

순차적 다목적 회분식 공정을 위한 효과적인 일정계획

Efficient Scheduling Algorithm for Sequential Multipurpose Batch Processes

강진수, 복진광, 문성득, 박선원, 이태용
(Jin-su Kang, Jin-Kwang Bok, Sungdeuk Moon, Sunwon Park, and Tai-yong Lee)

Abstract : A novel mixed-integer linear programming model for the short-term scheduling of a sequential multipurpose batch plant is addressed. First, a time slot domain to each unit is introduced. By assigning each time slot to a product, we obtain the production sequence that minimizes makespan. For multiple-unit assignment problem where a few parallel units with the same function exist, production paths are defined for the distinction of the same stage with a different unit. As a second issue, the model adapted for sequence dependent changeover is presented. For a time slot of a unit, if a product is assigned to the time slot and a different product is assigned to the adjacent time slot, the changeover time considering this situation is included. The performance of the proposed models are illustrated through two examples.

Keywords : MILP, multipurpose batch plants, time slot, sequence dependent changeover

I. 서론

회분 공정은 여러 가지 생산물의 회분이 일련의 정해진 작업이나 조업을 수행함으로써 얻어지는 조업 장치 체제로 구성된다. 어떤 장치는 한 가지 정해진 일(task)만 수행할 수 있는 반면, 교반조와 같은 장치들은 여러 가지 일(task)을 수행할 수 있다. 비슷한 일을 하는 가공 장치(processing unit)는 생산 단계(production stage)에서 묶여질 수 있다. 그런 까닭에 어떤 생산물의 회분이 따라갈 수 있는 하나 이상의 생산경로(production path)를 정의하는 것이 가능하다. 회분식 공정은 생산물에 필요한 생산경로를 고려하여 분류된다. 모든 생산물이 같은 순서로 장치를 거친다면 그 회분식 공정은 다품종 회분식 공정으로 분류될 것이다. 반면 다목적 회분식 공정은 방법에 있어서 거치는 장치 순서가 다른 여러 종류의 생산물을 생산한다. Voudouris와 Grossmann[1]에 따르면 다목적 회분식 공정은 순차적 조업과 비순차적 조업으로 구분될 수 있다. 순차적 다목적 회분식 공정은 모든 생산물의 생산 경로가 같은 방향이 되도록 장치를 배열할 수 있는 경우를 일컫는다. 그러나 각각의 생산경로가 모든 장치를 포함할 필요는 없다. 비순차적 다목적 회분식 공정은 나머지 경우를 말한다. 모든 다품종 회분식 공정은 순차적 다목적 회분식이나 그 역의 경우는 성립하지 않는다.

회분식 공정에 대한 일정 계획 문제는 최근에 들어 활발히 연구되고 있다. Moon 등[2]은 각각의 단계(stage)가 하나의 조업 장치를 포함하는 다품종 회분식 공정의 일정 계획 문제를 소개했다. 혼합정수선형계획법(MILP)모델을

ZW(zero-wait) 정책 아래 순서의존 준비시간을 포함하는 혼합생산방식(mixed product campaign, MPC)에서 총작업소요시간(makespan)을 최소화하는 문제가 제시되었다. Bok과 Park[3]은 다목적 회분식 공정에 대해 연속시간을 나타내는 이단계 좌표를 이용해 효율적인 시간표현법을 제안한 바 있다. 제안된 연속 시간 표현법을 응용해서 다목적 공정에 대해서도 준비시간을 고려할 수 있도록 하였다[3,4]. Gooding등[5]은 다중장치 할당문제에서 준비시간을 고려한 모델을 발표하였지만 이산시간의 표현이 비효율적이다.

본 논문에서는 MPC 정책을 고려한 순차적 다목적 회분식 공정의 일정 계획을 위한 새로운 수학적 모델을 제안하고자 한다. 이 모델은 조업 순서를 결정하기 위하여 event slot의 개념을 도입하였다. 모든 제품의 회분은 event slot에 할당된다. 즉, 필요한 제품의 수만큼의 event slot이 있다. 이에 따라 순차적 회분식 공정의 일정계획은 single machine 문제로 표현할 수 있다. 이 모델을 사용함으로써 기존의 문제를 더 빠르게 풀 수가 있었다. 또한 이 새로운 수학적 모델을 확장하여 준비시간을 고려할 수 있도록 하였다. 고려된 준비시간은 장치에서 현재 생산이 이 장치에서의 바로 선행된 생산에 의존하는 형태이다. 순서의존 준비시간을 고려함으로써 좀 더 현실에 가까운 모델을 제안하였다.

