

# 컴퓨터 시뮬레이션을 이용한 동응력 이력 계산기술 개발

박찬중\*, 박태원\*\*

## Calculation of Dynamic Stress Time History of a Component Using Computer Simulation

Chan Jong Park\*, Tae Won Park\*\*

### ABSTRACT

In order to design a reliable machine component efficiently, it is necessary to set up the process of durability analysis using computer simulation technique. In this paper, two methods for dynamic stress calculation, which are basis of durability analysis, are reviewed. Then, a user-oriented dynamic stress analysis program is developed from these two algorithms together with a general-purpose flexible body dynamic analysis and structural analysis programs. Finally, a slider-crank mechanism which has a flexible connecting-rod is chosen to show the special characteristics of these two dynamic stress calculation methods.

**Key Words** : Stress time history (응력이력), Modal stress superposition method (모드응력합성법), Hybrid method (하이브리드법), Stress influence coefficient (응력영향계수)

### 기호설명

$$\tilde{a} \equiv \tilde{a}$$

$$a \times b = \tilde{a} \tilde{b}$$

$$\tilde{a} \tilde{b} = -\tilde{b} \tilde{a}$$

### 1. 서론

국내의 시장에서 산업의 경쟁력은 제품의 신뢰도에 달려있다. 특히 반복 하중으로 인해 피로 파괴가 일어나는 부품은 품질 및 성능 저하에 치명적인 영향을 끼친다. 더구나 요즘은 제품의 보증기간이 길고 또한 빠른 주기로 새로운 모델이

출시되는 환경하에서 경쟁력을 확보하기 위해서는 컴퓨터 시뮬레이션 기술을 이용한 내구도 설계기술의 개발이 필요하다.

일반적으로 기계부품의 안정성 및 내구도 평가는 시제품을 제작하여 반복하중을 가하는 피로 시험을 통하여 이루어진다. 이같이 많은 시간과 비용이 드는 시험과정에서 균열이 발생하더라도 그 원인을 정확히 파악하는 것이 어렵다. 따라서, 컴퓨터를 이용한 해석 기술을 이용하여 초기 설계 단계에서 반복하중에 의한 부품의 피로현상을 예측할 수 있는 기술의 개발이 반드시 필요하다.

내구도 설계기술에서는 시제품을 만들기 전 초기 설계단계에서 시제품의 내구도 시험 없이 피

\* 아주대학교 기계공학과 대학원  
\*\* 아주대학교 기계 및 산업공학부

로수명을 예측하기 위해서 부품에 발생하는 정확한 응력이력(stress time history) 계산이 필수적이다. 현재까지 개발된 동응력 계산기법은 크게 3 가지가 있다: 1)강제 시뮬레이션과 준정적 유한요소 해석방법(quasi-static finite element method)<sup>[1,2,3]</sup>, 2)모드응력합성법(modal stress superposition method)<sup>[4]</sup>, 3)하이브리드법(hybrid method)<sup>[5,6]</sup>. 준정적 유한요소 해석방법은 부품의 유한요소 모델에 다른 부품들과 연결된 절점으로 전달되는 동적 반력을 경계조건으로 적용하여 준정적 유한요소 해석을 수행하여 응력을 계산하는 방법이다. 이 방법은 동응력을 계산할 모델의 크기가 커지거나 해석 시간이 길어질수록 매우 비 효율적이다. 이러한 비 효율성을 개선하여 보다 효과적으로 부품의 응력을 계산하기 위하여 모드응력합성법과 하이브리드법이 제안되었다. 또한 위의 방법을 차량에 적용하거나<sup>[7]</sup> 피로시험에 까지 응용할 수 있도록 통합 프로그램화하려는 연구가 진행되었다<sup>[8,9]</sup>.

본 논문에서는 기계부품의 내구설계를 보다 체계적으로 수행하기 위하여 모드응력합성법과 하이브리드법을 이용한 기계계의 동응력 이력 계산 방법에 대해 고찰하였으며, 이것을 실제 설계업무에 쉽게 적용할 수 있도록 프로그램화 하였다. 예제로 슬라이더-크랭크기구(sliding-crank mechanism)에 적용하여 그 결과를 비교, 검토하였다.

## 2. 모드응력합성법

모드응력합성법에 있어서 유연체 부품의 응력이력은 유한요소에서의 모드응력과 유연체 동력학 해석에서 계산되는 모드좌표 이력과의 선형중첩(linear superposition)에 의해서 얻을 수 있다. 몇 개의 변형모드 만으로도 유연체 동력학해석을 통해 정확한 변위나 조인트 반력을 구할 수 있다. 각 부품은 힘 요소나 조인트에 의해 다른 부품들과 연결되기 때문에 연결부위에서는 상대적으로 큰 힘이 발생하여 국부변형이 생긴다. 이러한 국부변형 효과를 고려하기 위해서 많은 변형모드를 사용하거나 혹은 몇 개의 주요 변형모드와 정적모드를 조합함으로써 효과적으로 응력이력을 계산할 수 있다. Fig. 1 은 모드응력합성법의 전체적인 계산과정을 보여주고 있다.

