

2K-H형 유성기어장치의 효율해석에 관한 연구

김연수*, 최성욱**, 최상훈***

A Study on the Efficiency Analysis of 2K-H Type Planetary Gear Train

Yeon-Su Kim*, Sung-Uk Choi**, and Sang-Hoon Choi***

ABSTRACT

The analysis of interference and efficiency are important phases in the design of planetary gear train. Because most planetary gear trains contain internal gear called ring gear, interferences between ring gear and planet gear should be analyzed in the step of design and manufacturing. Addendum modification coefficient, pressure angle, speed ratio between ring gear and sun gear are governing factors for interferences. In this paper, the interferences of 2K-H I type planetary gear train based on various planetary gear trains are studied. As that results, the ranges of addendum modification coefficients which would not lead to interferences is analyzed. Based on these ranges, theoretical efficiencies are investigated as 6 configurations of 2K-H I type planetary gear train, which is based on basic efficiency, and optimal addendum modification coefficients which generate the maximum efficiency of planetary gear train are presented. To prove results of theoretical efficiency analysis, experimentations are performed.

Key Words : gear(치자), planetary gear train(유성기어장치), efficiency analysis(효율해석), interference(간섭), basic efficiency(기본효율)

기호설명

z = number of teeth
 x = addendum modification coefficients
 d = diameter of pitch circle
 d_{kp} = diameter of tip circle of planet gear
 α_c = cutter pressure angle
 α_{kp} = pressure angle at the tip of planet gear
 α_{brp} = working pressure angle between ring

and planet gears

a_{rp} = center distance between ring and planet gears
 a_{sp} = center distance between sun and planet gears
 N_p = number of planet gears
 i_0 = gear ratio(z_r/z_s)
 η_0 = basic efficiency
 ω = angular velocity
Subscripts
r:ring gear, s:sun gear, p:planet gear, c:carrier

* 건국대학교 대학원
** 건국대학교 대학원
*** 건국대학교 기계설계학과

1. 서 론

유성기어장치는 소형·경량이면서 큰 감속 및 증속기능, 차동기능 등을 갖는 전동장치로서 자동차의 자동변속기 및 무단변속기, 철도차량의 차동장치, 산업기계의 변속기 등에 널리 사용되고 있다. 그러나 큰 변속범위에서는 동력전달 효율이 저하되고, 링기어(ring gear)와 같은 내접기어(internal gear)와 다수의 기어들로 구성되므로 원활한 작동을 위해 구성을 통해 간섭을 피해야 하는 여러 가지 설계 제한사항이 존재하여 설계 및 제작에 많은 어려움이 있는 장치이다.

유성기어장치의 효율해석에 관한 다양한 방법론⁽¹⁻⁶⁾이 제시되어 왔다. 특히 유성기어장치의 각종 간섭조건 설정에 대한 일부의 연구⁽⁷⁾가 발표된 바 있으나, 유성기어장치의 고유한 기하학적 조건을 적용시키지 않고, 일반적인 내접기어와 피니언 사이의 간섭한계를 적용시켰으므로 실제 유성기어열의 설계자료로 활용하기에는 곤란하다. 또한 국내에서도 유성기어열의 회전오차 및 진단⁽⁸⁾, 신뢰성 및 수명⁽⁹⁾ 등 다수의 연구가 발표된 바가 있으나 유성기어열의 간섭과 효율특성에 관한 연구는 미진한 실정이다.

본 논문에서는 다양한 유성기어장치 중 가장 기본이 되는 2K-H형 I형식의 기하학적 특성과 간섭조건, 조립조건을 이용하여 유성기어장치의 잇수비, 압력각, 전위계수의 변화에 따라 각종 간섭의 우무를 해석하고, 간섭이 발생하지 않는 전위계수 범위 내에서의 이론효율 해석과 효율측정 실험을 수행하였다. 이를 통해 유성기어장치의 잇수비와 압력각의 변화에 대해 간섭을 일으키지 않는 전위계수의 범위와 이 범위 내에서의 최고효율을 발휘하는 전위계수를 제시하였으며, 실험을 통해 이론효율해석의 타당성을 확인하였다.