제 2장에서는 준비시간의 표현법에 대해 소개하고, 제 3장에서는 event slot을 사용하여 발전시킨 MILP 문제를 소개하고 순서의존 준비시간을 고려한 모델을 제시할 것이다. 제 4장에서는 두 개의 예제를 풀어봄으로써 이 모델의 유용성을 보이려고 한다.

II. 준비시간의 표현법

회분식 공정에 있어서 준비시간을 고려한 문제들을 분

접수일자 : 1999. 9. 22., 수정완료 : 2000. . . .

강진수, 문성득, 박선원, 이태용 : 한국과학기술원 화학공학과
복진광 : MIT 화학공학과

※본 연구는 한국과학재단 지정 우수 연구센터인 공정산업의 지능 자동화 연구센터의 연구비 지원에 의하여 연구되었습니다.

류해보면, 크게 단일장치 할당모델(single-unit assignment model)과 다중장치 할당모델(multiple-unit assignment model)로 분류할 수 있다[6]. 전자의 경우는 각 단계마다 역할을 수행하는 장치의 개수가 한 개인 경우이고 후자의 경우는 두 개 이상인 경우를 포함하는 문제이다. 우선 단일장치 할당모델에 대해 준비시간을 고려한 모델을 살펴보자. Sahinidis와 Grossmann [7]은 time slot k 에 선행 생산물 i 와 후행 생산물 i' 의 할당을 나타내는 이진변수 $Z_{i'ik}$ 를 도입하였다. 그래서 각 생산물 i 의 time slot k 에 할당을 나타내는 이진변수 Y_{ik} 와의 관계를 다음과 같이 나타내었다.

$$Z_{i'ik} \geq Y_{ik} + Y_{i'k+1} - 1 \quad \forall i', k \in K - k^* \quad (1)$$

k^* 는 마지막 time slot을 나타낸다. 즉 생산물 i 가 time slot k 에 할당되고 생산물 i' 가 그 바로 다음 time slot인 $k+1$ 에 할당되었을 때, $Z_{i'ik}$ 가 1의 값을 지니게 되는 것이다. 동일한 의미로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_i Z_{i'ik} = Y_{i'k+1} \quad \forall i', k \in K - k^* \quad (2)$$

$$\sum_i Z_{i'ik} = Y_{ik} \quad \forall i, k \in K - k^* \quad (3)$$

이진변수 $Z_{i'ik}$ 의 도입으로 순서의존 준비시간은 쉽게 고려될 수 있다. 장치 j 에서 생산물 i 의 뒤를 따르는 생산물 i' 의 준비시간을 $S_{i'i}$ 이라하면, 장치 j 의 time slot k 에서의 종료시간 Te_{jk} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Te_{jk} = Ts_{jk} + \sum_i \sum_{i'} Z_{i'ik} (P_{ij} + S_{i'i}) \quad \forall j, k \quad (4)$$

P_{ij} 는 장치 j 에서 생산물 i 의 가공시간, Ts_{jk} 는 장치 j 의 time slot k 에서의 시작시간이다. Jung 등[8]은 완료시간 알고리즘(completion time algorithm)을 이용하여 순서의존 준비시간을 고려하였다. 장치 j 의 time slot k 에서의 완료시간을 C_{jk} 이라고 하고 생산물 i 의 time slot k 로의 연결을 의미하는 이진변수를 Y_{ik} 라고 하면 완료시간의 제약식을 통해 준비시간을 포함시킬 수 있다.

$$C_{jk} \geq C_{j,k-1} + \sum_i P_{ij} Y_{ik} + \sum_i \sum_{i'} S_{i'i} Y_{i'k-1} Y_{ik} \quad \forall j, k \quad (5)$$

하지만 (5)의 우변 세 번째 항은 이진변수들의 곱이 포함되어 있기 때문에 모델식이 비선형성을 갖게 되어 여러 가지 난점을 가져올 수 있다. 이에 Byun 등[9]은 time slot k 에서 직전에 거친 생산물과 현재 거치는 생산물의 관계를 나타내는 이진변수 $Z_{i'ik}$ 를 도입함으로써 비선형성을 없앴다. 즉, 이진변수가 (1)의 조건을 만족하면, 다음과 같은 식으로 비선형성을 없애면서 준비시간을 고려해 줄 수 있다.

