

횡방향 압력을 받는 복합적층 원통실린더의 좌굴후 거동 및 손상해석

조종두*, 趙桂平**, 김헌주***

Postbuckling and Damage Analysis of Composite Laminated Hollow Cylinder under Lateral Pressure

Chongdu Cho*, Guiping Zhao**, and Heon Ju Kim***

ABSTRACT

The postbuckling behavior and progressive damage of composite laminated cylindrical shell under uniform external pressure were investigated by nonlinear finite element method programming. For the finite element analysis, nine-node 3-D degenerated elements were utilized, and arc-length method including line search was adopted for the iteration and load-increment along postbuckling equilibrium path. As results, buckling load, postbuckling behavior, and progressive failure for various composite laminated cylindrical shells were discussed.

Key Words : Postbuckling Behavior (좌굴후 거동), Composite Cylinder (복합실린더), Lateral Pressure (횡방향 압력), Finite Element Analysis (유한요소해석), Failure Process (파손과정)

1. 서론

셸 형태의 구조물은 항공기의 동체나 날개, 로켓, 압력용기, 해저탐사장비 등의 각종 구조물에 광범위하게 사용되며, 일반적으로 재료 자체의 압축 강도에 비해 상대적으로 매우 낮은 좌굴응력(buckling stress)을 갖는 특징이 있다. 따라서 이들 구조물에서는 재료 자체의 강도를 초과하는 과부하에 의한 파손보다는 좌굴과 그로 인한 파손이 대부분이다. 또한 기둥이나 평판의 경우, 구조물에 좌굴

이 발생하여도 좌굴 후에 지지하중의 감소가 없는 안정 좌굴(stable buckling)을 보이지만, 셸 형태의 구조물에서는 좌굴이 발생할 때 지지하중이 감소하는 불안정 좌굴(unstable buckling)을 보이게 되므로 이들 구조물에서는 좌굴이 특히 중요한 문제가 된다.

일반적으로 구조물의 좌굴전 해석은 선형해석만으로 충분하나, 좌굴 후 해석(postbuckling analysis)은 대변형을 고려한 비선형 해석을 수행하여야 한다. 좌굴해석에서 좌굴 전 변형을 고려한 비선형해석과 그렇지 않은 경우, 최고 40%까지 좌

* 성회원, 인하대학교 기계공학과

** 인하대학교 대학원

*** 국방과학연구소

좌굴하중의 차이가 나는 것으로 알려져 있다^[1,2].

셀 구조물의 좌굴에 관한 초기의 연구에서는 좌굴을 구조물의 최종파손과 동일시하는 경향이 있었다. 따라서 좌굴에 관한 연구의 주된 관심은 좌굴하중에 대한 경계조건과 곡률반경의 영향을 정확히 평가하는 것이었다. 그러나 컴퓨터의 발달로 극점(limit point)을 포함한 좌굴 후 평형경로(equilibrium path) 해석을 위한 수치기법들에 관한 연구가 진척되면서 단순히 좌굴하중을 구하는 단계에서 벗어나 좌굴 후 거동을 해석할 수 있게 되었다.

현재 좌굴해석을 위하여 가장 널리 사용되는 방법은 호길이(arc-length) 방법과 incremental iterative 알고리즘이다. Chang과 Sawamiphakdi^[3]는 셀의 대변형 및 좌굴후 해석을 위하여 9절점 유한요소를 이용한 비선형 해석방법을 발표하였다. 해석방법은 updated Lagrangian과 유한 변형 구성방정식을 이용하였다. 평형경로가 극점에 도달하면 일정 변위 길이 방법과 함께 수정된 Newton-Raphson 절차를 사용하였다.

Crisfield^[4]는 새로운 호길이법을 셀의 기하학적 비선형 문제와 콘크리트 보강 빔과 평판의 재료 비선형 문제에 적용하였다. 원통형 셀의 좌굴 전과 후의 평형경로가 새로운 호길이법을 적용하여 잘 추적되었다. 기존의 호길이법^[5,6]에 비하여 많은 개선된 내용이 포함되었다.

실험이나 실제의 구조물에서 관찰된 결과로부터 좌굴이 항상 구조물의 최종파손으로 연결되는 것이 아니므로, 부분적인 좌굴을 허용하거나 좌굴에 대한 안전계수를 낮추는 설계개념의 도입의 필요성이 주장되고 있다. 그러나 이를 위해서는 우선 원통 셀의 좌굴 후 거동에 대한 폭 넓은 이해가 선행되어야 하며, 특히 좌굴 후의 하중지지도, 파손상태, 변형 등에 관한 연구가 필요하다.

복합판넬에서 이전의 좌굴에 대한 연구는 주로 최초의 좌굴하중과 좌굴 모드의 형상의 예측에 집중되었다. Khot와 Bauld^[7]은 복합판넬의 수치해석 결과와 실험의 결과를 비교하였다. Jun과 Hong^[8]은 축방향 압축하의 원통형 적층 판넬의 좌굴거동을 해석하였다. Geier와 Rohwer^[9]는 적층복합재로 만들어진 평판과 셀의 수치해석에서 얻어진 결과를 좌굴현상과 관련하여 정리하였다; 이 논문에서는 복합 셀이 특히 snap-through 좌굴 특성을 보이고 불완전 모양에 대하여 민감하다고 강조하였다.