2. 간섭 및 조립조건

2.1 2K-H형 I 형식 유성기어장치

Fig. 1은 2K-H형 I형식 유성기어장치의 구성도로서 링기어, 태양기어, 캐리어를 기본축으로 하여 이들을 동심축으로 구성한다. 이러한 3개의 기본축 중에서 1개를 고정하고 나머지 2개의 기본축을 입력축과 출력축으로 사용하는 경우와 3개의 기본축 중 어느 것도 고정시키지 않고 독립적인 상대운동

을 갖도록 사용하는 경우로 분류되며, 본 논문에서는 기본축 중 어느 한 요소도 고정시키지 않고 사용하는 경우에 대한 간섭 및 효율해석을 수행하였다.

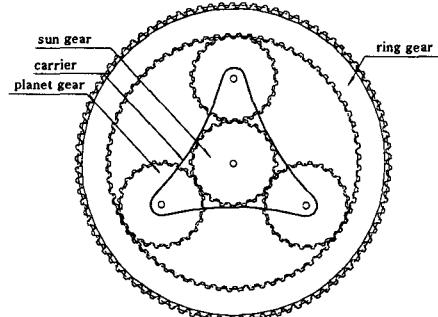


Fig. 1 2K-H I type single planetary gear train

2.2 간섭조건

1) 링기어의 이끌원과 기초원의 크기조건

링기어의 치형이 완전한 인벌류트 곡선이기 위해서는 이끌원 지름은 기초원 지름보다 반드시 커야 하며, 그 조건식은 다음과 같다.

$$z_r \geq \frac{2(1-x_r)}{1-\cos\alpha_c} \quad (1)$$

2) 이끌의 뾰족한계

링기어, 유성기어, 태양기어 이끌은 강도와 내구성, 원활한 작동 등을 위해 반드시 뾰족한계 내로 설계되어야 한다.

3) 유성기어 및 태양기어의 언더컷 조건

유성기어 및 태양기어의 언더컷이 발생하지 않는 전위계수는 다음 식을 만족해야 한다.

$$x \geq 1 - \frac{1}{2} z \sin^2 \alpha_c \quad (2)$$

4) 링기어와 유성기어의 물림압력각 조건

링기어와 유성기어의 물림압력각이 0보다 작을 경우 링기어의 치형과 유성기어의 치형은 상호 교차하게 되어 간섭이 발생하게 되므로 물림압력각은 반드시 0보다 커야 한다.

$$z_r \geq z_p + \frac{2 \tan \alpha_c (x_p - x_r)}{\operatorname{inv} \alpha_c} \quad (3)$$

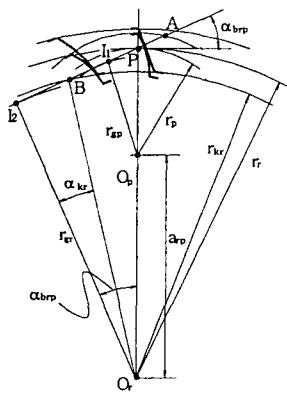


Fig. 2 Involute interference

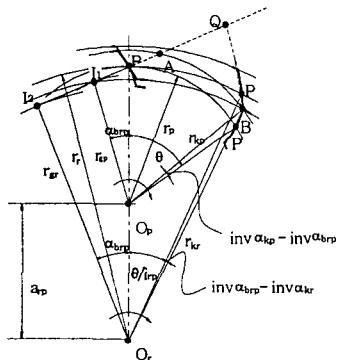


Fig. 3 Trochoid interference

5) 물림율 조건

전위계수에 따라 물림율이 1.0보다 작은 경우가 발생할 수 있으므로 태양기어와 유성기어, 링기어와 유성기어 사이의 물림율은 반드시 1.0보다 커야 한다.

6) 인벌류트 간섭조건

Fig. 2에서와 같이 링기어의 이끌과 유성기어의 이뿌리 부분 사이에서 발생하는 간섭을 인벌류트 간섭이라 하며, 다음의 조건식을 만족해야 한다.

$$\frac{z_p}{z_r} \geq 1 - \frac{\tan \alpha_{kr}}{\tan \alpha_{bp}} \quad (4)$$

7) 트로코이드 간섭조건

Fig. 3에서와 같이 물림이 종료된 유성기어의 이끌이 링기어의 이끌과 가까워져 간섭을 발생시키는데 이를 트로코이드 간섭이라고 한다.

8) 트리밍 간섭조건

유성기어를 링기어의 축방향으로 물림 위치에 조립하는 것은 가능해도 링기어의 반경방향으로는 물림 위치에 조립하는 것이 불가능한 경우가 발생하며, 이러한 현상을 트리밍 간섭이라 한다.

