

## ☒ 연구논문

단기 생산공정에 활용되는 SPC 기법의 비교 연구<sup>+</sup>

서순근 · 이성재

동아대학교 산업시스템공학과

김병태

삼성항공(주) 제2사업장 사업운영UNIT

Comparison of Statistical Process Control Techniques for Short  
Production Run

Sun-Keun Seo · Sung Jae Lee

Dept. of Industrial &amp; Systems Engineering, Dong-A University

Byung Tae Kim

Samsung Aerospace Industries, Ltd. (Plant #2), Program Management Unit

## Abstract

Short runs where it is neither possible nor practical to obtain sufficient subgroups to estimate accurately the control limit are common in modern business environments. In this study, the standardized control chart, Hillier's exact method, Q chart, EWMA(Exponentially Weighted Moving Average) chart for Q statistics and EWMA chart for mean and absolute deviation among many SPC(Statistical Process Control) techniques for short runs have been reviewed and advantages and disadvantages of these techniques are discussed.

The simulation experiments to compare performances of these variable charts for process mean and variations are conducted for combination of subgroup size, scale and timing of shifts of process mean and/or standard deviation. Based upon simulation results, some guidelines for practitioners to choose short run SPC techniques are recommended.

---

<sup>+</sup> 본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(981-1016-285-1) 지원을 받아 수행되었음.

## 1. 서론

기업에서 품질 및 생산성의 향상을 동시에 추구하기 위해서는 사후관리 개념이 강한 제품검사, 로트의 합격 여부를 판정하는 샘플링 검사 등과 같은 기존의 품질관리 개념보다는 생산성 목표를 달성하기 위해 PDCA(Plan-Do-Check-Action) 사이클을 통하여 통계적 방법으로 공정을 효율적으로 운영하는 관리 방법인 통계적 공정관리(Statistical Process Control : SPC)의 필요성은 대단히 중요하다.

그런데 최근까지 대상제품의 수명 주기(Life Cycle)는 대부분 길었으며 이로 인하여 생산성을 높이기 위한 활동의 결과도 쉽게 나타났지만 시간이 갈수록 수명 주기는 점점 짧아지고 이에 따라 생산 방식 또한 짧고 작은 생산 단위 위주(Short run or Low volume)로 변하고 있다. 따라서, 제품의 회전이 빨라지고 생산 주기가 점점 짧아지는 현대 기업에서는 관리한계 설정에 표본 크기 4~5의 25~30개군이 필요하며, 부품의 특징이 유사하더라도 재료나 규격의 차이 등으로 분리된 관리도가 요구되고 있는 기존의 통계적 공정관리의 방식만으로는 적용의 한계를 느끼게 되고 또 적용의 효율성도 많이 떨어지게 되어 다음과 같은 방법들이 충분한 사전연구없이 현장에서 활용되고 있다.

첫째, 공정의 적은 변화(shift)에 대하여 Shewhart관리도 보다도 빨리 반응하는 EWMA, Cusum(누적합) 관리도의 활용, 둘째, 크기 4~5개의 25~30개군을 형성한 자료보다 개별 관측치를 이용하거나, 셋째, 동일공정에 생산되는 다양한 제품의 측정치를 구하여 목표치를 차감하여 도시하는 방법[16] 등이다.

본 연구에서는 회사의 품질성속도가 증가함에 따라 계수형 관리도의 사용빈도는 점점 떨어지므로, 공정 평균과 산포에 대한 계량형 관리도를 대상으로 단기생산공정에 적용할 수 있는 대표적인 기법의 특성을 정성적으로 고찰하고 simulation 실험을 통해서 정량적으로 분석하여 이들 기법의 장단점을 파악하고자 한다. 즉, 이런 짧은 생산주기 공정에 대표적으로 적용되는 공정의 평균과 산포에 관한 관리도의 통계적 특성을 조사하기 위하여 부분군의 크기, 공정 변화(shift)의 시점과 크기, 공정의 평균과 표준편차가 개별 또는 동시 변화여부를 고려하여 각 관리도의 탐지확률과 ARL(Average Run Length) 등을 비교 분석하여 짧은 생산주기 공정에서의 변화에 보다 적합한지 검토하고자 한다.

## 2. Short-run SPC 기법

1920년대 Bell Telephone Lab.의 Shewhart에 의하여 개발된 관리도를 포함한 SPC 기법은 이론적 발전과 더불어 현장에서 가장 많이 활용되고 있는 관리 기술의 주요 분야의 하나이다. 이중에서 Short Run SPC에 관한 연구는 Hillier(1969) 이후로는 관련학자들의 관심이 되지 못했으나 1980년대 말부터 ASQC의 학술대회에서 이 분야에

관한 논문이 다수 발표되고 Quesenberry(1991a)가 Q 관리도를 개발하므로서 새로운 연구분야로서 대두되고 있다.

지금까지 개발된 단기 또는 소량 생산환경에서 적용되는 SPC 기법들에 관한 연구를 다음의 5가지로 분류할 수 있다.

첫째, 자료의 부족을 극복하기 위하여 동일공정이나 유사제품의 자료를 pooling하는 방법으로써 목표치를 차감하거나 목표치의 산포에 의해서 표준화시킨 자료를 이용하여 기존 SPC 기법을 적용한다[1, 2, 3, 6, 8, 12, 14, 17].

둘째, 주어진 제1종 오류 확률(오탐지 확률)을 정확히 만족하기 위하여 관리한계를 조정하는 방법이다[10, 11, 13, 17, 28].

셋째, 평균 및 분산의 추정과 이의 독립성을 유지하기 위하여 Short Run 상황에도 적용할 수 있도록 자료를 변환하여 사용하는 방법으로써 90년대에 개발된 Quesenberry의 Q 관리도가 요즘 관심의 대상이 되고 있다. Quesenberry는 계량형 관리도[18, 21]과 더불어 이항[19, 22], Poisson[20], 기하[23] 분포에도 적용할 수 있는 Q 관리도를 개발하였으며 Q 관리도의 특성을 검토하고 약점을 보완한 연구[4, 27] 등이 있다.

넷째, 품질특성치보다 공정입력변수(온도, 압력)의 관측과 관리를 강조하는 방법이다[7, 26].

다섯째, 표준화 Shewhart 관리도보다 큰 민감도를 가진 관리도(EWMA 또는 Cusum)를 사용하는 방법으로서 자료가 축적될 때마다 통계량이 갱신되는 기법이다[4, 5, 21].

본 연구에서는 위의 5가지 분류 중 고기술 측면이 강한 넷째 분류를 제외한 4가지 분류에 속하는 공정 평균과 산포에 적용할 수 있는 계량형 관리도의 대표적 기법, 즉 표준화  $\bar{X}-R$  관리도, 제1종 오류를 정확하게 조정하는 Hillier의 방법 그리고 Quesenberry의 Q 관리도와 Q 관리도의 약점을 일부 보완하는 EWMA-Q 관리도, 공정 평균과 산포에 적용되는 EWMA 관리도를 선택하여 통계적(정상상태 오탐지확률, 이상상태 탐지확률, ARL) 실용적(현장 사용 및 계산 편의성 등) 특성을 simulation 실험 등을 통하여 조사하고자 한다.

## 2.1 표준화 관리도

단기 생산공정하에서 활용할 수 있는 가장 기초적인 SPC 기법은 도시되는 통계량에 표준화개념을 적용하는 것으로서 다음과 같이 세 가지로 구분할 수 있다.

