력을 절점력으로 변환하는 상수행렬이다. 그리고 반력  $r_e^{(s)}$ 는 동적무한요소와 하중입력경계면 ( $\Gamma_e$ )에서 자유장변위  $u_e^{(j)}$ 를 이용하여 쉽게 구할 수 있으므로, 식(7)은 최종적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>12)</sup>

$$a_e^{(s)}(\omega) = [\hat{S}_{ee}^F(\omega) - \hat{S}_{ee}^F(\omega)[\hat{S}_{ff}^F(\omega)]^{-1}\hat{S}_{fe}^F(\omega)]u_e^{(j)}(\omega) - At_{e(f)}(\omega) \tag{11}$$

한편 등가지진하중을 구하기 위한 식(8)에서 경계면에서 자유장응력벡터  $t_e^{(j)}$ 는 Fig. 7에 도시한 것처럼

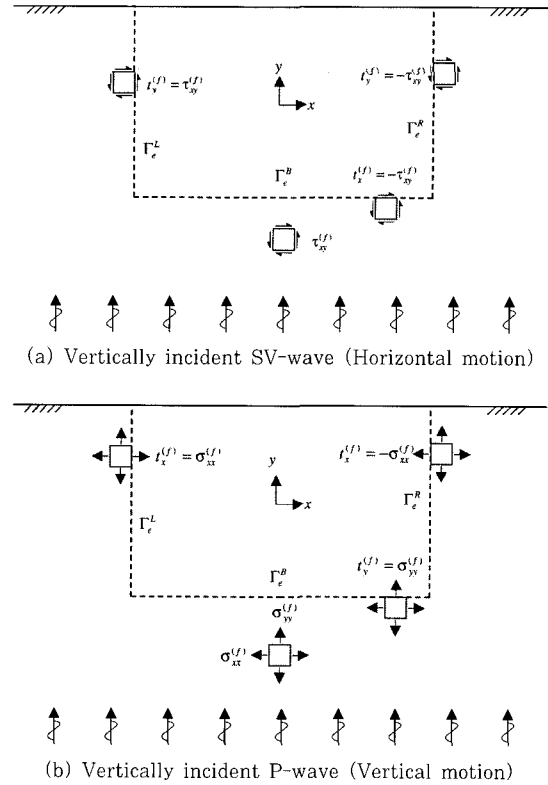


Fig. 7 Stress components on interface boundaries due to vertically incident plane body waves

다음과 같이 구할 수 있다.

$$t_e^{(j)}(\omega) = \langle -\sigma_x^{(j)} - \tau_{xy}^{(j)} \rangle^T \text{ on } \Gamma_e^R \tag{12a}$$

$$t_e^{(j)}(\omega) = \langle \sigma_{xx}^{(j)} \tau_{xy}^{(j)} \rangle^T \text{ on } \Gamma_e^L \tag{12b}$$

$$t_e^{(j)}(\omega) = \langle \tau_{xy}^{(j)} \sigma_{yy}^{(j)} \rangle^T \text{ on } \Gamma_e^B \tag{12c}$$

### 2.3.3 전달함수의 보간

지반-구조물 상호작용해석에서는 동적하중의 시간 이력 또는 이의 푸리에변환값이 주어지고 지반 및 구조물에서의 응답을 구하게 된다. 일반적으로 하중의 푸리에변환값은 주파수축에서 대단히 불규칙하므로 정확한 동적해석을 위해서는 대단히 많은 주파수(예를 들어  $2^{10}$ (=1024)점)에서 구조물 및 지반의 응답을

구해야 한다. 한편 단위크기 하중입력에 의한 주파수 응답함수는 주파수축에서 매우 매끈하다. 이 특성을 이용하여 주파수영역 동적해석에서는 일반적으로 한정된 주파수 점에서 단위하중입력에 의한 해를 먼저 구하고, 이를 주파수축에서 보간하여 전달함수를 구한 후, 보간된 전달함수와 입력하중의 푸리에변환값을 곱하여 주파수응답을 구한다.<sup>2)</sup> 따라서 식(1)에 나타난 행렬식의 해는 100개 내외의 한정된 주파수 점에 대하여 구하면 되므로 효율적인 해석을 할 수 있다.

