

## 액적의 변형 및 분열의 정확한 예측을 위한 공기역학적으로 진보된 APTAB 모델

박종훈\*, 황상순\*\*, 윤영빈\*\*\*

### Aerodynamically Progressed Taylor Analogy Breakup (APTAB) Model for Accurate Prediction of Spray Droplet Deformation and Breakup

Jong-Hoon Park, Sang-Soon Hwang and Youngbin Yoon

**Key Words :** breakup, spray, deformation, droplet, APTAB

#### Abstract

An aerodynamically progressed model, which is called APTAB model, has been proposed for more accurate prediction of the deformation and breakup of a spray. Especially, the effects of the droplet deformation on the droplet aerodynamic external force are considered in this model, which was neglected in TAB model. It is found that the predicted droplet deformation using APTAB model shows better agreement with experimental data than those of other models for the droplets in both bag-type and shear-type breakup regimes. A new breakup criterion has been proposed to predict more reasonable breakup quantities, such as breakup deformation length, time and so on; i.e., it is defined that the breakup occurs when the internal liquid phase pressure of the deformed droplet at the equator is greater than that of the pole. The proposed breakup criterion shows more physical relationship between the degree of droplet deformation at breakup and the corresponding breakup Weber number as compared with the results with TAB and DDB models. Therefore, it provides better predictions of the experimental data than TAB and DDB models for the droplet deformation and time in both bag-type and shear-type breakup regimes.

#### 1. 서론

수치 기법 및 컴퓨터 계산 능력의 향상으로 액체 연료 분무(spray) 연소의 복잡한 현상을 파악하기 위하여 세부적인 분무 연소에 대한 수치 연구가 활발하게 진행되고 있다. 그러나 액체 연료 분무 과정들이 매우 복잡하여 수치 해석을 위해 요구되어지는 분무 과정들에 대한 모델링은 쉽지 않은 상황이다.

분무 과정들 중 분무 화염에 가장 큰 영향을 미치는 것 중 하나는 액적의 변형이며 또한 변형과 관련된 액적의 분열 및 액적의 공기 역학적 저

항 또한 매우 중요한 분무 과정 중의 하나이다. 액적의 변형 및 분열 영역은 액적의 Weber 수에 따라 vibrating-type, bag-type, shear-type, catastrophic-type 등으로 구분되어 질 수 있다. 몇몇 모델들이 액적의 변형과 분열을 예측하기 위해 제안되었고 사용되어지고 있다. 그 중 널리 이용되어지는 모델들은 TAB (Taylor Analogy Breakup)[1] 모델과 DDB (Droplet Deformation and Breakup)[2] 모델이다. 이 두 모델을 이용하면 실험치와 비교적 잘 맞는 결과를 얻을 수 있지만 여전히 개선해야 될 점들을 내포하고 있다고 사료된다.

따라서 본 연구에서는 모든 Weber 수 영역에 대해 액적의 변형을 비교적 정확하게 예측할 수 있는 공기 역학적으로 진보된 APTAB (Aerodynamically Progressed Taylor Analogy Breakup) 모델을 제안하고자 한다.

또한, 액적의 분열 기준(breakup criterion)은 액적

\* 서울대학교 항공우주공학과

\*\* 인천대학교 기계공학과

\*\*\* 서울대학교 항공우주공학과

의 형상, 저항, 속도, 궤적, 기화, 연소 등에 큰 영향을 미치므로 액적의 변형과 관련된 물리적으로 타당한 액적의 분열 기준을 제시하는 것은 실제 분무 현상을 수치 해석하기 위해 매우 중요하다. 기존의 TAB 모델은 Weber 수에 관계없이 무차원 변형 길이가 1일 때 액적의 분열이 일어난다고 고려하였다[1]. DDB 모델에서 Ibrahim 등[2]은 Weber 수에 따라 분열이 일어나는 변형된 액적의 크기가 선형적으로 변하는 새로운 분열 기준을 제시하였다. 그러나 두 모델에서의 분열 기준은 액적의 분열 메커니즘을 정확하게 묘사하고 있지 못해 실험 결과와 잘 맞지 않는 경우가 있다. 따라서 본 연구를 통해 제안된 APTAB 모델에서는 액적 외부의 공기 압력, 표면 장력에 의한 압력, 액적 내부 압력 등의 평형과 액적 내부 유동 특성을 고려하여 새로운 분열 기준을 제시하고자 한다.

## 2. 기존 모델

### 2.1 TAB 모델

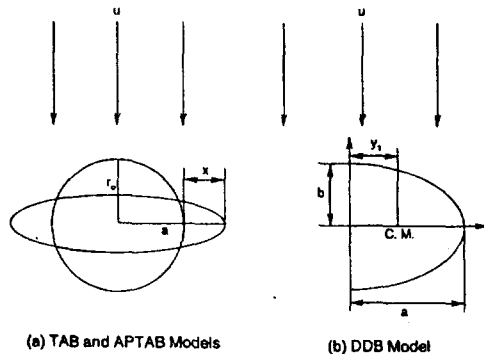


Fig. 1. Droplet deformation in (a) TAB model and (b) DDB model.

