

경계요소법을 이용한 초음파 산란장 해석에 관한 연구

A Study on Scattered Field of Ultrasonic Wave Using the Boundary Element Method

이준현*, 이서일**

Joon-Hyun Lee* and Seo-Il Lee**

초 록 대표적인 비파괴 평가 기술들 중의 하나인 초음파 응용 기술은 각종 구조물에 존재하는 내부결함에 의한 산란신호를 통해 건전성을 평가하는 기법이므로 결함의 신뢰성 높은 정량적 평가를 위해서는 결함으로부터의 초음파 산란신호특성에 대한 기본적인 이해가 필수적이며 따라서 이를 위한 모델링 수치해석 연구가 요구된다. 모델링 기법들은 비파괴 평가기술에 있어서 중요한 역할을 하고 있고 많은 모델링 기법들이 결함의 탄성과 산란문제를 해석하기 위하여 사용되어 오고 있다. 본 연구에서는 다양한 수치기법들 중 탄성과 산란문제 해석에 있어 많은 장점을 가지고 있는 동탄성 경계요소법에 대하여 자세히 소개하고, 응용 예로서 경계요소법을 이용한 기공결함의 수평형파 산란장 해석과 표면균열의 표면파 산란장 해석을 소개한다.

주요용어: 비파괴평가, 수평형파, 기공결함, 동탄성 경계요소법, 표면균열, 표면파

Abstract Ultrasonic technique which is one of the most common and reliable nondestructive evaluation techniques has been applied to evaluate the integrity of structures by analyzing the characteristics of signal scattered from internal defects. Therefore, the numerical analysis of the ultrasonic scattered field is absolutely necessary for the accurate and quantitative estimation of internal defects. Various modeling techniques now play an important role in nondestructive evaluation and have been employed to solve elastic wave scattering problems. Because the elastodynamic boundary element method is useful to analyze the scattered field in infinite media, it has been used to calculate the ultrasonic wavefields scattered from internal defects. In this study, a review of the boundary element method used for elastic wave scattering problems is presented and, as examples of the boundary element method, the scattered fields due to a circular cavity subjected to incident SH-wave and due to a surface-breaking crack subjected to incident Rayleigh wave are illustrated.

Keywords: nondestructive evaluation, SH-wave, cavity, elastodynamic boundary element method, surface-breaking crack, Rayleigh wave

1. 서 론

고체내의 탄성파를 이용하는 비파괴 평가기법은 결함 탐지를 위하여 널리 사용되고 있는 방법으로 최근 국내

에서도 결함평가를 위한 비파괴 평가기술과 관련된 다수의 연구결과가 보고되고 있다[1-3]. 한편, 초음파를 이용한 비파괴 평가기술로 재료내부의 결함을 규명하기 위해서는 먼저 결함의 초음파 산란신호 특성을 파악해

야 한다. 초음파를 이용한 비파괴 평가기술은 결합에 의한 산란 신호를 통해 재료의 건전성을 평가하는 것이므로 보다 정량적이고 신뢰성 높은 평가를 위해서는 주파수, 탐촉자 위치와 같은 측정조건외의 개선 및 내부결합 형태의 변화에 따른 초음파의 전파특성 및 산란신호 특성의 기본적인 이해 그리고 산란특성 해석을 위한 적절한 모델링 기법에 의한 수치해석 연구가 필수적이다. 초음파의 산란특성을 규명하는데 가장 정확한 방법은 물론 해석해(analytical solution)를 이용하는 것이지만 해석해는 매우 이상적인 경우에만 존재하므로 수치해석을 이용하는 다양한 방법이 시도되어 왔다.