본 연구의 지진응답해석에서는 단위통제운동의 구조물 및 지반 응답에로의 전달함수  $H_{jc}(\omega)$ 를 다음과 같이 정의하였다.

$$H_{jc}(\omega) = \frac{U_j(\omega)}{\dot{X}_c(\omega)} \quad \text{또는} \quad H_{jc}(\omega) = \frac{\ddot{U}_j(\omega)}{\ddot{X}_c(\omega)} \quad (13)$$

이 전달함수는 좁은 주파수구간에서 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$H_{jc}(c) \cong \frac{p_0 + p_1\omega + p_2\omega^2 + \dots + p_{N_p}\omega^{N_p}}{1 + q_1\omega + q_2\omega^2 + \dots + q_{N_q}\omega^{N_q}} \quad (14)$$

여기서  $N_p$ 와  $N_q$ 는 보간을 위하여 사용된 함수의 차수로서 causality 조건을 만족하기 위하여  $N_q \geq N_p$ 이어야 하며 계수  $p$ 와  $q$ 는 복소수이다. 실제 전달함수를 보간할 때는 전체주파수구간을 몇 개의 부분구간으로 나누고 부분구간을 식(14)를 이용하여 보간하는 방법을 사용한다. 아울러 부분구간에서 해석주파수의 수를 식(14)에서 미지계수의 수 ( $N_p + N_q + 1$ )와 동일하게 하여 보간함수가 해석결과를 반드시 포함하도록 한다. 통상 지진해석에서 전달함수를 보간하기 위한 해석주파수 점은 100개 내외이고 부분구간의 해석주파수점은 10개 이내이다. 이제 구조물과 근역지반의 주파수응답은 주파수응답함수와 통제운동을 곱하여 구할 수 있고, 이 응답의 시간이력은 주파수응답을 역푸리에 변환하여 구한다. 본 연구의 예제해석에서는  $N_p=2$ ,  $N_q=4$ 를 사용하였고 전체주파수구간을 7개의 부분구간으로 나누어 전달함수를 보간하였다.

### 2.3.4 주파수영역 해석법에서 수치오차

본 연구에서 사용하는 주파수영역 해석법에서는 먼저 주어진 통제운동의 시간이력을 푸리에변환하고, 이에 식(13)에 정의한 전달함수를 곱하여 주파수응답을 구한 후, 이를 역푸리에변환하여 시간이력응답을 구하게 된다. 따라서 통상적인 이산 푸리에변환에서 발생하는 수치오차가 발생할 수 있다. 이와 같은 오차를 최소화하기 위해서는 통제운동의 시간간격 ( $\Delta t$ )을 충분히 작게 하여 이산푸리에변환에서 유효한 주파수대역을 넓게 하고, 시간이력의 길이를 충분히 길게 하여 주파수영역에서 해상도 높이고 응답의 초기값이 왜곡되는 오차를 최소화하여야 한다. 이와 관련한 자세한 설명과 예제, 왜곡의 보정에 대해서는 참고문헌 20, 21, 22에 자세히 기술되어 있다.

위의 이산 푸리에변환과정에서 발생하는 오차 이외에도 주어진 통제운동이 가속도일 때 변위를 구하는 다음과 같은 과정에서, 영주파수에서 수치적 특이성으로 인하여 저주파수응답에 수치오차가 발생할 수 있다.

$$\begin{aligned} U_j(\omega) &= -\frac{1}{\omega^2} H_{jc}(\omega) \dot{X}_c(\omega) \quad \text{or} \\ X_c(\omega) &= -\frac{1}{\omega^2} \dot{X}_c(\omega) \end{aligned} \quad (15)$$

이와 같은 오차를 줄이는 기법으로 고주파통과필터, 시간영역에서 2중적분법 등이 사용되고 있다.