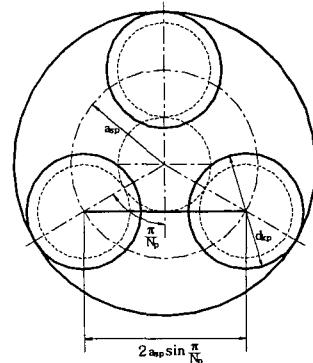


Fig. 4 Adjacent condition

2.3 조립조건

1) 동축조건

단일 유성기어장치에서는 링기어, 태양기어, 캐리어의 축은 동심축이어야 한다. 즉 링기어와 유성기어의 축간거리는 태양기어와 유성기어의 축간거리와 동일해야 한다.

$$a_{rp} = \frac{1}{2}(d_r - d_p) = \frac{1}{2}(d_s + d_p) \quad (5)$$

2) 인접조건

유성기어의 수가 많아지면 이웃한 유성기어들 사이에서 간섭이 발생한다. 따라서 Fig. 4에서와 같이 유성기어의 갯수와 유성기어의 이끌원지를 사이에는 다음과 같은 조건식을 만족해야 한다.

$$d_{kp} < 2a_{sp} \sin\left(\frac{\pi}{N_p}\right) \quad (6)$$

3) 조립조건

유성기어가 태양기어와 링기어 사이에서 등간격으로 배치되기 위해서는 다음과 같은 조건식을 만족해야 한다.

$$\frac{z_r + z_s}{N_p} = \text{integer} \quad (7)$$

3. 효율해석

3.1 이론효율

1) 기본효율

기본효율은 캐리어를 고정시킬 때의 효율을 의미하며, 유성기어장치의 기구효율이 아닌 령기어와 유성기어의 물림효율과 태양기어와 유성기어의 물림효율의 곱으로 정의된다. 유성기어장치 전체효율은 잇수비, 구성기어의 각속도 등을 종합하여 유도되는데 이러한 기본효율을 이용하면 계산과정이 매우 간단해진다. 또한 1쌍의 이가 물림 운동을 하는 동안 맞물리는 잇수는 물림율에 따라 달라지므로 물림율의 범위를 1~2범위와 2~3범위로 분리하여 기본효율을 고려하였다.

2) 유성기어장치 효율

이론효율 해석에 대한 다양한 방법론이 발표되어 왔으나, 본 연구에서는 최근에 兩角宗晴⁽⁷⁾에 의해 제안된 방법을 이용하여 유성기어장치의 이론효율해석을 수행하였다. 유성기어장치는 사용방법에 따라 6가지 구성이 가능하며, 각각의 구성에 대한 사용조건과 이론효율은 Table 1과 같다.

3) 이론효율의 계산

유성기어장치의 간접해석과 유성기어장치의 각각의 6가지 경우에 대한 효율해석은 압력각과 유성기어열의 잇수비의 영향을 해석하기 위해 Table 2와 같이 3가지에 대해 수행하였다. 또한 이론효율해석을 위해 다음과 같은 가정들을 설정하였다.

- ① 기어 치면 사이의 마찰계수는 물려 회전하는 동안 복잡하게 변화하며, 특히 윤활방법(윤활유의 종류, 온도, 유량)에 따라 달라지지만 본 연구에서는 평균마찰계수를 0.1로 가정하였다.
- ② 유성기어장치의 동력손실은 크게 치면의 마찰손실, 베어링손실, 윤활손실 등이 있으나 베어링손실과 윤활손실은 마찰손실에 비해 매우 작은 값을 가지며, 효율에 미치는 영향이 미미하므로 동력손실은 마찰손실에 의해서만 발생하는 것으로 가정하였다.
- ③ 본 연구에서 해석한 유성기어장치는 3개의 유성기어가 전달동력을 균등하게 분할하여 전달하는 것으로 가정하였다.
- ④ 기어 치면에 작용하는 법선하중은 맞물려 회전하는 동안 실제 매우 복잡하게 변화하지만, 해

석의 단순화를 위해 평균법선하중을 적용하여 회전하는 동안 변화하지 않는다고 가정하였다.

