

하이드로 포밍 성형공정 해석을 위한 강소성 유한요소 프로그램 개발 및 적용

강범수*

Rigid-Plastic Finite Element Approach to Hydroforming Process and Its Application

Beom Soo Kang*

ABSTRACT

By using the finite element method, the Oyane's ductile fracture integral I was calculated from the histories of stress and strain according to every element and then the forming limit of hydroforming process could be evaluated. The fracture initiation site and the forming limit for two typical hydroforming processes, tee extrusion and bumper rail under different forming conditions are predicted in this study. For tee extrusion hydroforming process, the pressure level has significant influence on the forming limit. When the expansion area is backed by a supporter and bulged, the process would be more stable and the possibility of bursting failure is reduced. For bumper rail, the ductile fracture integral I is not only affected by the process parameters, but also by the shape of preforming blank. Due to no axial feeding on the end side of the blank, the possibility of cracking in hydroforming of the bumper rail is influenced by the friction condition more strongly than that of the tee extrusion. All the simulation results show reasonable plastic deformation, and the applications of the method could be extended to a wide range of hydroforming processes.

Key Words : Hydroforming process (하이드로포밍 공정), FEM (유한요소법), Ductile fracture criterion (연성파괴), Tee extrusion (T 자형 압출), Bumper rail (범퍼 레일)

1. 서론

튜브 하이드로포밍 공정은 다른 일반적인 성형공정과 비교할 때 가지는 몇 가지 장점 즉, 공정수 및 부품 무게의 절감, 재료비의 감소 등으로 인해 자동차 산업에의 적용이 증가되고 있는 추세이다. 이 공정은 길이 방향으로의 다양한 단면형상을 가지는 튜브형의 부품에 전반적으로 사용되어지고 있다. 하이드로포밍을 이용한 부품의 성형

은, 먼저 최종의 성형 금형에 원통형 튜브를 삽입시키고 수평 실린더의 양끝을 밀봉한 후 내부에 채워진 유체의 유압 (hydraulic pressure)을 사용해 최종 성형 금형의 형상과 같은 부품을 성형하는 것으로 초기 소재의 형상에 따라 하이드로포밍 공정은 2 가지 즉, 일반적인 직선형의 튜브 하이드로포밍 공정과 선굽힘 (pre-bent) 튜브 하이드로포밍 공정으로 구분할 수 있다.⁽¹⁾ 지금까지는, 하이드로포밍 성형기술에 대한 이론적인 연구⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾만이 몇

* 부산대학교 항공우주공학과
부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터 (ERC/NSDM)

몇 있을 뿐이며 시행 착오를 통한 방법으로 더 많은 경비와 시간이 소요되었다. 따라서 하이드로포밍에 대한 전산 해석 프로그램의 적용은 엔지니어들의 효율적인 성형 공정 개발에 도움이 될 것이다.

따라서 본 연구에서는 강소성 유한요소법으로 3 차원 하이드로포밍 해석을 위한 프로그램을 개발하였으며, 이 프로그램의 검증을 위하여 T자형 압출의 하이드로포밍 공정에 대해 해석하였다. 또한 ductile fracture criterion 을 이용한 수치 해석기법을 하이드로포밍 공정에 적용하여 2 가지 하이드로포밍 공정, T자형 압출공정과 범퍼 빔 성형공정에 대하여 각기 다른 성형 조건하의 초기 파단 부위 및 성형한계를 예측하였다. 공정중의 내부 압력과 마찰 조건등 공정 인자에 대한 하이드로포밍 공정중의 ductile fracture 현상이 본 연구에서 다루어 질 것이며 모든 해석결과가 합당하다면 이 결과에 따라 하이드로포밍 공정시의 성형성을 향상시키기 위한 몇 가지 제안이 제기될 것이다. 이러한 해석 결과를 통해 실제 성형 공정에 대한 더 나은 설계 기준을 마련할 수 있어 일반적인 재질을 이용한 효과적인 설계와 최소의 시행착오(trial and error)를 통해 단일공정에서 최적화된 하이드로 포밍 공정설계를 산출할 수 있을 것이다.