본 연구에서 중점적으로 다룰 동탄성 경계요소법(elastodynamic boundary element method)(4)은 경계 변위값과 응력값에 대해 정확한 결과를 가져다 주고, 경계 부분만을 가지고 모델링하기 때문에 유한요소법에 비하여 미지수가 적고 복잡한 구조물을 적은 수의 절점과 요소로서 간단히 모델링할 수 있으며 계산 시간을 절약할 수 있다. 그리고 체적(영역)적분을 표면(경계)적분으로 바꾸어주어 해석문제의 차원을 감소시킬 수 있고 유한 영역은 물론 무한영역까지 응용이 가능하다는 장점을 갖는다. 따라서 이와 같은 장점들로 인하여 경계요소법은 경계적분방정식을 계산하는 방법

으로 널리 응용되고 있다(5-7). 하지만 국내에서는 현재 경계요소법을 이용한 탄성파 산란문제 해석에 대한 연구가 미흡한 상황이다. 따라서 본 논문에서는 탄성파 산란문제 해석을 위한 동탄성 경계요소법의 전반적인 이론을 바탕으로 하여 기본적인 이해를 돕는 내용을 기술하고자 한다.

본 논문에서는 먼저 제 2장에서 비파괴 평가기술에 있어서 중요한 역할을 하고 있는 다양한 모델링 기법들(8)에 대해서 간략하게 기술하고 제 3장에서는 동탄성 경계요소법에 관한 이론으로서 일반적인 경계요소해석을 위한 경계치 문제의 설정과 탄성파동장의 경계적분식을 유도하고, 일반적인 변위의 경계적분식으로는 해석이 불가능한 균열문제의 경계적분식을 유도한다(9,10). 동탄성 경계요소법의 응용 예로서 제 4장에서는 경계요소법을 이용한 기공결합의 수평형파 산란장 해석(11-13)과 표면균열의 표면파 산란장 해석을 소개한다(10).

2. 다양한 모델링 기법의 검토

모델링 기법은 비파괴평가 기술에 있어서 중요한 역할을 하고 있고, 특히 많은 모델링 기법들이 결합의 산란파동 문제를 해석하기 위하여 사용되어 오고 있다.

Table 1 Comparison of various modeling techniques applied to ultrasonic wave propagation and scattering (8)

| Technique Property | Analytical methods | Finite differences | Elastic Kirchhoff | Born Approx. | Geometrical theory of diffraction | T-Matrix | BIE or BEM |
|------------------------------|---------------------------|--------------------|---------------------|---------------|-----------------------------------|--------------------|----------------|
| ka restriction | $ka \ll 1$ $ka \gg 1$ | $0.1 < ka < 20$ | $ka \gg 1$ | $ka < 1$ | $ka \gg 1$ | $0 < ka < 15$ | $0 < ka < 6$ |
| Field region | Far | Near or Far | Far | Far | Far | Either | Near or Far |
| Dimension | 3-D | 2-D (3-D) | 3-D | 3-D | 2.5-D | 3-D | Most 3-D |
| Shape of scatterer | circle, cylinder, sphere. | limited (square.)* | small surface slope | good range ** | crack-like | ellipsoidal cavity | Arbitrary |
| Included material | restricted | most*** | ** | weak | × | *** | Strong or weak |
| Mode conversion | ** | *** | *** | ** | * | *** | *** |
| Incident wave | plane or spherical | arbitrary 2-D | plane or spherical | ** | ** | ** | Arbitrary |
| Short pulse | ** | *** | * | + | * | × | FFT used |
| Multiple scattering (2 Body) | * | *** | + | + | * | ** | ** |

Rating system: *** Very good, ** Good, * Copes, + Poor, × Very Poor.

본 장에서는 7가지 모델링 기법들이 간략히 소개된 후 [8], 본 연구에서 중점적으로 다루어질 경계요소법과 나머지 기법들 사이의 특징이 비교 검토된다. 모델링 기법은 "ka"(k는 파수, a는 결함 또는 산란체의 크기)의 범위에 따라 나눌 수 있으며 모두 산란장의 변위를 계산해 준다. 높은 ka(또는 고주파수) 영역에서 해석해(analytical solution)와 탄성 Kirchhoff 근사 그리고 기하학적 회절이론(geometrical theory of diffraction, GTD)이 있으며, 낮은 ka 영역(또는 저주파수)에서는 Born 근사 등이 있다. 이들 방법들은 모두 원거리 음장 변위 계산에 적용된다. 반면, 유한차분법, T-matrix 그리고 경계요소법은 중간 ka 영역에서 근거리 및 원거리 음장 변위 계산에 모두 적용된다. 이들 다양한 수치기법들의 특징이 Table 1에 나타나 있다[8].