$$C_{jk} \geq C_{j,k-1} + \sum_i P_{ij} Y_{ik} + \sum_i \sum_{i'} S_{i'i} Z_{i'ik} \quad \forall j, k \quad (6)$$

다중장치 할당문제는 Sahinidis와 Grossmann[7]의 모

델을 Pinto[10]가 확장하여 발표하였다. 장치의 time slot에서의 생산순서를 고려하기 위하여 $Z_{i'ik}$ 를 도입하였다. 즉, 장치 j 의 time slot k 에서 생산물 i 가 time slot k 에 할당되고, time slot $k+1$ 에 생산물 i' 가 할당되면 위의 변수는 1의 값을 갖게 된다. 생산물 i 가 장치 j 의 time slot k 에 할당되면 1의 값을 갖는 이진변수 X'_{ijk} 를 이용하면 다음과 같은 관계식으로 표현할 수 있다.

$$\sum_i Z_{i'ik} = X'_{i'jk+1} \quad \forall i' \in I, j, k \in K_j - k_j^* \quad (7)$$

$$\sum_i Z_{i'ik} = X'_{ijk} \quad \forall i \in I, j, k \in K_j - k_j^* \quad (8)$$

그러면 종료시간과 시작시간의 관계식을 통해 준비시간을 고려할 수 있다.

$$Te_{jk} = Ts_{jk} + \sum_i \sum_{i'} Z_{i'ik} (P_{ij} + S_{i'i}) \quad \forall j, k \in K_j \quad (9)$$

III. 일정계획 모델

1. 순차적 회분식 공정에 대한 모델

순차적 다목적 회분식 공정의 일정계획을 위한 MILP의 수학적 모델을 제안한다. 본 모델에서 채택한 가정은 다음과 같다.

- 1) MPC에서 다목적 회분식 공정을 가정한다.
- 2) UIS 정책이라고 가정한다.
- 3) 최소의 총작업소요시간을 가진 조업 순서는 event slot으로 결정될 수 있다.
- 4) 각각의 생산물을 위한 특정한 생산 경로의 선택은 event slot으로 결정된다.

특히 최소의 총작업소요시간을 가진 조업 순서의 결정과 각각의 생산물을 위한 특정한 경로의 선택이 event slot으로 결정될 수 있다는 것이 제안된 모델의 중요한 특징이다.

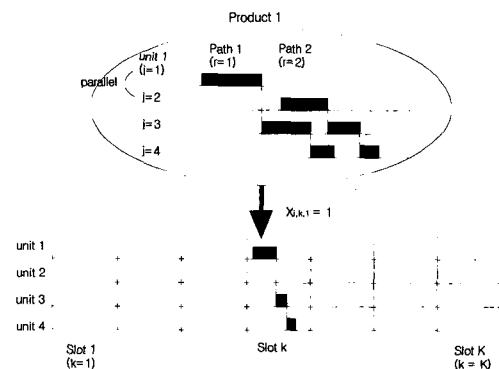


그림 1. 이진변수 X_{ikr} 를 사용하여 주어진 회분에서 적절한 생산경로와 event slot을 결정.

Fig. 1. Determination of a suitable production path and an event slot for manufacturing a batch of a given product using the binary variable X_{ikr} .

이진변수 X_{ikr} 은 다음과 같이 정의된다.

$$X_{ikr} = \begin{cases} 1, & \text{제품 } i \text{가 event slot } k \text{에 할당되고,} \\ & \text{생산 경로 } r \text{을 통해 생산되는 경우} \\ 0, & \text{그 밖의 경우} \end{cases}$$

4개의 생산물(I) 과 4개의 장치(J)로 구성된 예를 생각해 보자. 여기서 I 는 생산물의 set을 나타내고, J 는 장치의 set을 나타낸다. 생산물 i 는 3개의 생산 단계(production stage)를 통해 생산된다고 가정하자. 그림 1에서 보는 대로 생산물 i 의 첫 번째 단계는 장치 1과 장치 2에서 수행된다. 장치 3과 장치 4는 각각 두 번째와 마지막 단계에서 행해진다.

이 그림에서 보면 생산물 i 를 위한 두 개의 생산경로(production path)가 생긴다. 왜냐하면 두 개의 장치(장치 1과 장치 2)가 평행하게 수행되기 때문이다. 생산경로 1은 장치 1, 3, 4로 구성되고 경로 2는 장치 2, 3, 4로 구성된다. 생산물 i 를 제조하기 위해서 두 개의 경로 중 하나가 선택되어야 한다. 제조되는 생산물들의 회분이 모두 포함되는 조업 순서에서 각각의 생산물이 하나의 event slot에 할당되었다면 이진변수 X_{ikr} 은 1이 된다. 필요한 event slot의 수가 필요한 회분의 수 N 과 같다는 사실에 주목하자.

