論文2000-37SD-7-3

연산자 분리 방법을 통한 DFB/DBR 레이저 다이오드의 효율적인 시영역 동적 모델링

(An Efficient Split-Step Time-Domain Dynamic Modeling of DFB/DBR Laser Diodes)

金 炳 星 *, 鄭 榮 哲 **

(Byoung-Sung Kim and Youngchul Chung)

요 약

DFB(Distributed Feedback) 및 DBR(Distributed Bragg Reflector) 레이저 다이오드의 모델링에 많이 사용되는 시간 변수가 있는 결합 파동 방정식의 수치해를 효율적으로 구할 수 있는 새로운 방법을 제안하였다. 이 방법에서는 결합 파동 방정식을 두 세트의 방정식으로 분리하여 해석한다. 한 세트의 방정식들에는 위상 인자 및 이득 인자만 포함되고, 다른 한 세트의 방정식에는 결합항만이 포함된다. 본 논문에서 SS-TDM(Split-Step Time Domain Model)이라고 명명한 새로운 수치해석법은 기존의 방법에 비하여 매 시간 스텝당 계산 시간은 비슷한 반면에 분할 구간의 수가 10배 이상 적게 하여도 정확한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

Abstract

A novel and efficient approach for the numerical solution of time-dependent coupled-wave equations, which are frequently used for the modeling of DFB(Distributed Feedback), DBR(Distributed Bragg Reflector), and FP(Fabry Perot) laser diodes, is proposed. In this approach, the coupled wave equations are split into two sets of equations. One of two sets of equations contains only the phase factors and the other contains only the coupling terms. The separate equations are solved exactly in their split form successively. This new numerical scheme, which we call the SS-TDM(Split-Step Time Domain Model), is found to require an order of magnitude smaller number of subsections to get accurate results than the previous methods while the computation time for each time step is comparable to the previous methods.

* 正會員, 韓國電子通信研究院 交換傳送技術研究所
(Electronics and Telecommunications Research Institute)

** 正會員, 光云大學校 電子工學部/電子通信工學科
(Dept. of Electronic Communications Eng., Kwangwoon University)

※ 이 논문은 1999년도 광운대학교 교내학술연구비 및 과학기술부 Critical Technology-21 프로그램에 의하여 연구되었음.

接受日字:2000年2月28日, 수정완료일:2000年5月30日

Ⅰ. 서 론

DFB(distributed feedback) 또는 DBR(distributed Bragg reflector) 반도체 레이저는 크기가 매우 작고, 효율이 좋으며, 고속 동작이 가능하고, 다른 기능 소자들과의 집적이 용이하므로 광통신 및 광신호 처리 분야에서 매우 중요한 소자이다[1][2]. 고속 광통신 시스템에서 DFB/DBR 반도체 레이저의 제작 및 응용에 대한 고찰을 하기 위해서는 처핑(chirping) 과 변조 효율 및 동조 능력 등의 동적 특성을 적절히 예측하고 설계할

수 있는 도구가 필요하다.

DFB/DBR 레이저 다이오드의 동적 특성은 레이저 공진기 내의 캐리어와 광자의 분포는 고려하지 않고, 캐리어와 광자의 상호 작용을 지배하는 율방정식 쌍의 해를 구함으로서 쉽게 고찰할 수 있다[3]. 그러나 이와 같은 모델에서는 캐리어/광자의 불균일 분포로 인한 공간 홀 버닝(spatial hole burning)과 같은 현상을 설명할 수 없다는 단점이 있다.

광자와 캐리어의 불균일 분포를 설명하기 위하여, 여러가지 방법이 사용된 바 있다. 여러가지 소프트웨어 패키지 들 중의 하나인 CLADISS는 dc, 소신호 AM, FM 특성 및 광자와 캐리어의 불균일 분포 특성 등의 동적 특성을 해석할 수 있는 것으로 알려져 있다[4]. 또한 전송선로 레이저 모델(TLLM: transmission line laser model)이 레이저 다이오드의 동적 특성을 해석하기 위하여 개발된 바 있다[5][6]. 그 외의 여러 가지 대신호 동적 모델들을 이용하여 다전극 DFB 레이저 다이오드, 모드 잠김 레이저 다이오드, 초격자 광대역 동조 레이저 다이오드 등의 다양한 반도체 레이저 다이오드들을 해석한 바도 있다[7-20].

시간 변수가 있는 결합 파동 방정식을 수치적으로 해석하기 위해서, 단순한 순방향 유한차분(forward finite difference) 근사 방법이 주로 사용되고 있다[7-11]. 이 방법으로 해석하는 경우 발생하는 문제점으로는 위상 어긋남 인자(detuning factor)가 커지는 경우 정확도가 저하된다는 점이다[12-15]. 이와 같이 위상 어긋남 인자의 증대에 따라 수치해석의 안정도가 저하되는 문제점을 극복하기 위하여 순방향 유한 차분 근사법을 수정하여 해석하는 방법도 제시된 적이 있다[12-15]. 또한 각 섹션에서 순시 복소 주파수(ICF: instantaneous complex frequency)를 예측하고, 이를 이용하여 섹션에 입력되는 순방향 및 역방향 파동이 주어졌을 때 다음 시간 단계에서의 순방향 및 역방향 파동값을 결합 파동방정식(CWS: Coupled wave equation)의 해로 부터 계산하는 방법도 있으며, 이와 같은 해석방법도 아주 적은 수의 섹션으로 정확한 결과를 얻을 수 있음을 보인 바 있다[16-18]. 그러나 CWS-ICF 방법 또한 광대역 동조 레이저 다이오드 등을 해석하는 과정에서 불가피하게 나타나는 위상 어긋남 인자의 증대에 따라 에러가 증대됨을 확인할 수 있다. 이와 같은 에러의 증대는 순시 복소 주파수(ICF)를 예측함에 있어서 발생하는 에러가 커지지 때문으로 사료된다.

상기한 바와 같이 기존의 여러가지 방법들에서 발생하는 불안정성을 해소하기 위하여 SS-TDM(Split-step Time Domain Model)을 제안하고 이를 구현하였다. 새로운 SS-TDM에서는 시간 변수가 포함된 결합 파동 방정식의 수치해를 연산자 분리 기법을 이용하여 구한다. 즉, 연산자 분리를 통하여 결합 파동 방정식을 두세트의 방정식으로 분리한다. 한 세트의 방정식들에는 위상 어긋남 인자 만이 포함되고, 다른 세트에는 광결합항들만이 포함된다. 분리된 후의 방정식 세트들은 파워 보존 조건을 만족하도록 정확히 수치해석할 수 있다. 각각의 방정식을 정확하게 풀 수 있지만, 연산자 분리에서 발생하는 에러를 최소화하기 위해서는 각 섹션의 길이(Dz)가 적절해야 한다. 모델링 결과에 의하면, 다른 방법들에 비하여 섹션의 길이가 10배 이상 커도 된다는 사실을 알 수 있다. 기존의 시영역 모델로 해석한 결과와 비교하면, SS-TDM이 효율과 정확성 면에서 매우 우수하였다.