2. 이론적 배경

2.1 강소성 유한요소 해석의 이론적 배경

성형공정의 수치해석에 효과적이므로 본 연구에서는 강소성 유한요소법을 사용하였으며 이는 Hill⁽⁵⁾에 의해 제안된 극값정리 (extremum principle) 에 기초를 두고 있다. 비압축성, 속도 경계조건을 만족하는 가용 속도장 (admissible velocity field)은 범함수 π 를 최소화함으로 다음과 같은 식 (1)을 얻을 수 있다.

$$\pi = \int_V \bar{\sigma} \dot{\epsilon} dV + \frac{K}{2} \int_V \dot{\epsilon}_i^2 dV - \int_{S_f} F_i \delta u_i dS \quad (1)$$

여기서, $\bar{\sigma} = \sqrt{3/2}(\sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij})^{1/2}$, $\dot{\epsilon} = \sqrt{3/2}(\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij})^{1/2}$,

$\dot{\epsilon}_i = \dot{\epsilon}_{ii}$, 그리고 $\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}, F_i, v_i, K$ 는 derivative stress tensor, strain rate tensor, surface traction, velocity tensor, 그리고 상대적으로 매우 큰 양의 값을 가지는

penalty constant 를 나타낸다. 방정식 (1)의 1차 변분식은 유한요소의 기본방정식이며, 이산화를 이용하여 비선형 대수식으로 변환가능하다. 여기서, 소재는 8 개의 절점을 가진 3 차원 육면체 요소를 이용하여 이산화하였다.⁽⁶⁾

지배 방정식으로부터, 압력값의 절점에서의 힘으로의 변환은 다음식과 같다.

$$\frac{\partial \pi_{s_f}}{\partial v_n} = - \int_{s_f} p q_n dS \quad (2)$$

여기서 p 는 하이드로포밍 공정동안의 압력이며, q_n 은 n 번째 절점에서의 형상함수이다.

2.2 마찰력

소재 내부에 인가되는 높은 압력으로 인하여, 마찰조건은 하이드로포밍 공정에 영향을 미치며, 특히 국부적인 두께 변화에 큰 영향을 미친다. 본 연구에서는 실제 공정과 유사한 표현을 위해 금형과 소재간에 쿨롱 (Coulomb) 마찰조건을 사용하였다. 금형과 소재간에는 금형과 변형되는 소재간에 상대속도가 0 이되는 중립점 (neutral point)이 존재하는데 해석시 마찰력의 갑작스런 변화로 불안정한 값이 보여지는 이 중립점에서의 강성 (stiffness) 값을 계산하기 위해 속도의존성 마찰력의 가정을 채택하였으며 그 식은 다음과 같다.

$$\vec{f}_r = -mp \frac{\vec{u}_r}{|u_r + u_0|} \quad (3)$$

여기서 p 는 수직성분의 힘, m 은 마찰상수, \vec{u}_r 은 금형과 소재간의 상대속도를 나타내며 u_0 는 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 의 아주 작은 상수값을 뜻한다. 따라서 식 (1)의 도함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial v_{rs}} = -mp_i \frac{u_{rs}}{\sqrt{u_{rs}^2 + u_{rt}^2 + u_0}}$$

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial v_{rt}} = -mp_i \frac{u_{rt}}{\sqrt{u_{rs}^2 + u_{rt}^2 + u_0}}$$

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial v_{rs} \partial v_{rs}} = mp_i \left(\frac{1}{\sqrt{u_{rs}^2 + u_{rt}^2 + u_0}} - \frac{u_{rs}^2}{\left(\sqrt{u_{rs}^2 + u_{rt}^2 + u_0}\right)^3} \right)$$

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial v_{rt} \partial v_{rt}} = mp_i \left(\frac{1}{\sqrt{u_{rs}^2 + u_{rt}^2 + u_0}} - \frac{u_{rt}^2}{\left(\sqrt{u_{rs}^2 + u_{rt}^2 + u_0}\right)^3} \right)$$

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial v_{r_s} \partial v_{r_i}} = -mp_i \frac{u_{r_s} u_{r_i}}{\left(\sqrt{u_{r_s}^2 + u_{r_i}^2 + u_0}\right)^3} \quad (4)$$

여기서 v_{r_s} 과 v_{r_i} 는 극부좌표계에서의 i 번째 절점에서의 상대속도를 나타낸다.