Almroth^[10]은 유한차분법을 사용하여 축하중과

횡하중을 받는 등방성 원통에서, 하중을 받는 경계에서의 구속조건과 곡률 반경 대 두께의 비, 길이 대 곡률 반경의 비 등을 변화시키면서 이에 따른 좌굴하중의 변화를 살펴보았다. 그는 길이 대 곡률 반경의 비가 매우 작은 경우를 제외하고는 좌굴하중이 곡률 반경 대 두께의 비나 길이 대 곡률 반경의 비에 무관하게 거의 일정함을 보였다.

Becker 등^[11,12]은 $[\pm 45]_{2S}$, $[90/\pm 45/0]_S$, $[90/0]_{2S}$ 의 세 가지 적층을 가진 복합적층 원통판넬에 대해 경계조건과 판넬의 크기를 변화 시키면서, STAGSC 유한차분 코드를 이용하여 선형 및 비선형 해석과 실험을 수행하였다. 해석결과에 의하면 비선형 해석에 의한 좌굴하중은 선형 좌굴하중의 70-90% 정도로 나타났다. Loganathan과 Chang^[13]은 횡방향 하중을 받는 등방성 원통에서, 변형에 따른 추가힘(follower-forces)의 효과를 고려한 좌굴해석을 수행하였다. 추가힘의 효과를 고려할 때 증분항에 압력강성 행렬(pressure stiffness matrix)이 유도되는데 이것을 고려하지 않을 때와 30%가량의 차이가 발생함을 보였다.

횡방향 압력을 받고 있는 원통 셀모양의 동체는 압력용기, 해저 케이블, 심해장비 등 구조물의 설계에서 찾아볼 수 있다. 복합재료로 구성된 원통모양의 셀에 대하여 축방향의 압축력에 대한 좌굴 후 해석과 파손에 대한 연구는 많이 찾아 볼 수 있지만, 횡방향 압축압력을 받는 복합적층 원통셀^[14,15,16]에 대하여는 비교적 적은 수의 논문을 찾아볼 수 있다. Karmateas^[14,15]는 일련의 연구에서 외압을 받는 직교이방성 재료로 만들어진 두꺼운 실린더(2차원 문제)에서 좌굴하중은 실린더의 두께에 매우 큰 영향을 받는다고 보고하였다. 그는 2차원 모델의 연구결과를 1차원 모델의 고전해와 비교한 결과 지름과 두께의 비(D/t)가 20보다 작은 경우에 1차원 해석은 좌굴하중을 과대평가한다고 결론지었다. Fu와 Wass^[16]은 외압을 받는 복합실린더의 2차원 문제에 대한 엄밀해를 유도하여 기존의 여러 가정에 의한 간략해의 정확성을 검토하였다. 그러나 위의 논문들은 일반적인 비등방성 재료에 대한 3차원 해가 아니며, 좌굴하중의 예측에 관심을 두었고 파손에 대한 연구는 포함되지 않았다. 권진희와 홍창선^[17]은 축방향 압축력을 받는 적층 원통 판넬의 좌굴 후 해석을 하였다. 그리고 Kweon과 Hong^[18]에서 축방향 압축력을 받는 복합 원통셀 판넬의 좌굴 후 해석을 위하여 개선된 호길이 방법을 제안하였다; 그

리고 해석에서 updated Lagrangian 방법과 8절점 감차 셀 요소를 사용하였다. 또한 Kweon, Hong, Lee 등^[19]은 축방향 압축하중을 받는 적층셀의 좌굴후 압축강도와 파손현상을 분석하였다.

본 연구에서는 파손의 효과를 고려하면서, 균일한 외압을 받는 임의의 적층순서를 갖는 복합적층 원통 셀 판넬의 좌굴후 거동을 비선형 유한요소법 프로그램을 개발하여 해석하였다. 프로그램에서는 snap-back 혹은 snap-through 등 여러 경우의 좌굴후 거동을 효율적으로 수립할 수 있도록 호길이법^[20]과 line search^[21]를 사용하였으며, 파손진행중 유한 요소의 강성행렬 변화시 안정적인 수립을 위하여 Kweon과 Hong^[18]이 제안한 호길이 변화방법을 채택하였다. 또한 파손상태를 예측하기 위하여 가장 보편적인 Tsai-Wu 파손기준을 파손형태의 판단을 위하여 최대응력기준과 함께 알고리즘에 포함하였다.

2. 이론적 배경

2.1 비선형 유한요소 해석

대변형 문제는 변형이 크기 때문에 응력-변형률 관계식에서 변형의 이차 미분 항까지 고려한다. 따라서 지배방정식은 비선형이 되고 여러 번의 반복 계산을 통해 해를 구하게 된다. 이러한 문제의 해석에는 연속적으로 발생하는 대변형을 여러 개의 작은 하중단계(load step)로 나누어 각 하중단계마다 반복계산을 수행하여 평형경로(equilibrium)를 추적해나가는 증분이론(incremental theory)을 사용하게 된다. 이를 위하여 여러 가지 방법이 사용되고 있다.^[22] 여기에서는 비선형 평형경로에서의 하중증분(load-increment) 및 반복계산을 위한 수치기법으로는 호길이법^[20]을 line search^[21]와 함께 사용하였다.