Taylor[8]는 액적의 변형을 감쇠 강제 조화 진동(damped forced harmonic oscillation) 운동으로 고려하였다. 감쇠 강제 조화 진동 운동의 지배 방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{x} = F - kx - d\dot{x} \quad (1)$$

위 식에서 O'Rourke와 Amsden[1]은 변형 길이  $x$ 를 그림 1(a)에서 보여지는 바와 같이 변형전의 구형 액적의 반경에서부터 변형된 액적의 적도점까지의 길이로 고려하였다. Taylor[8]의 상사에 의하면 식 (1)에서의 물리적인 계수들은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{F}{m} = C_F \frac{\rho_x u^2}{\rho_l r_0} \quad (2)$$

$$\frac{k}{m} = C_k \frac{\sigma}{\rho_l r_0^3} \quad (3)$$

$$\frac{d}{m} = C_d \frac{\mu_l}{\rho_l r_0^2} \quad (4)$$

여기서  $\rho_x, \rho_l$ 는 각각 기체와 액체 연료의 밀도,  $u$ 는 기체와 액적 사이의 상대 속도,  $r_0$ 는 변형전의 구형 액적의 반지름,  $\sigma$ 는 기체와 액체간의 표면 장력 계수,  $\mu_l$ 는 액체 연료의 점성 계수를 나타낸다. O'Rourke와 Amsden은 변형 길이  $x$ 를 무차원화하기 위해  $y = x/(C_b r_0)$ 로 주어지는 무차원 변수  $y$ 를 도입하였다. 위 식에서 무차원 상수,  $C_k, C_d, C_b$ 들의 값은 각각 8, 5, 0.5이다.

O'Rourke와 Amsden은 분열 임계 Weber 수 6을 적용하여 그 때의 변형 길이  $y$ 가 최대값 1이 되어 분열이 일어난다는 조건으로부터  $C_F$  값 1/3을 얻었다. 무차원화된 시간  $t^* = tu/r_0$ 를 이용하여 식 (2)-(4)로 주어지는 계수들을 Eq. (1)에 대입하면 식 (1)은 다음과 같이 주어진다.

$$\ddot{y} + \frac{5N}{ReK} \dot{y} + \frac{8}{WeK} y = \frac{2}{3K} \quad (5)$$

여기서  $We = \rho_x u^2 r_0 / \sigma$ ,  $N = \mu_l / \mu_x$ ,  $K = \rho_l / \rho_x$ ,  $Re = \rho_x u r_0 / \mu_x$ 이다.

식 (5)로 주어지는 TAB 모델은 모든 Weber 수의 액적에 대해 적용이 가능하다는 장점을 갖으나 액적의 변형에 따른 외력의 변화를 고려하지 않았으며 액적의 변형이 저항에 미치는 영향을 고려하지 않았다. 이후 Liu와 Reitz[3] 및 Liu 등[4]에 의해 액적의 저항 계수에 액적이 변형이 미치는 영향을 다음과 같이 선형적인 방법으로 고려하였다.

$$C_D = C_{D, Sphere} (1 + 2.632y) \quad (6)$$

그러나 Z. Liu와 Reitz[5] 및 Hwang 등[6]이 지적한 바와 같이 식 (6)으로 주어지는 액적 저항 모델 역시 고속의 액적에 대해 적용시킬 경우 실험치와 비교해 액적의 저항을 매우 적게 예측한다. 이는 액적의 변형으로 인한 액적 단면적의 변화는 고려하지 않고 단순히 무차원화된 변형 길이와 액적 저항 계수와의 관계를 선형으로 고려하여 발생한 문제점으로 사료된다.

### 2.2 DDB 모델

Ibrahim 등[2]은 액적의 변형을 에너지 보존 법

칙을 이용하여 반액적 (half droplet)의 무게 중심 좌표값으로 표현한 DDB (Droplet Deformation and Breakup) 모델을 제안하였다. DDB 모델에서는 액적이 초기 반경  $r_0$ 를 갖는 구체의 형상에서 순수한 인장성 유동 (pure extensional flow)에 의해 변형이 일어나 장축 반경이  $a$ 이고 단축 반경이  $b$ 인 타원형의 단면을 갖는 편원체가 된다고 가정하였다. 반액적의 내부 에너지는 액적 내부 에너지와 위치 에너지의 합으로 다음과 같다.

$$\dot{E} = \frac{2}{3}\pi r_0^3 \rho_l \dot{y}_1 \dot{y}_1 + \frac{9\pi^2 \sigma}{8} y_1 \left[ 1 - 2 \left( \frac{c y_1}{r_0} \right)^4 \right] \dot{y}_1 \quad (7)$$