2.3 접촉문제

3 차원 해석의 경우 금형과 소재간의 접촉 해석은 수치해석 프로그램의 복잡한 문제로 대두되어왔다. 최근에 Chenot⁽⁷⁾에 의해 삼각형 요소에 의한 다이 표면의 이산화 (descretization)가 제안되었고 Shiau⁽⁸⁾와 Yoon, Yang⁽⁹⁾에 의해 Bezier surface에 의한 다이 형상 묘사가 제안되었다. 본 연구에서는 다이의 형상을 묘사하기 위해 Fig. 1에서 보여지듯이 사각형 요소 (rectangular patch)의 조합으로 형상을 묘사하였다. 이러한 다이 형상의 표현은 묘사하기가 편리하고 다이 표면과 접촉하는 절점의 최소 시간 계산에 쉽게 적용할 수 있는 장점이 있다. 이상적으로, 접촉하는 하나의 절점의 법선방향 하중이 0.0 보다 클 때 다이로부터 분리되었다고 간주되어지고 이는 자유롭다고 할 수 있다. 이러한 분리 개념 (separation criterion)에서는 한 단계에서 아주 작은 시간 증분에 의해 작은 변형이 소재에서 발생되므로 분리력 (separation force)이라 불리우는 아주 작은 양의 값을 프로그램에 사용하였으며 접촉하는 절점의 법선방향 하중이 분리력보다 크게 되면 그 절점이 다이로부터 분리된 것으로 하였다. 또한, 떨리는 (chattering) 현상을 막기위해 절점이 그 전 단계에서 다이와 접촉한다면 그 단계에서는 다이와 분리되지 않도록 하였다.

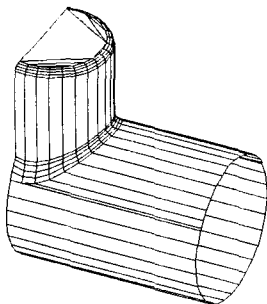


Fig. 1 The description of die with rectangular patches.

2.4 연성파괴 (Ductile fracture criterion)

성형한계 예측은 간단하게 극부 네킹 (necking)

현상에 의해 예측되어질 수 있는데 이는 파단 (failure)은 극부 네킹이 발생하기 전에는 발견되어 지지 않는 것을 뜻한다. 성형공정시 성형 한계 (forming limit)를 예측하기 위해 연성파괴 이론을 본 연구에서는 사용하였는데 Oyane⁽¹⁰⁾에 의해 제안되어진 식 (5)와 같다.

$$I = \frac{1}{b} \int_a^{\bar{\epsilon}_f} \left(\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} + a \right) d\bar{\epsilon} = 1 \quad (5)$$

여기서 $\bar{\epsilon}_f$ 는 파단시의 유효 변형률 (equivalent strain), σ_m 은 정수압 응력 (mean stress), $\bar{\sigma}$ 는 유효 응력 (equivalent stress), $\bar{\epsilon}$ 는 유효변형률 그리고 a, b는 재료상수 값을 나타낸다. 식 (5)의 I 값이 1에 도달하면 파단현상이 발생하게 되고 이러한 연성파괴의 I 값은 유한요소 해석시 각 단계별로 계산되어지는 응력 및 변형률 값을 이용하여 공정중에 쉽게 계산할 수 있다.

3. 하이드로포밍 공정에서의 응용

3.1 재료 물성치

해석시 사용된 재료의 물성치는 Table 1에 나타나 있다. 알루미늄의 경우 무게의 감소면에서 큰 이득이 있으므로 최근 자동차업계에서 활발히 응용하고 있으나 알루미늄의 낮은 성형성으로 기존의 철재료에 비해 성형이 더 어려운 단점이 있다. 본 연구에서는 이러한 알루미늄과 기존의 철재료를 사용하였다.