첫째, DNOM(Deviation from Nominal) 관리도로 측정치와 목표치( $T$ )의 차로써 관리하는 방법( $\bar{X}-T$ ),

둘째, 단위값(code value) 관리도로서, 이것은 측정단위와 측정치와 목표치의 차에 대한 비율( $(\bar{X}-T)/U$ ,  $U$ : 측정단위)를 관리하거나,

셋째로, 산포에 대해서도 표준화된 관리도이다. 이것은 주로 공정의 범위에 대한 비로서 관리도에 도시하는데 여러 가지 방법( $(\bar{X}-\bar{\bar{X}})/\bar{R}$ ,  $(\bar{X}-T)/\bar{R}$ ,  $R/\bar{R}$  등)이 있다[1].

이런 표준화된  $\bar{X}-R$  관리도 등을 적용하는데 중요하게 고려해야 할 점은 모든 대상들의 특성치가 동일한 공정 표준편차를 가진다는 가정이 필요하거나 부분군의 크기는 항상 일정하고 같아야 한다는 것이다. 그러나 실제로는 공정 표준편차가 다른 경우가 많으므로 이런 경우에는 공정 산포에 대해 표준화된 관리도가 보다 쉽게 적용될 수 있지만 변환된 값을 사용하므로써 실제 관리도의 능력을 파악하기 힘들며, 중간정도의 공정 변화에 덜 민감하고 조기에 공정의 변화가 발생할 경우에 관리도의 능력이 떨어진다.

본 연구에서는 이런 장단점을 고려하여 이 중에서 세 번째 방법인 공정 산포에 대하여 표준화한 관리도를 분석대상으로 선택하였으며, 모수 미지인 경우와 모수 기지인 경우로 구분하고 개별 관측치를 획득한 경우와 군 구분이 가능한 경우로 세분화하여 표준화 관리도의 관리한계를 설정하여야 한다. 우선 모수 미지이고 군 구분이 가능한 경우 부분군의 크기가 2이상( $n \geq 2$ )과 개별 관측치일 경우의 관리한계와 통계량에 관한 식을 정리하면 식 (1)~(4)와 같으며 모수 기지인 경우의 식은 이와 유사하게 구할 수 있다[14].

#### 군 구분가능( $n \geq 2$ )

$$\bar{X} \text{ 관리도의 관리한계} : -A_2 < \frac{\bar{X}_r - \bar{X}}{R} < +A_2 \quad (1)$$

$$\bar{R} \text{ 관리도의 관리한계} : D_3 < \frac{R_r}{R} < D_4 \quad (2)$$

단,  $\bar{X}_r$  과  $R_r$  는  $r$  번째 부분군의 평균과 범위,  $\bar{X}$  와  $\bar{R}$  는  $\bar{X}_r$  과  $R_r$  의 평균

#### 개별 관측치( $n=1$ )

$$X \text{ 관리도의 관리한계} : -2.659 < \frac{X_r - \bar{X}}{R_s} < 2.659 \quad (3)$$

$$R_s \text{ 관리도의 관리한계} : 0 < \frac{R_s}{R_s} < 3.267 \quad (4)$$

여기서  $R_s$  는 이동범위(moving range),  $\bar{X}$  와  $\bar{R}_s$  는  $X_r$  과  $R_s$  의 평균

그러나 표준화 관리도에서 공정 모수가 미지인 경우에 예비 관리한계를 설정하는 단계 I 과 이를 이용하여 공정의 이상여부를 판정하는 단계 II 의 구분이 명확하지 않을 경우에 도시된 점들 사이의 상관관계가 존재하므로 도시된 점들의 양태에 따른 해

석이 틀릴 수 있다[24]. 따라서 이런 현상을 피할 수 있는 공정 평균과 산포의 정보 또는 목표치가 알려져 있는 경우는 현실적으로 드물다고 보여지므로 이에 대한 철저한 분석이 필요하다[2].

## 2.2 Hillier의 방법

Hillier의 방법은 공정 모수가 미지인 경우에 부분군의 수가 충분히 많지 않아도 제 1종 오류(Type I error)를 조정할 수 있도록 관리한계를 설정하는 방법으로서 두 단계로 구성된다[10, 11]. 단계 I은 초기 적은 수의 부분군 데이터들이 발생되는 동안 공정이 관리한계 내에 있었는지를 소급해서 검토할 수 있도록 관리한계를 설정하는 단계이다. 그리고 다음은 단계 I에서 공정이 관리상태에 있을 경우에, 이의 평균과 표준편차를 이용하고 제1종 오류의 확률을 조정하여 단계 I 이후의 부분군의 데이터가 관리한계 내에 들어가는지를 판정할 수 있는 관리한계를 설정하는 것이 단계 II이다.

단계 I에서  $\bar{X}-R$  관리도의 제1종 오류를 고려하여 다음의 세 가지 확률값을 먼저 결정한다.

- $a_2$ :  $\bar{X}$  관리도에서의 제1종 오류의 확률,
- $a_3$ :  $R$  관리도의 관리하한에서의 제1종 오류의 확률,
- $a_4$ :  $R$  관리도의 관리상한에서의 제1종 오류의 확률,

단계 I의 관리한계는 단계 I의 부분군의 수( $m$ )와 크기( $n$ ),  $a_2$ ,  $a_3$ 와  $a_4$ 에 의해 구해진  $A_2^{**}$ ,  $D_3^{**}$ 와  $D_4^{**}$ 를 이용하여 식 (5)와 (6)에 의해 설정된다.

$$\begin{aligned} \bar{X} \text{ 관리도} \quad \text{관리하한} &= \bar{\bar{X}} - A_2^{**}\bar{R} & (5) \\ &\text{관리상한} = \bar{\bar{X}} + A_2^{**}\bar{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R \text{ 관리도} \quad \text{관리하한} &= D_3^{**}\bar{R} & (6) \\ &\text{관리상한} = D_4^{**}\bar{R} \end{aligned}$$

초기 부분군에 대해, 각  $\bar{X}$ 와  $R$ 값이 단계 I의 관리한계내에 있는지를 확인하여 관리한계를 벗어나는 값이 있으면 이를 제외시키고 다시 단계 I의 관리한계를 계산한다.

단계 II는 단계 I 이후에 발생하는 부분군의 데이터에 대한 관리한계를 설정하는데, 단계 I과 같이 먼저  $a_2$ ,  $a_3$  그리고  $a_4$ 값을 결정하며 이 값들은 과거가 아닌 앞으로 발생하는 부분군의 제1종 오류의 확률이다. 단계 II의 관리한계를 구하기 위해서는 이를 계산하기 위한 계수값이 필요하며, 단계 I의 계수와 구분하기 위해 여기

서는  $A_2^*$ ,  $D_3^*$  그리고  $D_4^*$ 로 표기한다.