본 연구에서 사용한 수식화 기법은 직전단계의 응상을 현재의 계산을 위한 기준형상으로 삼는 updated Lagrangian 수식화이다. 탄성범위 내에서의 해석을 위해서는 updated Lagrangian 수식화와 total Lagrangian 수식화 중 어떤 것을 사용하여도 무관하지만 updated Lagrangian 수식화는 소성문제에까지 확장해서 사용할 수 있는 보다 일반적인 기법이다.^[23] 증분이론을 사용하여 계산을 수행할 때에는 사용한 수식화 기법에 알맞은 응력과 변형률 텐서를 사용하는 것이 중요하다. Updated Lagrangian 수

식화에서는 기준형상을 현재의 형상이 아닌 직전형상을 기준으로 하는 것이어야 하는데 이러한 특성을 가지고 있는 응력과 변형률 텐서는 2nd Piola-Kirchhoff 응력 텐서와 Green 변형률 텐서이다. 원칙적으로 2nd Piola-Kirchhoff 응력 텐서와 Green 변형률 텐서는 변형 전 형상을 기준형상으로 하지만, updated Lagrangian 수식화에서 직전형상을 기준형상으로 하기 때문에 여기서는 직전형상을 기준형상으로 한다.

2.2 해석에 사용된 유한요소

본 연구에서는 복합 적층 원통 셀의 유한요소 모델링을 위하여 8절점 감차 셀 요소^[18,24,25]와 3차원 감차 셀요소^[26]를 사용하였다.

8절점 응축 셀 요소는 8개의 절점을 가지며 절점 당 5개의 자유도를 가진다. 5개의 절점자유도는 전체 Cartesian 직교좌표계에서 x, y, z축 방향의 변위 u, v, w와 요소의 국부좌표계에서 ξ, η 축에 대한 두 개의 회전자유도 β_x, β_n 로 구성된다.^[25]

한편, 파손과정을 계산과정에서 고려하기 위하여 요소의 손상이 발생하였는지를 판단하여야 한다. 본 연구에서는 3차원 해석을 시행하여 Tsai-Wu의 파손기준을 적용한 후, 최대 응력기준을 고려하여 그 결과를 요소강성에 적용하였다. 여기에서 원통을 이루는 제질의 임의위치에서 3차원 응력성분을 결정하기 위하여 9절점 3차원 감차 셀요소^[26]를 사용하였다. 이 요소는 3차원 고체요소에 다음과 같이 두가지 구속조건을 부여하여 얻어진다: 1) 변형 전 중간면에 수직인 직선은 변형 후에도 직선을 유지하여야 한다; 그리고 2) 두께방향의 변형률과 응력 성분은 무시된다.

2.3 파손과정의 해석

적층 복합셀에서 처음 파손이 일어나더라도 구조물이 최종적으로 파단되지는 않는다. 최초의 파손이 발생한 이후에도 하중의 증가에 따라서 파손의 영역이 점차 확대되어 최종상태에 이르게 된다. 이러한 과정을 해석하기 위하여 비선형 좌굴해석 프로그램에는 적합한 손상이론이 채택되어야 한다.

이 연구에서는 Tsai-Wu의 파손 기준과 최대 응력 기준을 고려하였다. Tsai-Wu의 기준으로부터 파손의 발생이 예측될 수 있지만, 파손의 형태에 대한 정보는 판단되지 않는다. 이 기준을 이용하여 파손 형태를 결정하기 위하여 여섯 가지의 기준이

적용^[26]될 수 있으나 각 형태와 적층판의 재료상수 간의 관계가 명확하게 설명되지 않는다. Kweon과 Hong^[18]은 최대 응력 기준을 적용하여 모재파손, 전단파손, 섬유파손으로 파손 형태를 구분하여 적용하였다. 본 논문에서는 복합재료의 파손 기준으로 가장 널리 쓰이는 Tsai-Wu의 기준을 이용하여 파손 여부를 판단한 후 파손 형태를 예측하기 위하여 단순히 모재파손 여부를 최대 응력 기준으로 판단하여 이에 따른 적층판의 강도 변화를 구조의 강성에 반영시키는 방법으로 파손 과정을 해석하였다. 각 요소의 가우스 적분점에서 3차원 응력성분을 계산하여 Tsai-Wu 파손기준식에 대입한 후 다음과 같이 해당 요소의 강성행렬에 결과를 적용한다:

1) Tsai-Wu에 의하여 파손이 예측되고, 이때 물질축(matrrial axis)의 섬유방향으로 예측된 응력성분이 인장(혹은 압축)강도를 초과하지 않으면 파손의 형태는 모재파손(matrix failure)으로 판단하고 적층판의 탄성계수($C_{11}=E_1/(1-\nu_{12}\nu_{21})$)이외의 탄성계수는 모두 0으로 만든다.

2) Tsai-Wu에 의하여 파손이 예측되고, 예측된 섬유방향 응력성분이 적층판의 인장(혹은 압축)강도를 초과하면 섬유파단 상태로 판단하고 모든 탄성계수를 0으로 만든다.