이 논문은 다음과 같이 구성된다. SS-TDM에 대하여 2절에서 상세히 기술하였다. 3절에서는 DFB/DBR 레이저 다이오드들의 시뮬레이션 결과들이 제시되고 기존의 방법들을 통한 결과와 비교하였다. 마지막으로 결론을 도출하였다.

Ⅱ. 연산자 분리 시영역 모델

SS-TDM(split-step time-domain model)은 순방향과 역방향 파동에 대한 결합 파동 방정식과 캐리어 율 방정식의 수치해를 구하는 것이 목적이다. 시간변수가 있는 결합 파동방정식은 레이저 다이오드를 같은 길이 $\Delta z(=c_g\Delta t)$를 가지는 작은 구간으로 나누어 수치해석할 수 있다. 각 구간에서의 캐리어 율방정식을 동시에 해석하여 동적 특성을 얻을 수 있다. 사용하는 방정식과 파라미터들을 다음에 상세히 열거하였다.

1. 시간 변수가 있는 결합 파동방정식

광도파로 내의 전계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E(x,y,z,t)=\phi(x,y)[F(z,t)e^{-i\beta_0 z}+R(z,t)e^{i\beta_0 z}]e^{i\omega_0 t} \quad (1)$$

여기서 ω_o는 기준 주파수이고 β_o는 Bragg 주파수에서의 전파상수이다. $\phi(x,y)$는 도파로의 모드 함수이며, $F(z,t)$ 와 $R(z,t)$ 는 도파로내에서 순방향과 역

방향 모드 진폭이다.

시변수가 있는 결합 파동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{c_g}\frac{\partial F(z,t)}{\partial t}+\frac{\partial F(z,t)}{\partial z}=(G-i\delta)F(z,t)+i\kappa R(z,t)+S_f(z,t) \tag{2a}$$

$$\frac{1}{c_g}\frac{\partial R(z,t)}{\partial t}-\frac{\partial R(z,t)}{\partial z}=(G-i\delta)R(z,t)+i\kappa^* F(z,t)+S_r(z,t) \tag{2b}$$

여기서 c_g는 군속도이고, 모델링하는 주파수 대역에서 일정한 값을 갖는다고 가정한다. k는 도파로에 새겨진 격자에 의하여 순방향과 역방향 파동 사이에 발생하는 결합계수이다. G와 d는 각각 모드 순이득과 위상 어긋남 인자이다. 위상 어긋남 인자에 대하여는 다음에 설명한다.

2. 자발 방출 잡음

방정식 (2)에서 $S_f(z, t)$와 $S_r(z, t)$는 자발 방출 잡음이며, 레이저 다이오드의 발진을 위한 구동원이다. 자발방출 잡음의 진폭 분포는 가우시안으로 가정하였고, 랜덤하게 변화한다고 가정한다[22]. 즉, 잡음의 성질은 다음식과 같다.

$$\langle S(z,t)S^*(z,t)\rangle=\frac{\beta R_{sp}}{c_g}\delta(z-z')\delta(t-t') \tag{3a}$$

$$\langle S(z,t)S(z',t')\rangle=0 \tag{3b}$$

여기서 R_{sp}는 단위길이당 전자-정공쌍 재결합율이고, BN^2/L의 식으로 주어진다. B는 재결합계수이고 L는 활성층의 길이이며, N는 캐리어 밀도이고 β는 자발 재결합 인자이며, $\delta(t)$ 는 δ-함수이다.

3. 전계 이득

광 전계 이득은 다음 식과 같이 주어진다.

$$G(z,t)=\frac{\Gamma g_N\{N(z,t)-N_0\}}{2(1+\varepsilon P)}-\frac{\alpha}{2} \tag{4}$$

여기서 Γ는 구속인자, g_N은 미분 이득, No는 투명 캐리어 밀도, e 은 이득 억압 계수, P 는 광자 밀도, a 는 산란과 흡수에 의하여 발생하는 도파로 손실이다.

4. 위상 어긋남 인자

방정식 (2)에서 δ는 위상 어긋남 인자이고, 캐리어 증감에 의하여 발생하는 굴절율 변화에 따라 다음식으로 표현된다.

$$\delta=\frac{\omega_0}{c}(n_{eff,0}+\Delta n)-\frac{\pi}{\Lambda} \tag{5}$$

여기서 $n_{eff,0}$는 캐리어 밀도가 투명 캐리어 밀도일 때의 굴절율이고, Δn는 캐리어가 주입됨에 따라 증감하는 굴절율이다. 캐리어 밀도 변화에 따른 굴절율 변화는 다음 식과 같다.

$$\Delta n=-\frac{\lambda_0}{4\pi}\Gamma\alpha_m g_N\Delta N(z,t) \tag{6}$$

여기서 α_m는 선폭 증가 인자, $\Delta N(z, t)$는 캐리어 주입에 따른 증감분이다.

5. 결합 계수

방정식 (2)에서 k와 k^* 는 소자 내의 격자에 의하여 순방향과 역방향 파동 사이에 발생하는 결합계수이다. 를 굴절율에 의한 결합계수, k_g를 이득에 의한 결합계수라 하면, 전체 결합계수 (k)는 $k=k_i+ik_g$와 같다. k_i와 k_g는 캐리어 주입과 광자밀도 변화에 의하여 다음과 같이 주어진다.

$$\kappa_i=\kappa_{i,0}-Q\alpha_m\Delta N(z,t)\frac{g_N}{2(1+\varepsilon P)} \tag{7a}$$

$$\kappa_g=\kappa_{g,0}+Q\Delta N(z,t)\frac{g_N}{2(1+\varepsilon P)} \tag{7b}$$

여기서 $k_{i,0}$와 $k_{g,0}$는 투명 상태에서 굴절율 결합계수 및 이득 결합계수이다. a_m은 선폭 증가 인자, g_N은 미분 이득, $\Delta N(z, t)$은 캐리어 밀도 증가분이다. Q는 캐리어 산란 파라미터이고 격자의 구조에 따라 0에서 1 사이의 값을 갖는다[24].