따라서 단계 II의 관리한계는 단계 I의  $\bar{X}$ 와  $\bar{R}$ 를 이용하여 식 (7)과 (8)에 의해 구할 수 있다.

$$\bar{X} \text{ 관리도} \quad \text{관리하한} = \bar{X} - A_2^* \bar{R} \quad (7)$$

$$\text{관리상한} = \bar{X} + A_2^* \bar{R}$$

$$R \text{ 관리도} \quad \text{관리하한} = D_3^* \bar{R} \quad (8)$$

$$\text{관리상한} = D_4^* \bar{R}$$

Hillier(1969)는 상기 계수를 부분군의 형성이 가능한 경우중  $n$ 이 5인 경우만 제시하고 있으므로 표에 주어진 계수들의 활용 범위가 완전하지 못하며, 군구분이 불가능한 경우 즉, 개별 관측치를 획득한 경우는 이 방법을 사용할 수 없음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 표본범위로서 분산을 추정하는데 사용되는  $d_2^*$ 와 표준화 범위의 1, 2차 적률을 이용하여  $\chi$ 분포에 근사시키는 Patnaik(1950)의 방법과 이의 분위수 [9]를 활용하여  $m$ 과  $n$ 에 따른  $D_4^{**}$ ,  $D_4^*$ 를 계산하는 프로그램을 작성하여 그 결과를 이용하였다.

### 2.3 Q 관리도

미국의 C. P. Quesenberry(1991a)에 의하여 1991년에 개발된 관리도로서 기존의 Shewhart 관리도의 변형된 형태인데, 공정의 품질 특성치가 정규분포를 따를 경우에 평균 또는 표준편차의 기지 여부를 고려하여 가정된 다양한 조건하에서 확률적분변화에 의해서 계산되는 Q 통계량을  $\pm 3$  관리한계를 가지는 관리도에 도시하는 방법이다. 이때 통계량은 하나의 관리도에서 쉽게 도시할 수 있는 장점과 고정된 수치인  $\pm 3$ 을 모든 관리도의 한계로 사용할 수 있다는 관리한계 설정의 용이성을 가지고 있다.

그리고 이상상태 판정규칙에 대한 보완으로 '9-of-9 Test', '4-of-5 Test' 등의 여러 가지 보조규칙을 제안하고 있으나 후술되는 약점을 완전히 해결하지는 못하고 있으므로 [21], 기본적 판정 규칙인 '1-of-1 Test'만 적용하고자 한다.

Quesenberry(1991a)는 공정 평균에 대한 Q 통계치를  $\mu$ 와  $\sigma^2$ 의 기지여부의 4가지 경우로 구분하였는데, 각각의 경우에 대하여 군구분이 가능한 경우( $n \geq 2$ )와 군구분이 불가능한 경우( $n = 1$ )로 세분화하였다.

이 중에서 가장 현실적인 상황인 평균과 표준편차를 모두 알 수 없을 경우의  $r$ 번째 부분군에 대한 평균과 분산에 대한 Q 통계량을 식 (9), (10)과 같이 구할 수 있으며, 모수 기지인 경우는 이와 유사하게 유도할 수 있다[18].

$$Q_r(\bar{X}_r) = \Phi^{-1} \left\{ G_{n_1+\dots+n_r-r} \left( \sqrt{\frac{n_r(n_1+\dots+n_{r-1})}{n_1+\dots+n_r}} \left( \frac{\bar{X}_r - \bar{X}_{r-1}}{S_{p,r}} \right) \right) \right\}, \quad r=2,3,\dots \quad (9)$$

$$Q_r(S_r^2) = \Phi^{-1} \{ F_{n_r-1, n_1+\dots+n_{r-1}-r+1}(w_r) \}, \quad r=2,3,\dots \quad (10)$$

$$w_r = \frac{(n_1+\dots+n_{r-1}-r+1)S_r^2}{(n_1-1)S_1^2+\dots+(n_{r-1}-1)S_{r-1}^2}$$

$$\text{단, } \bar{X}_r = \frac{n_1\bar{X}_1+\dots+n_r\bar{X}_r}{n_1+\dots+n_r}$$

$$S_{p,r}^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2+\dots+(n_r-1)S_r^2}{n_1+\dots+n_r-r}$$

여기서,  $\bar{X}_r, S_r^2$  :  $r$ 번째 군의 표본 평균과 분산

$\Phi(\cdot)$  : 표준정규분포 함수

$\Phi^{-1}(\cdot)$  : 표준정규분포 함수의 역함수

$G_\nu(\cdot)$  : 자유도  $\nu$ 를 가진  $t$  분포 함수

$F_{\nu_1, \nu_2}(\cdot)$  : 자유도  $(\nu_1, \nu_2)$ 를 가진  $F$  분포 함수

Q 관리도의 통계량은 평균에 관한  $t$ 분포와 분산에 관한  $F$ 분포의 누적분포함수 값을 일양분포로 변환하여 다시 이 값을 표준정규분포 함수의 분위수(quantile)로 변환한 값이다.

그리고 군구분이 불가능한 경우( $n=1$ )의 평균과 분산에 대한 Q 통계량은 식 (11)과 (12)와 같이 구할 수 있다.

$$Q_r(X_r) = \Phi^{-1} \left\{ G_{r-2} \left[ \left( \frac{r-1}{r} \right)^{1/2} \left( \frac{X_r - \bar{X}_{r-1}}{S_{r-1}} \right) \right] \right\}, \quad r=3,4,\dots \quad (11)$$

$$Q_r(R_r) = \Phi^{-1} \left[ F_{1, \nu} \left( \frac{\nu R_r^2}{R_2^2 + R_4^2 + \dots + R_{r-2}^2} \right) \right], \quad r=4,6,\dots, \nu = \frac{r}{2} - 1 \quad (12)$$

$$\text{단, } \bar{X}_r = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r X_j$$

$$S_r^2 = \frac{1}{r-1} \sum_{j=1}^r (X_j - \bar{X}_r)^2$$

$$R_r = X_r - X_{r-1}$$

그런데 Wasserman and Sudjianto(1993)와 Castillo and Montgomery(1994)는 Q 관리도의 약점으로 첫째, 초기에 공정의 변화가 발생하면 관리상태인 것으로 자료가 도시되어 공정변화에 관한 탐지 가능성이 떨어지고, 둘째, 적은 수의 표본내에서 공정변화를 탐지할 가능성은 다른 관리도 측면에서는 좋으나 런 길이 분포면에서는 우수하지 못하다고 지적하고 있다.

## 2.4 EWMA-Q 관리도

Q 관리도가 가진 상기 약점을 일부 보완할 수 있는 관리도가 될 수 있는 것은 작은 공정 변화에 민감하면서 비 Shewhart 관리도 중 Cusum 관리도 보다 사용이 용이하며 Cusum 관리도와 거의 대등한 능력을 보여주고 있는 EWMA(Exponentially Weighted Moving Average : 지수가중 이동평균) 관리도로서 개별 관측치에 대해서도 효율적인 것으로 알려져 있다[14].

Q 통계량을 이용하는 EWMA통계량  $Z_r$ 는 식 (13)과 같이 주어지며 관리한계는  $\mu_0 \pm K\sqrt{\lambda/(2-\lambda)[1-(1-\lambda)^2]}$  이지만 근사치인  $\mu_0 \pm K\sqrt{\lambda/(2-\lambda)}$ 가 주로 이용된다.

$$Z_r = \lambda Q_r + (1-\lambda)Z_{r-1}, \quad r=1,2,\dots \quad (13)$$

모수 미지인 경우 공정 평균과 산포용 관리도에 사용되는 Q 통계량은  $n$ 의 크기에 따라 식 (9)~(12)로부터 구할 수 있으며,  $Z_r$ 의 계산시 평활상수  $\lambda$ 와 EWMA 통계량의 초기값의 설정이 요구되는데,  $\lambda$ 와  $K$ 는 주어진 공정변화 크기와 ARL를 만족하는 값을 구하기보다는 현장에서 활용도가 높은 값(즉,  $\lambda$ 는 0.05~0.3,  $K$ 는 3)으로 정하였으며  $Z_0$ 는 공정 모수 미지인 경우는  $Q_1$ , 기지인 경우는 "0"으로 설정하였다.