- ⑤ 유성기어장치의 구성기어인 태양기어, 령기어, 유성기어의 이끌높이는 모듈과 같은 값을 갖는 것으로 가정하였다.
- ⑥ 백래쉬의 영향이 아주 미미하므로 백래쉬는 없는 것으로 가정하였다.
- ⑦ 본 연구에서 해석한 유성기어열은 스퍼기어로 제작되는 것으로 가정하였다.

3.2 효율측정 실험

1) 유성기어장치의 제작

Table 2의 유성기어장치 중 태양기어 24, 유성기어 24, 령기어 72개의 잇수를 가지며, 공구압력각이 20° 인 2K-H형 I 형식 유성기어장치를 제작하였다. 또한 태양기어, 유성기어, 령기어의 전위계수는 각각 0.0이고, 이끌높이는 모듈과 동일한 표준기어로 설계하였으며 스퍼기어로 제작하였다.

2) 실험기의 구성 및 실험방법

유성기어장치의 효율측정은 Fig. 5와 같은 실험기를 제작하여 수행하였다. 실험기의 구성도는 Fig. 6과 같으며, Table 1에서 제시된 사용조건에 따라 전기모터(11kW)로 구동하고 부하장치(100Nm)를 통해 토크를 발생시킨다. 또한 각축에 설치된 속도센서와 토크메타(120Nm)를 이용하여 입력축과 출력축의 속도와 토크를 측정하여 효율을 산출한다. 유성기어장치의 6가지 구성에 대한 효율측정 실험을 수행하기 위해서는 각 구성요소간 각속도비 조정이 필수적이므로 이를 위해 무단변속장치를 실험기에 설치하였다.

전기모터의 경우 부하가 증가하면 속도가 감소하게 되므로 부하의 크기에 상관없이 일정한 회전속도를 유지할 수 있도록 속도제어를 하였다. 또한 각각의 조건하에서 약 30분 정도의 무부하 작동을 수행한 후 효율측정 실험을 수행한다.

4. 결과 및 고찰

4.1 이론해석 결과

Table 1에서 제시된 유성기어장치 6가지 구성에 대해 이론효율해석을 수행한 결과 구성 1과 3, 구성 2와 4, 구성 5와 6은 각각 구동축과 종동축이 반대라는 것 외에는 차이가 없으므로 유사한 효율특

Table 1 Efficiency of 2K-H I type planetary gear train

Cases	Driving	Driven	Direction of Rotation	Efficiency
1	Sun Ring	Carrier	$0 < \omega_r < \omega_c < \omega_s$	$\frac{(1 + \eta_0 i_0)(\omega_s + i_0 \omega_r)}{(1 + i_0)(\omega_s + \eta_0 i_0 \omega_r)}$
			$0 < \omega_s < \omega_c < \omega_r$	$\frac{(\eta_0 + i_0)(\omega_s + i_0 \omega_r)}{(1 + i_0)(\eta_0 \omega_s + i_0 \omega_r)}$
2	Sun	Ring Carrier	$\omega_r < \omega_c < \omega_s$ $\omega_r < 0$	$\frac{(1 + \eta_0 i_0)\omega_c - i_0 \eta_0 \omega_r}{(1 + i_0)\omega_c - i_0 \omega_r}$
3	Carrier	Sun Ring	$0 < \omega_r < \omega_c < \omega_s$	$\frac{(1 + i_0)(\eta_0 \omega_s + i_0 \omega_r)}{(\eta_0 + i_0)(\omega_s + i_0 \omega_r)}$
			$0 < \omega_s < \omega_c < \omega_r$	$\frac{(1 + i_0)(\omega_s + i_0 \eta_0 \omega_r)}{(1 + \eta_0 i_0)(\omega_s + i_0 \omega_r)}$
4	Ring Carrier	Sun	$\omega_r < \omega_c < \omega_s$ $\omega_r < 0$	$\frac{\eta_0 \{(1 + i_0)\omega_c - i_0 \omega_r\}}{(\eta_0 + i_0)\omega_c - i_0 \omega_r}$
5	Sun Carrier	Ring	$\omega_s < \omega_c < \omega_r$ $\omega_s < 0$	$\frac{\eta_0 \{(1 + i_0)\omega_c - \omega_s\}}{(1 + \eta_0 i_0)\omega_c - \omega_s}$
6	Ring	Sun Carrier	$\omega_s < \omega_c < \omega_r$ $\omega_s < 0$	$\frac{(\eta_0 + i_0)\omega_c - \eta_0 \omega_s}{(1 + i_0)\omega_c - \omega_s}$