요소강성의 변화에 따른 지지하중의 감소(unloading)가 일어나는 경우 일반 호길이 방법은 수렴하지 않으므로 본 연구에서는 Kweon과 Hong^[18]에 의하여 제안된 수정 호길이 방법으로 채택하였다.

3. 수치 예제 및 토론

3.1 문헌과 본 연구결과의 비교

프로그램의 유효성 검토를 위한 수치 예로서 Fig. 1에는 양끝이 벽에 고정된 등방성 재료의 원통형 패널의 외압(q)에 따른 탄성변형을 해석한 결과이다. 예는 Crisfield^[4]의 논문에서 발표된 것과 동일한 것으로 본 프로그램의 결과와 비교하였다. 해석시 대칭성에 의하여 구조물의 1/4이 모델링 되었으며, 모델은 9절점 3차원 감차 셀요소 9개(3X3)를 이용하여 구성되었다.

Fig. 1에서와 같이 본 연구에서 개발된 프로그램을 이용한 결과는 Crisfield^[4]의 결과와 잘 일치하였다.

Noor와 Peters^[27]는 비등방성 패널의 비선형 해

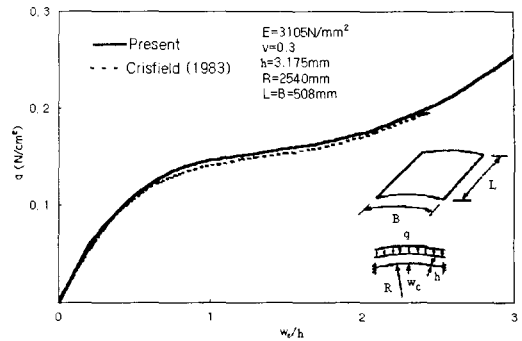


Fig. 1 Central deflections of the cylindrical shell under uniform pressure.

석에 대한 논문에서 15개 적층으로 이루어진 힌지로 고정된 원통형 패널이 균일한 분포의 외압에 놓여 있을 때 거동을 예측하였다. 이 패널은 Graphite/Epoxy로 [50_s/35_s/-50_s]의 순서로 적층되었다. 위의 논문에서 Graphite/Epoxy는 직교 이방성 재료로 다음과 같은 물성치를 가지고 있다: $E_1=134.4\text{GPa}$, $E_2=11.41\text{GPa}$, $G_{12}=5.998\text{GPa}$, $G_{13}=G_{23}=4.137\text{GPa}$, $\nu_{12}=\nu_{23}=\nu_{31}=0.30$. 위의 예제의 결과는 본 연구의 프로그램을 이용한 결과와 Fig. 2에 비교하였다.

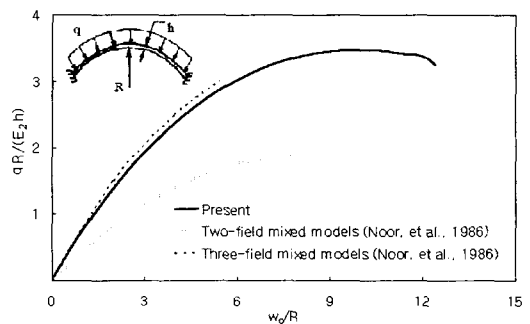


Fig. 2 Comparison of load-deflection curves of a shell by different methods.

본 연구의 Tsai-Wu와 최대 응력 기준을 이용한 파손과정해석의 타당성을 증명하기 위하여, 압축 축하중을 받는 복합적층 패널의 좌굴 및 파손에 대한 실험결과^[19]와 Fig. 3에 비교하였다. 그림에서 Present I은 파손에 의한 강성의 변화를 고려하지 않은 결과이며, Present II는 앞에서 설명한 방법으로 강성의 변화를 고려한 경우이다. 결과는 실험의 결과와 매우 잘 일치하고 있음을

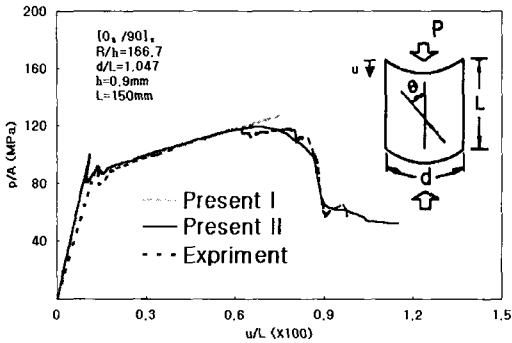


Fig. 3 Comparisons of calculation and experimental load-shortening curves

알 수 있다. 따라서 본 연구의 파손에 따른 수치 해석의 방법은 유효성을 가지는 것으로 판단될 수 있다.

3.2 평면변형을 실린더의 좌굴 거동

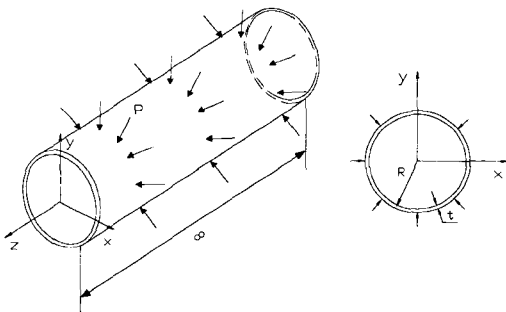


Fig. 4 Geometry of an infinite cylinder.