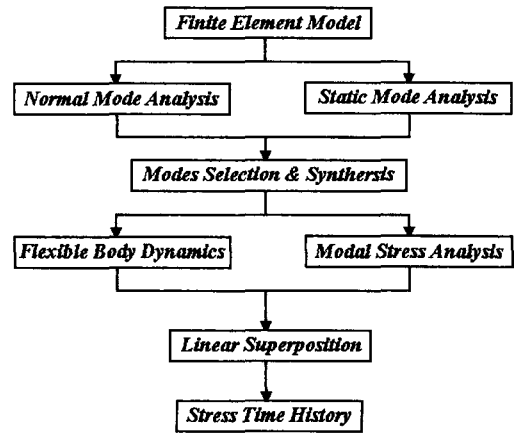


Fig. 1 Data flow of modal stress superposition

### 2.1 모드응력 계산

유한요소 모델상의 모든 절점에서의 변위를 알고있다면 좌표에 대한 변위장(displacement field)의 미분에 의해 응력(stress) 및 변형율(strain)을 계산할 수 있다. 유연체 부품의 임의의 절점에서의 변위를  $u$  라고 하고 다음과 같이 정의한다.

$$u = Nq \tag{1}$$

여기서  $N$  은 유한요소의 형태함수(shape function)이고  $q$  는 그 요소의 절점변위(nodal displacement)를 나타낸다. 그리고 부품의 임의의 점에서의 변형율  $\epsilon$ 은 다음과 같다.

$$\epsilon = Lu \tag{2}$$

여기서  $L$  은 선형 연산자(linear operator)이다. 식(1)을 식(2)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\epsilon = Bq \tag{3}$$

$$B = LN \tag{4}$$

형태함수  $N$  은 사용된 유한요소의 종류에 따라 결정되고 행렬  $B$  는 식(4)로부터 계산되어진다. 각각의 모드형태인  $\phi_i$  에 의한 변위는 유한요소의 각 절점에서 구할 수 있고, 이에 해당하는 모드변형율 벡터  $E_i$  는 식(1)~식(3)을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다. 절점  $j$  에서의 모드변형율

벡터  $E_i^j$ 는 절점  $j$ 에서의 변형모드 벡터  $\phi_i^j$ 를 식(3)의  $q$ 에 대입하여 계산할 수 있다.

$$E_i^j = B\phi_i^j \quad (5)$$

부품의 탄성변형이 선형적이라고 가정하면 절점  $j$ 에서 모드  $i$ 에 의한 모드응력은 다음과 같다.

$$M_i^j = DE_i^j \quad (6)$$

여기서  $D$ 는 부품의 재료적인 성질을 포함한 탄성행렬(elasticity matrix)이다. 초기 변형율과 잔류응력이 없다고 가정하고 유연체 부품의 행렬  $B, D$ 가 결정된다면 모드변형율과 모드응력은 식(5)와 식(6)으로부터 구할 수 있다.

또한 이러한 모드응력은 ANSYS 나 NASTRAN 같은 범용 유한요소 해석 프로그램을 이용하여 부품의 모드변위를 경계조건으로 한 정적해석(static analysis)을 통해 계산이 가능하다.

### 2.2 응력이력 계산

절점  $j$ 에서  $i$ 번째 변형모드로 인한 응력이력 값은 다음과 같다.

$$\sigma_i^j(t) = M_i^j a_i(t) \quad (7)$$

여기서  $M_i^j$ 는 모드  $i$ 에 의한 절점  $j$ 에서의 응력이고  $a_i(t)$ 는 임의의 시간  $t$ 에서의 변형모드  $i$ 의 모드좌표이다. 이때  $a_i(t)$ 값은 유연체 동력학해석을 통하여 얻을 수 있다. 따라서, 총  $n$ 개의 변형모드를 사용했을 경우에 절점  $j$ 에서 발생하는 응력 이력은 해석상 고려된 모든 모드응력들의 중첩에 의하여 결정된다.

$$\sigma^j(t) = \sum_{i=1}^n \sigma_i^j(t) \quad (8)$$

### 3. 하이브리드법

준정적 유한요소 해석방법과 모드응력합성법을 이용한 하이브리드법은 유연체 동력학 해석을 통하여 계산된 조인트 반력과 분포 관성하중(inertia loads)을 유한요소의 준정적 해석에 적용하

여 부품의 응력을 계산하는 방법이다. 일반적으로 대부분의 기계 부품들은 작동구간 내에서 외력에 의해 선형 탄성거동을 하도록 설계되어 있기 때문에 조인트 반력이나 관성하중으로 인한 부품의 응력은 이들 각각의 영향을 선형 중첩함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_i(t) = \sigma_i^{\text{constraint}}(t) + \sigma_i^{\text{inertia}}(t) \quad (9)$$

Fig. 2는 하이브리드법의 전체적인 계산 과정을 보여준다.