Table 2 Specifications of single planetary gear train

Number of teeth			Cutter pressure angle (Degree)	Module	Gear type
Sun gear	Planet gear	Ring gear			
24	24	72	14.5, 20.0, 26.0	2.5	Spur Gear
24	30	84			
24	36	96			



Fig. 5 Experimental bench for efficiency analysis

성을 가졌다. 각각의 구성은 동일한 링기어와 태양기어의 잇수비에서 압력각의 증가에 따라 최대 0.3% 미만의 증가폭만을 나타냈다. 또한 동일한 압

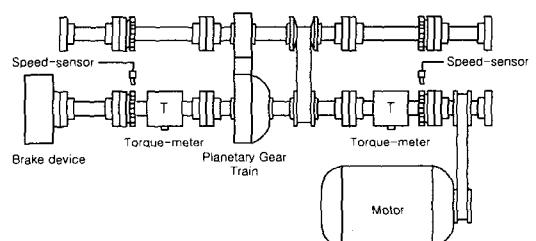
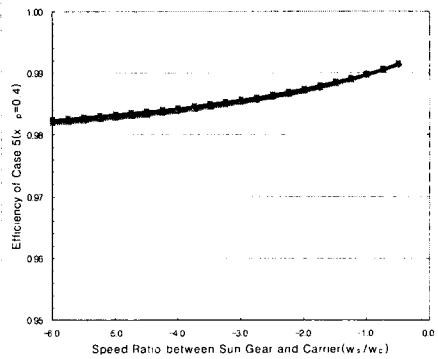


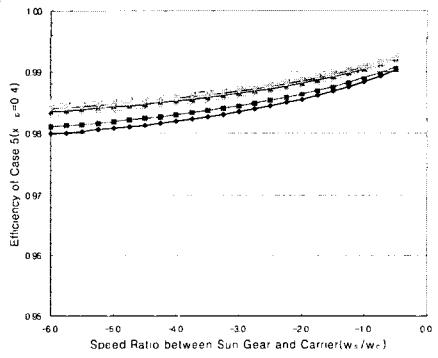
Fig. 6 Schematic diagram of experimental bench

력각에서 링기어와 태양기어의 잇수비의 증가에 따른 효율특성은 최고효율을 기준으로 약 0.5% 미만의 경향을 보였으며 큰 차이는 나타나지 않았다.

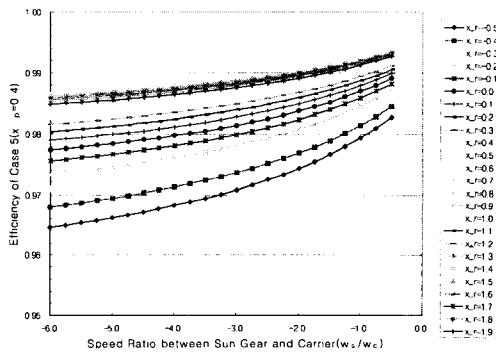
구성 5와 6의 효율은 구성 2와 4의 효율에 비해 높게 나타났으며, 이러한 차이는 링기어와 태양기어의 잇수비와는 거의 관계가 없었으며 주로 압력



(a) Cutter pressure angle $\alpha_c = 14.5^\circ$



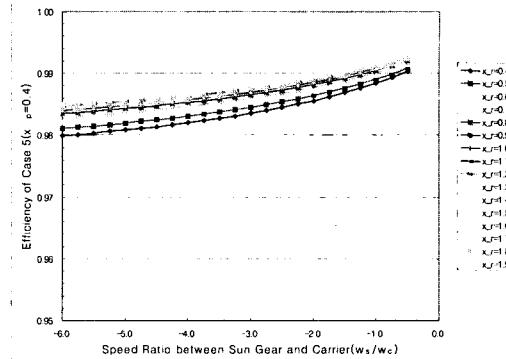
(b) Cutter pressure angle $\alpha_c = 20.0^\circ$