]6. 광자-캐리어 방정식

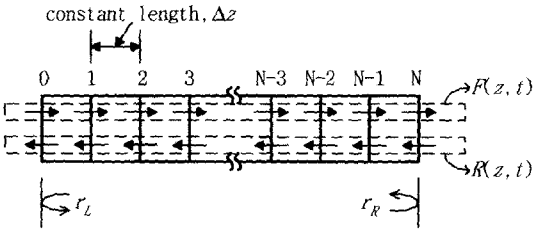
레이저 다이오드에서 전계이득, 위상 어긋남 인자, 자발방출 잡음의 변화는 캐리어 밀도의 변화에 의하여 발생한다. 캐리어 밀도의 변화 추이는 아래식과 같은 광자-캐리어 율 방정식으로 표현된다.

$$\frac{dN}{dt}=\frac{J}{ed_{act}}-BN^2-CN^3-\frac{c_g g_N(N-N_0)P}{1+\varepsilon P} \tag{8}$$

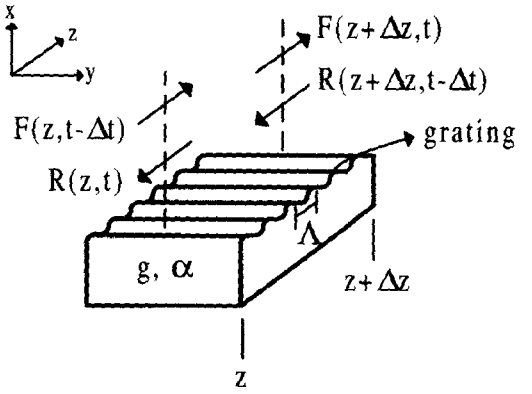
여기서 J는 전류 밀도, e는 전자의 전하량, d_{act}는 활성층의 두께, C는 Auger 재결합 계수이다. P는 정규화된 광자밀도이며 $\{|F|^2+|R|^2\}$의 식으로 주어진다.

7. 연산자 분리 시영역 알고리즘

방정식 (2)와 같은 시간 변수가 있는 결합 파동 방정식을 수치적으로 풀기 위해서는 레이저 다이오드를 그림 1에 보인 바와 같이 여러 개의 작은 구간 $\Delta z(=c_g\Delta t)$으로 나누어 고려하여야 한다. 수치적으로 구현할 때 방정식 (2)는 다음과 같이 연산자 분리 기법을 적용한다.



(a)



(b)

그림 1. (a) 동일한 길이의 구간으로 나누어져 있는 레이저 다이오드의 개략도
(b) 분할 구간의 개략도. G는 전계 이득, α는 도파로 손실이고 Λ는 격자주기이다. 시간 $t-\Delta t$에 양단으로 파동이 입력되고 시간 t에 파동이 출력된다

Fig. 1. (a) Schematic view of the laser diode, which has an integer number of subsections of equal length. (b) Schematic view of α subsection. G is field gain and a is waveguide loss. Λ is grating period. With two input waves at time $t-\Delta t$, two output waves at time t are updated.

첫 단계에서 전계 이득과 어긋남 인자가 포함된 다음의 편미분 방정식을 먼저 푼다.

$$\frac{\partial F(z,t)}{\partial z}=\left(G-i\delta-\frac{1}{c_g}\frac{\partial}{\partial t}\right)F(z,t) \tag{9a}$$

$$\frac{\partial R(z,t)}{\partial z}=-\left(G-i\delta-\frac{1}{c_g}\frac{\partial}{\partial t}\right)R(z,t) \tag{9b}$$

방정식 (9a)의 해는 다음과 같다.

$$F(z+\Delta z,t)=\exp\{(G-i\delta)\Delta z\}F(z,t-\Delta t) \tag{10}$$

여기서 (10)을 구하기 위하여 다음 Taylor전개식이 사용되었다.

$$\begin{aligned}F(z,t-\Delta t)&=\left[1+\frac{\partial}{\partial t}(-\Delta t)+\frac{1}{2!}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(-\Delta t)^2+\frac{1}{3!}\frac{\partial^3}{\partial t^3}(-\Delta t)^3+\cdots\cdots\right]F(z,t)\\&=\exp\left(-\frac{\partial}{\partial t}\Delta t\right)F(z,t)\end{aligned} \tag{11}$$

비슷하게 전개하면, $R(z,t)$에 관한 식을 (9b)로부터 얻을 수 있다. 그러면, 행렬식 형태의 수치해는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix}F(z+\Delta z,t)\\R(z,t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\exp\{(G-i\delta)\Delta z\} & 0\\0 & \exp\{(G-i\delta)\Delta z\}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F(z,t-\Delta t)\\R(z+\Delta z,t-\Delta t)\end{bmatrix} \tag{12}$$

전계 이득이 영일 때 (12)의 행렬값의 절대치는 1이며, 이는 (12)가 파워 보존을 만족함을 의미한다.

두번 째 단계에서는 다음과 같이 결합항이 포함된 편미분 방정식만을 고려한다.

$$\frac{\partial}{\partial z}\begin{bmatrix}F(z,t)\\R(z,t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -i\kappa\\i\kappa^* & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F(z,t)\\R(z,t)\end{bmatrix} \tag{13}$$

(13)은 행렬 대각화 후에 고유치를 구하고 이를 적절한 행렬로 변환하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix}F(z+\Delta z,t)\\R(z,t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sec h(\gamma\Delta z) & i\tanh(\gamma\Delta z)\\i\tanh(\gamma\Delta z) & \sec h(\gamma\Delta z)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F(z,t)\\R(z+\Delta z,t)\end{bmatrix} \tag{14}$$

여기서 $\gamma=(kk^*)^{1/2}$이다. (14)에서 다음과 같은 조건이 만족됨을 알 수 있다.

$$|F(z+\Delta z,t)|^2+|R(z,t)|^2=|F(z,t)|^2+|R(z+\Delta z,t)|^2 \quad (15)$$

즉, (14)는 무조건 안정하다는 것을 알 수 있다.

일차 미분방정식 (13)은 Crank-Nicholson 방법을 이용하여서도 수치적으로 구현할 수 있지만[21], 결합계수와 구간길이의 곱($\kappa\Delta z$)이 방정식 (14)에 보인 해에 비하여 훨씬 작아야 한다는 것을 다음에 보였다. 그림 2에 본 논문에서 제시한 방법과 Crank-Nicholson 방법의 정확도의 차이를 비교하였다. 그림 2에서 $|A_{11}|$ 은 구간 Δz 를 통한 투과계수의 절대값을 나타내고, $|A_{12}|$ 는 구간 Δz 로부터의 반사값이다. 결합강도가 작은 경우(즉, $0<\kappa\Delta z<0.05$)는 Crank-Nicholson 방법이 본 논문에서 사용하는 방법과 같은 결과를 보여준다. 그러나 $\kappa\Delta z$ 의 값이 0.05보다 클 때는, $\kappa\Delta z$ 가 증가함에 따라 에러가 증가한다. 이와 같은 이유로 식 (12)와 (14)로 주어지는 알고리즘이 Crank-Nicholson 방법에 비하여 훨씬 실용적이다.