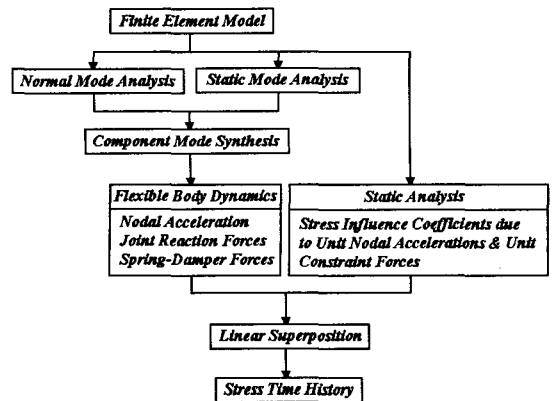


Fig. 2 Data flow of hybrid method

### 3.1 조인트 반력에 의한 응력계산

Fig. 3과 같이 구속되어 있는 두 물체  $i$ 와  $j$  사이에 발생하는 조인트 반력과 모멘트는 다음과 같다.

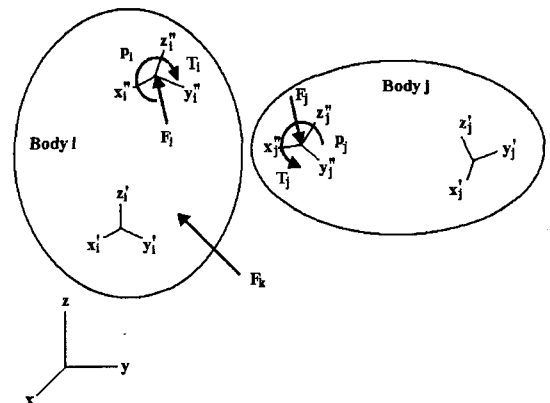


Fig. 3 Two bodies with applied and joint reaction forces

$$\mathbf{F}_i^r = \mathbf{C}_i^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{A}_i^T \Phi_i^T \lambda \quad (10)$$

$$\mathbf{T}_i^r = \mathbf{C}_i^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{A}_i^T \Phi_{\pi_i}^T \lambda + \mathbf{C}_i^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{A}_i^T \tilde{\mathbf{s}}_i^{\sim pT} \Phi_i^T \lambda \quad (11)$$

여기서  $\mathbf{A}_i$ 는 물체  $i$ 에 고정된 좌표계에서 관성 기준좌표계로의 변환행렬,  $\mathbf{B}_i$ 는 탄성변형에 의한 조인트좌표계의 변환행렬,  $\mathbf{C}_i$ 는 조인트좌표계에서 물체고정좌표계로의 변환행렬,  $\Phi_{\pi_i, \pi_i}$ 는 조인트 구속식의 병진 및 회전자유도에 대한 자코비안행렬(jacobian matrix)이고  $\lambda$ 는 조인트에서의 라그랑지승수벡터(lagrange multiplier vector)이다.

조인트 반력에 의한 선형 탄성 거동을 가정하고, 유연체 부품상의 절점  $i$ 에서 절점  $j$ 의  $x, y, z$  방향의 단위 힘 및 모멘트에 의한 응력을  $\mathbf{S}_{ij}^x, \mathbf{S}_{ij}^y, \mathbf{S}_{ij}^z, \mathbf{S}_{ij}^{\tau x}, \mathbf{S}_{ij}^{\tau y}, \mathbf{S}_{ij}^{\tau z}$ 라고 한다. 이때 조인트 반력 및 외력에 의해 절점에서 발생하는 힘과 모멘트벡터  $\mathbf{F}_j, \mathbf{F}_k$ 에 의한 절점  $i$ 의 응력은 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_i^{\text{constraint}}(t) = \sum_{j=1}^{NJ} \mathbf{S}_{ij} \mathbf{F}_j(t) + \sum_{k=1}^{NF} \mathbf{S}_{ik} \mathbf{F}_k(t) \quad (12)$$

여기서,  $NJ$ 와  $NF$ 는 각각 유연체 부품에 전달되는 조인트와 힘 요소의 개수이다.  $\mathbf{S}_{ij}$ 와  $\mathbf{S}_{ik}$ 는 조인트 반력 및 외력에 의한 응력영향계수(stress influence coefficient)라고 하며, 이 값은 절점  $j$ 에 단위하중을 가하여 발생하는 분포 응력값으로써 정적해석을 통해 계산한다.