Table 1에서 알 수 있는 것처럼, 해석해(analytic solution)와 탄성 Kirchhoff 근사, 기하학적 회절이론(geometrical theory of diffraction, GTD) 그리고 Born 근사해법 등은 모두 원거리 음장 변위 계산에만 적용되고, 경계요소법을 제외한 모든 모델링 기법들에 있어서 산란체의 형태 및 입사파에 많은 제약이 따름을 알 수 있다. 반면, 본 연구에서 응용될 경계요소법은 서론에서 언급된 장점 이외에도 근거리 및 원거리 음장 변위 모두를 계산할 수 있을 뿐만 아니라 산란체의 형태 및 입사파에 관계없이 초음파 전파 및 산란 응답을 구할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

3. 동탄성 경계요소법(Elastodynamic Boundary Element Method)

3. 1. 일반적인 경계요소해석

3. 1. 1. 경계치 문제의 설정

Fig. 1에서와 같이 물체 D의 표면 B에서 각주파수 ω 로 정상 진동하는 초음파를 입사시켜 그 부분에 있는 경계 S를 가진 결함 \bar{D} 를 비파괴검사하는 문제를 고려한다. 단, 물체 D는 균질 등방인 선형 탄성체이고 입사 초음파에 의한 탄성체 내부의 변위는 충분히 미소한 것으로 한다. 이때 3차원 직교좌표계 $x_1-x_2-x_3$ 에 있어서 변위성분 u_i 는 다음의 운동방정식 (1)을 만족한다[9].

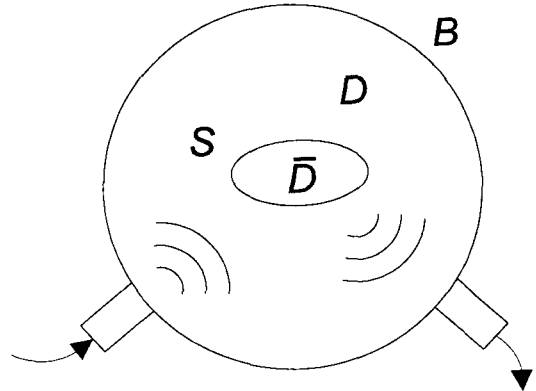


Fig. 1 The geometry of typical ultrasonic nondestructive testing [9]

$$C_{ijkl} \partial^2 u_k(x) / \partial x_j \partial x_l + \rho \omega^2 u_i(x) = 0, \quad x \in D \quad \dots (1)$$

여기서 C_{ijkl} , ρ 는 각각 탄성계수와 밀도를 나타내고, 물체력은 없다고 가정했다. C_{ijkl} 은 일반적인 이방성재료에 대한 표현이지만, 여기에서는 등방성재료를 가정한 것이기 때문에 $C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$ 이 되고 독립변수는 λ 와 μ , 즉 두 개의 Lamé 상수로 분다. 또 시간 의존성은 $\exp(-i \omega t)$ 로 나타내고 각 항에서 공통으로 생략했다.