Table 1 Material properties used in the simulation.⁽¹¹⁾

Material	Relationship between strain and strain (MPa)	a in criterion	b in criterion
A5052	$\bar{\sigma} = 400 \bar{\epsilon}^{-0.30}$	0.30	-0.043
SPCC	$\bar{\sigma} = 620 \bar{\epsilon}^{-0.23}$	0.28	0.22

3.2 T자형 압출 공정

T자형 압출은 전형적인 직선형의 튜브 하이드로포밍 공정에 사용된다. Fig.2에서 보여지듯이 중공 (inner cavity)은 분리된 금형들의 조합으로 구성되어 있다. 튜브를 분리된 금형중에서 아래 금형에 위치한 후 금형들을 닫고, 튜브 블랭크의 양

끝을 수평 램으로 봉합한다. 그 후 정수압을 튜브에 가하며, 동시에 과도하게 두께가 얇아지는 것을 방지하기 위해 축방향으로의 재료의 보충을 위해 튜브 양끝에 힘을 가한다. 튜브 블랭크는 윗 금형의 형상에 따라 성형 되어지는데 종종 지지대 (supporter)가 튜브의 불안정한 과단을 방지하는데 사용되어지며 Fig. 2 에서 보여진 바와 같이 성형 과정중에 지지대는 수직방향으로 천천히 움직이면서 팽창된 면적과 접촉하도록 유지하였다.

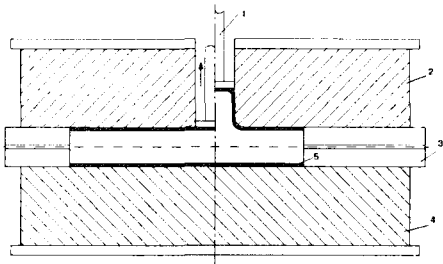


Fig. 2 Schematic view of tee extrusion hydroforming.
1. Supporter 2. Upper die 3. Horizontal ram
4. Lower die 5. Workpiece

하이드로포밍 과정에서 연성 파괴의 거동에 대한 성형 인자의 효과는 너무 복잡하고 모든 인자들은 각각의 경우와 연관되어 있다. 따라서 Table 2 에서와 같이 서로 다른 성형 조건인 4 가지 경우에 대해서 해석을 수행하였으며 T 자형 압출에서 튜브 블랭크와 하중시간을 제어하는 정수압은 Fig. 3 에 나타내었다. 초기 성형과정에서 정수압은 최대 압력으로 순식간에 증가하고 성형과정이 끝날 때까지 이 값을 유지한다. 최대 정수압은 1 과정에서는 9.9 MPa 이고 2 과정에서는 18.9 MPa 이다.

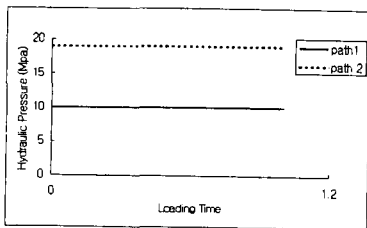


Fig. 3 Schematic Figure of loading path for tee extrusion.

Case 2 에 대한 연성파괴모델의 I 값과 두께 분포는 Fig. 4 와 Fig. 5 에 나타나 있고 개략적인 초

기 과단 부위인 벌징 팁 (Bugle tip)부위에서 I 값의 최대치가 보이며, 이 위치는 Fig. 5 에서의 두께가 최대로 얇아지는 곳과 일치한다. 따라서 해석시 예측되어지는 과단 위치는 실제적인 과정에서의 예측과 일치함을 알 수 있다.

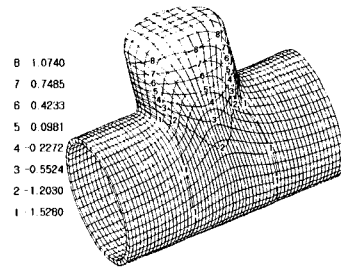


Fig. 4 The distribution of ductile fracture integral I for case 2.

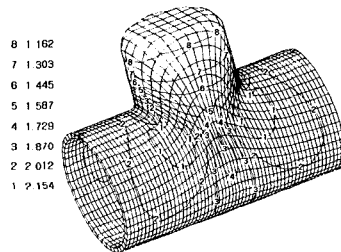


Fig. 5 The distribution of thickness for case 2.

서로 다른 성형 조건하서 각각의 I 의 분포와 두께분포는 그 형상에서 유사성을 가지므로 최대 I 만을 Table 2 에 나타내었다.

Table 2 The maximum ductile fracture integral I under different forming conditions for tee extrusion.