여기서 상수  $c = 3\pi/4$ 이다. 변형 길이  $y_1$ 은 그림 1(b)에서 나타낸 바와 같이 액적 중심으로부터 변형된 반액적의 무게 중심 사이의 거리이다. 에너지 보존 법칙에 의해 액적의 내부 에너지는 외부 압력과 점성력이 한 일의 양은 같으며 그 크기는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W} = -\frac{\pi}{4} r_0^2 \rho_r u^2 \dot{y}_1 + \frac{8}{3} \pi r_0^3 \mu_l \left( \frac{1}{y_1} \dot{y}_1 \right)^2 \quad (8)$$

식 (7)과 식 (8)로부터 반액적의 무게 중심까지의 거리  $y_1$ 을 변형 전의 구형 액적의 반지름으로 무차원화한 후 ( $y_1^* = y_1/r_0$ ) \*\*를 없애면 DDB 모델 방정식은 다음 식으로 주어진다.

$$\ddot{y}_1 + \frac{4N}{ReK} \frac{1}{y_1^2} \dot{y}_1 + \frac{27\pi^2}{16WeK} y_1 \left[ 1 - 2(c y_1)^4 \right] = \frac{3}{8K} \quad (9)$$

식 (9)는 4 차의 Runge-Kutta 초기값(initial value) 해석자로부터 쉽게 수치해를 구할 수 있으며 얻어진 수치해로부터 타원형의 액적 단면의 장축 반경과 단축 반경을 각각  $a = 3\pi r_0 y_1/4$ ,  $b = r_0^3/a^2$ 으로 얻을 수 있다.

식 (9)로 주어지는 DDB 모델 방정식은 순수 인장성 유동이라는 가정 때문에 Weber 수가 20보다 적은 vibrating-type 이나 bag-type 의 분열 영역에서 복원력이 존재하는 액적에 대해서는 적용하기에 적당하지 않다. 이러한 제한은 분무된 액적들이 저항에 의해 상대 속도가 빨리 적어지게 되어 Weber 수( $We$ ,  $\rho_r u^2 r_0/\sigma$ )도 적어지게 되므로 실제 분무 화염을 수치 해석하는 데 어려움을 준다.

DDB 모델의 저항 계수는 액적 단면적에 비례하도록 하여 변형과 관련 지을 수 있다. 즉,

$$C_D = C_{D,Sphere} \frac{a^2}{r_0^2} = C_{D,Sphere} \frac{9\pi^2}{16} y_1^2 \quad (10)$$

식 (10)으로 얻어지는 액적의 저항이 실험치와 잘 일치한다고 알려져 있으므로[5,6] 이 식의 실제

분무 화염에 적용에는 무리가 없을 것으로 판단된다.

### 2.3 기존 모델들의 분열 기준

TAB 모델에서는 모든 Weber 수 영역에서 무차원 변형 길이  $y$  값이 1이 될 때 즉,  $a/r_0$ 일 때 분열이 일어난다고 가정하였다. 이는 모든 Weber 수 영역의 액적에 적용 가능하다는 장점을 갖고 있는 반면 Krzeczowski[7] 등의 실험이 보여주고 있는 바와 같이 액적 분열시 액적의 변형 정도는 Weber 수의 함수로 나타나므로 모든 Weber 수에 대해 일정한 변형 후 분열이 일어난다고 보는 것은 다소 실제적이지 못하다.

분열이 일어날 때  $y=1$ 이므로 식 (6)으로 주어지는 저항 계수  $C_D$ 의 최대값은  $3.632C_{D,Sphere}$ 이다. 이 저항값은 고속의 액적 즉, 높은 Weber 수의 액적에 대해서는 실험치와 비교했을 때 상당히 적다고 Z. Liu와 Reitz[5], Hwang 등[6]에 의해 지적된 바 있다. 이는 고속의 액적의 경우 좀 더 많은 변형이 일어난 후 분열이 일어나야 된다는 점을 지적하고 있다.

DDB 모델에서는 액적의 분열이 일어날 때 액적의 운동 에너지와 점성 소산 에너지가 무시될 수 있다는 가정으로부터 액적 분열 기준을 제안하였다. 식 (9)에서 운동에너지와 점성 소산 에너지를 무시하면 분열이 일어날 때의 조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\left( \frac{a}{r_0} \right)_b = \frac{3\pi}{4} y_{1b} = \frac{We}{6\pi} \quad (11)$$

위 식에서 보여지는 바와 같이 액적 분열시 변형 정도가 액적의 Weber 수의 함수로 나타나 TAB 모델의 분열 기준에 비해서는 발전된 면을 보이고 있다. 그러나 식 (11)에서 보여지는 바와 같이 분열시의 액적 변형 길이와 Weber 수가 선형적인 관계를 갖고 있어 Weber 수가  $6\pi$ 보다 적은 경우  $a/r_0$ 가 1보다 적을 때 분열이 일어난다고 예측한다. 즉, 액적이 변형이 전혀 없는 태도 불구하고 분열이 일어나는 물리적으로 타당하지 않은 현상을 보이며  $6\pi$ 보다 조금 큰 Weber 수에 대해서는 적은 변형에도 불구하고 분열이 일어날 수 있다. 또한 선형적인 관계로 인해 Weber 수가 아주 큰 액적에 대해서는 과도한 변형 후 분열이 일어날 수 있다.