초음파(또는 탄성파동) 산란해석이라는 것은 편미분 방정식 (1)을 적절한 조건하에서 푸는 경계치 문제의 해석을 의미한다. 적분방정식을 유도하기 위하여 다음식 (2)를 만족하는 함수 $U_p(x,y)$ 를 정의한다.

$$C_{ijkl} \partial^2 U_{ip}(x,y) / \partial x_j \partial x_l + \rho \omega^2 U_{ip}(x,y) = -\delta_{ip} \delta(x-y) \quad \dots \dots \dots (2)$$

여기서, δ_{ip} 는 크로네커 델타(Kronecker delta)이고 $\delta(x-y)$ 는 디랙 델타(Dirac delta)함수를 나타낸다. 디랙 델타함수는 임의의 함수 $f(x)$ 에 대해 $\int_D \delta(x-y) f(x) dV_x = f(y)$, $y \in D$ 되는 성질을 가지고 있다. 여기서 dV_x 는 x 점 근방의 미소체적요소이다. 식 (2)의 우변, 즉 $\delta_{ip} \delta(x-y)$ 는 y 점에 p 방향으로 작용하는 집중 물체력(concentrated body force)을 나타내므로 함수 $U_{ip}(x,y)$ 는 이와 같은 집중력에 의한 x 점에

서의 i 방향 변위장을 나타내고 있다. 함수 U_ϕ 를 구하는 문제도 운동방정식 (2)를 경계조건 하에서 푸는 경계치 문제가 된다.

일반적으로 무한 탄성체내의 디락 델타함수로 표시된 집중 물체력에 의한 파동장, 즉 식 (2)의 해 U_ϕ 를 기본해(fundamental solution)라고 부른다. 시간 조화장에서 균질 등방인 3차원 선형 탄성체의 기본해 $U_\phi(x,y)$ 는 다음 식 (3)으로 나타낸다.

$$U_{ip}(x,y) = \frac{1}{4\pi\mu} \left[\frac{e^{ik_r r}}{r} \delta_{ip} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_p} \left\{ \frac{1}{k_T^2} \left(\frac{e^{ik_r r}}{r} - \frac{e^{ik_L r}}{r} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (3)$$

여기서, $r = |x-y|$ 이고, k_T, k_L 은 각각 $k_T = \omega/c_T, k_L = \omega/c_L$ 로 정의되는 횡파와 종파의 파수이고, c_T, c_L 은 $c_T = \sqrt{\mu/\rho}, c_L = \sqrt{(\lambda+2\mu)/\rho}$ 로 계산되어지는 횡파와 종파의 속도이며 $\exp(ikr)/r$ 은 r 방향으로 진행하는 구면파를 나타낸다. 한편, 파동장이 x_3 축과 무관하고 x_1-x_2 평면상에만 놓이는 경우, 평면변형을 문제(P파 및 SV파)가 되어 2차원 면내 변위장 u_1, u_2 만 존재하게 되며, 이때 기본해 U_{ip} 는 다음과 같다.

$$U_{ip}(x,y) = A(U_1 \delta_{ip} - U_2 r_{,j} r_{,jp}) \dots\dots\dots (4)$$

여기서, $A = \frac{i}{4\mu}$,

$$U_1 = H_0^{(1)}(k_T r) - \frac{1}{k_T r} H_1^{(1)}(k_T r) + \left(\frac{k_L}{k_T} \right)^2 \frac{1}{k_L r} H_1^{(1)}(k_L r),$$

$$U_2 = -H_2^{(1)}(k_T r) + \left(\frac{k_L}{k_T} \right)^2 H_2^{(1)}(k_L r)$$

단, $H_n^{(1)}$ 은 제 1종 0차 Hankel 함수로서 r 방향으로 진행하는 원통파를 나타내며, $r_{,i} = \partial r / \partial x_i$ 이다. 또 다른 2차원 문제로서, 면외변위 u_3 만 존재하는 경우(SH파)에 대한 기본해는 식 (5)와 같다.

$$U_{33}(x,y) = \frac{i}{4\mu} H_0^{(1)}(k_T r) \dots\dots\dots (5)$$

3. 1. 2 탄성파동장의 경계적분식

탄성파동장의 적분표현을 구성하기 위해서 식 (1)에 $U_\phi(x,y)$ 를 곱한 식에서 식 (2)에 $u_i(x)$ 를 곱한 식을 빼고 Fig. 1의 영역 D에 관해 체적적분을 행한다. 결과식에서 디락 델타함수의 성질 및 Gauss 발산정리를 이용하면 다음의 식 (6)을 얻을 수 있다(9).