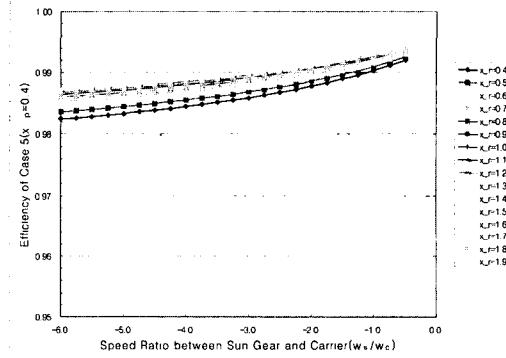
(c) Cutter pressure angle $\alpha_c = 26.0^\circ$

Fig. 7 Efficiency of planetary gear train at Case 5 ($z_s=24, z_p=24, z_r=72$) as cutter pressure angle changes

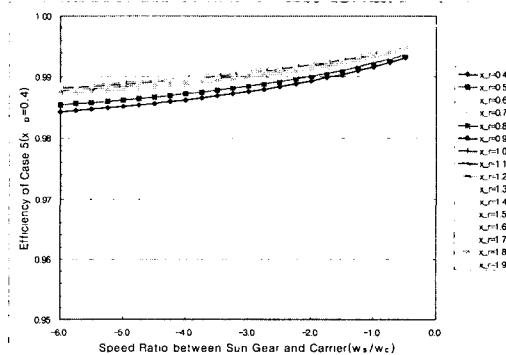
각의 변화에 따라 나타났다. 또한 압력각이 낮을수록 차이가 커지는 경향을 보였다. 즉 압력각 14.5°



(a) $z_s=24, z_p=24, z_r=72 (\alpha_c = 20.0^\circ)$



(b) $z_s=24, z_p=30, z_r=84 (\alpha_c = 20.0^\circ)$



(c) $z_s=24, z_p=36, z_r=96 (\alpha_c = 20.0^\circ)$

Fig. 8 Efficiency of planetary gear train at Case 5 as gear ratio changes

일 때 약 1.0~1.1%, 20° 일 때 0.8~1.0%, 26° 일 때 0.7~0.9% 정도 구성 5, 6이 높은 효율을 나타냈다.

Fig. 7은 태양기어 24, 유성기어 24, 링기어 72의 잇수열을 갖는 유성기어장치의 유성기어 전위계수가 0.4일 때 압력각 증가에 따른 구성 5의 효율특성을 나타낸 결과이다. 압력각이 증가하면 간섭이 없는 전위계수의 범위가 확대되고 효율도 증가하는 경향을 나타냈으며, 특히 동일한 전위계수에서는 태양기어와 캐리어의 속도비(ω_s/ω_c)가 -1에 가까워 질수록 효율이 증대되었다. 구성 1과 3은 링기어와 태양기어의 각속도비(ω_r/ω_s)가 1에 가까워질수록 효율이 증가했으며, 구성 2와 4의 경우에는 링기어와 캐리어의 각속도비(ω_r/ω_c)가 -1에 가까울수록 효율이 증가하는 경향을 나타냈다.

Fig. 8은 공구 압력각이 20° 일 때 링기어와 태양기어 잇수비의 증가에 따른 구성 5의 효율특성을 나타낸 것으로서 잇수비가 증가하면 간섭이 발생하지 않는 사용 가능한 전위계수 범위가 넓어지고 효율도 증가하는 경향을 나타냈다. 또한 구성 1, 3, 구성 2와 4도 링기어와 태양기어의 잇수비에 따른 효율특성이 Fig. 8과 동일한 경향을 나타냈다.

Table 2의 3가지 잇수열에 대해 각각 압력각을, 태양기어와 링기어의 잇수비(Z_s/Z_r)를 변화시키면서 유성기어장치의 6가지 구성에 대해 이론효율을 해석한 결과 사용 가능한 전위계수가 서로 상이하여 적접적인 비교는 곤란하지만 전반적으로 유성기어의 전위계수가 0.2~0.6, 링기어의 전위계수가 0.6 이상에서 최고효율을 갖는 것으로 분석되었다.