### 3. 지진응답해석절차 및 전산프로그램의 구성

제2장에 기술한 2차원 지반-구조물 상호작용계의 지진응답해석과정을 요약하면 Fig. 8과 같다. 이 그림에 보인 바와 같이 본 연구에서 개발된 KIESSI-2D는 식(11)에 기술한 유효지진하중계수벡터  $a_e^{(s)}(\omega)$ 를 계산하기 위한 MF-모듈과 유효지진하중에 대한 지진응답을 산정하는 QK-모듈로 구성되어 있다. 따라서 지반의 비선형성을 등가선형화기법을 이용하여 고려하고자 근역지반의 강성계수값을 변형도의 크기에 따라 변화시켜 재해석을 수행하거나, 실제과정에서 구조물의 기하형상 또는 물성치가 바뀌어 재해석을 수행할 때 QK-모듈만 실행시키면 된다.

그리고 KIESSI-2D는 FORTRAN으로 작성되었고



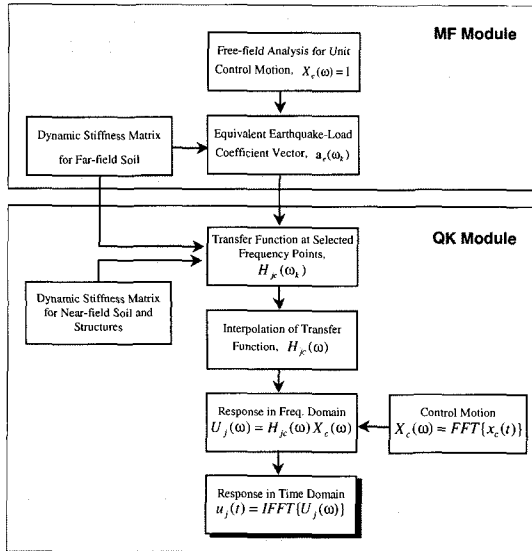


Fig. 8 Procedure for seismic response analysis of KIESSI-2D program

계수행렬이 복소수인 것을 제외하면 통상적인 유한요소해석 프로그램과 매우 유사하므로 유한요소해석에 익숙한 사용자라면 필요에 따라 쉽게 수정할 수 있다. 한편 KIESSI-2D는 전체강성행렬을 Skyline 방식으로 저장하고, 전체강성행렬의 저장크기를 줄이기 위한 절점재배열(node renumbering)<sup>23)</sup> 기능이 포함되어 있으며, 행렬식의 해를 구하기 위하여 In-core Solver 와 Out-of-core Solver<sup>24)</sup>가 제공된다.

#### 4. 예제해석

##### 4.1 다층자유장지반의 지진응답해석

지반-구조물 상호작용해석용 전산프로그램은 지진 입력방법과 원역모형화기법의 타당성을 자유장해석문제를 모형화하여 구한 지진응답과 기존의 해석적인 자유장해석법에 의한 결과를 비교하여 검증한 후 사