### 3.2 관성하중에 의한 응력 계산

부품의 관성하중에 의해 발생하는 응력은 관성력과 관성토크에 의해 결정된다. 우선 관성력에 의한 영향을 살펴보면 다음과 같다. 유연체 부품의 유한요소모델이 질량이 각 절점에 집중되어 있는 집중질량으로 가정하면 임의의 절점질량  $m_p$ 에서의 D'Alembert 관성력은 다음과 같다<sup>6)</sup>.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^p &= \mathbf{f}_r^p + \mathbf{f}_d^p \\ &= -m_p \left[ \left( \ddot{\mathbf{r}} + \tilde{\omega} \tilde{\omega} \mathbf{s}_0^p - \tilde{\omega}_0^p \dot{\omega} + \left( \tilde{\omega} \tilde{\omega} + \dot{\tilde{\omega}} \right) \Phi^p \mathbf{a} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2\tilde{\omega} \Phi^p \dot{\mathbf{a}} + \Phi^p \ddot{\mathbf{a}} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $\ddot{\mathbf{r}}$ 와  $\omega$ 는 각각 유연체에 고정된 좌표

계의 병진가속도 벡터와 각속도 벡터이고  $\Phi^p$ 는  $p$ 점에서의 병진모드행렬,  $\mathbf{s}_0^p$ 는 물체고정좌표계에서 정의된  $p$ 점의 위치벡터 그리고  $\mathbf{a}$ 는 모드좌표 벡터를 나타낸다. 절점  $p$ 에서의 관성력은 전체 운동에 의한 성분  $\mathbf{f}_r^p$ 와 탄성변형과 전체운동의 연성에 의한 성분  $\mathbf{f}_d^p$ 와의 조합에 의하여 계산할 수 있다.

우선 전체 운동에 의한 관성력을 식 (13)의 첫 번째항에  $\mathbf{s}_0^p = [x, y, z]^T$ 를 대입하고 공간의존항(space-dependent term)과 시간의존항(time-dependent term)으로 나누어 정리하면 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_r^p = -m_p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \\ 0 & -y & -z \\ -x & 0 & -z \\ -x & -y & 0 \\ y & 0 & 0 \\ 0 & z & y \\ z & 0 & x \end{bmatrix}^T \mathbf{D} \quad (14)$$

여기서,

$\mathbf{D} = [\ddot{r}_x, \ddot{r}_y, \ddot{r}_z, \dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z, \omega_x^2, \omega_y^2, \omega_z^2, \omega_x \omega_y, \omega_y \omega_z, \omega_z \omega_x]^T$ 이다. 식 (14)에서 시간의존항인  $\mathbf{D}$  벡터의 각 항이 단위값을 가질 때 모든 절점에 해당하는 관성하중을 적용한 정적 유한요소해석을 통해 응력영향계수  $\mathbf{S}_j^r$  ( $j=1,2,\dots,12$ )를 계산한다. 따라서 전체 운동에 의한 응력은 중첩의 원리를 적용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma^r(t) &= \ddot{r}_x \mathbf{S}_1^r + \ddot{r}_y \mathbf{S}_2^r + \ddot{r}_z \mathbf{S}_3^r + \dot{\omega}_x \mathbf{S}_4^r + \dot{\omega}_y \mathbf{S}_5^r \\ &\quad + \dot{\omega}_z \mathbf{S}_6^r + \omega_x^2 \mathbf{S}_7^r + \omega_y^2 \mathbf{S}_8^r + \omega_z^2 \mathbf{S}_9^r \\ &\quad + \omega_x \omega_y \mathbf{S}_{10}^r + \omega_y \omega_z \mathbf{S}_{11}^r + \omega_z \omega_x \mathbf{S}_{12}^r \end{aligned} \quad (15)$$

부품의 탄성변형에 의한 관성력은 식 (13)의 두번째 항과 같으며 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\mathbf{f}_d^p = -m_p \sum_{i=1}^m \mathbf{B}_i \boldsymbol{\phi}_i \quad (16)$$

$$\mathbf{B}_i = (\tilde{\boldsymbol{\omega}}\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}})\mathbf{a}_i + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}\dot{\mathbf{a}}_i + \ddot{\mathbf{a}}_i \mathbf{I} \quad (17)$$

여기서  $m$ 은 사용된 부품의 변형모드의 수이다. 시간종속항인  $\mathbf{B}_i$  ( $3 \times 3$  행렬)의 각 항에 단위값인 1을 적용했을 때의 모든 절점에서의 관성력  $\mathbf{f}_d^p$ 에 의한 응력영향계수  $\mathbf{S}_{jki}^d$  ( $j \& k=1,2,3, i=1,2, \dots, m$ )을 이용하여 응력을 다음과 같이 계산한다.

$$\boldsymbol{\sigma}^d(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \mathbf{B}_{jki} \mathbf{S}_{jki}^d \quad (18)$$

따라서 관성력에 의한 유연체 부품의 응력을 계산하기 위해서는  $12+9m$  번의 정적 유한요소해석 과정이 필요하다.