순차적 다목적 회분식 공정의 일정계획은 목적함수 총 작업소요시간(MS)을 최소화하는 문제로 구성된다.

$$\min MS \geq Te_{kj} \quad \forall j \in J \quad (10)$$

k^* 는 마지막 event slot을 나타낸다. 이진변수 X_{ikr} 는 다음의 제약식을 만족하여야 한다.

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in R_i} X_{ikr} = n_i \quad \forall i \in I \quad (11)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_i} X_{ikr} = 1 \quad \forall k \in K \quad (12)$$

Event slot k 에 있는 장치 j 를 위한 시작시간 Ts_{kj} 와 끝나는 시간 Te_{kj} 는 다음과 같이 정의된다.

$$Te_{kj} - Ts_{kj} = \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_i} P_{ij} X_{ikr} \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (13)$$

P_{ij} 는 장치 j 에서 생산물 i 의 조업시간이고 R_{ij} 는 장치 j 를 포함하는 생산물 i 의 조업경로의 set을 나타낸다. 장치 2는 경로 1을 포함하지 않기 때문에 장치 2에서 생산물 i 를 위한 시작시간과 완성시간은 그림 1에서와 같이 0으로 맞춰진다.

주어진 경로에 포함된 연속적인 장치 j 와 j' 사이의 시간은 (14)와 같이 표현되고 (15)은 연속적인 event slot 사이의 관계를 나타낸다.

$$Ts_{kj} - Te_{kj} \geq -U(1 - \sum_{i \in I} \sum_{R_{ij} \cap R_{i'j'}} X_{ikr}) \quad \forall k \in K - k^*, \forall j \in J - j^*, \quad (14)$$

$$ord(j) > ord(j')$$

$$Ts_{k+1,j} - Te_{kj} \geq 0 \quad \forall k \in K - k^*, \forall j \in J \quad (15)$$

상한값 U 는 충분히 큰 값을 가지며 본 연구에서는 모든 가공 시간의 합으로 계산되었다($U = \sum_{ij} P_{ij}$). j^* 는 마지막 장치를 나타낸다. (10)-(15)으로 주어진 모델은 순차적 다목적 회분식 공정을 위한 모델이다. 이 모델에서 유일한 이진변수는 event slot에 회분을 할당하는 것과 회분들을 위한 생산경로의 선택에 관계하는 X_{ikr} 이다.

2. 순서의존 준비시간을 고려한 새로운 수학적 모델

순서의존 준비시간을 고려한 순차적 다목적 회분식 공정의 MILP 모델을 생각해 보자.

순서의존 준비시간은 Sahinidis와 Grossmann[7]에 제안된 (1)-(3)에 의해 고려되었었다. 그러나 이 식은 이진변수의 개수가 늘어나 문제 규모가 커지고, 순차적 다목적 회분식 공정에서 한 장치에서 생산물간 순서의존 준비시간이 고려되기 힘든 단점이 있다. 그래서 본 논문에서는 다음과 같은 식을 제안한다.

$$X''_{ikr} \wedge X''_{i',k+1,r'} \Rightarrow Ts_{i',k+1} \geq Te_{ijk} + S_{ii'j}$$

즉 생산물 i 가 장치 j 에서 event slot k 에 할당되고 생산 경로 r 을 통해 생산되고, 같은 장치에서 생산물 i' 은 그 다음 event slot $k+1$ 에 할당되고 생산 경로 r' 을 통해 생산된다면 장치 j 에서 생산 제품 i 와 i' 간의 순서의존 준비시간을 고려된다.

순서의존 준비시간을 고려한 순차적 다목적 회분식 공정의 일정계획 문제의 목적 함수는 총작업소요시간(MS)을 최소화하는 것이다. 단일장치 할당모델을 가정한다.

$$\min MS \geq Te_{ijk} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (16)$$

k^* 는 마지막 event slot을 나타낸다. 이진변수 X_{ikr} 은 다음의 제약식을 만족하여야 한다.

$$\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_i} X''_{ikr} = 1 \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (17)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in R_i} X''_{ikr} = 1 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (18)$$

장치 j 에서 event slot k 에 있는 생산물 i 를 위한 시작시간 Ts_{ijk} 와 끝나는 시간 Te_{ijk} 는 다음과 같이 정의된다.

$$Te_{ijk} - Ts_{ijk} = \sum_{r \in R_{ij}} X''_{ikr} P_{ij} \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (19)$$

P_{ij} 는 장치 j 에서 생산물 i 의 가공시간이고, R_{ij} 는 장치 j 를 포함하는 생산물 i 의 조업경로의 set을 나타낸다.