## 2.5 EWMA 관리도

Castillo and Montgomery(1994)는 Q 관리도의 런 길이분포를 관측하여 공정의 변화에 대한 탐지 가능성이 낮은 경우가 있으므로 이를 개선하기 위하여 공정 평균이 기지이고 표준편차가 미지인 경우에 공정 평균에 적용되는 EWMA 관리도의 사용을 권장하고 있다[4]. 그리고 Chang and Lin(1996)은 단기생산공정에 활용할 수 있는 공정 산포에 관한 세 가지 EWMA 관리도(기준 통계량으로서 각각 표본분산의 대수값, 이동범위, 절대편차를 이용)의 simulation 수치실험을 통한 비교분석을 수행한 후에 Sweet(1986)의 절대편차를 이용한 EWMA 관리도를 추천하고 있다. 따라서 본 연구에서는 공정 평균에 관한 EWMA 관리도로서 Castillo and Montgomery(1994)의 방법을, 공정 산포에 관한 관리도로서 Sweet(1986)의 절대편차를 이용한 관리도를 다음과 같이 실험 상황에 적합하도록 변형하여 사용하고자 한다.

공정 평균용 EWMA 관리도에 도시되는 통계량은 식 (14)와 같으며 공정 모수가 미지인 경우의 초기값과 관리한계는 단계 I 까지의 평균과 표준편차를 활용하며, 기



지인 경우는  $\mu_0$ 와  $\sigma_0$ 을 이용하여 유도할 수 있다[25].

$$Z_r = \lambda Y_r + (1-\lambda)Z_{r-1}, \quad r = 1, 2, \dots \quad (14)$$

$$\text{단, } Y_r = \begin{cases} \bar{X}_r, & n \geq 2 \\ X_r, & n = 1 \end{cases}$$

그리고 공정 산포용 관리도에 도시되는 통계량은 식 (15)의  $Y_r$ 값을 식 (14)에 대입하며, 공정 모수가 미지인 경우의 초기값은 공정 평균용 관리도와 동일한 방법을 적용한다.

$$Y_r = \begin{cases} |\bar{X}_r - Z_{r-1}| & n \geq 2 \\ |X_r - Z_{r-1}| & n = 1 \end{cases} \quad (15)$$

모수 미지이고 군구분이 가능한 경우( $n \geq 2$ )의 공정 평균에 관한 관리한계는 식 (16)과 같이 나타낼 수 있으며, 공정 산포에 관한 관리한계는 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{공정 평균에 대한 관리한계 : } CL's = \bar{X}_r \pm K\sqrt{\lambda/(2-\lambda)} \hat{\sigma}_r \quad (16)$$

$$\text{공정 산포에 대한 관리한계 : } CL's = \tilde{\alpha}_2 \cdot \hat{\sigma}_r/\sqrt{n} \pm K \cdot \tilde{\alpha}_3 \cdot \hat{\sigma}_r/\sqrt{n} \quad (17)$$

$$\text{단, } \hat{\sigma}_r = \begin{cases} \bar{S}_r/c_4 & n \geq 2 \\ S_r/c_4 & n = 1 \end{cases} \quad (18)$$

$$\bar{S}_r = \sum_{i=1}^r S_i/r, \quad \tilde{\alpha}_2, \tilde{\alpha}_3 : \text{Sweet의 논문(1986)의 <Table 3> 참조.}$$

이 경우의  $K$ 값은 통상적으로 사용되는 3이 선택되었으며 표본표준편차를 모표준편차의 불편추정량으로 변환하기 위해서 식 (18)을 이용하였다[4].

## 2.6 기법별 특성 비교

본 연구에서 제시된 기법들중 표준화 관리도, Q 관리도, EWMA-Q 관리도는 여러 가지 성격의 다른 특성치들을 하나의 관리도상에 타점할 수 있는 장점을 가지고 있는 반면에, 개별제품의 모수 추정시 각각 충분한 크기의 표본이 요구되며, 개별적 특성을 파악하는 것은 곤란하다. 그러므로 가능하다면 비슷한 통계적 특성을 가진 제품에 적

용하는 것이 좋으며, 필요시에는 제품별 또는 개별 특성치별로 부가적인 관리도를 작성하는 것이 유용하다.

관리도의 개별적 특성을 고찰하면 표준화 관리도와 Hillier의 방법은 Shewhart형 관리도인데, 특히 표준화 관리도는 기존의 관리도에 적용하는 통계량을 간단한 연산에 의해 변환하여 이용할 수 있는 장점을 가지고 있다.

그리고 Hillier의 방법은 단계 I에서 공정이 안정된 상태의 값을 구한 뒤 관리한계를 설정하므로, 주어진 제1종 확률을 정확하게 만족하도록 조정할 수 있어 다른 기법들과 차별화되는 장점을 가지고 있으나 개별 관측치인 경우에는 적용할 수 없는 단점이 있다. 또한, 단계 I의 관리한계가 표준화 관리도 값보다 넓어서 공정 변화에 대한 민감도가 낮아진다는 점이 있지만 제1종 오류와 단계 I의 부분군 수의 적절한 선정에 의해서 이런 약점의 일부를 해소할 수 있다.

Q 관리도는 관리한계로  $\pm 3$ 의 고정된 수치를 동일하게 사용하므로 관리한계의 설정이 용이하고, 표준화 관리도와 Hillier의 방법은 관리한계를 설정하는 단계 I이 반드시 요구되지만 Q 관리도는 그렇지 않으며 Hillier의 방법과는 달리 개별 관측치인 경우에도 적용이 가능하다. 그리고 Q 관리도의 통계치는 표준화 관리도나 Hillier의 방법과는 달리 최초 부분군부터 해당 부분군까지의 모든 값에 영향을 받아서 정보의 연속성이 더 강하다고 볼 수 있지만, 계산 과정이 복잡하다는 단점을 가짐으로 현장에서 활용도가 떨어질 수 있으며, 초기에 발생하는 공정변화에 대한 감지능력이 떨어지는 약점을 가지고 있다.

EWMA-Q 관리도는 공정의 적은 변화에 민감한 EWMA 관리도의 장점과 더불어 전술된 Q 관리도의 장단점을 가지고 있지만 EWMA 통계량의 초기치와 평활상수의 설정 결과에 따라 관리도의 능력이 달라질 수 있다.

또한, 공정 평균과 산포에 대한 EWMA 관리도는, 비 Shewhart 관리도인 Cusum 관리도보다 사용이 편리하고 개별 관측치에도 적용가능하며, EWMA-Q 관리도보다 단순한 형태를 취하고 있으나, 공정 산포용 관리도로서 통계적인 용도로 사용빈도가 높지 않은 절대편차를 이용하고 있으며 통계량의 초기치와 평활상수의 선택에 따른 영향이 존재한다.