절점  $p$ 에서의 D'Alembert 관성토크 역시 다음과 같이 전체운동과 탄성변형에 의한 항으로 분리하여 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{t}^p &= \mathbf{t}_r^p + \mathbf{t}_d^p \\ &= (-\mathbf{J}^p \boldsymbol{\omega} - \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{J}^p \boldsymbol{\omega}) + [-\mathbf{J}^p \boldsymbol{\psi}^p \ddot{\mathbf{a}} - (\mathbf{J}^p \tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{J}^p - \text{tilde}(\mathbf{J}^p \boldsymbol{\omega})) \boldsymbol{\psi}^p \dot{\mathbf{a}} - \text{tilde}(\boldsymbol{\psi}^p \dot{\mathbf{a}}) \mathbf{J}^p (\boldsymbol{\psi}^p \dot{\mathbf{a}})] \end{aligned} \quad (19)$$

여기서  $\mathbf{J}^p$ 는 집중질량의 회전관성이고  $\boldsymbol{\psi}^p$ 는  $p$ 점에서의 회전모드행렬을 나타낸다. 전체 운동에 따른 관성력이 응력에 미치는 영향을 계산하는 것과 마찬가지로  $\mathbf{t}_r^p$  역시 공간의존항과 시간의존항으로 나눌 수 있다.

$$\mathbf{t}_r^p = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{xx}^p & \mathbf{J}_{yx}^p & \mathbf{J}_{zx}^p \\ \mathbf{J}_{xy}^p & \mathbf{J}_{yy}^p & \mathbf{J}_{zy}^p \\ \mathbf{J}_{xz}^p & \mathbf{J}_{yx}^p & \mathbf{J}_{zz}^p \\ 0 & -\mathbf{J}_{xz}^p & \mathbf{J}_{xy}^p \\ \mathbf{J}_{yz}^p & 0 & -\mathbf{J}_{xz}^p \\ -\mathbf{J}_{yz}^p & \mathbf{J}_{xz}^p & 0 \\ \mathbf{J}_{xz}^p & -\mathbf{J}_{yz}^p & \mathbf{J}_{yy}^p - \mathbf{J}_{xx}^p \\ \mathbf{J}_{zz}^p - \mathbf{J}_{yy}^p & \mathbf{J}_{xy}^p & -\mathbf{J}_{xz}^p \\ -\mathbf{J}_{xy}^p & \mathbf{J}_{xx}^p - \mathbf{J}_{zz}^p & \mathbf{J}_{yz}^p \end{bmatrix}^T \mathbf{T} \quad (20)$$

여기서,

$\mathbf{T} = [\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z, \omega_x^2, \omega_y^2, \omega_z^2, \omega_x \omega_y, \omega_y \omega_z, \omega_z \omega_x]^T$ 이다. 시간 의존항인  $\mathbf{T}$  벡터의 각 항이 단위값일 때 모든 절점에 식(20)과 같이 주어진 관성토크를 적용한 정적 유한요소해석을 통해 응력영향계수를 구할 수 있다. 그러나 이 전체 회전운동에 의한 응력영향계수는 전체 병진운동에 의한 응력영향계수와 함께 계산되어지므로 추가적인 정적해석과정이 필요하지 않다.

탄성변형에 의한 D'Alembert 관성토크는 다음과 같이 3개의 토크항으로 구성된다.

$$\mathbf{t}_d^p = \mathbf{t}_{d1}^p + \mathbf{t}_{d2}^p + \mathbf{t}_{d3}^p \quad (21)$$

식 (21)의 첫번째 항을 정리하면 다음과 같다.

$$\mathbf{t}_{d1}^p = -\mathbf{J}^p \boldsymbol{\psi}^p \ddot{\mathbf{a}} = -\sum_{i=1}^m \mathbf{J}^p \boldsymbol{\psi}_i^p \ddot{\mathbf{a}}_i \quad (22)$$