장치 j 에서 연속적인 event slot k 와 $k+1$ 에 각각 할당된 생산물 i 와 i' 간의 순서의존 준비시간은 (20)으로 고려될 수 있고, (21)은 연속적인 event slot 사이의 관계를 나타낸다.

$$Ts_{i',k+1} \geq Te_{ijk} + S_{ii'j} - U(2 - X''_{ikr} - X''_{i',k+1,r'})$$

$$\forall i, i' \in I, \forall j \in J, \forall k \in K - k^*, \forall r, r' \in R_{ij} \cap R_{ij'} \quad (20)$$

$$Ts_{ij, k+1} - Te_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, i' \in I, \forall j \in J, \forall k \in K - k^* \quad (21)$$

주어진 경로에 포함된 연속적인 장치 j 와 j' 사이의 시간은 다음과 같이 표현된다.

$$Te_{ijk} - Ts_{ij'k} \leq 0 \quad \forall i, i' \in I, \forall j \in J, \quad \forall k, k' \in K, ord(j) < ord(j') \quad (22)$$

장치 j 에서 연속되는 event slot k 와 $k+1$ 간의 이진변수 X'_{ijk} 의 관계는 다음과 같다.

$$\sum_{i \in SR_{ij}} \sum_{r \in R_{ij} \cap R_{ij'}} X'_{ijk} \geq \sum_{i \in SR_{ij'}} \sum_{r \in R_{ij} \cap R_{ij'}} X'_{ij, k+1, r} \quad \forall j \in J, \forall k \in K - k^* \quad (23)$$

SR_{ij} 는 생산물 i 가 거치는 장치 j 의 set을 나타낸다.

IV. 결과 및 토의

1. 순차적 다목적 회분식 공정 모델을 위한 예제

본 연구에서 제안된 MILP 모델의 성능을 입증하기 위해 Voudouris와 Grossmann[1]의 예제 1로 보고된 순차적 다목적 회분식 공정의 일정계획 예제를 사용했다. 순차적 다목적 회분식 공정 모델을 위한 예제는 10개($N = 10$)의 회분, 4개의 다른 생산물 A, B, C, D로 이루어진다. 각 생산물의 회분수는 A가 3개, B가 3개, C가 2개, D가 2개이다. 단계당 하나의 장치를 가지는 5개의 장치로 구성되어 있고, 각각의 가공시간에 대한 자료는 표 1에 나타나 있다. 이 예제에서 각 생산물을 위한 생산경로는 하나이다.

제안된 모델은 40개의 이진변수, 111개의 연속 변수, 223개의 제약식으로 되어 있다. 이 MILP문제는 모델링 시스템 GAMS[11]에서 MILP solver OSL[12]를 사용해서 SUN/SPARC 10에서 풀었다. 표 2는 이 예제의 결과를 보여준다. 총작업소요시간은 52h이고 이는 Voudouris와 Grossmann[1]의 모델의 최적값과 일치한다. 최종생산완료 시점에서의 조업 순서는 A-D-C-B-D-B-C-A-A-B이고 계산시간은 72s가 걸렸다. 같은 기종에서 Voudouris와 Grossmann[1]의 모델보다 더 빨리 풀렸다.

제안된 모델은 예전의 순차적 다목적 회분식 공정에 관한 모델(Voudouris와 Grossmann[1])의 방법보다 연속변수와 제약식의 수는 증가했지만 이진변수의 수가 더 적었다(표 2). 이진변수의 수가 현저하게 줄어들었으므로 계산하는데 걸리는 시간과 노력이 줄어들었다. 이것은 유일한 이진변수 X_{ijk} 에 의해 생산물의 회분의 생산경로의 선택과 event slot에 생산물의 회분을 할당하는 것이 결정되는 모델의 특징 때문이다.

본 예제에 대한 최적해는 그림 2에 나타나 있다. 그림 3은 이 예제의 스케줄링 최적해의 Gantt chart를 보여준다. 이 Gantt chart에서는 UIS 정책에서 중간 저장 탱크를 최소화 할 수 있는 방향으로 최적화하였다.