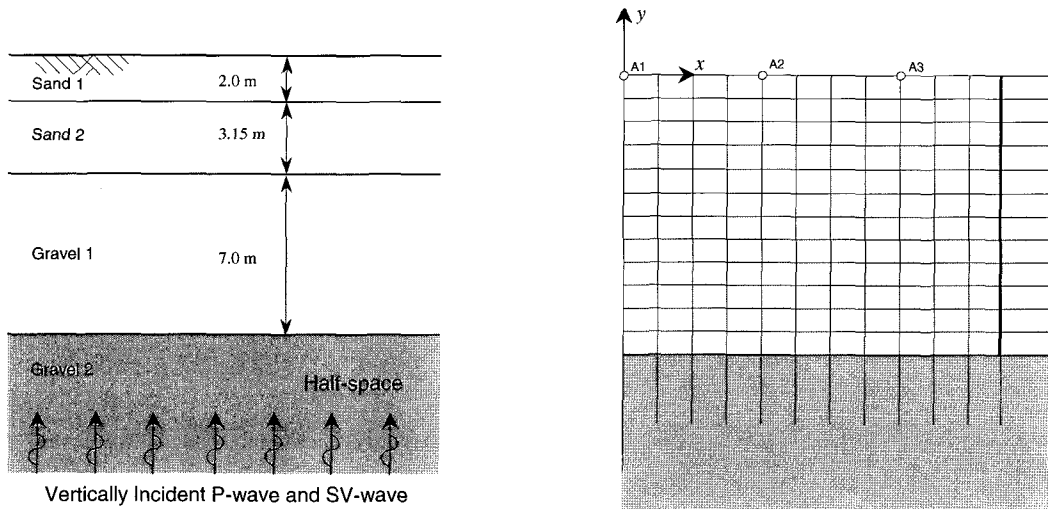


Fig. 9 Seismic response analysis for a free field soil layers ( $u_x=0$  along  $x=0$  boundary for P-wave incident, while  $u_y=0$  for SV-wave incident)

Table 1 Properties of soil layers for free-field analysis problem

Soil Layer	Property	Shear Wave Velocity (m/sec)	Mass Density (Mg/m <sup>3</sup> )	Hysteretic Damping Ratio (%)	Poissons Ratio
Sand 1		133	1.69	2.0	0.38
Sand 2		231	1.93	2.0	0.48
Gravel 1		317	2.42	2.0	0.47
Gravel 2 (Half-space)		476	2.42	2.0	0.47

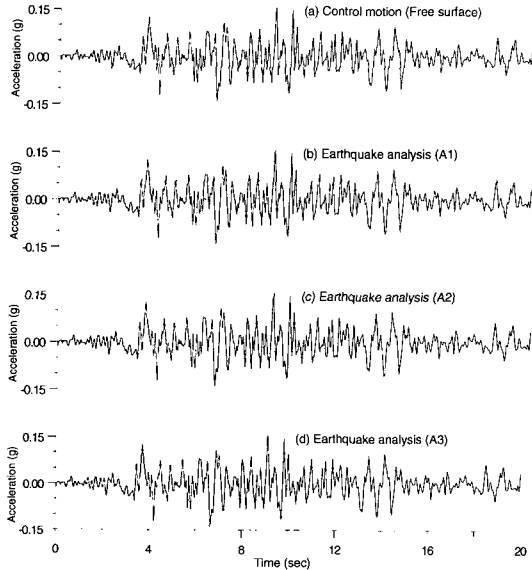


Fig. 10 Comparison of present horizontal seismic responses with free-field analysis result (Input: NS component, Taft, PGA=0.1558g)

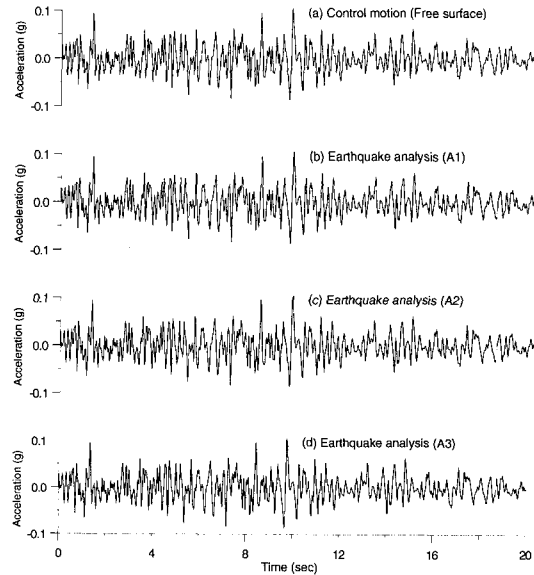


Fig. 11 Comparison of present vertical seismic responses with free-field analysis result (Input: UD component, Taft, PGA=0.1050g)