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Loading Path	Path 1	Path 1	Path 2	Path 2
Friction Factor	0.00	0.04	0.00	0.04
Die Type	Without supporter			Have supporter
Max. Ductile Fracture integral I	0.993	1.067	1.292	0.947

Table 2 에서 보여지듯이 case 1 과 2 의 경우 마찰상수가 증가함에 따라 I 의 최대값이 증가함을 알 수 있고 case 2 와 3 을 비교해보면 정수압을 커질수록 I 의 최대값이 커짐을 알 수 있다. 이는 bursting failure 의 가능성이 증가한다는 것을 의미함을 알 수 있다. case 3 과 4 는 금형의 형태가 서

로 다른 경우로 지지대가 없는 case 3 의 I 의 최대 값이 지지대를 가지는 case 4 의 최대 I 값보다 큰 값을 가짐을 알 수 있다.

이렇게 수행되어진 해석의 결과는 타당하다고 볼 수 있으므로 정수압은 연성피괴 모델 값인 I 의 분포에 중요한 영향을 미친다고 결론지을 수 있으며 파단없는 제품의 생산을 위해서는 금형에 지지대를 사용하고 적당한 정수압 레벨을 선택하여 것이 중요하다고 결론지을 수 있다.

3.3 Bumper Rail

T 자형 압출과 비교하여, bumper rail 은 전형적인 선굽힘 (pre-bent) 하이드로포밍 공정이다. Fig.6 에서 보여지는 것처럼 이 경우 튜브 블랭크는 사전에 굽힘과 스탬핑 (stamping)공정을 거치기 때문에 직선 축을 가지지 않는다. 하이드로포밍 공정이 진행되는 동안 축방향으로의 하중이 가해지지 않으므로 재료의 이동을 보조하는 수단이 없이 공정이 진행되고 이는 최종 제품의 성형이 쉽지 않으며 적절한 성형인자의 선택이 최종 제품의 성형에 매우 중요하게 작용할 것임을 알 수 있다.



Fig. 6 Schematic view of bending process for bumper rail. 1. Upper die 2. Workpiece 3. Lower die

본 연구에서 수행되어진 각각의 성형 공정의 조건들은 Table 3 에 나열되었다. T 자형 압출과는 달리, bumper rail 의 경우는 Fig. 7 에서 보는 바와 같이 시간이 증가함에 따라 정수압을 서서히 증가시켰으며 이 경우 연성피괴의 I 값이 공정변수의 영향뿐만 아니라, 선굽힘과 스탬핑 공정에 의한 초기 튜브 블랭크의 형상에도 영향을 받는다.

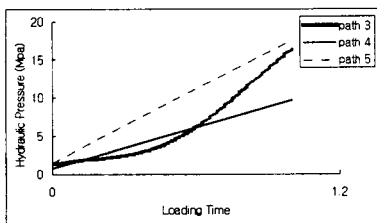


Fig. 7 Schematic Figure of loading path for bumper rail.

Fig. 8 에서 보여지는 것처럼 동일한 지름을 가진 a, b 형태의 2 종류의 스탬핑 블랭크가 적용되었고 a 의 경우는 스탬핑된 블랭크와 하이드로포밍된 블랭크사이의 최대 성형거리가 39.1 mm, b 의 경우는 38.2 mm 로 스탬핑 공정의 마지막 스트로크 양을 다르게 적용하였다.

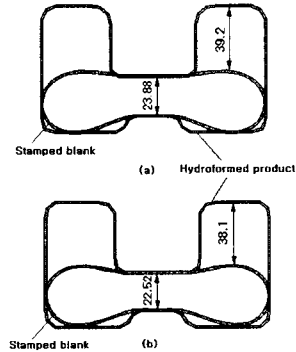


Fig. 8 The comparison between different pre-formed stamped blank and hydroformed product using in simulation.

Table 3 에서 알 수 보여지듯이 동일한 성형 조건하에 블랭크 형상만이 다른 case 3 과 case 5 의 경우 I 의 최대값이 블랭크 형상이 b 인 경우보다 a 의 경우가 더 높음을 알 수 있다. 이러한 결과로 bumper rail 의 성형시 하이드로포밍 공정의 적절한 초기 블랭크 형상 설계가 요구됨을 알 수 있다.

Table 3 The maximum ductile fracture integral I under different forming condition for bumper rail.