결론적으로 제안된 순차적 다목적 회분식 공정에 관한 모델은 MPC정책 하에서 효율적인 스케줄링 모델을 제공

한다.

표 1. 가공시간.

Table 1. Processing time.

P_{ii} (h)	1	2	3	4	5
A	8.0	-	-	5.0	3.0
B	7.0	-	3.0	-	4.0
C	-	6.0	-	9.0	3.0
D	-	4.0	6.0	-	4.0
E	4.0	-	-	5.0	4.0

표 2. 순차적 다목적 회분식 공정 모델을 위한 예제의 구성 및 최적 해.

Table 2. Model formulation and optimal solution for sequential multipurpose processes.

항목	기존의 방법 (Voudouris와 Grossmann[1])	제안된 방법
연속변수	66	111
이진변수	55	40
제약식	130	223
총작업소요시간	52	52
계산시간(s)	303	72

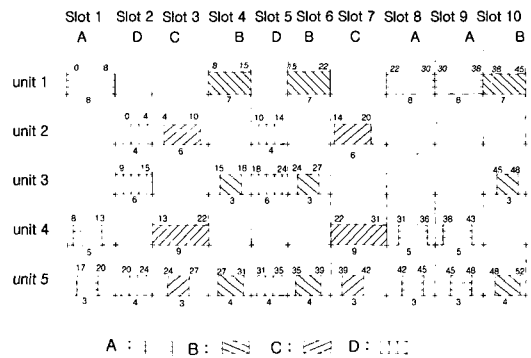


그림 2. 순차적 다목적 회분식 공정을 위한 예제의 최적 조업 순서.

Fig. 2. Optimal schedule for the example of sequential multipurpose batch processes.

2. 순서의존 준비시간을 고려한 예제

이 예제는 본 연구에서 제안된 MILP 모델을 확장하여 순서의존 준비시간을 고려한 모델을 위한 예제이다. 5개의 생산물 A, B, C, D, E, 5개의 회분, 그리고 단계당 하나의 장치를 가지는 5개의 장치로 구성되어 있다. 각각의 생산물의 가공시간과 생산물간의 순서의존 준비시간에 관한 자료는 표 1과 표 3에 각각 나타나 있다.

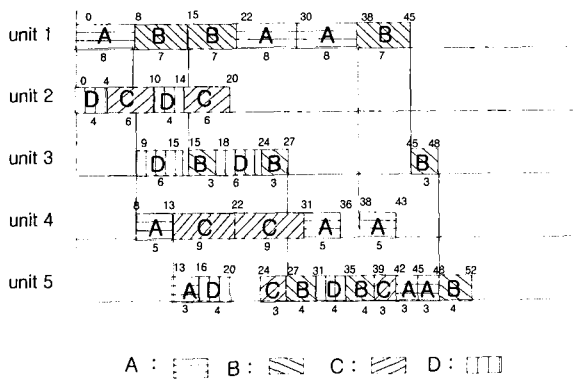


그림 3. 순차적 다목적 회분식 공정을 위한 모델의 예제의 Gantt chart.

Fig. 3. Gantt chart for the example of sequential multipurpose batch processes.

표 3. 준비시간.
Table 3. Changeover time.

S_{ii} (h)	1	2	3	4	5
B-A	2.0	-	-	-	2.0
C-A	-	-	-	1.0	2.0
D-A	-	-	-	-	2.0
E-A	3.0	-	-	2.0	1.0
A-B	1.0	-	-	-	1.0
C-B	-	-	-	-	1.0
D-B	-	-	3.0	-	2.0
E-B	2.0	-	-	-	3.0
A-C	-	-	-	1.0	1.0
B-C	-	-	-	-	3.0
D-C	-	2.0	-	-	1.0
E-C	-	-	-	1.0	2.0
A-D	-	-	-	-	1.0
B-D	-	-	2.0	-	3.0
C-D	-	3.0	-	-	1.0
E-D	-	-	-	-	2.0
A-E	2.0	-	-	2.0	1.0
B-E	1.0	-	-	-	2.0
C-E	-	-	-	3.0	1.0
D-E	-	-	-	-	3.0