여기서, 시간 의존항인 모드가속도 값이 1일 때의 토크값을 적용하여  $m$  번의 정적 유한요소해석과정이 필요하다. 두번째 항을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{d2}^p &= -(\mathbf{J}^p \tilde{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{J}^p - \text{tilde}(\mathbf{J}^p \boldsymbol{\omega})) \boldsymbol{\psi}^p \dot{\mathbf{a}} \\ &= \sum_{i=1}^m \boldsymbol{\psi}_i^p \mathbf{D}^p \boldsymbol{\omega} \dot{\mathbf{a}}_i \end{aligned} \quad (23)$$

여기서,

$$\mathbf{D}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{xx}^p - \mathbf{J}_{yy}^p - \mathbf{J}_{zz}^p & 2\mathbf{J}_{xy}^p & 2\mathbf{J}_{xz}^p \\ 2\mathbf{J}_{xy}^p & \mathbf{J}_{yy}^p - \mathbf{J}_{xx}^p - \mathbf{J}_{zz}^p & 2\mathbf{J}_{yz}^p \\ 2\mathbf{J}_{xz}^p & 2\mathbf{J}_{yz}^p & \mathbf{J}_{zz}^p - \mathbf{J}_{xx}^p - \mathbf{J}_{yy}^p \end{bmatrix}$$

따라서 시간 의존항인  $\boldsymbol{\omega} \dot{\mathbf{a}}_i$ 의 값이 1일 때의 토크값에 해당하는  $3m$  번의 정적 유한요소해석이 필요하다. 끝으로 세번째 토크항은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{d3}^p &= -\text{tilde}(\boldsymbol{\psi}^p \dot{\mathbf{a}}) \mathbf{J}^p (\boldsymbol{\psi}^p \dot{\mathbf{a}}) \\ &= -\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \boldsymbol{\psi}_i^p \mathbf{J}^p \boldsymbol{\psi}_j^p \dot{\mathbf{a}}_i \dot{\mathbf{a}}_j \end{aligned} \quad (24)$$

시간 의존항인  $\dot{a}_i, \dot{a}_j$ 의 단위값에 해당하는 토크값을 적용하여  $m^2$ 번의 정적 유한요소해석 과정이 필요하다. 따라서 관성토크에 의한 응력을 계산하기 위해서는 총  $4m+m^2$ 번의 유한요소 정적해석과정이 필요하게 된다.

#### 4. 동응력 이력 계산 프로그램

본 논문에서는 앞에서 설명한 두 방법을 적용하여 부품의 동응력 이력을 계산할 수 있는 사용자 위주의 프로그램을 개발하였다. 본 프로그램은 Microsoft Visual C++을 사용하여 Windows NT 환경에서 작동하도록 하였으며 전체적인 구성은 Fig. 4와 같다.

필요한 응력영향계수를 계산하기 위하여 유한요소해석 프로그램인 ANSYS와 MSC/NASTRAN을 사용할 수 있도록 하였으며 유연체 동력학해석을 수행하기 위하여 DADS를 사용하였다. 또한 다른 컴퓨터에 설치되어 있는 이들 해석프로그램들을 원격으로 연결하여 사용이 가능하도록 하였다.

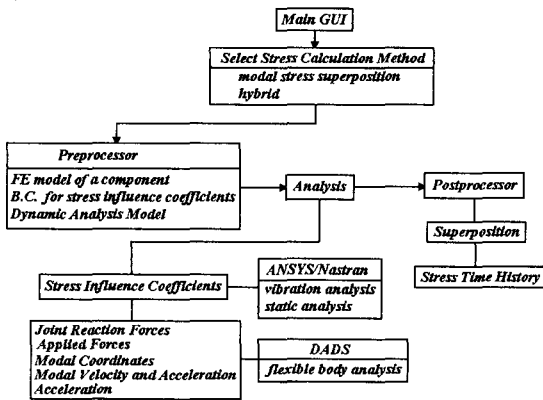


Fig. 4 Flow chart of stress calculation program

#### 5. 예제 적용

4장에서 설명한 응력 계산 프로그램을 이용하여 Fig. 5에 보이는 슬라이더-크랭크 기구의 유연체인 커넥팅로드부에 발생하는 동응력을 두가지 응력 계산방법에 따라 적용해보았다.

##### 5.1 모델 구성

슬라이더-크랭크 기구는 크랭크, 커넥팅로드,

슬라이더 그리고 상대운동이 없는 지지 물체인 그라운드로 구성되어 있으며 기구학적인 과잉구속 (redundant constraint)을 피하기 위하여 Table 1과 같이 연결하였다. 크랭크와 슬라이더는 강체로 가정하였고 커넥팅로드를 유연체로 가정하였으며 이들에 대한 관성자료는 Table 2와 같다.