용하도록 하고 있다.<sup>3)</sup> 이를 위하여 본 연구에서는 Fig. 9(a)에 나타난 4개의 수평층으로 구성된 평행층상 반무한 자유장지반에서의 지진해석을 수행하고 이를 자유장해석결과와 비교하였다. 예제 자유장지반의 물성치는 Table 1과 같고 해석모형은 Fig. 9(b)와 같이 근역은 9-절점 유한요소를 사용하고 원역은 3-절점 수평무한요소, 3-절점 수직무한요소 및 1-절점 모서리무한요소를 이용하여 작성하였다. 통제점은 자유장지반의 지표면상의 점이고 통제운동의 수평성분과 수직성분은 각각 Fig. 10(a)와 Fig. 11(a)에 도시한 Taft 가속도기록을 사용하였으며, 지진원은 수평지진과 수직지진에 대하여 각각 반무한 영역에서 근역으로 수직으로 입사하는 SV-파와 P-파로 가정하였다. 자유장해석결과로부터 산정한 경계면에서의 등가지진하중을 Fig. 9(b)에 나타난 하중입력경계면에 작용시켜 근역지반에서의 지진응답을 구하고 이들을 자유장해석 결과와 비교하여 수평성분은 Fig. 10에 수직성분은 Fig. 11에 비교하여 나타내었다. 비교결과 지진응답해석결과가 자유장해석과 매우 잘 일치하여 본 연구의 지진해석방법이 정확함을 알 수 있다.

#### 4.2 균질 반무한지반에 매입된 원통형 공동의 지진응답해석

본 연구기법의 검증을 위하여 추가적으로 Fig. 12와 같은 균질 반무한 지반에 매입된 원통형 공동의 조화지진입력에 대한 응답해석을 수행하고, Luco & Barros<sup>25)</sup>에 의한 해와 비교하여 Table 2에 정리하였다. 이때 해석에 사용된 유한요소와 무한요소 체는 Fig. 12와 같고, 지반의 물성치와 제원은 Table 2에 해석결과와 함께 나타내었다. Table 2의 비교로부터 본 연구의 기법은 정확한 해석결과를 줄을 알 수 있었다.

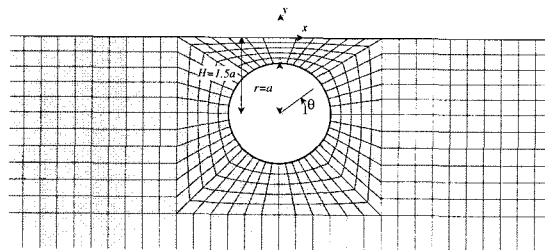


Fig. 12 Cylindrical cavity embedded in a half-space

Table 2 Total displacement of a cylindrical cavity embedded in a half-space for vertically incident SV and P waves ( $\nu=1/3$ ,  $V_p=2V_s$ ,  $H=1.5a$ ,  $h=0.001$ ,  $\eta=\frac{\omega a}{\pi V_s}=0.5$ )

SV wave			P wave		
Location	Luco & Barros <sup>25)</sup>	This study*	Location	Luco & Barros <sup>25)</sup>	This study*
$x=0$ $x=\pm 3a$	$ u_x/a_{sv} , y=0$		$x=\pm a$ $x=\pm 3a$	$ u_y/a_p , y=0$	
	1.6424 1.7512	1.6485 (0.37) 1.7448 (0.37)		1.4965 0.7871	1.4676 (1.93) 0.7659 (1.95)
$x=\pm a$ $x=\pm 3a$	$ u_y/a_{sv} , y=0$		$x=0$ $x=\pm 3a$	$ u_x/a_p , r=a$	
	2.4302 0.3463	2.4211 (0.37) 0.3468 (0.14)		1.8464 1.3931	1.7826 (3.46) 1.3607 (2.33)
$\theta=0^0$ $\theta=90^0$	$ u_x/a_{sv} , r=a$		$\theta=0^0$ $\theta=45^0$	$ u_y/a_p , r=a$	
	1.2019 1.5921	1.2052 (0.27) 1.5747 (1.10)		1.2728 0.9062	1.2350 (2.97) 0.8786 (3.04)
$\theta=0^0$ $\theta=45^0$	$ u_y/a_{sv} , r=a$		$\theta=0^0$ $\theta=90^0$	$ u_x/a_p , r=a$	
	0.4004 2.4191	0.4050 (1.14) 2.4037 (0.64)		0.7825 2.2308	0.7653 (2.20) 2.1357 (4.26)

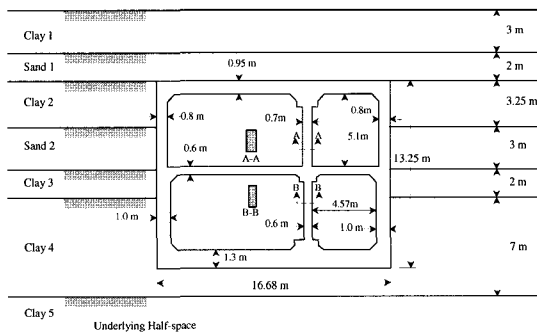
\* Values in parentheses are differences in percent of present results in comparison with solutions by Luco & Barros.