표 4에서 보여지듯이 51개의 이진변수, 103개의 연속 변수, 558개의 제약식으로 구성되어 있다. 총작업소요시간은 45h이다. 모델링 시스템 GAMS[11]에서 MILP solver OSL[12]를 사용해서 SUN/SPARC 10에서 풀었고, 계산시간은 210s가 걸렸다. 최종생산완료 시점에서의 조업 순서는 D-C-E-A-B이다. 그림 4는 이 예제의 최적해를 보여 준다. 준비시간의 영향을 조사하기 위하여 같은 예제를 준비시간이 없다고 가정하고 문제를 풀어 최적 조업 순서를 구하였다. 이 경우의 최종생산완료 시점에서의 조업 순서는 D-C-A-E-B로 A와 E의 순서가 바뀌고 총작업소요시

간이 증가하게 된다. 따라서 모델링 단계에서 순서의존 준비시간을 고려하는 것과 고려하지 않는 것은 문제 크기가 커질수록 그 결과에 있어서 현저한 차이가 나게 될 것이다.

일반적으로 순서의존 준비시간을 고려할 때 이진변수를 도입하여 문제 크기가 커져 계산 시간이 증가하는 문제가 있었다. 이 점에 착안하여 제안된 모델은 이진변수를 도입하는 대신 적절한 제약식을 추가함으로써 순서의존 준비시간을 고려해 주었다. 결론적으로 문제의 크기나 계산량을 별로 늘리지 않고 모델링 단계에서 순서의존 준비시간을 고려해 줄 수 있었다.

표 4. 순서의존 준비시간을 고려한 예제의 구성 및 최적해.

Table 4. Model formation and optimal schedule for the example of sequential multipurpose processes with sequence dependent changeovers.

항목	
연속변수	103
이진변수	51
제약식	558
총작업소요시간(h)	45
계산시간(s)	210

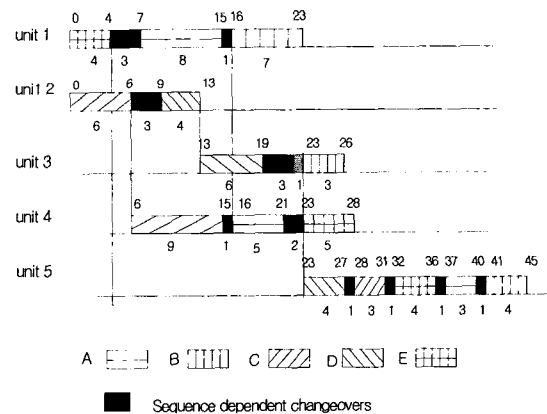


그림 4. 순서의존 준비시간을 고려한 예제의 최적조업 순서.

Fig. 4. Optimal schedule for the example of sequential multipurpose batch processes with sequence dependent changeovers.

V. 결론

본 논문은 MPC 정책 아래 순차적 다목적 회분식 공정을 위한 MILP 모델을 발전시켰다. 제안된 모델에서 주어진 생산물을 위한 적당한 생산경로의 선택과 event slot에 모든 생산물의 할당은 이진변수 X_{it} 을 정의함으로써 얻

어질 수 있었다. 제안된 모델을 사용함으로써 이전의 모델에 비하여 좀 더 효율적으로 문제가 풀리는 것도 확인할 수 있었다. 또한 순차적 다목적 회분식 공정을 위해 제안된 모델을 확장시켜 순서의존 준비시간을 고려한 모델을 제안하였다. 본 연구에서 제안된 모델은 이진변수를 도입하는 대신 적절한 제약식을 추가함으로써 문제의 크기를 별로 늘리지 않고 주어진 상황에 맞게 순서의존 준비시간을 고려할 수 있었다. 따라서 문제의 크기나 계산양도 별로 늘리지 않고 순서의존 준비시간을 고려함으로써 보다 실제에 가까운 모델을 제안하였다.

부록

하첨자

- i, i' : products
- j, j' : units
- j^* : the last processing unit
- k : time slot or event slot
- k^* : the last time slot or the last event slot
- r : path
- k_j : time slot defined for unit j
- k_j^* : the last time slot defined for unit j

집합

- I : set of products
- I_j : set of products which can be processed in unit j
- J : set of units
- R_{ij} : set of processing paths of product i involving unit j
- K : set of time slots
- K_j : set of time slots postulated for unit j
- R : set of paths
- SR_{ij} : the set of unit j of product i

사용기호

- C_{jk} : completion time of unit j in event slot k
- n_i : number of batches for each product i
- P_{ij} : processing time of product i at unit j
- S_{ij} : changeover time required for product i after i' in batch unit j
- Te_{kj} : the completion time for unit j in event slot k
- Te_{ijk} : the completion time for unit j in event slot k of product i
- TS_{kj} : the start time for unit j in event slot k
- TS_{ijk} : the start time for unit j in event slot k of product i
- U : upper bound
- X_{ikr} : binary variable that assigns product i to event slot k of path r