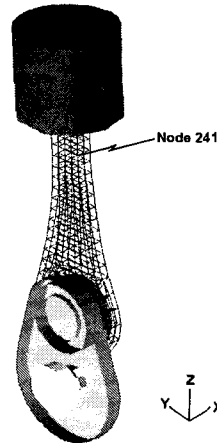


Fig. 5 Slider-crank mechanism with a flexible connecting-rod.

커넥팅로드의 유한요소 모델은 총 절점수가 533개이고, 솔리드요소(solid brick element)는 264개, 빔요소(beam element)는 102개를 사용하여 구성하였다.

경계조건으로는 커넥팅로드의 운동을 고려하여 크랭크와 연결되는 절점에는 y 방향 회전 이외의 자유도를 모두 구속하였고, 슬라이더와 연결되는 절점에는 x 방향 변위만 구속하였다. 이때의 진동모드는 Fig.6~Fig.10과 같다.

크랭크를  $2\pi/s$ 로 구동하였을 때 커넥팅로드의 중간 부분에 위치한 절점 241에 발생하는 응력 이력을 계산하였다.

Table 1 D.O.F. of the System

Body	$4 \times 6 = 24$
Ground	$1 \times 6 = 6$
Spherical Joint	$1 \times 3 = 3$
Revolute Joint	$1 \times 5 = 5$
Universal Joint	$1 \times 4 = 4$
Translational Joint	$1 \times 5 = 5$
Driver	$1 \times 1 = 1$

$$D.O.F. = 24 - 24 = 0$$

Table 2 Inertia Data (kg, mm)

	Slider	Crank	Connecting Rod
mass	31.98	18.11	4.33
Ixx	1.65e5	1.67e5	2.01e5
Iyy	1.71e5	2.27e5	2.03e5
Izz	1.73e5	6.68e4	2.53e7

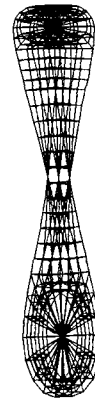


Fig. 8 Torsional mode ( $N_3$ :36.65Hz)

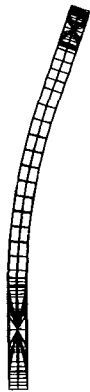


Fig. 6 Lateral bending mode ( $N_1$ :2.14Hz)

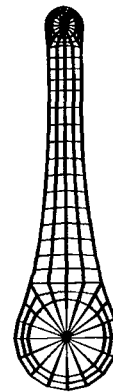


Fig. 9 Longitudinal deformation mode ( $N_4$ :55.70Hz)

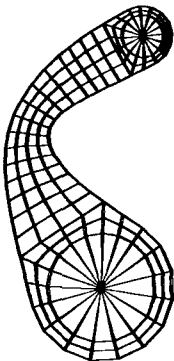


Fig. 7 Lateral bending mode ( $N_2$ :35.05Hz)

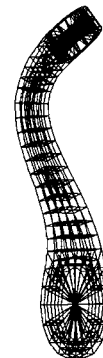


Fig. 10 Lateral second bending mode ( $N_5$ :64.62Hz)

### 5.2 동응력 이력 해석 결과

Fig. 11 은 모드응력합성법을 이용한 절점 241 에서의 동응력 해석 결과로서 모드선정의 중요성을 보여 주고있다. 그림에서와 같이 구동조건에 민감하게 변형하는 N4 를 뺀 결과는 완전히 다른 것을 알 수 있다. 크랭크의 구동조건에 따라 커넥팅로드 는 인장 및 압축력을 받으며 운동을 하기 때문에 발생하는 대부분의 응력은 이 커넥팅로드 의 길이방향 변형모드에 의해서 결정된다. 진동모드 중에서 외력에 의한 변형모드가 포함되어 있기 때문에 추가로 정적모드를 고려할 필요가 없다.

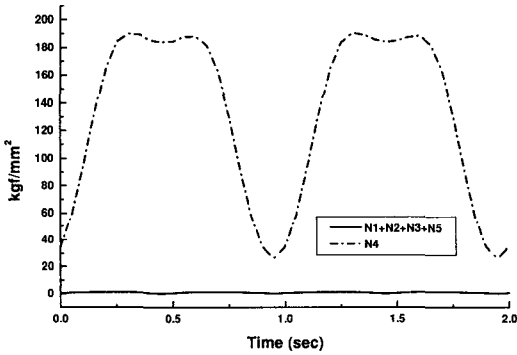


Fig. 11 Stress from modal stress superposition method : Von-Mises stress at node 241