### 3. 시뮬레이션 실험 설계

전 절에서는 단기 생산공정에 적용되는 대표적인 5가지 SPC 기법을 통합하고 정성적으로 고찰하였다. 본 연구에서는 단기생산공정에서 모수가 미지인 경우와 기지인 경우로 구분하여 다양한 수치실험을 수행하였으나, 기지인 경우는 적용상황이 제한되어 있으므로 모수 미지인 경우를 중점적으로 분석하였다. 따라서 본 절에서는 공정 모수가 미지인 경우에 부분군의 크기와 공정 변화시점과 크기에 따른 공정의 평균과 산포에 적용되는 계량형 관리도의 5가지 기법별 성능 등을 정량적으로 고찰하고자 한다.

Short Run SPC 기법을 평가하기 위한 simulation 실험으로 예비 관리한계를 설정하는 단계 I과 이를 이용하여 새로운 자료에 적용하는 단계 II의 명확한 구분, 공정의 평균과 표준편차의 변화를 개별적 또는 동시에 고려하고, 관리도 적용시에 먼저 표준편차의 관리여부를 조사하고 이에 따라서 평균의 관리 여부를 조사할 수 있도록 구축하였다. 5가지 SPC 기법의 실용적인 활용가능성을 검토하는 실험으로서 관리한계 계수( $k$ ), Hillier의 방법에서  $\alpha_2(0.0027)$ ,  $\alpha_3(0)$ ,  $\alpha_4(0.005)$ , EWMA 관리도의 평활상수의 설정과 최적화 여부 등은 기존 논문과 현장에서 자주 사용되는 경우로 한정하였는데, 이는 공정변화의 범위가 다양하므로 특정 공정변화와 이에 따른 ARL을 동일하게 하여 상기 값들을 설정하는 조건을 부과하지 않았다.

부분군의 크기( $n$ )는 대표적으로 1~5의 경우를 선택하였으며, 특히 Hillier의 방법을 적용하기 위해서는 단계 I의 부분군의 수를 25개의 부분군 보다는 적은 양을 적용하기 위하여 20개 이하로 선택하였다.

그리고 계량형 관리도에 적용되는 품질특성치는 정규분포를 따르므로 표준정규분포의 상황에 적용하더라도 일반성이 유지되므로, 먼저 공정변화가 없는 정상 조건에서 표준정규분포를 따르는 일정한 양의 데이터를 발생시켜서 이 때의 각 기법별 오탐지 확률을 비교하고, 공정의 변화가 C(부분군의 수)에서 일어난 후 평균과 표준편차가 일정량(평균 또는 표준편차의 변화의 크기를 나타내는 계수로서 각각  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ 로 표기되며 이는 실제 공정표준편차의 배수임)만큼 변화가 발생할 경우에 관리도의 성능 측도인 특정자료의 수(30개) 이내에 이상점이 발견될 확률을 찾아서 비교하였다.

공정 변화시점 C는 대표적으로 5~20을 선택하였는데 특히 Q와 EWMA-Q 관리도는  $n=1$ 일 경우 공정 산포용 관리도에서 군의 크기를 짝수개로 요구하므로 C를 홀수인 경우 C+1로 변경하여 설정하였으며, 공정 모수의 변화시점과 단계 II의 시작 시점이 동일한 경우와 다른 경우로 구분하여 실험을 실시하였다.

또한 각 실험조건에서 단기 생산공정에 적합한 관리도의 성능측도는 아니지만 관리도 중요 평가인 각 관리도의 ARL 값도 구하여 관리도간의 Long-run 성능 측도를 비교하고자 한다.

#### 4. 실험결과 및 고찰

simulation 실험은 모수의 기지 여부에 따라 공정 변화시점과 단계 II의 시작점이 같은 경우( $m=C$ )와 단계 I에서 공정변화가 발생한 경우인 서로 다른 공정 자료가 혼합된 상황 ( $m > C$ )인 경우를 구별하여 수행하였다. 수치실험한 결과중에서  $n=1$ , 5와  $C=5$ ( $n=1$ 인 경우는 6), 20일 때 각각에 대하여 평균과 표준편차가 변화할 경우에, 표준화 관리도(표, 그림에서 S로 표시), Hillier의 방법(H), Q 관리도(Q), EWMA-Q 관리도(EQ), EWMA 관리도(EW)의 평가측도로서 30개의 데이터(부분군으로는 각각 30, 6)까지의 이상상태 탐지 및 오탐지 확률과 ARL를 5,000회의 simulation 실험에 의

해서 추정하여 표와 그림으로 정리하였다.

#### 4.1 공정 변화 시점과 단계 II의 시작점이 같은 경우

simulation 실험한 결과의 일부인  $n=1, 5$ 이고  $m=C=5$ ( $n=1$ 일 경우 6), 20인 경우를 대상으로 <그림 1>과 <그림 2>에 도시하여 각 관리도를 비교하였다.

<그림 1>의 공정 산포 관리도 등에서 발견된 현상을 정리하면 다음과 같다.

첫째, 부분군 형성이 가능한 경우에 대체적으로  $n$ 과  $C$  값이 증가할수록 오탐지 확률은 낮아지고, 이상상태 탐지확률은 높아진다.

둘째, 정상조건하에서 오탐지 확률은 표준화 관리도와 EWMA 관리도가 높은 편이다.

$n$ 이 적은 경우에는 EWMA-Q와 Q 관리도, 일반적인 경우( $n=4\sim 5$ )에는 Q 관리도가 가장 우수하게 나타난다.

셋째, 이상상태 탐지확률은  $n$ 이 적을 때 EWMA 관리도가, 일반적인 경우는 표준화 관리도가 가장 우수하다.

<그림 2>의 공정 평균 관리도 등에서 발견된 현상을 검토하여 정리하면 다음과 같다.

첫째, 공정 산포 관리도와 같이 부분군 형성이 가능한 경우는 대체적으로  $n$ 과  $C$  값이 증가할수록 오탐지 확률은 낮아지고, 이상상태 탐지확률은 높아진다.

둘째, 오탐지 확률은  $n=1$ 인 경우를 제외하고는 EWMA 관리도가 가장 우수하다.

셋째, 이상상태 탐지확률은 개별 관측값의 경우에 EWMA가, 일반적인 경우는 표준화 관리도, EWMA-Q 관리도, Hillier의 방법이 우수하다.

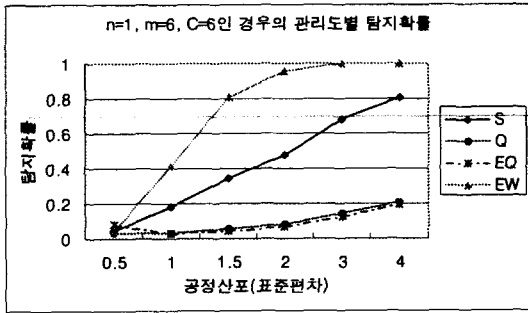
공정 평균과 산포가 동시에 변할 경우에 일부 결과인  $n$ 이 5일 때의 두 관리도의 이상상태 확률을 <표 1>에 정리하였다. 공정 산포 관리도에서 이상상태 여부를 검토하여 관리상태로 판정되면, 공정 평균 관리도에서 이상 상태 여부를 검토하는 절차를 적용하여 두 관리도의 이상상태 탐지확률을 구한 것으로 실험결과의 특징을 정리하면 다음과 같다.