- X'_{ijk} : binary variable that assigns product i to event slot k of unit j
- X''_{ikr} : binary variable that assigns product i to event slot k of path r of unit j
- Y_{ik} : binary variable that assigns product i to event slot k
- $Z_{i'k}$: binary variable that assigns product i after i' in event slot k
- $Z'_{i'jk}$: binary variable that assigns product i after i' in event slot k of unit j

참고문헌

- [1] Voudouris V. T, and I. E. Grossmann, "MILP model for scheduling and design of a special class of multipurpose batch plants", *Computers Chem. Engng.* vol. 20, no. 11, pp. 1335, 1996.
- [2] Moon S., S. Park, and W. K. Lee, "New MILP models for scheduling of multiproduct batch plants under zero-wait policy", *Ind Eng. Chem. Res.* vol. 35, pp. 3485, 1996.
- [3] Bok, J.-K. and Park, S., "Continuous time for modelling for short-term scheduling of multipurpose pipeless plant", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 37, pp. 3652, 1998.
- [4] Bok, J.-K. and Park, S.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, submitted
- [5] Gooding, W. B., and Pekny, J. F., "A continuous time MILP model for short term scheduling of batch plants", *Computers Chem. Engng.*, vol. 18, pp. 909, 1994.
- [6] Pinto, J. M., and Grossmann, I. E., "A continuous time mixed integer linear programming model for short term scheduling of multistage batch plants", *Ind. Eng. Chem. Res.* vol. 34, pp. 3037, 1995.
- [7] Sahindis, N. V., and Grossmann, I. E., "MILP model for cyclic multiproduct scheduling on continuous parallel lines", *Computers Chem. Engng.* vol. 15, pp. 85, 1991.
- [8] Jung, J. H.: Ph. D. Dissertation, POSTECH, Pohang, Korea, 1993.
- [9] 변승헌, 이해평, 김경숙, 류경옥, "수송 및 준비 시간을 고려한 다제품 회분식 공정의 최적 생산 방안을 위한 혼합정수 선형모델", *화학공학*, vol. 35, pp. 877, 1997.
- [10] Pinto, J. M.: Ph. D. Dissertation, Carnegie Mellon University, PA, USA, 1995.
- [11] Brooke, A., Kendrick, D., and Meeraus, A.: *In GAMS: Users Manual*, Scientific Press, Redwood City, CA, 1992.
- [12] IBM: *OSL (Optimization Subroutine Library) Guide and reference, release 2*, Kingston, NY, 1991.

**강진수**

1998년 한국과학기술원 화학공학과 졸업. 2000년 한국과학기술원 화학공학과 석사. 2000년 ~ 한국과학기술원 화학공학과 박사과정중. 관심분야는 Scheduling and planning.

**박선원**

1970년 서울대학교 화학공학과 졸업. 1974년 Oklahoma State 대학교 화학공학과 석사 졸업. 1979년 Univ. of Texas at Austine 화학공학과 박사 졸업. 1987년 Univ. of Houston-Clear Lake MBA. 1979년 ~ 1988년 Hoechst Celanese, System Engineer, Sr. Process Control Engineer, Staff Engineer. 1988년 ~ 현재 KAIST 화학공학과 교수.

**복진광**

1994년 KAIST 화학공학과 졸업. 1996년 동대학원 석사 졸업. 1999년 동대학원 박사 졸업. 1999년 ~ 현재 MIT 화학공학과 Post-Doc. 관심분야는 회분식 공정의 스케줄링 및 생산계획.

**이태용**

1976년 서울대학교 화학공학과 졸업. California Institute of Technology 박사(1986). 1986년 ~ 한국과학기술원 화학공학과 교수. 관심분야는 Modeling, simulation and optimization of processes, Industrial automation, Information technology, Scheduling and planning, Robust optimization.

**문성득**

1989년 인하대학교 화학공학과 졸업. 1991년 KAIST 화학공학과 석사 졸업. 1997년 동대학원 박사 졸업. 1997년 ~ 1999년 McMaster 화학공학과 Post-Doc. 1999년 ~ 현재 KAIST 화학공학과 BK21 Post-Doc. 관심분야는 회분식 및 연속식 공정의 설계 및 스케줄링.