Case	1	2	3	4	5	6	7
Material	Al 5052				SPCC		
Loading path	Path 3			Path 4	Path 3	Path 5	
Friction factor	0.00	0.02	0.04	0.04	0.04	0.00	0.04
Stamped Blank	Type a				Type b		
Max. I	0.920	1.007	1.018	0.987	0.910	0.229	0.352

축방향으로의 재료의 보충이 없기 때문에 마찰의 효과는 축방향으로의 재료의 보충이 이루어지는 직선형의 하이드로포밍 공정보다 더 중요시 됨을 예측할 수 있다. Fig. 9 의 (a)는 블랭크 형상이 a 로 스탬핑된 전체 모습이며 (b), (c), (d)는 각기 다른 마찰 조건하에 하이드로포밍 공정후의 제품

의 모습을 나타낸다. 마찰 상수가 감소함에 따라 블랭크 튜브의 끝단은 중심부로의 이동이 비교적 자유로우며 최종 성형된 길이에서 차이를 보여줌을 알 수 있다. Table 3에 보여지는 것처럼 이는 좌방향 하중을 통한 재료의 보충 효과처럼 두께방향으로의 재료를 보충하고 공정의 성형성을 높여주는 것과 유사하다.

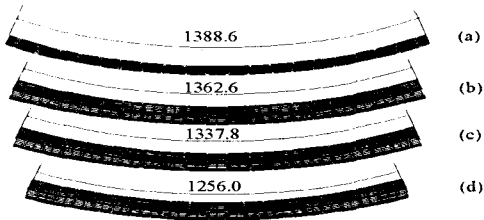


Fig. 9 The front view of the bumper rail under different conditions.

- (a) Stamped blank type a
- (b) Final product for case 3
- (c) Final product for case 2
- (d) Final production for case 1

마찰상수가 0인 case 1의 경우, I값의 분포가 성형부위를 살펴볼 때 일정하게 분포함을 Fig. 10에서 확인할 수 있고, 마찰상수가 0.04인 case 3의 경우는 Fig. 11에서 보여지는 것처럼 I값의 분포는 제품의 중앙부에서 최대값을 나타내며 단계적으로 끝단 부위로 옮겨감을 알 수 있다. 이는 성형공정동안 재료의 이동이 마찰력에 의한 영향을 받아 이동이 쉽지 않음으로써 각각의 변형부위만의 재료로 성형이 이루어지므로 최종적으로 최대 연성파괴 모델값인 I값의 증가를 유발함을 알 수 있다. 따라서 T자형 압출공정과 비교해 볼 때, bumper rail의 경우는 마찰 조건에 의하여 크게 영향을 받음을 알 수 있으며 철과 비교할 때 알루미늄 재료가 낮은 성형성을 가짐을 알 수 있다.

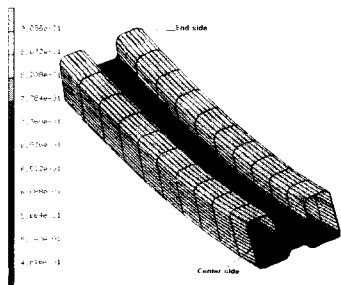


Fig. 10 The distribution of ductile fracture integral I for case 1.

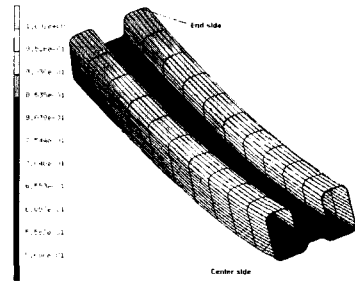


Fig. 11 The distribution of ductile fracture integral I for case 3.

이러한 재료의 보충이 이루어지기 힘든 경우는 초기 블랭크의 설계 및 최종 형상의 설계시 재료의 이동을 돕기위한 모서리의 R값을 어떻게 설정하느냐도 중요한 인자가 됨을 알 수 있고 마찰의 영향 또한 중요한 성형인자가 됨을 알 수 있다.