Fig. 4에 보여진 바와 같이 복합적층 실린더를 $[90_{16}]_T$, $[90_4/0_4]_S$, $[0_4/90_4]_S$, $[90_2/0_2]_{2S}$, $[90/0/90/0]_{2S}$ 등과 같이 적층하여 구성한 경우를 고려하였다. 여기에서 섬유방향이 0° (축방향; 1방향) 또는 90° (원주방향; 2방향)이므로 이 수치예에서 xy 평면에 평행한 단면은 변형에 관계없이 항상 평면이 되므로 2차원 문제로 해석할 수 있다.

여기서 원통실린더의 반경은 400mm이고, 한 단층의 두께는 0.125mm를 고려하였다. 그리고 적층재료로는 AS/3501 Graphite/Epoxy 복합재료

를 고려하였다. 물성치는 Table 1과 같다.

Table 1 Material properties of AS/3501 Graphite/Epoxy lamina

E_1	E_2	G_{21}	ν_{21}
9.0GPa	138GPa	6.9GPa	0.3

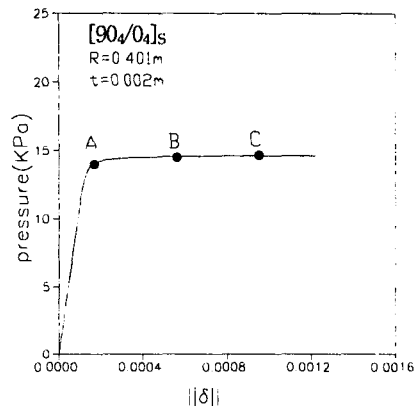


Fig. 5 Nonlinear analysis of $[90_4/0_4]_S$ cylinder; (a) load-deflection curve.

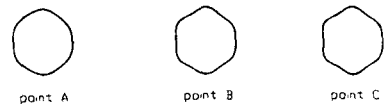


Fig. 5 Nonlinear analysis of $[90_4/0_4]_S$ cylinder; (b) postbuckled shapes shown with enlarged displacements by 30 times.

Fig. 5(a)와 (b)는 각 적층실린더의 하중-변위 선도에 대한 유효요소해석 결과이다. Fig. 5(a)에서 A점은 좌굴이 시작되는 임계 좌굴 하중임을 보여주고 작은 압력의 증가에 의해 다음 평형상태까지 변형이 급격히 커짐을 보여준다.

Fig. 5(b)는 Fig. 5(a)의 A, B, C점에 해당하는 변형형상을 보여준다. 변형이 커지면서 경계조건

으로 고정시킨 점을 제외하면 거의 변형형상이 대칭을 유지하고 있다. Table 2는 각 적층판에 대한 좌굴압력과 원주방향 굽힘 강성행렬 D_{22} 을 보여주고 있다.

Table 2 Buckling pressure for various laminated cylinders

Stacking sequence	Buckling pressure (kPa)	D_{22} (N · m)
$[0_{16}]_T$	13.3	46.27
$[0_4/90_4]_S$	14	40.6
$[90_4/0_4]_S$	6.2	6.58
$[0_2/90_2]_{2S}$	11.5	32.09
$[0/90/0/90]_{2S}$	10.2	27.84

각 적층판에 대한 좌굴압력의 크기는 굽힘강성 D_{22} 에 의해 설명될 수 있는데 Table 2에서 볼 수 있듯이 D_{22} 가 큰 실린더가 좌굴에 대한 저항성이 좋음을 보여준다.

3.3 실린더 판넬의 좌굴 거동

표면에 균일한 외압을 받는 복합 원통형 쉘의 좌굴 및 파손거동을 해석하기 위하여 일방향 적층 쉘, angle-ply, cross-ply, 준등방성 적층 쉘 등을 고려하였다. 판넬의 주 곡률반경은 150mm, 쉘의 두께는

Table 3 Lamina properties and strengths for a Graphite/epoxy

Logitudinal modulus	E_1	127.8 GPa
Transverse modulus	E_2	9.4 GPa
Shear modulus	$G_{12}=G_{13}$	4.2 GPa
Shear modulus	G_{23}	3.1 GPa
Poisson's ratio	$\nu_{12}=\nu_{13}$	0.28
Poisson's ratio	ν_{23}	0.52
Longitudinal tension	X_t	1726 MPa
Transverse tension	Y_t	61 MPa
Longitudinal compression	X_c	1051 MPa
Transverse compression	Y_c	141 MPa
Ply shear of in-plane	S_{xy}	61 MPa
Ply shear of out-plane	$S_{yz}=S_{xz}$	48.3 MPa

적층에 사용된 프리프레그는 P3051 Graphite/Epoxy로 재료상수와 강도를 Table 3에 수록하였다.

본 연구에서는 유한요소해석을 위하여 9절점 3차원 감차 쉘요소로 (8 X 8) 요소망으로 전체 원통형 판넬을 구성하였다. 네 개의 모서리는 모두 벽에 고정시킨 상태로 해석을 수행하였다. 요소망의 최적 요소 수는 Fig. 6에 보인 바와 같이 수치실험을 통하여 결정하였다.