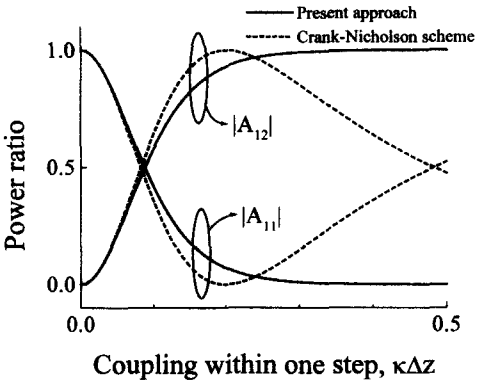


그림 2. 대각행렬화 방법과 Crank-Nicholson[21] 방법의 비교. $|A_{11}|$: 작은 구간을 통한 투과계수의 절대값. 작은 구간을 통한 반사계수의 절대값

Fig. 2. Comparison of a diagonalizing method and a Crank-Nicholson scheme[21]. $|A_{11}|$: Absolute value of a transmitting coupling element. $|A_{12}|$: Absolute value of a reflective coupling element.

7. 경계조건

왼쪽 단면의 좌표를 $z=0$으로 정하면, 단면에서 순방향 파동과 역방향 파동의 경계조건은 다음과 같다.

$$F(0,t)=r_L R(0,t) \quad (16a)$$

$$R(L_{tot},t)=r_R F(L_{tot},t) \quad (16b)$$

여기서 r_L과 r_R은 각각 좌측과 우측 단면에서의 진폭 반사율이고, L_{tot}은 소자의 전체 길이이다.

8. 유한한 이득 대역폭

활성층에서의 유한한 이득 대역폭은 다음과 같이 IIR(infinite inpulse response) 필터를 이용하여 모델링 할 수 있다[11][14].

$$X(z+\Delta z,t+\Delta t)=X(z,t)+A\{X(z+\Delta z,t)-X(z,t)\} \quad (17)$$

여기서 $X(z,t)$는 $F(z,t)$ 또는 $R(z,t)$이고, $A=\eta\exp(j\omega_o\Delta t)$이다. 위에서 η와 ω_o는 이득곡선의 대역폭과 중심주파수를 결정하는 파라미터이다.

레이저 공진기에서 전류는 종방향으로 균일하게 주입되지만, 광자 및 캐리어의 분포는 균일하지 않다. 각각의 시간 스텝마다 어긋남 인자 δ, 이득과 캐리어 밀도는 식 (4) ~ (8)에 따라 변화하게 된다. 순방향과 역방향 파동이 단면에 이르렀을 때, 경계 조건이 만족되어야 한다. 물질 및 구조 파라미터가 각각의 구간에서 순시적으로 변화하기 때문에 공간 홀 버닝(spatial hole burning) 현상이 자동적으로 고려되어 진다.

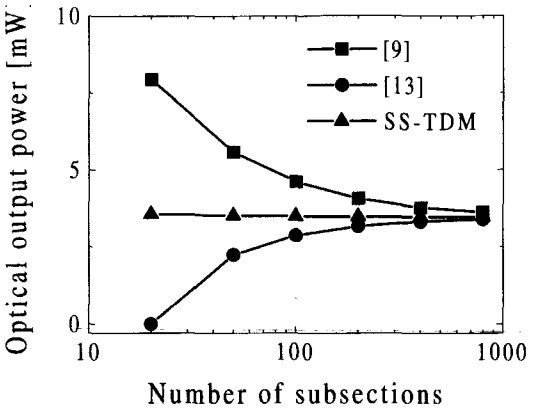
Ⅲ. 성능 분석 결과 및 고찰

SS-TDM (split-step time-domain model)은 복소 결합 DFB 레이저 다이오드[26, 27], 다전극 DBR 레이저 다

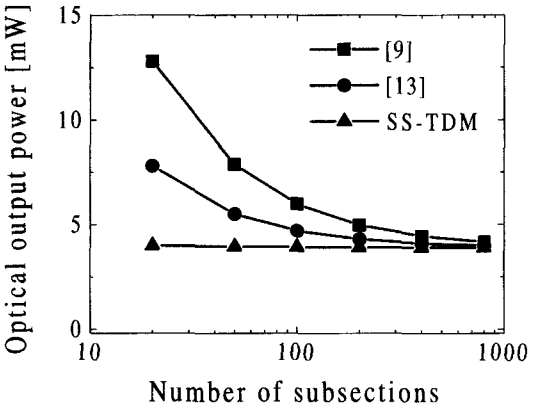
표 1. DFB/DBR 레이저 다이오드의 활성층의 파라미터

Table 1. Parameters of active region in DFB/DBR laser diodes.

Waveguide width, w	2μm
Confinement factor, Γ	0.3
Spontaneous recombination coefficient, B	1×10^{-10}cm^{3}s^{-1}
Auger carrier recombination coefficient, C	0.75×10^{-28}cm^{6}s^{-1}
Differential gain, g_N	2.5×10^{-16}cm^2
Carrier lifetime, τ	10 ns
Transparency carrier density, N_0	1.8×10^{-18}cm^{-3}
Effective phase refractive index without injection, $n_{eff,0}$	3.283
Effective group refractive index, n_g	3.7
Thickness of the active layer, d_{act}	0.2μm
Spontaneous coupling factor, β	0.5×10^{-4}
Waveguide loss, α	40 cm^{-1}
Linewidth enhancement factor, α_m	5
Nonlinear gain saturation coefficient, ε	2×10^{-17} cm^3



(a) In-phase



(b) Anti-phase

그림 3. 기존의 방법과 SS-TDM으로 계산된 광 출력 파워의 비교. (a) 굴절율과 이득이 동위상인 (in-phase) 복소 결합 DFB 레이저 다이오드 ($k_{i,0}$ = 30 cm^{-1}, $k_{g,0}$ = 20 cm^{-1})의 경우. (b) 굴절율과 이득이 반전된(anti-phase) 복소 결합 DFB 레이저 다이오드($k_{i,0}$ = -30 cm^{-1}, $k_{g,0}$ = 20 cm^{-1})의 경우. S-FDM(simple finite difference method)[9]. I-FDM (improved finite difference method)[13]. SS-TDM(split-step time-domain model)

Fig. 3. Comparison of optical output powers between conventional methods and the SS-TDM, under same conditions for (a) an in-phase ($k_{i,0}$ = 30 cm^{-1}, $k_{g,0}$ = 20 cm^{-1}) and (b) an anti-phase($k_{i,0}$ = -30 cm^{-1}, $k_{g,0}$ = 20 cm^{-1}) complex-coupled DFB laser diodes. S-FDM (simple finite difference method)[9]. I-FDM(improved finite difference method)[13]. SS-TDM(split-step time-domain model).

이오드[12, 13], 광대역 동조 레이저 다이오드[11, 28] 및 초단 펄스 생성용 모드 잠김 레이저 다이오드[11, 28] 등 다양한 구조의 레이저 다이오드 및 변조 소자들을 해석할 수 있다. 또한 SS-TDM을 확장하면 격자와 방향성 결합기가 포함된 add/drop 필터와 같은 다중 도파로 구조에도[29-31] 쉽게 적용할 수 있다. 이 절에서는 복소 결합 DFB 레이저 다이오드와 두 전극 DBR 레이저 다이오드를 기존의 방법 및 본 논문에서 제시하는 방법으로 해석하여 정확성 및 효율성을 비교한다.