4. 결론

하이드로포밍 공정에서 파괴의 일종인 bursting failure는 buckling과 wrinkling과는 다르게, 돌이킬 수 없는 현상이므로 하이드로포밍 공정중의 성형 한계를 평가하기 위해 Oyanc의 연성 파괴 모델이 소개되었고, 유한요소해석시의 각각의 요소에서 계산되어지는 응력, 변형률에 의한 I값을 통해 전형적인 하이드로포밍 공정인 T자형 압출과 bumper rail에 대하여 파괴와 성형 한계가 예측되어졌다.

T자형 압출공정에서는, bursting failure의 발생지점은 벌징 팁부위에서 생겼으며, 실제 공정에서도 동일지점에서 파단이 발생하였다. 이 부위는 최소 두께가 위치하는 지역과 일치하였다. 마찰상수의 성형 한계에 대하여 영향도는 낮으나 튜브내에 작용하는 정수압의 경우는 성형성에 크게 영향을 미친다. 확관 부위가 지지대에 의하여 지지될 경우 공정은 더욱더 안정적이며, 성형성 또한 증가함을 알 수 있다.

Bumper rail의 경우, 하이드로포밍 공정에서 사용된 블랭크가 초기에 급힘과 스텝핑 공정을 거치게 되므로 직선형의 튜브 형상을 가지지 않는다. 이러한 경우, 연성 파괴 모델값인 I값은 공정변수 뿐만 아니라, 초기 성형된 블랭크의 형상에도 영향을 받으며 마찰상수가 낮을수록, 블랭크 끝단에서의 중심부로의 재료의 이동은 쉬워지며 I값 또

한 낮게 나타났다. T자형 압출 공정과 비교할 때, bumper rail의 경우는 마찰 조건에 의해 성형성이 많은 영향을 받음을 알 수 있다. 또한 알루미늄 합금이 철의 경우보다 성형성이 낮았으며, 이는 실제 공정과도 동일하다.

수행된 해석의 결과는 타당하게 보여지며 이러한 결과를 비추어 볼 때 수치해석기법을 이용한 공정 해석은 실제 공정 설계에의 이해를 돕고 있으며 다양한 분야로의 하이드포밍 공정의 적용과 개발 가능성을 보여준다.

후기

본 연구는 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터 (ERC/NSDM)를 통한 한국과학재단 우수연구센터의 지원에 의한 연구의 일부분입니다.

참고문헌

1. Dohmann, F., and Hartl, Ch., "Tube Hydroforming—Research and Practical Application," J. of Materials Processing Technology, Vol. 71, pp. 174-186, 1997.
2. Dohmann, F., and Hartl, Ch., "Liquid-Bulge-Forming as a Flexible Production Method," J. of Materials Processing Technology, Vol. 45, pp. 377-383, 1994.
3. Dohmann, F., and Hartl, Ch., "Hydroforming – a Method to Manufacture Light-Weight Part," J. of Materials Processing Technology, Vol. 60, pp. 669-676, 1996.
4. Kim, H. J., Jeon, B. H., Kim, H. Y., and Kim, J. J., "Finite Element Analysis of the Liquid Bulge Forming Process," Advanced Technology of Plasticity, Beijing, China, pp. 447-452, 1993.
5. Hill, R., "The Mathematical Theory of Plasticity," Oxford University Press, London, 1950.
6. Kobayashi, S., Oh, S. I., and Altan, T., "Metal Forming and the Finite Element Method," Oxford University Press, New York, 1989.
7. Chenot, J. L., "Finite Element Calculation of Unilateral Contact with Friction in Non-Steady-State Process," Press NUMETA Conference, Swansea, 1987.
8. Shiau, Y. C., "Three-Dimensional Finite Element Analysis of Open-Die Forging and Plate Rolling," Ph. D. Dissertation, University of California, Berkeley, 1989.
9. Yoon, J. H., Yang, D. Y., "A Three-Dimensional Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Bevel Gear Forging by Using a Remeshing Technique," Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 32, pp. 277-291, 1990.
10. Oyane, M., Sota, T., Okintoto, K., and Shima, S., "Criteria for Ductile Fracture and Their Applications," J. of Mechanical Working Technology, Vol. 4, pp. 65-81, 1980.
11. Mori, K. I., Takuda, H., "Prediction of Forming Limit in Deep drawing by Combination of Finite Element Simulation and Criterion for Ductile Fracture," Transactions of the North American Manufacturing Research Institution of SME, pp. 143-147, 1996.