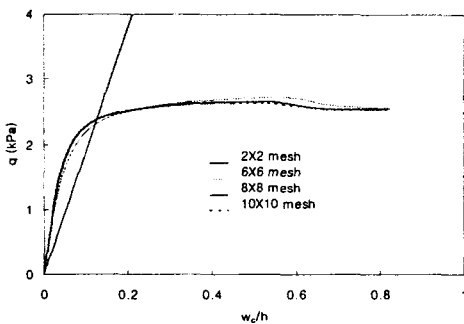


Fig. 6 Convergence test of various models for modeling a composite cylindrical panel under uniform pressure.

0.15mm, 쉘의 길이는 150mm인 경우를 고려하였다.

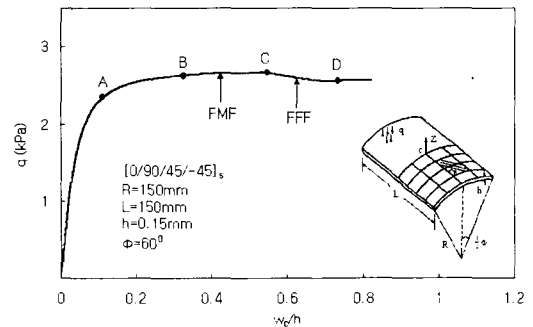


Fig. 7 Load-deflection curve of a $[0/90/45/-45]_S$ shell.

Fig. 7은 적층순서가 $[0/90/45/-45]_S$ 인 적층 쉘에서 중앙점의 수직변위 w_c 의 거동을 해석한 결과이다. 그림에서 가로축의 변위는 쉘의 두께 h 로 나누어

무차원화하였다. 무차원화된 변위가 표면에서 균일하게 가해지는 압력 q 의 함수로 표현되었다. 그림에서 FMF는 처음으로 모재파손이 예측되는 지점이며, FFF는 처음으로 섬유파단이 예측되는 지점을 나타낸다. Fig. 8는 Fig. 7의 A,B,C,D 위치에서 패널의 좌굴형상을 보여주고 있다.

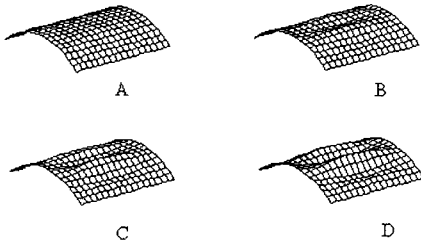


Fig. 8 Three-dimensional plots of postbuckling deformed shapes of a [0/90/45/-45] shell at points A, B, C and D marked in Fig. 7.

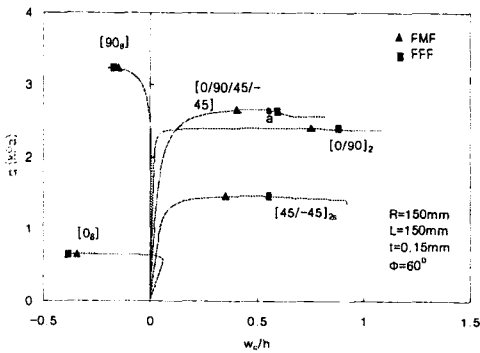


Fig. 9 Load-deflection curves of the shell with different stacking sequences. Failure initiation is predicted on each curve.

Fig. 9에서는 여러 가지 적층순서에 따른 좌굴 및 파손과정에 대한 해석 결과를 모아 놓은 것이다. Fig. 9에서 좌굴하중 및 좌굴후 거동은 동일한 형상과 조건하에서도 적층셀의 적층순서에 크게 영향을 받는 것을 알 수 있다. 각 평형경로에서 삼각형(▲)은 FMF를 사각형(□)은 FFF를 나타낸다. 일방향으로 적층된 복합셀의 경우 FFF가 FMF

의 발생 직후 일어났다. 이는 일방향 적층셀에서 최초 파손의 발생 후 최종파손이 빠르게 진행됨을 의미한다. Fig. 10은 Fig. 9의 곡선중 적층셀 [0/90/45/-45]_s의 평형경로 상 점a (FMF와 FFF 사이)의 위치에서 8번째 ply에서 예측된 Tsai-Wu failure index이다. 음영으로 처리된 영역이 손상된 영역이다.

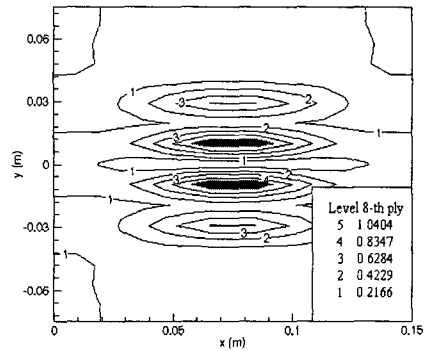


Fig. 10 Damage (shaded) area of the 8th ply predicted at the point a in Fig. 10. Iso-failure index contours were drawn by Tsai-Wu failure criterion.