$$\int_{S+B} \left\{ U_{ip}(x,y) t_i(x) - T_{ip}(x,y) u_i(x) \right\} dS_x = u_p(y), y \in D \dots\dots\dots (6)$$

여기서, dS_x 는 x 점에 관한 미소면적 요소를 나타내고, $T_{ip}(x,y)$ 는 트래クション(traction) 기본해를 나타낸다. 또 표기를 간단하게 하기 위해 $\int_S \{ \dots \} dS_x + \int_B \{ \dots \} dS_x$ 를 $\int_{S+B} \{ \dots \} dS_x$ 로 나타내었다. 식 (6)에 있어서 기본해 대신에 특정한 경계조건을 만족하는 Green 함수 G_{ip} 를 대입한 경우를 고려해 보자. 예를 들어, 경계 B에 있어서 트래クション이 0인 조건 즉, $t_i(x) = 0, H_{ip}(x,y) = 0, x \in B$ 가 성립한다고 가정한다. 여기서 G_{ip}, H_{ip} 는 각각 변위 및 응력의 Green 함수로 3.2절에서는 u_{ij}^G 와 σ_{ijk}^G 로 표현되기도 한다. 이때 식 (6)은 다음 식 (7)과 같이 된다(9).

$$\int_S \{ G_{ip}(x,y) t_i(x) - H_{ip}(x,y) u_i(x) \} dS_x = u_p(y), y \in D \dots\dots (7)$$

결합 \bar{D} 가 무한탄성체 내에 있을 때는 다음과 같은 정식화를 행한다. 우선 전파동장 u_i 를 결합이 존재하지 않을 경우의 파동장 u_i^f (free field)와 결합에 의해 산란된 파동장 u_i^s (scattered field)의 합으로 표현한다. 산란장 u_i^s 에 대해 식 (6)을 적용하면 산란장은 방사조건을 만족시키기 때문에 무한체 내에 존재하는 경계 B 상의 적분은 0이 된다(9).

$$\int_S \{ U_{ip}(x,y) t_i(x) - T_{ip}(x,y) u_i(x) \} dS_x = u_p^s(y), y \in D \dots\dots (8)$$

식 (6), (7), (8)중 어느 것의 적분표현에 있어서도 경계 B 및 S 상의 변위 u_i 와 트래션 t_i 모두를 안다면, 탄

성체 D내의 임의의 y점에서의 변위 $u_p(y)$ 를 계산할 수 있다. 그러나 일반적으로 경계조건은 변위 u_i 또는 트래션 t_i 중 어느 한 쪽만 주어지기 때문에 경계상의 남은 미지량은 경계치 문제를 풀어가면서 구할 수가 있다. 경계요소법은 이와 같은 경계치 문제를 풀기 위한 수치 해석법 중의 하나이다. 경계요소법의 기초를 이루는 경계적분 방정식은 식 (6), (7), (8)의 적분표현에 있어서 $y \in D \rightarrow y \in S$ 또는 $y \in B$ 가 되는 극한을 구함으로써 얻어진다.

3.2. 균열 문제의 경계요소 해석

탄성체내 임의점에서의 시간에 따른 변위는 표면 변위와 트래션 그리고 Green 함수를 포함한 경계적분 방정식으로 표현된다. 그러나 이러한 경계적분 방정식을 2차원 균열 문제의 해석에 적용하면 균열 상하면이 같은 좌표를 갖게되어 계산이 불가능해지는 문제가 발생한다. 따라서 균열 면에서의 초음파 산란 현상을 해석하기 위해서는 응력에 대한 경계적분 방정식이 필요하게 된다.