## 3. 제안된 APTAB 모델

### 3.1 제안된 액적 변형 모델 방정식

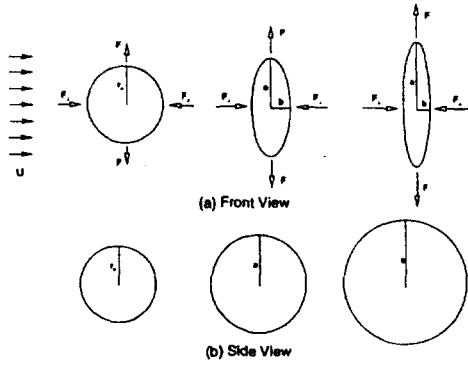


Fig. 2. Droplet deformation and external force in APTAB model

본 연구에서 제안된 APTAB 모델에서는 변형된 액적의 형상이 그림 2에서 보여지는 바와 같이 DDB 모델에서와 같은 장축 반경이  $a$ 이고 단축 반경이  $b$ 인 타원형의 단면을 갖는 편원체로 가정하였다. 변형된 액적의 형상이 편원체인 점을 무시하면 액적의 공기 역학적 저항  $F_1$ 는 액적의 단면적  $\pi a^2$ 에 비례한다고 가정하면 식 (1)에서 액적을 인장시키는 외력  $F$ 가 TAB 모델에서는  $\rho_a r_o^2 u^2$ 에 비례하는 데 비해 본 APTAB 모델에서는  $\rho_a a^2 u^2$ 에 비례하게 된다. 따라서 식 (2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{F}{m} = C_F \frac{\rho_a a^2 u^2}{\rho_l r_o^3} \quad (12)$$

여기서 장축 반경  $a$ 는 무차원화된 변형 길이  $y$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$a = r_o + x = r_o(1 + C_b y) = r_o(1 + 0.5y) \quad (13)$$

표면 장력에 의한 복원력과 점성 감쇄항은 액적의 변형이 미치는 부가적인 효과를 무시하여 기존의 TAB 모델과 같다고 고려하여 식 (3)과 식 (4)로 각각 주어진다. 또한  $C_F$ 를 제외한 모든 무차원 상수 값들은 액적의 변형과는 무관하므로 기존의 TAB 모델에서의 값과 같은  $C_k = 8$ ,  $C_d = 5$ ,  $C_b = 0.5$ 로 둔다. 따라서 식 (12), 식 (3)-(4)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\ddot{y} + \frac{5N}{ReK} \dot{y} + \frac{1}{K} y \left[ \frac{8}{We} - 2C_F - 0.5C_b y \right] = \frac{2C_F}{K} \quad (14)$$

APTAB 모델의 지배 방정식 식 (14)는 4차 Runge-Kutta 초기값 (initial-value) 해석자로부터 쉽게 수치 해를 구할 수 있다. Eq. (14)에서  $C_F$  값을

구하기 위해 TAB 모델을 제안한 O'Rourke와 Amsden[1]이 적용시킨 것과 같은 액적 분열 임계 Weber 수( $We_{cr}$ )가 6이고 무차원화된 변형 길이  $y$ 의 최대값이 1일 때 최초의 분열이 일어난다고 가정하면 액적의 변형이 외력을 증가시키게 되므로 공기 역학적 외력 계수  $C_F$ 는 TAB 모델에서의 1/3보다 적은 4/19가 된다. 구해진  $C_F$  값 4/19를 식 (14)에 대입하면 APTAB 모델 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\ddot{y} + \frac{5N}{ReK} \dot{y} + \frac{1}{K} \left[ \frac{8}{We} - \frac{8}{19} - \frac{2}{19} y \right] y = \frac{8}{19K} \quad (15)$$

식 (15)의 좌변의 세 번째 항이 변형 길이에 비례하므로 복원력을 나타낸다. 이 항의 계수  $(8/We - 8/19 - 2y/19)$ 는 변형이 없는  $y=0$ 인 경우 Weber 수가 19보다 클 때 음의 값을 갖는다. 따라서 Weber 수가 19보다 큰 경우 복원력이 음의 값을 갖게 되어 액적의 변형을 복원시키지 못하므로 액적은 진동 없이 단조 증가하게 되고 곧 이어 분열이 일어나게 된다. 이는 Weber 수가 19보다 큰 액적의 경우, 액적 변형에 의한 복원력의 증가보다 액적 단면적 증가로 인한 인장력 증가가 더 크게 되어 전체 복원력이 음의 값이 되기 때문이다. 이 Weber 수 19는 제트 무화 영역의 기준인 Weber 수 20.15와 상당히 비슷한 크기를 갖는다[9]. 변형에 의한 외력의 증가는 변형 길이의 제곱에 비례하는데 반해 변형에 의한 표면 장력(복원력)의 증가는 변형 길이에 비례하므로 Weber 수가 19보다 큰 액적의 경우 외력의 증가가 복원력보다 더 커 전체적인 복원력 항이 음의 값을 갖는다. 따라서 무화 영역의 물리적인 의미는 전체 복원력이 음의 값을 갖게 되어 변형이 진동하지 못하고 단조 증가하다 곧 이어 분열이 일어나게 되어 결과적으로 분사 직후 분열이 일어나는 영역이라 사료되어진다. 따라서,

$$\frac{\partial F_{external}}{\partial r} > \frac{\partial F_{restoring}}{\partial r} \quad (16)$$