### 4.3 다층 반무한지반에 매입된 지하철 정거장구 조물의 지진응답해석

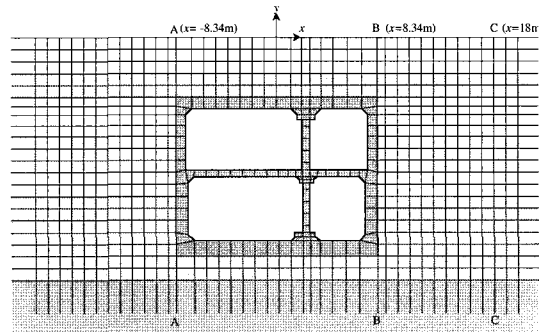
본 연구에서 개발된 기법과 전산프로그램의 적용성을 보이기 위하여 Fig. 13(a)과 같은 일본 고베시에 있는 지하철 역사<sup>26)</sup>를 Fig. 13(b)와 같이 모형화하여 지진응답해석을 수행하였다. 이 지하철 역사는 고베시를 강타한 1995년 1월 효고현남부 대지진시 큰 손상을 입은 구조물이다. 이 역사 구조물은 직사각형 철근콘크리트 박스형식으로 구성되었으며 Fig. 13(a)

와 같이 2개의 내부기둥이 슬랩을 지지하고 있다. 이 기둥의 종방향 (지하철 주행방향) 설치간격은 5m이고 기둥의 단면폭은 1.4m 이다. 철근콘크리트의 탄성계수는 25 GPa이고 포아송비는 0.20이며 질량밀도는  $2.4 Mg/m^3$  이다. 그리고 지반의 물성치는 Table 3에 정리하여 나타내었다.

지진응답해석은 수직으로 입사하는 SV-파에 의한 수평지진입력에 대하여 수행하였고 통제운동은 자유장의 지표면에 입력하였으며 지진가속도는 Fig. 10(a)에 나타낸 Taft 기록을 사용하였다. 구조물 왼쪽 벽면



(a) A subway station in Kobe in Japan



(b) FE and IE meshes for present analysis

Fig. 13 A subway station in Kobe in Japan and its 2-D model for the present study

Table 3 Properties of soil layers for subway station in Kobe in Japan

Soil Layer	Property	Shear Wave Velocity (m/sec)	Mass Density (Mg/m <sup>3</sup> )	Hysteretic Damping Ratio (%)	Poisson's Ratio																							
Clay 1		205	1.8	2.0	0.45																							
Sand 1		246	2.0	2.0	0.45																							
Clay 2		257	2.0	2.0 </tr <tr> <td>Sand 2</td> <td></td> <td>229</td> <td>2.0</td> <td>2.0</td> <td>0.45</td> </tr> <tr> <td>Clay 3</td> <td></td> <td>301</td> <td>2.0</td> <td>2.0</td> <td>0.45</td> </tr> <tr> <td>Clay 4</td> <td></td> <td>345</td> <td>2.0</td> <td>2.0</td> <td>0.45</td> </tr> <tr> <td>Clay 5 (Half-space)</td> <td></td> <td>411</td> <td>2.0</td> <td>2.0</td> <td>0.45</td> </tr>	Sand 2		229	2.0	2.0	0.45	Clay 3		301	2.0	2.0	0.45	Clay 4		345	2.0	2.0	0.45	Clay 5 (Half-space)		411	2.0	2.0	0.45
Sand 2		229	2.0	2.0	0.45																							
Clay 3		301	2.0	2.0	0.45																							
Clay 4		345	2.0	2.0	0.45																							
Clay 5 (Half-space)		411	2.0	2.0	0.45																							