Fig. 4의 균열면(crack face) S_2 에서는 트래션의 작용이 없는 것으로 가정하면 $\sigma_{ij}(x)n_j(x) = 0$, x on S_2 와 같이 정의할 수 있다. 여기서 n_j 는 표면에서의 법선 벡터를 나타내고, S_1, S_2 는 Fig. 4의 경로이다. 매질 내부에서의 변위는 일반적으로 다음 식 (9)로 표시된다[14].

$$u_i(x_p) = \int_S u_{ij}^G(x, x_p) t_j(x) dS(x) - \int_S \sigma_{ijk}^G(x, x_p) u_j(x) n_k(x) dS(x) \dots\dots\dots (9)$$

여기서, 적분 경로 S는 S_1 과 S_2 의 합을 나타내고, u_j 와 t_j 는 매질 내부의 산란된 입사 변위 성분 및 트래션 성분을 나타낸다. 그리고 $u_{ij}^G(x, x_p)$ 와 $\sigma_{ijk}^G(x, x_p)$ 는 각각 변위 및 응력의 Green 함수로서 3.1.2 절에서는 각각 G_p 와 H_p 로 표기된 함수이며, 다음 식 (10)과 (11)의 해로 정의되어 있다.

$$\mu u_{ij,kt}^G(x, x_p) + (\lambda + \mu) u_{ik,tj}^G + \rho \omega^2 u_{ij}^G(x, x_p) = -\delta_{ij} \delta(x_p - x) \dots\dots\dots (10)$$

$$\sigma_{ijk}^G(x, x_p) = \lambda \omega_{im,m}^G \delta_{jk} + \mu \omega_{ij,k}^G + \mu \omega_{ik,j}^G \dots\dots\dots (11)$$

식 (9)는 균열 문제에 적합하지 않으므로 균열 문제를 풀 수 있는 경계적분 방정식(boundary integral e-

quation)을 유도하기 위해서 Hooke의 법칙을 식 (9)에 적용하면 다음의 식 (12)와 같은 트래션 항으로 표현되는 경계적분 방정식을 얻게 된다[14].

$$t_i(x_p) = -n_j(x_p) \int_{S_1} \sigma_{ijk}^G(x, x_p) t_k(x) dS(x) + n_j(x_p) \int_{S_1} K_{ijkq}^G(x, x_p) u_k(x) n_q(x) dS(x) - n_j(x_p) \int_{S_2} K_{ijkq}^G(x, x_p) \delta u_k(x) n_q(x) dS(x) \dots\dots\dots (12)$$

여기서, 균열 개구변위(crack opening displacement)는 $\delta u_k = u_k^+ - u_k^-$ 이고, K_{ijkq}^G 는 $K_{ijkq}^G \equiv \lambda \delta_{ij} \sigma_{kqm,m}^G + \mu (\sigma_{kqi,i}^G + \sigma_{qji,i}^G)$ 로 정의된 함수이다. 식 (12)에서 두 번째와 세 번째 적분은 고차 특이(hypersingular) 적분식으로 유도되는 $1/r^2$ 의 특이항을 포함하고 있으므로 경계요소법(boundary element method)으로 문제를 풀기 위해서는 이 항을 적분 가능한 항으로 전환해 주어야 한다. 이러한 전환을 위하여 특이 적분항만을 고려하여 유도하면 다음의 식 (13)을 얻는다[14].

$$\int_S K_{ijkq}^G(x, x_p) u_k(x) n_q(x) dS(x) = - \int_S H_{ijk}^1(x, x_p) \epsilon_{mq} u_{k,m}(x) n_q(x) dS(x) - \rho \omega^2 \int_S H_{ijk}^2(x, x_p) u_k(x) dS(x) \dots\dots\dots (13)$$

여기서 ϵ_{mq} 는 2개의 순열 텐서(two dimensional permutation tensor)이고, H_{ijk}^1 와 H_{ijk}^2 는 각각 다음 식 (14)와 (15)와 같이 정의되어 있다[14].