Table 4에는 적층방법에 따라 좌굴하중, 적층셀의 축방향의 굽힘강도와 원주방향의 굽힘강도를 정리하였다. 표에서 최대 좌굴하중과 최소 좌굴하중은 각각 [90₈]과 [0₈]의 적층 시에 예측되었다. 적층순서의 변화에 따라 좌굴하중의 크기는 약 5배 정도 차이가 예측되었다. Table 4의 계산결과에서 좌굴하중은 원주방향의 일방향 적층셀인 [90₈]에서 최대이었고 이어서 준등방성 적층셀 [0/90/±45]_s, 직교 적층셀 [0/90]_{2s}, 각적층셀 [45/-45]_{2s} 그리고 축방향의 일방향 적층셀 [0₈]의 순서로 예측되었다. 표에서 $D_{11}^* = 12D_{11}/h$ 로 정의되었다. 이 순서는 각 적층셀에서 복합재료의 등가 원주방향 굽힘강도 D_{22}^* 의 순서와 일치함을 알 수 있다. 즉 원통형 적층셀의 좌굴후 하중지지 능력은 등가 원주방향 굽힘강도 D_{22}^* 에 크게 의존함을 의미한다.

해석의 결과 좌굴후 형상은 Fig. 8와 유사한 모양으로 얻어졌다: 종합하여 설명하면 원주방향의

Table 4 Maximum loads and normalized bending stiffness of composite shells with various stacking sequences.

Stacking sequence	Maximum load (Pa)	Normalized bending stiffness (Pa)	
		D_{11}^*	D_{22}^*
[0 ₈]	653.58	2893.6	213.6
[90 ₈]	3215.6	213.6	2893.6
[0/90] _{2S}	2397.4	2056.0	1050.9
[45/-45] _{2S}	1472.5	900.8	900.8
[0/90/±45] _S	2652.3	1848.7	1094.8

로 좌굴 후 관찰되는 산과 골의 개수는 등가 원주 방향 굽힘강도 D_{22}^* 의 크기와 반비례하였다. 가장 등가 원주방향 굽힘강도 D_{22}^* 이 작은 [0₈]의 경우에 원주 방향으로 4개의 산과 3개의 골로 총 7개의 반파장(half wave)이 계산되었다. 반면에 [90₈]의 경우에는 총 3개의 반파장이 예측되었다.

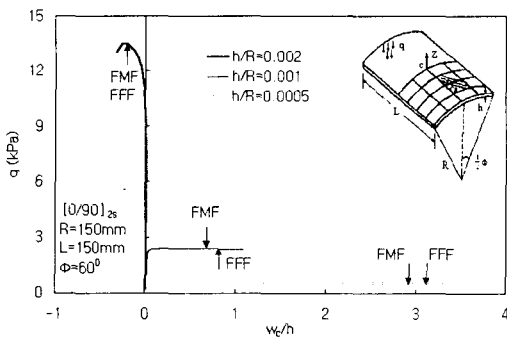


Fig. 11 Load-deflection curves of the shell with different ratios h/R .

Fig. 11에는 원통셸 [0/90]_{2S}의 반지름을 고정하고 셸의 두께(h)의 변화에 따른 좌굴하중 및 파손과정의 해석을 수행한 결과가 보여져 있다. 두께의 변화는 적층 순서의 변화 보다 훨씬 큰 영향을 미치고 있다. 그림에서 $h/R=0.002$ 는 $h/R=0.001$ 에 비하여 약 5.5배의 좌굴하중 증가를 보이고 있다.

4. 결론

본 연구에서는 원통형 복합적층셸의 좌굴해석

및 파손과정의 해석을 위하여 비선형 유한요소 해석프로그램을 작성하였다. 비선형 해석에서 spherical arc-length와 line search 방법을 채택하였으며, 파손발생시 Kweon 과 Hong^[18]의 개선된 arc-length방법을 사용하였다. 횡방향 압력을 받는 여러 가지 원통셸의 적층 경우에 대하여 좌굴 후 비선형 거동 및 파손거동을 해석한 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

(1) 파손과정을 예측하기 위하여 Tsai-Wu 파손기준과 최대 응력 손상기준을 순차적으로 적용하여 손상이 예측된 요소의 강성계수에 적용한 결과 실험치와 잘 일치하였다. 여기에서 Tsai-Wu 기준은 손상의 판단에 적용하였고, 최대 응력 손상기준은 모재손상과 섬유손상의 파손형태를 구분하기 위하여 사용되었다.

(2) 여러 가지 적층셸의 파손경로를 해석한 결과 단일방향으로 적층된 셸은 여러 방향으로 적층된 셸에 비하여 최초 파손이 발생한 후 파손의 진행이 빠르게 일어났다.

(3) 좌굴하중의 크기는 원주방향 굽힘강성의 크기가 클수록 증가하였다. 따라서 적층각의 순서는 동일한 형상의 좌굴거동에서 매우 큰 차이를 보였다. 본문에서 원주방향으로 단순적층된 [90₈]은 축방향으로 적층된 [0₈] 보다 5배의 좌굴하중을 지지하였다.

(4) 동일한 곡률반경 하에서 적층셸 두께의 변화는 좌굴하중 및 좌굴거동 형태에 매우 큰 영향을 준다. [0/90]_{2S}적층셸에서 $h/R=0.002$ 인 경우는 0.001인 경우에 비하여 좌굴하중 지지능력이 5.5배이상 증가하였다.

(4) 적층 원통셸 패널에서 좌굴후 형상은 원주 방향 굽힘강성의 크기가 작아질수록 반파장(원주방향 주름)이 많이 발생하였다.