(A-A), 오른쪽 벽면(B-B)과 구조물 중심에서 18m 떨어진 지반(C-C)에서 수평가속도의 최대값을 깊이 에 따라 구하고 이를 자유장응답과 비교하여 Fig. 14에 나타내었다. 이 그림으로부터 동적응답은 구조물 주변에서 지반과 구조물간의 동적 상호작용으로 인하여 크기 뿐 만 아니라 분포도 많이 변함을 알 수 있다.

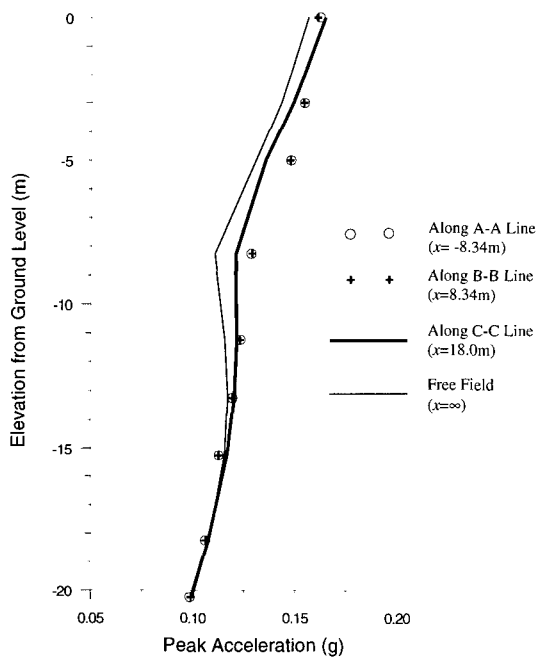


Fig. 14 Profile of peak horizontal accelerations by earthquake input at free surface of free-field(Input: NS component, Taft, PGA = 0.1558g)

### 5. 결 론

본 연구에서는 유한요소법을 기초로 하여 2차원 평면 변형 지반-구조물계의 지진해석을 수행할 수 있는 전산 프로그램 KIESSI-2D를 개발하였다. 이를 위하여 구조물과 근역지반은 2차원 유한요소를 사용하고 평행층상 반무한 원역지반은 2차원 동탄성무한요소를 이용하여 모형화하는 방법을 적용하였다. 지진입력은 수직으로 입사하는 P-파와 SV-파로 가정하고 이에 의한 등가지진력을 자유장해석 결과와 무한요소를 이용하여 구하는 방법을 사용하였다. 개발된 기법과 전산프로그램의 검증 위하여 다층 반무한 자유장지반과 균질 반무한 지반에 매입된 원통형 공동에 대한 지진응답해석을 수행하고, 이의 결과를 각각 기존의 자유장해석법에 의한 응답과 다른 연구자에 의한 결과와 비교하여 검증하였다. 아울러 다층 반무한 지반에 매입된 지하철 역사구조물에 대한 지진응답해석을 수행하여 본 연구기법의 적용성을 보였다.

개발된 전산프로그램 KIESSI-2D는 지하철구조물, 터널구조물, 제방구조물, 댐 구조물 등 2차원 지반-구조물계의 지반-구조물 상호작용효과를 고려한 지진응답 해석에 활용될 수 있을 것으로 판단된다. 그리고 개발된 KIESSI-2D 프로그램을 인터넷([www.yosu.ac.kr/~oce/kiessi](http://www.yosu.ac.kr/~oce/kiessi))에 공개하여 필요한 사용자가 프로그램을 추가로 개발할 수 있도록 하였다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 특정기초연구사업(과제 번호: 1999-1-311-001-3)의 지원을 받아 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