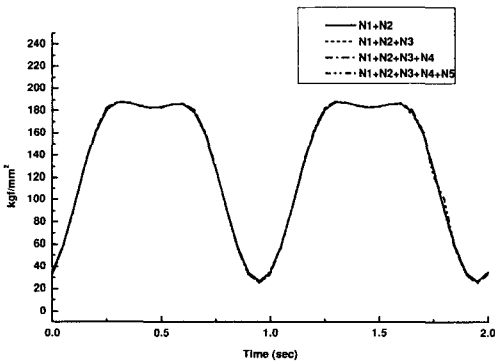


Fig. 12 Stress from hybrid method : Von-Mises stress at node 241

하이브리드법에 의해 계산된 응력은 Fig. 12 와 같다. 하이브리드방법은 모드에 의한 영향 외에 외

력에 의한 응력도 고려하기 때문에 모드의 선택에 관계없이 유사한 응력값을 계산할 수 있다.

진동모드 5 개를 사용하여 두 방법에 의해 계산한 동응력을 비교하면 Fig. 13 과 같이 유사한 결과를 얻을 수 있다. 크랭크를 1Hz 로 구동 시켰을 때 다른 부품에 비하여 상대적으로 질량이 작은 커넥팅로드의 관성효과에 의한 영향이 작기 때문에 그 차이는 미소하다.

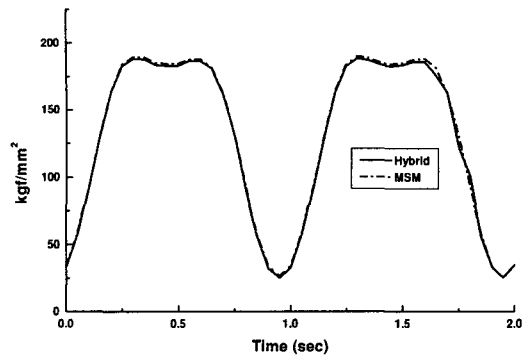


Fig. 13 Comparison with two methods : Von-Mises stress at node 241

### 6. 결론

본 연구에서 유연체 부품의 동응력 이력을 효과적으로 계산하기 위하여 개발된 두가지 방법인 모드응력합성법과 하이브리드법에 대해 고찰하였고 이것을 이용하여 동력학 해석프로그램인 DADS 와 유한요소 해석프로그램인 ANSYS, NASTRAN 을 사용하여 동응력을 계산할 수 있는 사용자 위주의 프로그램을 개발하였다. 또한 개발된 프로그램을 이용하여 슬라이더-크랭크 기구의 유연체인 커넥팅로드의 동응력 이력값을 비교, 검토해 보았다.

모드응력합성법을 적용할 경우 부품의 특정 해석에 알맞은 모드의 선택 및 적용이 해석 결과의 정밀도에 결정적인 영향을 미침을 알 수 있다. 반면에 하이브리드법은 비교적 모드 선정의 어려움 없이 중요 모드를 고려하여 동응력을 계산할 수 있다. 따라서 구동조건에 따른 커넥팅로드의 길이방향 변형모드를 고려한 두 방법 모두 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.



### 참고문헌

1. Winfrey, R.C., "Elastic Link Mechanism Dynamics," Transaction of ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 93, No. 1, pp. 268~272, 1971.
2. Imam, I., Sandor, G.N. and Kramer, S.N., "Deflection and Stress Analysis in High Speed Planer Mechanisms with Elastic Links," Transaction of ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 95, pp. 541~548, 1973.
3. Sadler, J.P. and Sandor, G.N., "A Lumped Parameter Approach to Vibration and Stress Analysis of Elastic Linkages," Transaction of ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 95, No. 4, pp. 549~557, 1973.
4. Liu, T.S., Computational Methods for Life Prediction of Mechanical Components of Dynamic Systems, Ph.D. Thesis, University of Iowa, 1987.
5. Yim, H.J., "Computational Methods for Dynamic Stress Analysis of Mechanical System," Technical Report R-84, Center for Simulation and Design Optimization of Mechanical Systems, University of Iowa, 1990.
6. Ryu, J.H., Kim, S.S. and Kim, S.S., "An Efficient Method of distribution Inertia Loads for Quasi-static Analysis in Dynamic Stress Computation," Technical Report R-85, Center for Simulation and Design Optimization of Mechanical Systems, University of Iowa, 1990.
7. 서권희, 안기원, 김형현, 윤희석, "DADS 와 MSC/Nastran 을 이용한 커넥팅로드 생크부의 응력해석," DADS User's Conference, pp. 35~41, 1998.
8. Yim, H.J., "An Integrated System for Dynamic Stress and Fatigue Life Prediction of Vehicle Components," SAE951097.
9. 안기원, 유연 다물체 동력학 모델을 이용한 차량의 동응력 해석에 관한 연구, 박사학위논문, 전남대학교, 1998.