첫째, 부분군 형성이 가능하면  $n$ 과  $C$  값이 증가할수록 오탐지 확률은 낮아지고 이상상태 탐지확률은 높아진다.

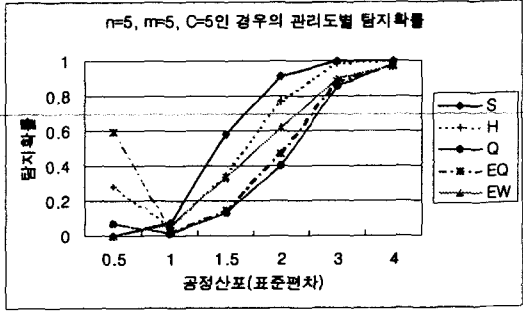
둘째, 오탐지 확률은 표준화 관리도, Hillier의 방법, EWMA 관리도가 높은 값을 가지며,  $n$ 가 적을 때는 EWMA-Q 관리도와 Hillier의 방법이, 일반적인 경우는 Q 관리도가 우수하다.

셋째, 이상상태 탐지확률은  $n$ 가 적을 때 표준화된 관리도와 EWMA 관리도가 가장 우수하며, 일반적인 경우는 표준화 관리도, Hillier의 방법, EWMA-Q 관리도가 우수하다.

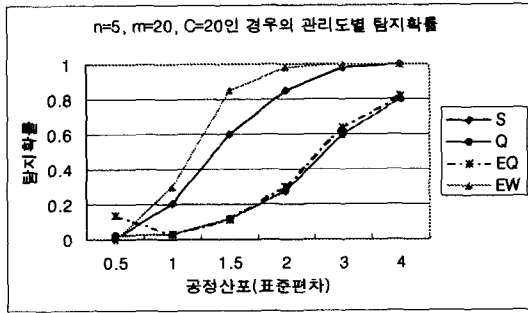
넷째,  $n$ 과  $C$ 의 증감에 표준화 관리도는 영향을 많이 받지 않는 편이나 EWMA-Q 관리도는 비교적 많은 영향을 받고 있다.



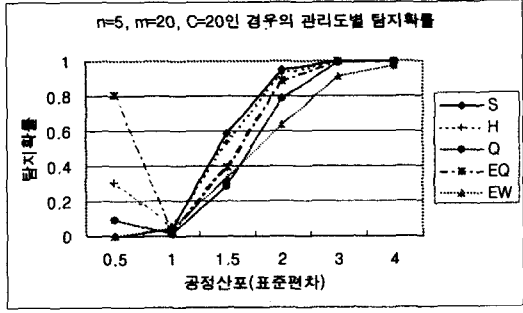
(a)



(b)

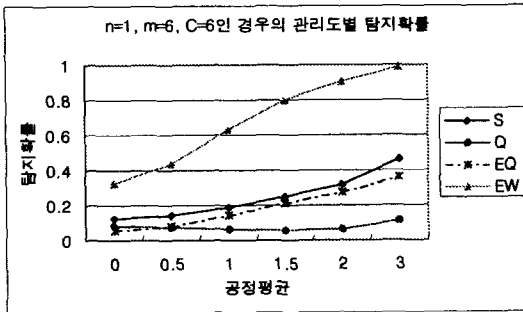


(c)

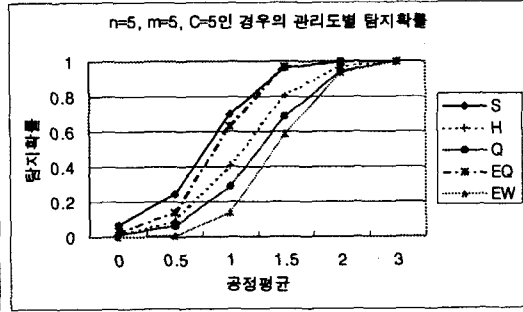


(d)

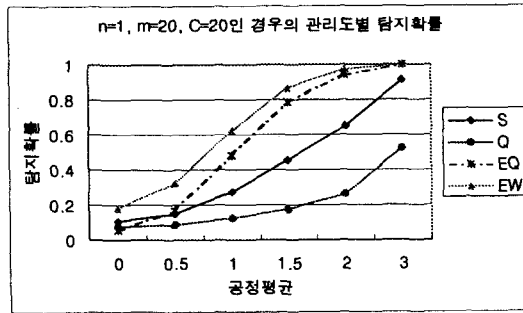
< 그림 1 > 공정 산포 관리도의 탐지확률 ( $m=C$ )



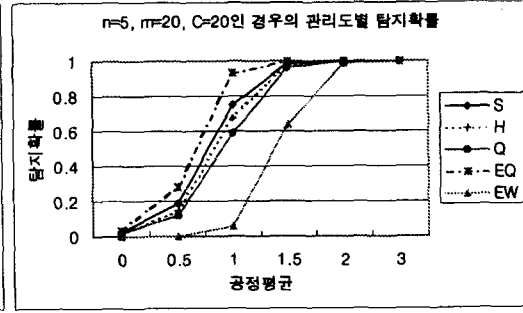
(a)



(b)



(c)



(d)

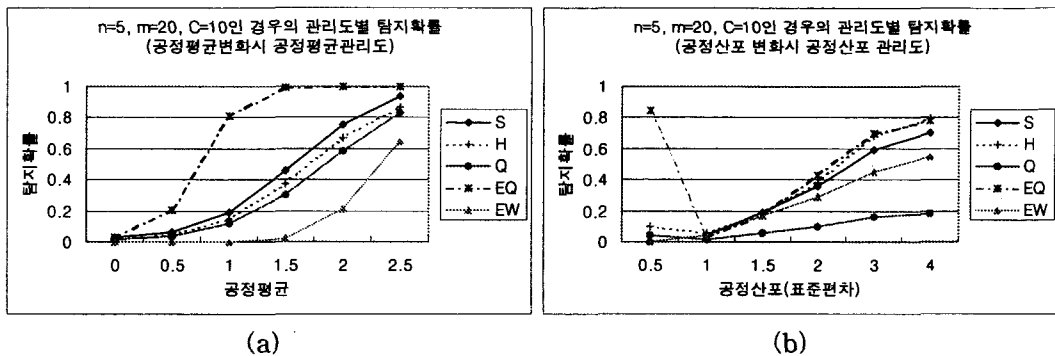
< 그림 2 > 공정 평균 관리도의 탐지확률 ( $m=C$ )

< 표 1 > 공정 평균과 산포가 동시에 변할 경우 관리도의 탐지확률( $n = m = C = 5$ )