인 영역이 무화 영역이라 볼 수 있다. 또한 Weber 수 19는 액적의 shear-type 분열 영역의 기준인 Weber 수 20과도 매우 비슷하다.

앞에서 복원력 계수  $(8/We - 8/19 - 2y/19)$ 에서  $y=0$ 인 경우에 대해 논했는데  $y=0$ 이 아닌 즉, 액적의 변형을 고려하면 액적의 변형이 진동 없이 단조 증가하는 것은 Weber 수가 9 이상인 경우이다. 즉, Weber 수가 9와 19 사이에서는 분사 초기에는 모델 방정식의 3번째 항인 전체 복원력 양의 값이어서 복원력이 있으나 액적의 변형을 복

원시키지는 못하고 이후에는 변형에 의한 외력의 증가로 전체 복원력이 음의 값을 갖게 되어 결국 액적의 변형은 단조 증가하게 된다. 이러한 영역의 Weber 수 9 는 또한 bag-type 분열 영역의 기준 Weber 수 10 과 비슷한 크기를 갖는다.

앞에서 살펴본 바와 같이 액적을 인장 시키는 외력  $F$  가 액적의 변형에 의해 증가하는 수직 저항력  $F_{\perp}$  에 비례하여 증가한다는 가정으로부터 출발한 APTAB 모델 방정식이 물리적 의미를 갖는 Weber 수 9 와 19 에서 방정식의 형태가 달라지고 있으므로 본 모델이 물리적인 현상을 비교적 잘 묘사하고 있다고 보여진다.

본 APTAB 모델에서의 액적 저항 계수는 DDB 모델에서와 같이 액적의 저항이 변형된 액적의 단면적에 비례하도록 하였다.

$$C_D = C_{D,Sphere} \frac{a^2}{r_{\perp}^2} = C_{D,Sphere} (1 + 0.5y)^2 \quad (17)$$

3.2 제안된 액적의 분열 기준

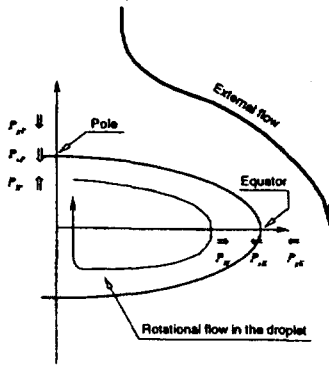


Fig. 3. External, internal flows and interface pressure balance in a deformed droplet of APTAB model.

액적의 분열은 액적의 형상, 크기, 저항, 속도, 궤적, 기화, 연소 등의 분무 과정과 밀접한 관련을 갖고 있다. 따라서 물리적인 의미를 잘 내포하고 있어 액적의 분열을 좀 더 잘 예측할 수 있는 분열 기준(breakup criteria)은 액체 연료 분무 수치 해석의 정확성을 위해 반드시 필요하다. 그러나 앞에서 논의되어진 바와 같이 기존의 TAB 모델과 DDB 모델에서 이용되어진 분열 기준은 각각의 장점을 갖고 있음에도 불구하고 모든 Weber 수 영역의 액적에 대해 적용하기는 적절하지 못하므로 본 논문에서는 액적 내·외부의 유동 특성과 압력 평형을 고려하여 새로운 분열 기준을 제시한다.

그림 3에서 보여지는 바와 같이 액적 내부 유동의 가속도를 무시한다면 액적 표면에 작용하는 압력은 공기 역학적인 외부 압력  $P_r$  과 표면 장력에 의한 압력  $P_s$  의 합이 액적 내부 압력  $P_i$  과 평형을 이루고 있다. 따라서 액적의 극점(pole)과 적도점(equator)에서의 액적 내부 압력은 다음과 같다.

$$P_{i,p} = P_{r,p} + P_{s,p} \quad (18)$$

$$P_{i,e} = P_{r,e} + P_{s,e} \quad (19)$$

액적 내부에는 그림 3에서 보여지는 바와 같이 외부 유동에 의해 유도된 순환 유동이 형성되는데 극점이 정체점이 된다. 따라서 정체점인 극점에서의 액적 내부 압력이 적도점에서의 압력보다 커야만 한다. 만약 정체점인 극점에서의 내부 압력이 적도점에서의 압력보다 적다면 이는 압력 평형이 깨졌거나 내부 유동 특성을 만족시킬 수 없는 상태이므로, 이 때 액적의 분열이 일어난다고 생각할 수 있다. 즉,

$$P_{i,e} + P_{r,e} > P_{i,p} + P_{r,p} \quad (20)$$

$$P_{i,e} - P_{r,e} > P_{i,p} - P_{r,p} \quad (21)$$

인 경우 분열이 일어난다. 여기서 표면 장력에 의한 압력  $P_s$  는 표면 장력의 정의에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$P_s = \frac{\sigma}{R} \quad (22)$$