## 참고 문헌

1. Wolf, J. P., *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, 1985
2. Clough, R. W. and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, 2nd edn., McGraw-Hill, New York, 1993
3. ASCE Standard, "Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary on Standard for Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures", ASCE, 1986
4. Seed, H. B. and Idriss, I. M., "Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis", Report No. EERC 75-29, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, CA, 1970
5. 김동수, 이진선, 윤종구, "부지 고유의 지반 거동평가", 한국지진공학회 논문집, 제3권, 제4호, 1999, pp.1~10
6. Kramer, S.L., *Geotechnical Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1996
7. Lysmer, J., Udaka, T., Tsai, C. F. and Seed, H. B., "FLUSH-A Computer Program for Approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems", Report No. EERC 75-30, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, CA, 1975
8. ASD International, Inc., CA., "CLASSI-ASD : Computer Program for 3-D/Multiple-Foundation Analysis", Version 2, 1985
9. Lysmer, J., Ostadan, F., Tabatabaie, H., Vahdani, S. and Tajirian, F., "SASSI A System for Analysis of Soil-Structure Interaction", Univ. of California, Berkeley, CA, 1988
10. 윤철호 등, "원전-구조물시스템 내진안전성 평가기술개발", 한국원자력안전기술원, 1997
11. Yun, C-B. and Kim, J-M., "KIESSI-AX3D : A Computer Program for Soil-Structure Interaction Analysis Using Finite and Infinite Element Techniques", Research Report, Dept. of Civil Eng, Korea Advanced Institute of Science & Technology, Korea, 1996
12. 윤정방, 김재민, 박경래, 최준성, "유한요소 및 무한요소를 이용한 수직입사 지진파에 의한 축대칭 지반-구조계의 진동해석", 대한토목학회 논문집, 제18권, 제I-1호, 1998, pp.25~39
13. Zhao, C. and Valliappan, S., "An efficient wave input procedure for infinite media," *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 9, 1993, pp.407~415
14. Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., *The Finite Element Method : Volume 1. Basic Formulation and Linear Problems*, Fourth edition, McGraw-Hill, Inc., 1989
15. Yang, S-C. and Yun, C-B., "Axisymmetric infinite element for soil-structure interaction analysis," *Engineering Structures*, Vol. 14, 1992, pp. 361~370
16. Yun, C-B., Kim, J-M. and Hyun, C-H., "Axisymmetric elastodynamic infinite elements for multi-layered half-space", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 38, 1995, pp. 3723~3743
17. Yun, C-B., Kim, D-K. and Kim, J-M., "Analytical frequency-dependent infinite elements for soil-structure interaction analysis in two-dimensional medium", *Engineering Structures*, Vol. 22, No. 3, 2000, pp.258~271
18. 양신추, 이희연, 변재양, 무한요소를 이용한 터널의 동적해석, 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 1994, pp.145~152
19. 윤정방, 김두기, 김유진, 이종원, "무한요소를 사용한 층상지반에 놓인 스트립기초의 진동해석", 대한토목학회 논문집, 제17권, 제I-2호, 1997, pp.271~282
20. Kausel, E. and Roesset, J.M., "Frequency domain analysis of undamped systems", *J. Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 118, No. 4, 1991, pp. 721~734
21. Humar, J.L. and Xia, H., "Dynamic response analysis in the frequency domain", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 22, 1993, pp.1~12
22. Humar, J.L., Bagchi, A. and Xia, H., "Frequency domain analysis of soil-structure interaction", *Computers & Structures*, Vol. 66, Nos. 2-3, 1998, pp.337~351

23. Nurgess, I.W. and Lai P.K.F., "A new node renumbering algorithm for bandwidth reduction", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 23, No. 9, 1986, pp.1693~1704
24. Mondkar, D.P. and Powell G.H., "Large capacity equation solver for structural analysis", *Computers & Structures*, Vol. 4, 1974, pp.699~728
25. Luco, J.E. and Barros, F.C.P., "Dynamic displacements and stresses in the vicinity of a cylindrical cavity embedded in a half-space", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 32, 1994, pp.321~340
26. An, X. and Maekawa, L., "Failure analysis of underground RC frame subjected to seismic actions", *Journal of Materials, Concrete Structures and Pavements*, JSCE, Vol. 36, 1997, pp.251~267.

(접수일자 : 2000. 1. 27)