후기

본 연구는 97년도 교육부 기계공학 학술연구조성비 지원(ME97-C-28)에 의한 것으로 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. M.Booton and R.C.Tennyson, "Buckling of

- Imperfect Anisotropic Circular Cylinders under Combined Loading," *AIAA J.*, Vol. 17, pp. 278-287, 1979.
2. D.Bushnell, "Buckling of Shells—Pitfall for Designers," *AIAA J.*, Vol. 19, pp. 1183-1226, 1981.
 3. T.Y.Chang and K.Sawamiphakdi, "Large Deflection and Postbuckling Analysis of Shell Structures," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 32, pp. 311-326, 1982.
 4. M.A.Crisfield, "An Arc-Length Method Including Line Searches and Accelerations," *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, pp. 1269-1289, 1983.
 5. E.Riks, "An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems," *Int. J. Solid & Structures*, Vol. 15, pp. 529-551, 1979.
 6. G.A. Wempner, "Discrete Approximations Related to Nonlinear Theories of Solids," *Int. J. Solid & Structures*, Vol. 7, pp. 1581-1599, 1971.
 7. N.S.Knot and N.R.Bauld Jr., "Further Comparison of the Numerical and Experimental Buckling Behaviors of Composite Panels," *Computers and Structures*, Vol. 17, No. 1, pp. 61-68, 1983.
 8. S.M.Jun and C.S.Hong, "Buckling Behavior of Laminated Composite Cylindrical Panels under Axial Compression," *Computers and Structures*, Vol. 29, No. 3, pp. 479-490, 1988.
 9. B.Geier and K.Rohwer, "On the Analysis of the Buckling Behaviour of Laminated Composite Plates and Shells," *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, Vol. 27, pp. 403-427, 1989.
 10. B.O.Almroth, "Influence of Edge Conditions on the Stability on the Stability of Axially Compressed Cylindrical Shells," *AIAA J.*, Vol. 6, pp. 187-189, 1968.
 11. M.L.Becker, A.N.Palazotto, and N.S.Khot, "Instability of Composite Panels," *Journal of Aircraft*, Vol. 18, pp. 739-743, 1979.
 12. M.L.Becker, A.N.Palazotto and N.S.Khot, "Experimental Investigation of the Instability of Composite Cylindrical Panels," *Experimental Mechanics*, Vol. 22, pp. 372-376, 1982.
 3. K.Loganathan and S.C.Chang, "Finite Element Representation and Pressure Stiffness in Shell Stability Analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 14, pp. 1413-1429, 1979.
 14. G.A.Kardomateas, "Stability Loss in Thick Orthotropic Cylindrical Shell under External Pressure," *AIAA-92-2231-CP*, pp. 79-85, 1992.
 15. G.A.Kardomateas, "Buckling of thick orthotropic cylindrical shells under external pressure," *Trans. ASME*, Vol. 60, pp. 195-202, 1993.
 16. Lei Fu and A.M.Wass, "Initial postbuckling behavior of thick rings under uniform external hydrostatic pressure," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 62, pp. 338-345, 1995.
 17. 권진희, 홍창선, 축방향 압축하중을 받는 원통형 복합적층 관벌의 좌굴거동, 한국항공우주학회 논문집, 제 15 권, 제 3 호, pp. 51-64, 1987.
 18. J.H.Kweon and C.S.Hong, "An Improved Arc-Length Method for Postbuckling Analysis of Composite Cylindrical Panels," *Computers & Structures*, Vol. 53, No. 3, pp. 541-549, 1993.
 19. J.H.Kweon, C.S.Hong, and I.C.Lee, "Postbuckling Compressive Strength of Graphite/Epoxy Laminated Cylindrical Panels Loaded in Compression," *AIAA J.*, Vol. 33, No. 2, pp. 217-222, 1995.
 20. M.A.Crisfield, "A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles Snapthrough," *Computers & Structures*, Vol. 13, pp. 55-62, 1981.
 21. M.A.Crisfield, "Accelerated Solution Techniques and Concrete Cracking," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 33, pp. 585-607, 1982.
 22. M.J.Clark and G.J.Hancock, "A Study of Incremental-Iterative Strategies for Non-Linear Analyses," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 29, pp. 1365-1391, 1990.
 23. K.-J.Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey, pp. 485-528, 1996.
 24. 조종두, 김현주, 횡방향 압력을 받는 복합적층 원통 실린더의 좌굴후 거동해석, 한국정밀공학회 95년도 추계학술대회논문집, pp. 843-846, 1995.
 25. 전종필, 조종두, "균일한 외압을 받는 복합적층

- 원통 셸의 좌굴후 거동 해석," 대한기계학회 97
년도 추계학술대회 논문집(I), pp. 396-401, 1997.
26. S.P.Engelstad, J.N.Reddy, and N.F.Knight Jr.,
"Postbuckling Response and Failure Prediction of
Graphite-Epoxy Plates Loaded in Compression,
AIAA Journal, Vol. 30, No. 8, pp. 2106-2113,
1992.
27. A.K.Noor and J.M.Peters, "Nonlinear Analysis of
Anisotropic Panels," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 9,
pp. 1545-1553, 1986.