그림 3에 기존의 방법[9][13]과 SS-TDM을 이용하여 계산한 복소 결합 DFB 레이저 다이오드의 출력 파워 계산 결과를 보였다. 해석에 이용된 파라미터 값들을 표 1에 나열하였다. 이득 영역에 주입된 전류는 50 mA 이다. 굴절율과 이득이 동위상인 복소 결합 DFB 레이저 다이오드의 출력 파워를 그림 3(a)에 분할 구간 수의 함수로 보였다. 굴절율과 이득 결합계수는 각각 30 cm^{-1} 와 20 cm^{-1} 로 정하였다. 그림 3(b)에는 굴절율 격자와 이득 격자의 위상이 반전된 복소 결합 DFB 레이저 다이오드의 출력 파워를 나타내었다. 이 경우 굴절율과 이득 결합계수는 각각 -30 cm^{-1} 와 20 cm^{-1}로 정하였다. 그림 3을 보면 기존의 방법에서는 해석 결과가 구간의 수에 매우 민감함을 알 수 있다. 반면에 SS-TDM으로 계산한 결과는 구간의 수에 거의 무관함을 알 수 있다. 이는 2절에서 설명하였듯이 SS-TDM의 분리 연산 단계에서의 해가 정확하고 따라서 파워 보존 조건을 만족하기 때문이다. 모델링 결과를 보면 연산자 분리로부터 발생하는 에러는 상당히 작음을 알 수 있다. 순시 복소주파수(ICF: instantaneous complex frequency)와 결합 파동 방정식의 해(CWS: coupled wave equation solution)를 이용한 방법으로 계산한 결과를 그림 3에 보이지는 않았지만 표 2에 보인 바와 같이 SS-TDM만큼 정확함을 알 수 있었다. 고려한 소자는 결합계수가 50 cm^{-1}인 굴절율 결합 DFB 레이저 다이오드이다. 출력 파워를 계산하는 데 있어서 CWS-ICF 방법이 SS-TDM과 비슷하게 정확하지만, 광대역 동조 레이저 다이오드를 해석하는 데는 정확도 면에서 부적절함을 다음에 보인다.

SS-TDM의 구간의 수에 거의 무관한 정확도와 안정성은 이 방법으로 DFB/DBR 구조의 반사 및 투과율을 정확히 계산할 수 있다는 데 기인한다. 그림 4에 격자가 새겨진 도파로의 반사율 계산 결과를 보였다. 격자의 길이는 600 mm 이며, 결합계수는 50 cm^{-1}, 레이저 다이오드 전체를 20개의 구간으로 나누었다. SS-TDM으로부터 계산된 결과를 해석해[25]와 비교하였다. 그림

4에서 보듯이 SS-TDM 결과는 해석해와 정확히 일치함을 알 수 있다. 구간의 수에 따른 SS-TDM의 정확성을 조사하기 위하여, 그림 4에 화살표로 표시한 무반사 파장을 기준으로 삼았다. 그림 5의 횡축은 한 구간에서의 결합강도 $k\Delta z$ 이다. $k\Delta z$ 가 0.2 이하일 때는 무반사 파장이 거의 수렴하고 있음을 알 수 있다. 이 사실로부터 결합계수가 50 cm^{-1}일 때는 구간의 길이가 40 mm 이하여야 함을 알 수 있다. 즉 레이저 다이오드의 길이가 600 mm 인 경우, 15 개 이상의 구간으로 나누면 정확한 결과를 얻을 수 있다

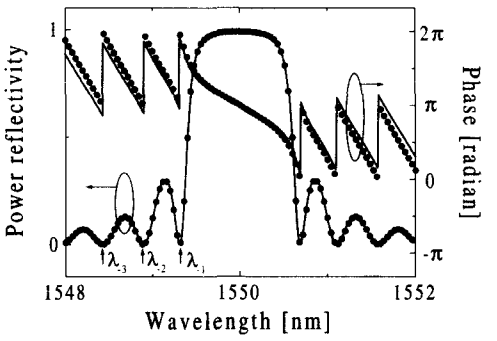


그림 4. 해석적 방법[31]과 SS-TDM으로 계산한 DBR의 반사율 비교. ?: 해석적 방법[31]. —: SS-TDM (split-step time-domain model)

Fig. 4. Comparison of reflection property between analytical method[31] and SS-TDM for corrugated waveguide. ?: Analytical approach[31]. —: SS-TDM (split-step time-domain model).

표 2. 굴절율 결합 DFB 레이저 다이오드에 대한 광 출력 파워의 비교. S-FDM: simple finite difference method. I-FDM: improved finite difference method. CWS-ICF: coupled wave equation solution in combination with instantaneous complex frequency. SS-TDM: split-step time-domain model

Table 2. Comparison of optical output powers for an index-coupled DFB laser diode. S-FDM: simple finite difference method. I-FDM: improved finite difference method. CWS-ICF: coupled wave equation solution in combination with instantaneous complex frequency. SS-TDM: split-step time-domain model.

N	S-FDM[mW]	I-FDM[mW]	CWS-ICF[mW]	SS TDM[mW]
20	12.80	7.806	4.061	4.000
100	5.992	4.704	3.925	3.922
400	4.447	4.097	3.901	3.901

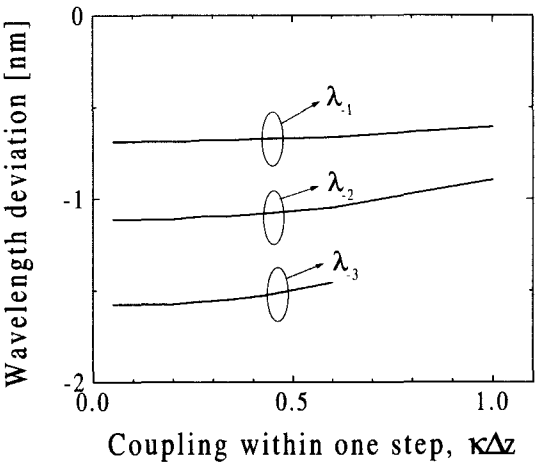
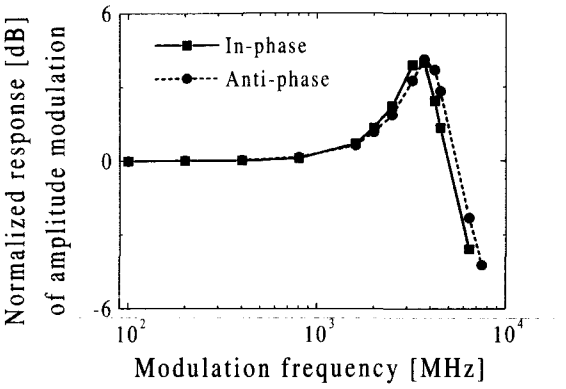