4.2 실험결과

Fig. 9는 태양기어와 캐리어의 각속도비가 -1.5~-6.0일 때의 구성 5에 대한 효율측정 실험결과를 2차 다항식으로 나타낸 것이다. 태양기어와 캐리어

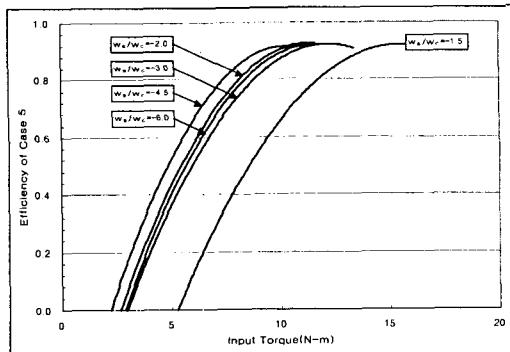


Fig. 9 Experimental results of Case 5

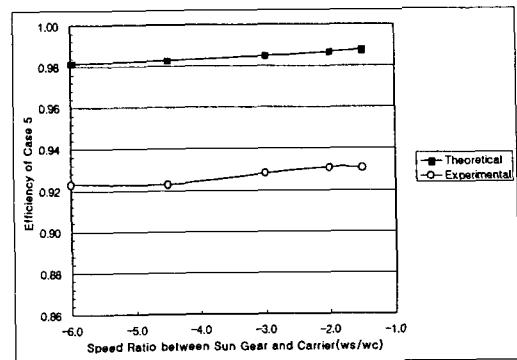


Fig. 10 Experimental results and theoretical results of Case 5

의 각속도비(ω_s/ω_c)가 -1에 가까울수록 효율이 증대되는 경향을 나타냈으며, 이는 이론해석 결과와 동일한 경향을 나타내고 있다. 또한 Fig. 10은 구성 5에 대해 태양기어와 캐리어의 각속도비의 변화에 따른 효율측정 실험결과와 이론해석 결과를 비교한 것으로서 대체로 동일한 경향을 가졌으나 이론결과와 실험결과가 약 6%의 차이를 나타냈다. 이러한 차이를 나타내는 이유는 실험기 구성요소(기어, 축)의 관성, 실험기의 각부 마찰손실, 각종 연결부위의 손실 등이 원인으로 분석된다.

5. 결 론

2K-H형 I 형식 유성기어장치의 간섭조건과 조립조건을 이용하여 3가지 잇수열에 대해 압력각 14.5° , 20° , 26° 에 대한 간섭 없이 사용 가능한 전위계수 범위를 해석하였다. 또한 유성기어장치 6 가지 구성에 대한 효율해석을 수행하고 효율측정실험을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 유성기어장치에서 간섭을 발생시키지 않는 전위계수의 범위는 압력각, 링기어와 유성기어의 잇수비의 증가에 따라 넓어지며, 유성기어의 전위계수가 0.2~0.6, 링기어의 전위계수가 0.6 이상에서 최고효율을 갖는다.

- 2) 유성기어장치의 효율특성은 압력각과 잇수비가 증가할수록 효율이 증가하는 경향을 나타냈으며, 구성 5, 6은 구성 2, 4에 비해 압력각과 잇수비의 증가에 따라 0.7~1.2% 높은 효율을 나타냈다.

- 3) 유성기어장치의 효율측정 실험을 통해 이론

해석의 타당성을 확인하였다.

후기

본 논문은 1998학년도 건국대학교 연구처의 지원에 의한 연구논문임.

참고문헌

1. R. H. Macmillan, "Power Flow and Loss in Differential Mechanisms," Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 3, No. 1, pp. 37-41, 1961.
2. G. White, "Properties of Differential Transmissions," The Engineer, Technical Contribution Section, pp. 105-111, 1967.
3. R. J. Willis Jr., "On the Kinematics of the Closed Epicyclic Differential Gears," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 104, pp. 712-723, 1982.
4. D. Yu, N. Beachley, "On the Mechanical Efficiency of Differential Gearing," ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 107, pp. 61-67, 1985.
5. E. Pennestri, F. Freudenstein, "The Mechanical Efficiency of Epicyclic Gear Trains," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 115, pp. 645-651, 1993.
6. 矢田恒二, "歯車應用機構の設計 (1)-(20)," 機械の研究, 1997-1999.
7. 兩角宗晴, "遊星歯車と差動歯車の理論と設計計算法," 日刊工業新聞社, pp. 89-134, 1989.
8. 박천경, 박동삼, "유성치차장치의 회전오차 해석과 그 진단에 관한 연구," 대한기계학회 논문집, 제14권 제1호, pp. 43-53, 1990.
9. 김태현, 김하수, 강희용, 양성모, "라비니오 유성 기어의 신뢰성 및 수명에 관한 연구," 한국정밀 공학회지, 제13권 제10호, pp. 36-45, 1996.