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (23)$$

여기서 곡면의 주반경  $R_1, R_2$  는 변형된 액적의 형상을 편원체로 가정하였으므로 극점에서는  $R_1 = R_2 = a^2/(2b)$  이고 적도점에서는  $R_1 = b^2/(2a), R_2 = a$  이다. 따라서 식 (21)의 좌변 적도점과 극점에서의 표면 장력에 의한 압력의 차는 다음과 같이 표현된다.

$$P_{s,e} - P_{s,p} = \left( \frac{2a^2 + b^2}{ab^2} - \frac{4b}{a^2} \right) \frac{\sigma}{2} \quad (24)$$

액적 외부 유동에 의한 공기 역학적인 외부 압력  $P_r$  를 구 주위를 흐르는 비점성 유체의 압력으로 가정하면 식 (21)의 우변은 다음과 같다.

$$P_{r,p} - P_{r,e} = \frac{9}{8} \rho_r u^2 \quad (25)$$

따라서 식 (24)와 (25)로부터 분열 조건은 다음과

같이 주어진다.

$$\left( \frac{2a^2 + b^2}{ab^2} - \frac{4b}{a^2} \right) \sigma > \frac{9}{8} \rho_r u^2 \quad (26)$$

여기서  $a = (1 + 0.5y)$ ,  $b = r^3/a^2$ , 이므로 식 (26)은 다음과 같이 무차원 변수  $y$ 와 Weber 수로 나타내어진다.

$$2(1 + 0.5y)^5 + (1 + 0.5y)^{-1} - 4(1 + 0.5y)^{-4} > c_b We \quad (27)$$

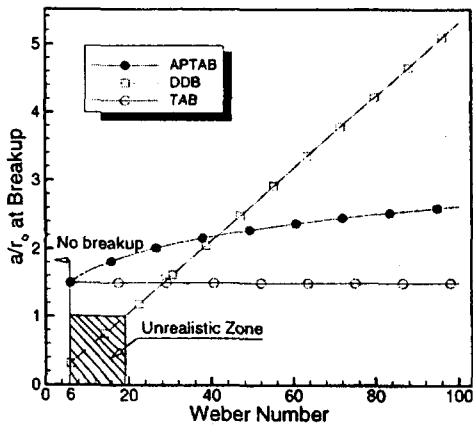


Fig. 4. Droplet deformation at breakup vs. Weber number

그러므로 식 (27)이 본 논문이 제시하는 최종적인 새로운 분열 기준이다. 이 식에서 상수  $c_b$ 는 식 (26)로부터 2.25가 되어야 한다. 그러나 앞에서 논의되어진 바와 같이 임계 Weber 수가 6이고 그 때의  $y$ 가 1일 때 분열이 일어난다는 가정을 식 (27)에 대입하면  $c_b$ 는 2.25보다 10% 정도 큰 2.5107이다. 이러한 차이는 외부 압력을 비점성 구체 주위를 흐르는 유동의 압력으로 가정한 것과 액적의 실제 형상이 가정한 타원형의 단면을 갖는 편원체로부터 벗어나는 데서 기인하는 것으로 보여진다. 본 분열 기준에서는  $c_b$  값으로 2.5107을 이용하여 임계 Weber 수가 6일 때  $y$  값 1에서 분열이 일어난다는 가정을 기준으로 하였다.

그림 4는 액적 분열시의 변형 길이  $a/r_0$ 를 Weber 수에 따라 나타낸 그림이다. APTAB 모델의 분열 기준이 기존의 TAB 모델과 DDB 모델로서는 적용하기 용이하지 않은 영역을 어느 정도 개선한 결과를 보이고 있음을 확연히 알 수 있다. 그림에서 보는 바와 같이 임계 Weber 수 6에서는 TAB 모델과 APTAB 모델의 분열시 변형 길이가

같음을 알 수 있다. 그러나 Weber 수가 커질수록 APTAB 모델의 분열시 변형 길이가 TAB 모델에서 보다 커지고 있다. 따라서 앞에서 지적한 바와 같이 고속의 액적에서 TAB 모델이 액적의 최대 저항이  $3.632C_{D,Sphere}$ 로 실험치보다 적게 예측했던 것을 본 연구의 APTAB 모델을 적용하였을 때는 분열시  $a/r_0$  값이 약 2.5가 되어 식 (17)로부터 최대 저항 계수가  $6.25C_{D,Sphere}$ 로 증가하여 되어 보다 실제 분열현상을 잘 나타내고 있다고 판단된다. 또한 분열시의 변형 길이가 TAB 모델에 비해 모든 Weber 수 영역에서 크므로 실험 결과에 비해 빠른 분열을 예측했던 점을 충분히 극복할 수 있다고 보여진다.