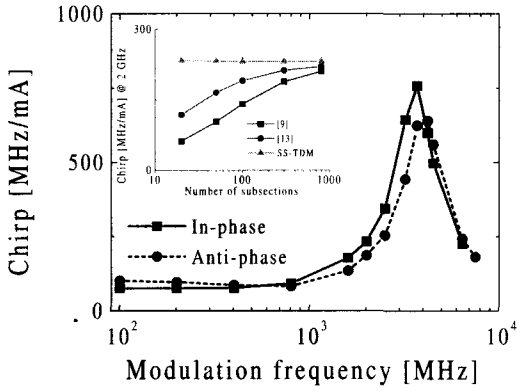
그림 5. 그림 4에 보인 반사율 곡선에서 반사율이 거의 영인 파장 ($\lambda_{l-1}, \lambda_{l-2}, \lambda_{l-3}$)의 변화. x축은 $k\Delta z$ 의 값을 나타낸다

Fig. 5. Loci of the wavelengths where a reflection becomes nearly zero, indicated by $\lambda_{l-1}, \lambda_{l-2}$ and λ_{l-3}, as seen in Fig. 4. The abscissa is the coupling within one subsection given by $k\Delta z$, where k is a coupling coefficient and Δz is the one-step length.

복소결합 DFB 레이저 다이오드의 AM(amplitude) 및 FM(frequency response)를 그림 6에 보였다. 결합계수 값은 앞에 언급한 경우와 동일하다. 주입전류는 100 mA이고 변조지수는 5%이다. In-phase 복소 결합 DFB레이저 다이오드의 경우 출력 파워는 8.75 mA이고, anti-phase 복소 결합 DFB 레이저 다이오드의 출력파워는 8.51 mW이다. 100 MHz에서의 AM 특성은 0.263 mW/mA(in-phase) 및 0.225 mW/mA(anti-phase)이다. 다른 주파수에서의 AM 특성은 100MHz에서의 값을 기준으로 정규화되었다. 그림 6(a)에 in-phase 와 anti-phase 복소결합 DFB 레이저 다이오드의 AM특성을 보였다. Anti-phase의 경우가 in-phase에 비하여 대역폭이 약간 더 큼을 알 수 있다. Anti-phase의 경우에는 캐리어 주입에 따라 결합계수가 증가하기 때문에 임계전류가 감소하고 이에 따라



(a)



(b)

그림 6. 복소결합 DFB 레이저 다이오드의 변조 특성. (a) AM(amplitude modulation) 특성 (b) FM(frequency response) 특성.

Fig. 6. Modulation responses of complex-coupled DFB laser diodes. (a) AM (amplitude modulation) response. (b) FM (frequency modulation) response.

이득이 포화될 때까지 광자 밀도가 증가한다. 이에 따라 relaxation oscillation 주파수가 증가한다. 반면에 in-phase 의 경우는 캐리어 주입에 따라 결합계수가 감소하게 되어 anti-phase의 경우에 비하여 relaxation oscillation 주파수가 작게 된다. 그림 6(b)에 복소 결합 DFB 레이저 다이오드의 FM 반응을 보였다. 그림 6(a)와 비슷하게 relaxation oscillation 주파수 근처에서 피크 값을 보인다. Relaxation oscillation 주파수 근처에서 in-phase와 anti-phase인 경우의 FM 반응은 각각 757 MHz/mA와 640 MHz/mA이다. 그림 6(b) 내의 작은 그림에는 분할 구간의 수에 따른 처핑 특성 계산 결과를 보이고 있다. 기존의 모델링 방법에서는 수렴된 값을 얻기 위하여 많은 수의 분할 구간을 필요로 하지만SS-TDM에서는 적은 수의 분할 구간만으로도 정확한 결과를 얻을 수 있음을 보이고 있다. 다시 말하면 SS-TDM이 레이저 다이오드의 동적 특성을 조사하는데 있어서 훨씬 효율적이다.

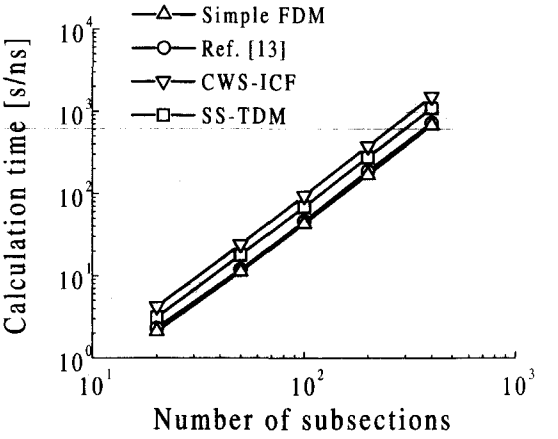
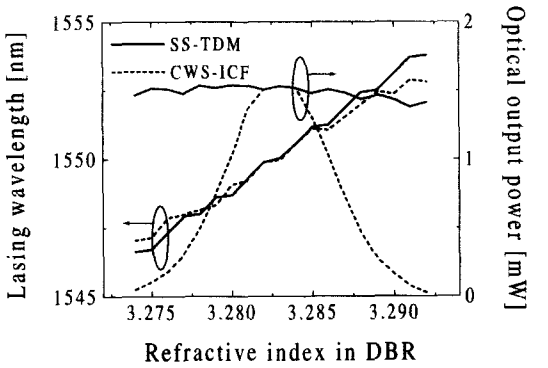


그림 7. 소요되는 계산 시간의 비교. S-FDM: simple finite difference method. CWS-ICF: coupled wave equation solution in combination with instantaneous complex frequency. SS-TDM: split-step time-domain model.

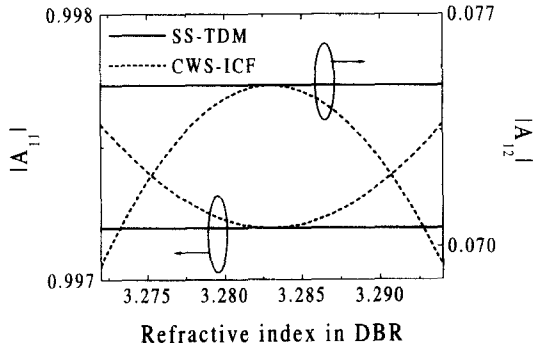
Fig. 7. Comparison of required calculation times. S-FDM: simple finite difference method. CWS-ICF: coupled wave equation solution in combination with instantaneous complex frequency. SS-TDM: split-step time-domain model.