$\delta_2$	관리도	$\delta_1$					
		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0
0.5	S	0.0008	0.0416	0.4244	0.9116	0.9980	1.0000
	H	0.2830	0.3096	0.4252	0.7774	0.9798	1.0000
	Q	0.0680	0.0760	0.2178	0.6738	0.9710	1.0000
	EQ	0.6024	0.6756	0.9302	0.9994	1.0000	1.0000
	EW	0.0034	0.0266	0.2052	0.6684	0.9680	1.0000
1.0	S	0.1274	0.2838	0.7060	0.9614	0.9992	1.0000
	H	0.0656	0.1328	0.4290	0.8118	0.9766	1.0000
	Q	0.0274	0.0756	0.2922	0.6884	0.9446	1.0000
	EQ	0.0548	0.1604	0.6394	0.9690	0.9996	1.0000
	EW	0.0626	0.1194	0.36000	0.7564	0.9732	1.0000
1.5	S	0.6764	0.7494	0.9004	0.9842	0.9990	1.0000
	H	0.4048	0.4860	0.7010	0.9080	0.9862	1.0000
	Q	0.1890	0.2414	0.4146	0.6794	0.8962	0.9988
	EQ	0.1872	0.2524	0.5648	0.8916	0.9896	1.0000
	EW	0.3340	0.3992	0.5984	0.8458	0.9762	1.0000
2.0	S	0.9482	0.9602	0.9824	0.9948	0.9994	1.0000
	H	0.8218	0.8466	0.9122	0.9690	0.9940	1.0000
	Q	0.4782	0.5096	0.6152	0.7570	0.8912	0.9938
	EQ	0.5078	0.5364	0.6802	0.8630	0.9728	0.9998
	EW	0.6190	0.6666	0.7806	0.9094	0.9810	1.0000
3.0	S	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	1.0000	1.0000
	H	0.9940	0.9944	0.9972	0.9984	0.9994	1.0000
	Q	0.8992	0.9052	0.9218	0.9430	0.9670	0.9942
	EQ	0.8950	0.8984	0.9166	0.9430	0.9710	0.9982
	EW	0.9010	0.9108	0.9394	0.9708	0.9900	0.9998
4.0	S	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	H	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	Q	0.9876	0.9878	0.9894	0.9912	0.9936	0.9974
	EQ	0.9762	0.9770	0.9788	0.9834	0.9876	0.9968
	EW	0.9696	0.9744	0.9816	0.9884	0.9950	0.9998

## 4.2 변환 지점과 단계 II의 시작점이 다른 경우

단계 I의 적용과정 도중인 C에서 변화가 발생한 경우의 일부 결과로서  $n=5$ ,  $m=20$ 이고  $C=10$ 인 경우에 평균 또는 표준편차의 변화가 발생된 이후 6개의 부분군내에서 관리한계 밖으로 나갈 확률을 구하여 5가지 관리도를 비교한 결과를 <그림 3>으로 도시하였다. 그 결과를 보면, 단계 I에 변화가 포함되지 않았을 경우( $m=C$ )와 유사한 양태를 보이며, 공정 산포 관리도는 EWMA-Q, 표준화 관리도와 Hillier방법(일반적인 경우)이 다른 기법들보다 좋은 결과를 보여주고 있고 공정 평균 관리도는 EWMA-Q 관리도, 표준화 관리도가 우수하다.



< 그림 3 > 공정변화시 관리도별 탐지확률( $m > C$ )

## 4.3 각 관리도의 ARL측면에서의 비교

4.1절의 조건하에서 공정의 변화가 발생한 후에 5,000개의 부분군까지 데이터를 발생시켜 처음으로 관리한계를 벗어나는 점이 출현되면, 그 때까지의 런 길이를 구하여 이를 5,000회 반복하여 얻어진 값의 평균을 ARL로 추정하였다. 여기서 5,000번째 부분군까지 관리한계를 벗어나는 점이 없을 경우는 5,000을 그때의 런 길이로 간주하고, 5,000회 반복 중 런 길이가 5,000이상인 경우가 1회라도 발생했을 때는 <표 2>에 그 비율의 범위를 표시하였으며 이것이 클 때는 ARL에 큰 영향을 주므로 그 값의 정확성이 떨어진다.

실험 결과의 일부인  $m=C=5$ 일 경우 공정 산포와 공정 평균 관리도의 ARL이 표시된 <표 2> 등으로부터 그 특징을 정리하면 다음과 같다.

첫째, 부분군 형성이 가능하면  $n$ ,  $C$  값이 증가할수록 ARL이 짧아진다.

둘째, 정상조건하에서는 Hillier 방법과 EWMA 관리도의 ARL이 다른 관리도에 비해 월등히 길므로 이 측면에서 우수하다는 것을 파악할 수 있다.

셋째, 공정변화가 발생할 경우에 공정 산포 관리도는  $n$ 의 크기에 관련없이 EWMA 관리도가,  $n$ 이 클 경우는 표준화 관리도와 Hillier의 방법이 다른 기법들보다 성능이 대체적으로 좋은 편이다.

넷째, 공정변화가 발생할 경우에 공정 평균 관리도는 EWMA-Q, EWMA, 표준화 관리도가 우수한 편이다.

< 표 2 >  $m = C = 5$ 인 경우의 ARL(단,  $n = 1$ 인 경우는  $m = C = 6$ )

구 분		공정산포					공정평균				
공정분포	$n$	S	H	Q	EQ	EW	S	H	Q	EQ	EW
N(0, 1 <sup>2</sup> )	1	1443.9	-	757.4 <sup>*1)</sup>	1008.1 <sup>*</sup>	655.0 <sup>**</sup>	362.4	-	362.9	510.6	1332.8 <sup>**</sup>
	5	841.9 <sup>**</sup>	185.3	373.5	266.3	706.6 <sup>**</sup>	620.3 <sup>**</sup>	2337.1 <sup>**</sup>	380.1	269.6	4900.1 <sup>**</sup>
N(1, 1 <sup>2</sup> )	1	1450.4	-	757.3 <sup>*</sup>	1007.2 <sup>*</sup>	655.6 <sup>**</sup>	342.9	-	416.8	501.3	359.4 <sup>**</sup>
	5	834.5 <sup>**</sup>	144.4	373.1	262.6	636.8 <sup>**</sup>	11.6	114.1 <sup>*</sup>	249.1	48.6	760.0 <sup>*</sup>
N(1, 1.5 <sup>2</sup> )	1	1387.2	-	722.2 <sup>*</sup>	980.2 <sup>*</sup>	37.8 <sup>*</sup>	270.5	-	318.9	422.1	32.1 <sup>*</sup>
	5	13.8	37.6	295.1	209.6	15.6	4.1	10.8	205.7	79.6	125.8 <sup>*</sup>
N(2, 1 <sup>2</sup> )	1	1477.9	-	763.9 <sup>*</sup>	1005.1 <sup>*</sup>	628.3 <sup>**</sup>	298.7	-	533.6	498.5 <sup>*</sup>	47.1 <sup>*</sup>
	5	834.0 <sup>**</sup>	142.7	372.6	261.8	131.6 <sup>**</sup>	1.2	1.7	15.7	2.0	3.7
N(2, 1.5 <sup>2</sup> )	1	1389.4	-	725.6 <sup>*</sup>	985.3 <sup>*</sup>	40.5 <sup>*</sup>	228.0	-	380.0	356.4	6.2
	5	13.2	37.2	293.0	209.1	3.5	1.3	1.6	28.1	2.4	3.7

주 1) simulation 수행과정에서 런 길이가 5,000이상인 경우의 비율로서 1%이하(\*), 10%이하(\*\*), 20%이하(+), 20%초과(++)로 표시함.