### 3.3 결과 및 토의

APTAB 모델과 DDB 모델의 수치 해는 4차의 Runge-Kutta 초기값 해석식으로부터 쉽게 구할 수 있으며 TAB 모델은 엄밀해(analytic solution)를 구할 수 있다.  $t=0$ 일 때 APTAB 모델과 TAB 모델의 초기값은  $y_0 = \dot{y}_0 = 0$ 으로 주어지고 DDB 모델은  $y_{1,0} = 4/(3\pi)$ ,  $\dot{y}_{1,0} = 0$ 으로 주어진다.

그림 5는 Kreczkowski[7]의 Weber 수가 50.5인 shear-type 분열 영역의 액적에 대한 실험 결과와 세 모델이 예측한 액적의 무차원 변형 길이  $a/r_0$ 를 무차원 시간  $t^* = tu/r_0$ 으로 나타낸 결과이다. DDB 모델에서  $a/r_0$ 는  $(3\pi/4)y_1$ 에 해당하고 APTAB 모델과 TAB 모델에서는  $(1 + 0.5y)$ 이다.

그림 5에서 보여지는 바와 같이 APTAB 모델과 TAB 모델이 DDB 모델에 비해 액적의 변형에 대한 실험치와 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그림 5에서 점선으로 표시된 부분이 새 모델을 이용하여 예측한 분열 시점을 의미한다. 위 그림에서 보는 바와 같이 APTAB 모델과 TAB 모델은 다음과 같은 약간의 차이를 보인다. 변형 초기에서는 TAB 모델의 외력 계수  $C_F$ 가 1/3으로 APTAB 모델의 4/19보다 크기 때문에 외력이 크므로 TAB 모델이 APTAB 모델에 비해 많은 변형을 예측한다. 그러나 어느 정도 변형이 이루어진 후에는 TAB 모델에서는 변형에 관계없이 외력이 일정한 반면 APTAB 모델에서는 변형에 의한 외력의 증가를 고려하고 있으므로 APTAB 모델이 TAB 모델보다 많은 변형을 예측한다.

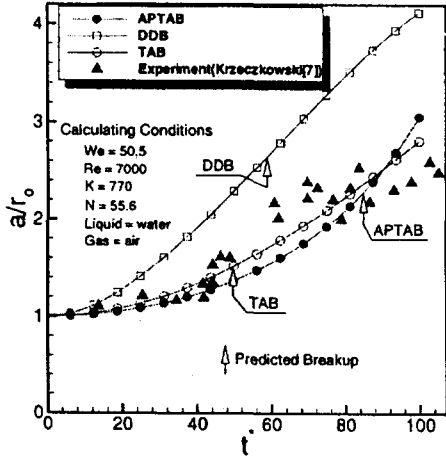


Fig. 5. Comparison of predicted droplet deformation and breakup with experimental data of Krzeczkowski [7].

그림 5의 예측된 분열 시점이 보이는 바와 같이 TAB 모델이 예측한 분열 시간이 Krzeczkowski [7]의 결과에 비해 훨씬 적는데 반해 APTAB 모델이 예측한 분열 시간은 실험 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 논문의 APTAB 모델의 분열 기준이 좀 더 물리적으로 타당한 결과를 보인다고 판단된다.

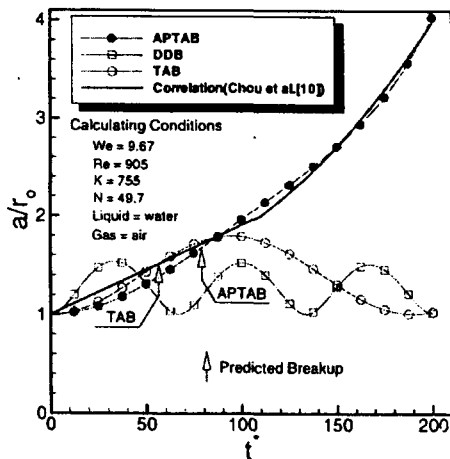


Fig. 6. Comparison of predicted droplet deformation and breakup with correlation of experimental data of Chou et al. [10].

Weber 수가 9.67인 bag-type의 액적에 대한 세 모델이 예측한 결과와 Chou 등 [10]의 시간과 변형 길이의와의 관계가 그림 6에 보여지고 있다. 그림에

서 보여지고 있는 바와 같이 본 논문의 APTAB 모델이 예측한 액적의 변형이 다른 모델들에 비해 실험 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. TAB 모델의 경우 초기에는 실험 결과와 비교적 잘 일치하고 있으나 액적의 변형이 공기 역학적 외력에 미치는 영향을 고려하지 않아 어느 정도 변형이 일어난 뒤 액적의 표면 장력에 의한 복원력으로 인해 더 이상 변형이 일어나지 않고 본래의 구형 액적으로 돌아가고 있어 변형 후기에는 실험 결과와 잘 일치하지 않는 결과를 보인다. DDB 모델의 경우, Weber 수가 20 보다 적은 액적에 대해서는 예측된 액적의 변형이 기존의 TAB 모델이나 현재의 APTAB 모델에 비해 실험 결과와 잘 일치되지 않음을 알 수 있다. 즉, DDB 모델은 Weber 수가 20 이하인 액적에 대해서는 적용하기에 적절하지 않다고 할 수 있다.