그림 7에 여러 가지 시영역 모델을 이용하여 굴절율 결합 DFB 레이저 다이오드의 계산시간을 비교하였다. DFB 레이저 다이오드의 길이는 600 mm이고, 굴절율 결합계수는 50 cm^{-1}이다. 그림 7에서 계산시간은 실제 시간 1ns동안의 레이저 특성을 모델링하는 데 필요한 시간으로 정의하였다. 프로그램을 C언어로 작성하였으며, Pentium-II 200MHz 시스템에서 계산을 행하였다. 모든 시영역 모델에서 구간의 수가 증가함에 따라 계산 시간이 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 단순한 FDM(finite-difference method)이 SS-TDM에 비하여 CPU 시간을 약간 덜 소모함을 알 수 있다. 여기서 단순한 FDM이라 함은 미분 방정식에서 일차 편미분을 단순히 순방향 유한 차수 근사시키는 것을 의미한다. 반면에 SS-TDM에서는 그림 3에 보인 것처럼 훨씬 적은 수로 구간을 나누어 해석하더라도 정확한 결과를 얻을 수 있어서 전체적으로는 단순한 FDM에 비하여

효율적이라 할 수 있다. 또한 예측되는 복소 주파수을 이용한 결합파동방정식 해(이후로는 CWS-ICF라 칭함)는 가장 CPU 시간을 많이 소모하지만, 표 2에 보인 바와 같이 SS-TDM과 비슷하게 정확한 결과를 준다.



(a)



(b)

그림 8. 두전극 DBR 레이저 다이오드를 고려할 때 SS-TDM과 CWS-ICF[18]의 비교. (a) 열을 가하지 않았을 때의 굴절율은 3.283으로 가정하였다. (a) DBR의 굴절율에 따른 발진 파장과 광 출력 파워. (b) DBR의 굴절율에 따른 분할 구간(Dz)에서의 반사와 투과

Fig. 8. Comparison of SS-TDM and CWS-ICF [18], when calculations are operated over the same two-section DBR laser diode. Effective refractive index without heating is assumed to be 3.283. (a) Lasing wavelength and optical output power as a function of the refractive index in DBR. (b) Reflection from and transmission through a subsection (Dz) as a function of the refractive index in DBR.

레이저 다이오드의 출력 광파워를 계산하는 데 있어서 CWS-ICF 방법은 SS-TDM과 거의 비슷하게 정확하지만, DFB/DBR 레이저 다이오드의 광대역 동조 특성을 해석하는 데는 불리함을 다음의 예를 통하여 보이고자 한다. 그림 8에 두전극 DBR 레이저 다이오드를 모델링하는 데 있어서 SS-TDM과 CWS-ICF를 적용하여 얻은 결과를 보였다. 전체 레이저 다이오드의 길이는 800 mm, 활성영역의 길이는 500 mm, DBR의 길이는 300 mm이다. DBR의 결합계수는 50 cm^{-1}으로 하였다. DBR이 없는 쪽 단면의 파워 반사율은 80%로 정하고, DBR이 있는 쪽의 파워 반사율은 0.1%로 정하였다. 해석에 사용된 다른 파라미터들은 표 1에 나열한 값들을 이용하였다. 분할된 구간의 수는 40이고, 활성영역에 주입하는 전류값은 100 mA로 하였다. 수동 도파로의 손실계수는 5 cm^{-1}로 하였다. 그림 8(a)에 보였듯이 DBR의 굴절율을 변화시킴에 따라 SS-TDM으로 계산되는 광파워는 거의 일정함을 알 수 있고, 반면에 CWS-ICF으로부터 계산되는 광파워는 점진적으로 감소함을 알 수 있다. 이와 같이 비정상적으로 파워가 감소하는 이유는CWS-ICF의 경우에 분할 구간에서의 반사율($|A_{11}|$) 및 투과율($|A_{12}|$)이 어긋남 인자가 커짐에 따라 부정확해지기 때문이다.

Ⅳ. 결 론

DFB와 DBR 레이저 다이오드를 해석하기에 매우 유용한 SS-TDM(split-step time-domain model)을 제안하고, 구현 방법 및 모델링 예를 상세히 설명하였다. SS-TDM에서는 시간 변수가 있는 결합 파동방정식을 연산자 분리 개념을 이용하여 2 세트의 방정식으로 분리하였다. 한 세트의 방정식을 시간 미분과 위상 어긋남 인자를 포함하고 있다. 또 한 세트의 방정식은 결합항만을 포함하고 있다. 두 세트의 방정식의 수치해를 순차적으로 정확히 구하여서 전체해를 구할 수 있다. 연산자 분리로부터 발생하는 에러를 예상할 수 있겠으나, 모델링 예를 통하여 적은 수의 구간 분할을 통하여 정확한 해를 구할 수 있음을 보였다. 같은 결합 파동방정식으로부터 유도되기는 하지만 다른 방법을 이용하는 여러가지 시영역 모델들과, 본 논문에서 제안한 SS-TDM과를 상세히 비교하였다.

SS-TDM의 경우는 같은 수로 구간을 나누었을 때, 기존의 방법들과 비슷한 정도의 계산 시간이 소요된다. 그러나, SS-TDM에서는 10배 이상 적은 수로 구간을 나누어 해석하더라도 정확한 수치해를 얻을 수 있기

때문에, SS-TDM이 10배 이상 효율적이라고 할 수 있다. 복소결합 DFB 레이저 다이오드와 두전극 DBR 레이저 다이오드의 해석을 통하여 상술한 SS-TDM의 이점을 보였다.

복소 결합 DFB 레이저 다이오드의 출력 광파워의 수렴특성에서는 SS-TDM과 CWS-ICF(coupled wave equation solution with estimated instantaneous complex frequency)가 비슷한 성능을 보였고, 두 방법 모두 단순한 FDM방법에 비하여는 훨씬 우수한 특성을 보였다. 한편 굴절율 증감에 따라 위상 어긋남 인자 값이 커지면, CWS-ICF방법은 각 분할 구간에서의 반사율 및 투과율 면에서 에러가 크게 발생하는 반면에, SS-TDM의 경우는 상당히 정확한 값을 얻을 수 있었다. CWS-ICF의 경우는 각 분할 구간에서 반사와 투과의 에러에 의하여 굴절율의 증감에 따라 비정상적으로 광 파워가 감소하게 되지만, SS-TDM의 경우는 동조하는 과정에서 광파워가 일정하게 유지된다. 이와 같은 정확성 및 안정성으로 인하여 새로이 개발된 SS-TDM은 다양한 레이저 다이오드의 해석 및 모델링에 다양하게 사용될 수 있고, 광통신 링크 시뮬레이터의 광송신 모듈로 매우 효율적으로 사용될 수 있다.

참 고 문 헌

[1] L. A. Coldren and S. W. Corzine, *Diode lasers and photonic integrated circuits*, John Wiley & Sons, Inc, 1995.

[2] P. E. Green, *Fiber Optic Networks*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.

[3] G. P Agrawal and N. K. Dutta, *Semiconductor lasers, 2nd ed.*, Van Nostrand Reinhold, 1993.

[4] P. Vankwikelberge, G. Morthier, and R. Baets, "CLADISS-A longitudinal multimode model for the analysis of the static, dynamic, and stochastic behavior of diode lasers with distributed feedback," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 26, no. 10, pp. 1728-1741, 1990.

[5] A. J. Lowery, "New dynamic semiconductor laser model based on the transmission-line modelling method," IEE Proc.-Optoelectron., vol. 134, no. 5, pp. 281-289, 1987.