따라서 단기 생산공정에서 관리도의 성능을 평가하는 가장 중요한 측도인 이상상태 탐지확률과 보조 측도인 정상조건하에서의 오탐지 확률과 ARL을 다양한 시뮬레이션 상황하에서 검토하면 대체적으로 오탐지 확률 측면에서는 불리하지만 부분군의 크기가 작은 경우는 EWMA 관리도를, 부분군의 크기가 클 경우는 표준화 관리도와 Hillier의 방법순으로 추천할 수 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 최근 단기생산공정에 적용하기 위하여 개발된 여러 가지 SPC 기법 중 대표적인 공정 평균과 산포에 관한 계량형 관리도 기법, 즉 표준화 관리도, Hillier의 방법 그리고 Q 관리도, EWMA-Q 관리도, 공정 평균과 산포에 관한 EWMA 관리도를 선택하여 평균과 표준편차가 개별 또는 동시에 변할 경우의 시뮬레이션 실험을 통하여 관리도의 성능측도인 오탐지 확률, 이상상태 탐지확률과 ARL 측면에서 비교 분석하였다.



부분군의 크기와 수, 공정 모수의 변화시점 및 크기에 따른 simulation 실험 결과를 분석하면, 부분군의 크기가 적을 경우는 평균의 적은 변화에 대해서 감지 능력이 뛰어난 EWMA 관리도를, 부분군의 크기가 큰 경우는 표준화 관리도가 가장 좋으나 정상조건하에서 오탐지 확률이 다른 기법보다 높은 단점이 있다. 또한 본 연구에서 고려하고 있는 현실적인 SPC 적용 환경인 부분군의 크기가 4 또는 5일 경우에 Hillier의 방법을 적용하는 것도 무난함을 파악하였으며 이 방법의 단점을 보완하기 위하여 원자료 보다는 표준화된 자료나 DNOM 자료에 적용하는 것이 단기생산 상황에서 보다 적합한 기법이 될 수 있을 것으로 판단된다.

그리고 공정 모수가 기지인 경우의 실험결과는 본 논문에 포함되어 있지 않지만 실험결과를 요약하면, 부분군의 크기와 공정변화 발생점에 따른 오탐지 확률, 이상상태 탐지확률과 ARL의 양태는 공정 모수가 미지인 경우와 유사하며, 일반적으로 EWMA-Q 관리도의 성능이 뛰어나지만 표본크기가 클 경우에는 표준화 관리도도 추천할 수 있다.

끝으로 본 논문에서 수행된 대표적인 Short run SPC 기법에 대한 연구결과를 기초로 새로운 Short Run SPC 기법의 개발과 모수 추정의 편기에 따른 관리도의 영향 조사, 현장 실무자의 적용 편의성과 활용성을 제고할 수 있는 지침의 제시와 다양한 부품을 하나의 관리도에 도시할 수 있는 명확한 기준설정에 관한 후속 연구가 요망된다.

## 참고문헌

- [1] Al-Salti, M. and Statham, A.(1994), "A Review of the Literature on the Use of SPC in Batch Production," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 10, pp. 49-61.
- [2] Bothe, F.R.(1989), "A Powerful New Control Chart For Job Shops," *ASQC 43rd Quality Congress Transactions*, pp. 265-270.
- [3] Burr, J.T.(1989), "SPC in the Short Run," *ASQC 43rd Quality Congress Transactions*, pp. 776-780.
- [4] Castillo, E.D., and Montgomery, D.C.(1994), "Short-Run Statistical Process control : Q-Chart Enhancements and Alternative Methods," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 10, pp. 87-97.
- [5] Chang, S.I. and Lin, S.Y.(1996), "A Comparative Study and Design of EWMA Control Charts for Monitoring Process Variations in Short Run Productions," *International Journal of Industrial Engineering*, Vol. 3, pp. 268-278.
- [6] Farnum, N.R.(1992), "Control Charts for Short Run : Nonconstant Process and Measurement Error," *Journal of Quality Technology*, Vol. 34, pp. 138-144.

- [7] Foster, G.K.(1988), "Implementing SPC in Low Volume Manufacturing," *ASQC 42nd Quality Congress Transactions*, pp. 261-267.
- [8] Griffith, G.K.(1996), *Statistical Process Control Methods for Long and Short Runs*, 2nd ed., ASQC Press, pp. 39-58.
- [9] Harter, H.L.(1960), "Tables of Range and Studentized Range," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 31, pp. 1122-1147.
- [10] Hillier, F.S.(1967), "Small Sample Probability Limits for the Range Chart," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 82, pp. 1488-1493.
- [11] Hillier, F.S.(1969), " $\bar{X}$  and R-Charts control Limits Based on a Small Number of Subgroup," *Journal of Quality Technology*, Vol. 1, pp. 17-26.
- [12] Lin, S.Y., Lai, Y.J. and Chang, S.I.(1997), "Short-Run Statistical Process Control : Multicriteria Part Family Formation," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 13, pp. 9-24.
- [13] Nedumaran, G., and Leon, V. J.(1998), "p-Chart Control Limits Based on a Small Number of Subgroups," *Quality Engineering*, Vol. 11, pp. 1-9.
- [14] Montgomery, D.C.(1996), *Introduction to Statistical Quality Control, 3rd ed.*, John Wiley & Sons, pp. 99-450.
- [15] Patnaik, P.B.(1950), "The Use of Mean Range as an Estimator of Variance in Statistical Tests," *Biometrika*, Vol. 37, pp. 78-87.
- [16] Pillet, M.(1996), "A Specific SPC Chart for Small-Batch Control," *Quality Engineering*, Vol. 8, pp. 581-586.
- [17] Pyzdek, T.(1993), "Process Control for Short and Small Runs," *Quality Progress*, Vol. 26(4), pp. 51-60.
- [18] Quesenberry, C.P.(1991a), "SPC Q Charts for Start-Up Processes and Short or Long Runs," *Journal of Quality Technology*, Vol. 23, pp. 213-224.
- [19] Quesenberry, C.P.(1991b), "SPC Q Charts for a Binomial Parameter  $p$  : Short or Long Runs," *Journal of Quality Technology*, Vol.2 3, pp. 239-246.
- [20] Quesenberry, C.P.(1991c), "SPC Q Charts for a Poisson Parameter  $\lambda$  : Short or Long Runs," *Journal of Quality Technology*, Vol. 23, pp. 296-303.
- [21] Quesenberry, C.P.(1995a), "On Properties of Q Charts for Variables," *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, pp. 184-203.
- [22] Quesenberry, C.P.(1995b), "On Properties of Binomial Q Charts for Attributes," *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, pp. 204-213.
- [23] Quesenberry, C.P.(1995c), "Geometric Q Charts for High Quality Processes (with discussions)," *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, pp. 304-343.
- [24] Quesenberry, C.P.(1998), "Statistical Gymnastics," *Quality Progress*, Vol. 31(9), pp. 77-79.
- [25] Sweet, A.L.(1986), "Control Chart Using Coupled Exponentially Weighted

- Moving Averages," *IIE Transactions*, Vol. 18, pp. 26-33.
- [26] Thompson, L.A.(1989), "SPC & Job Shop-Strange Bed Fellows," *ASQC 43rd Quality Congress Transactions*, pp. 896-901.
- [27] Wasserman, G.S. and Sudjianto, A.(1993), "Short Run SPC Based upon the Second Order Dynamic Linear Model for Trend Detection," *Communications in Statistics-Simulation*, Vol. 22, pp. 1011-1036.
- [28] Yang, C.H. and Hillier, F.S.(1970), "Mean and Variance Control Chart Limits Based on a Small Number of Subgroup," *Journal of Quality Technology*, Vol. 2, pp. 9-16.