그림 6에서 화살표로 표시된 부분이 그림 5에서와 같이 예측된 분열을 나타낸다. DDB 모델의 경우 Weber 수가  $6\pi$  보다 적은 경우이므로 분열을 예측하지 못하였다. 예측된 분열 시간은 APTAB 모델이 TAB 모델에 비해 상당히 크다.

위에서 살펴본 바와 같이 세 모델이 예측한 두 결과에 대한 실험과의 비교로부터 본 논문의 APTAB 모델에서 새로이 제안된 액적 변형 지배 방정식과 액적 분열 기준이 기존의 모델들에 비해 bag-type과 shear-type 분열 영역의 액적들에 대해 물리적으로 좀 더 타당한 결과를 보이고 있다고 판단된다.

#### 4. 요약 및 결론

본 논문에서는 액적의 변형을 좀 더 잘 예측할 수 있는 새로운 APTAB 모델을 제안하였다. 공기 역학적으로 진보된 APTAB 모델에서는 TAB 모델에서는 고려하지 않았던 액적의 변형이 액적의 공기 역학적 외력에 미치는 영향을 고려하였다. Weber 수가 큰 shear-type의 액적 분열 현상이나 Weber 수가 적은 bag-type의 액적 분열 현상에 대해서도 기존의 TAB 모델이나 DDB 모델에 비하여 좀 더 정확한 예측을 수행하고 있음을 실험 결과와의 비교를 통해 확인할 수 있었다. 또한 본 APTAB 모델에서는 액적의 저항을 변형된 액적의 단면적에 비례하게 하여 기존의 TAB 모델의 단점이었던 고속의 액적에서 액적 저항을 적게 예측하던 문제점을 해결할 수 있었다.

또한 본 논문의 APTAB 모델에서는 액적 외부 유동에 의해 유도된 액적 내부의 순환 유동의 특성과 액적 내부 압력이 공기 역학적 외부 압력과 표면 장력에 의한 압력의 합과 평형을 이룬다는 사실을 고려하여 새로운 분열 기준을 제시하였다. 제시된 분열 기준이 다른 모델들의 분열 기준에

비해 bag-type 분열 영역 액적이나 shear-type 분열 영역 액적에 대해 실험치와 잘 일치하는 결과를 보이고 있다.

위의 사실들로부터 본 APTAB 모델의 변형 모델과 분열 기준이 액적의 변형 및 분열에 대한 물리적인 현상을 기존의 모델들에 비해 좀 더 정확하게 묘사하고 있다.

### 참고문헌

- (1) O'Rourke, P. J., and Amsden, A. A., "The Tab Method for Numerical Calculation of Spray Droplet Breakup," SAE Paper 872089, 1987.
- (2) Ibrahim, E. A., Yang, H. Q. and Przekwas, A. J., "Modeling of Spray Droplets Deformation and Breakup," AIAA J. Propulsion and Power, Vol. 9, pp. 651-654, 1993.
- (3) Liu, A. B., and Reitz, R. D., "Mechanism of Air Assisted Liquid Atomization," Atomization and Spray, Vol. 3, pp. 55-75, 1993.
- (4) Liu, A. B., Mather, D., and Reitz, R. D., "Effect of Drop Drag and Breakup on Fuel Sprays," SAE Paper 930072, 1993.
- (5) Liu, Z., and Reitz, R. D., "An Analysis of the Distortion and Breakup Mechanisms of High Speed Liquid Drops," Int. J. Multiphase Flow, Vol. 23, pp. 631-650, 1997.
- (6) Hwang, S. S., Liu, Z., and Reitz, R. D., "Breakup Mechanism and Drag Coefficients of High Speed Vaporizing Liquid Drops," Atomization and Sprays, Vol. 6, pp. 353-376, 1996.
- (7) Krzeczowski, S. A., "Measurement of Liquid Droplet Disintegration Mechanisms," Int. J. Multiphase Flow, Vol. 6, pp. 227-239, 1980.
- (8) Taylor G. I., "The Shape and Acceleration of a Drop in a High Speed Air Stream," The Scientific Papers of G. I. Taylor, ed. G. K. Batchelor, Vol. III, University Press, Cambridge, 1963.
- (9) Lefebvre, A. H., "Atomization and Sprays," Hemisphere Publishing Corporation, pp. 46, 1989.
- (10) Chou, W. H., Hsiang, L. P., and Faeth, G. M., "Temporal Properties of Drop Breakup in the Shear Breakup Regime," Int. J. Multiphase Flow, Vol. 23, pp. 651-669, 1997.