[6] A. J. Lowery, A. Keating, and C. N. Murtonen, "Modeling the static and dynamic behavior of quarter-wave-shifted DFB lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 28, pp. 1874-1883, 1992.

[7] E. A. Avrutin, J. M. Arnold, and J. H. Marsh, "Analysis of dynamics of monolithic passively mode-locked laser diodes under external periodic excitation," *IEE Proc.-Optoelectron.*, vol. 143, no. 1, pp. 81-88, 1996.

[8] L. M. Zhang and J. E. Carroll, "Large-signal dynamic model of the DFB laser," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 28, no. 3, pp. 604-611, 1992.

[9] L. M. Zhang, J. E. Carroll, and C. Tsang, "Dynamic response of the gain-coupled DFB laser," IEEE J. Quantum Electron., vol. 29, pp. 1722-1727, 1993.

[10] L. M. Zhang and J. E. Carroll, "Semiconductor 1.55 mm laser source with gigabit/second integrated electroabsorptive modulator," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 30, no. 11, pp. 2573 - 2577, 1994.

[11] D. J. Jones, L. M. Zhang, J. E. Carroll, and D. D. Marcenac, "Dynamics of monolithic passively mode-locked semiconductor lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 31, no. 6, pp. 1051 -1058, 1995.

[12] C. K. Gardiner, R. G. S. Plumb, P. J. Williams, and T. J. Reid, "Three-section sampled-grating DBR lasers: modelling and measurements," *IEE Proc.-Optoelectron.*, vol. 143, no. 1, pp. 24 - 30, 1996.

[13] 김병성, 정영철, 김선호, "전계흡수변조기가 집적된 광대역 파장가변 SGDBR/SSGDBR 레이저 다이오드의 동적 특성," 대한전자공학회논문지 제 35권 D편, pp. 53-61, 1998

[14] B. S. Kim, Y. Chung, and S. H. Kim, "Dynamic analysis of widely tunable laser diodes integrated with sampled- and chirped-grating distributed Bragg reflectors and an electroabsorption modulator," *IEICE Trans.*

on Electronics, vol. E81-C, no. 8, pp. 1342-1349, 1998.

[15] B. S. Kim, Y. Chung, K. H. Park, and S. H. Kim, "Optical mm-wave signal generation using a multi-section distributed feedback laser diode," *Microwave & Optical Tech. Lett.*, vol. 20, no. 1, pp. 64-66, 1999.

[16] S. K. C. Liew, "Above-threshold analysis of three-section DFB/DBR lasers with second-order gratings," *IEEE J. Selected Topics in Quantum Electron.*, vol. 1, no. 2, pp. 363-370, 1995.

[17] D. D. Marcenac, *Fundamenatals of laser modelling*, Ph. D. dissertation, Cambridge University, 1993.

[18] C. F. Tsang, D. D. Marcenac, J. E. Carroll, and L. M. Zhang, "Comparison between 'power matrix model' and 'time domain model' in modelling large signal response of DFB lasers," *IEE Proc.-Optoelectron.*, vol. 141, no. 2, pp. 89-96, 1994.

[19] M. G. Davis and R. F. O'Dowd, "A transfer matrix method based large-signal dynamic model for multielectrode DFB lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 30, no. 11, pp. 2458-2466, 1994.

[20] T. Makino, "Effective-index matrix analysis of distributed feedback semiconductor lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 28, pp. 434-440, 1992.

[21] B. S. Kim and Y. Chung, "Novel numerical solution of time-dependent coupled wave equations", *Electron. Lett.*, vol. 35, no. 1, pp. 84-85, 1999.

[22] K. Petermann, "Calculated spontaneous emission factor for double heterostructure injection lasers with gain induced mode guiding," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-15, pp. 556 - 570, 1979.

[23] H. F. Liu, S. Arahira, T. Kunii, and Y. Ogawa, "Generation of wavelength-tunable transform-limited pulses from a monolithic passively mode-locked distributed Bragg reflector semiconductor laser," *IEEE Photon. Tech. Lett.*, vol. 7, no. 10, pp. 1139-1141, 1995.

[24] L. Olofsson and T. G. Brown, "The influence of resonator structure on the linewidth enhancement factor of semiconductor lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 28, no. 6, pp. 1450-1458, 1992.

[25] A. Yariv, *Optical electronics, 4th ed.*, Saunders College Publishing, Chap. 13, 1991.

[26] M. Okai, M. Suzuki, and A. Aoki, "Complex-coupled l/4-shifted DFB lasers with a flat FM response," *IEEE J. Selected Topics in Quantum Electron.*, vol. 1, no. 2, pp. 461-465, 1995.

[27] K. David, G. Morthier, P. Vankwikelberge, R. G. Baets, T. Wolf, and B. Borchert, "Gain-coupled DFB lasers versus index-coupled and phase-shifted DFB lasers: a comparison based on spatial hole burning corrected yield," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 27, no. 6, pp. 1714-1723, 1991.

[28] B. S. Kim, Y. Chung, and S. H. Kim, "Dynamic analysis of mode-locked sampled-grating distributed-Bragg-reflector laser diodes," *IEEE Jr. of Quantum Electron.*, Submitted, 1999.

[29] S. S. Orlov, A. Yariv, and S. V. Essen, "Coupled-mode analysis of fiber-optic add-drop filters for dense wavelength-division multiple-xing", *Opt. Lett.*, vol. 22, no. 10, pp. 888-890, 1997.

[30] B. S. Kim and Y. Chung, "Split-step time domain modeling of add-drop filters including a grating-written directional coupler," *CLEO/Pacific Rim '99*, Seoul, Korea, 1999.

[31] L. Dong, P. Hua, T. A. Birks, L. Reekie, and P. St. J. Russell, "Novel add/drop filters for wavelength-division-multiplexing optical fiber systems using a Bragg grating assisted mismatched coupler," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 8, no. 12, pp. 1656-1658, 1996.

저 자 소 개

金 炳 星(正會員)

1994년 2월 광운대학교 전자통신공학과 학사. 1996년 2월 광운대학교 전자통신공학과 석사. 2000년 2월 광운대학교 전자통신공학과 박사. 1994년 7월~1999년 2월 한국과학기술연구원 광기술연구센터 연수생. 2000년 2월~현재 한국전자통신연구원 교환전송기술연구소 선임연구원. <주관심 분야 : 광통신 시스템 및 광소자, 광 인터넷>

鄭 榮 哲(正會員)

1981년 서울대학교 전자공학과(공학사). 1983년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1992년 Electrical and Computer Engineering, University of California at Santa Barbzra(박사). 1991년~1986년 LG 전선기술연구소. 1987년~1988년 한국과학기술연구소(KIST). 1992년~1993년 Optoelectronics Technology Center(UCSB). 1993년~현재 광운대학교 전자공학부/전자통신공학과 부교수. <주관심분야 : 광통신용 소자/모듈 및 광통신 시스템>