$$H_{ijk}^1 = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{pqm} \sigma_{kmq}^G + \mu (\epsilon_{jm} \sigma_{kmi}^G + \epsilon_{im} \sigma_{kmj}^G) \dots\dots\dots (14)$$

$$H_{ijk}^2 = \lambda \delta_{ij} u_{km}^G n_m + \mu (u_{ki}^G n_j + u_{kj}^G n_i) \dots\dots\dots (15)$$

입사하는 파동이 존재할 경우 식 (12)는 다음 식 (16)과 같이 된다.

$$t_i(x_p) = t_i'(x_p) - n_j(x_p) \int_S \sigma_{ijk}^G(x, x_p) t_k(x) dS(x) - n_j(x_p) \left[\int_S H_{ijk}^1(x, x_p) \epsilon_{mq} u_{k,m}(x) n_q(x) dS(x) + \rho \omega^2 \int_S H_{ijk}^2(x, x_p) u_k(x) dS(x) \right] - n_j(x_p) \int_{S_2} K_{ijkq}^G(x, x_p) \delta u_k(x) n_q(x) dS(x) \dots\dots\dots (16)$$

여기서 t_i' 는 입사파에 의한 트래션 성분을 나타낸다.

4. 경계요소법 응용에

4. 1. 기공결함의 경계요소 해석

기공결함의 경계요소 해석에 이용된 입사파는 Fig. 2에 보인 바와 같이 X_3 방향의 면의변위를 갖는 수평 횡파이며, 경계요소 모델링에서 경계요소는 상수요소(constant element)를 이용하여 총 요소수와 총 절점수는 같다. 본 연구에서는 Fig. 2와 같이 시간조화 수평횡파가 입사시 무한체 내부에 존재하는 원형 기공결함에 의한 산란장을 해석한다. 본 연구의 결과로서 계산된 정규화된 산란파 변위(normalized scattered wave displacement)는 산란파 변위와 입사파 변위의 비, 즉 u_{x_3}/u 로서 정의 되고 이때 주파수 파라미터는 무차원 횡파 파수 $k_r r$ 로 정의된다. 여기서 k_r 는 횡파 파수이고, r 는 원형 결함의 반경이다.

Fig. 2와 같은 무한체 내부에 존재하는 원형 기공결함에 의한 수평횡파 산란장을 해석하기 위하여 원형 기공결함 둘레의 경계는 64개의 상수요소로 나누었고, 단위 변위 진폭의 SH 입사파는 $\theta=0^\circ$ 의 방향에서 무한체로부터 입사되며 그때 단위 반경($r=1$)의 원형 기공결함에 의해서 산란된다.

Fig.3은 무차원 횡파 파수 $k_r r$ 이 각각 4.0, 7.0일 때, 원형 기공결함 표면에서 원주각(circumferential angle) θ 의 변화에 대한 정규화된 산란파 변위 변화를 극좌표계로 나타낸 것이다. 본 연구에서는 동탄성 경계요소 해석 프로그램의 검증을 위해 원형 기공결함에 대하여 급수 전개식(series expansion form)으로 주어진 잘 알려진 기존의 해석적 해(4.15)와 비교된다. Fig. 3의 결과로부터 본 연구에서 수행된 경계요소법에 의한 해석 결과는 기존의 해석해 결과와 좋은 일치를 보임을 알 수 있다.

Fig. 3의 결과를 살펴보면, SH 입사파의 입사방향

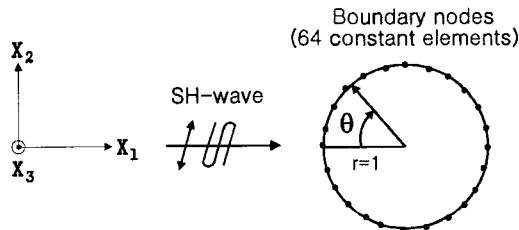


Fig. 2 BEM mesh discretization for a circular defect subjected to a time harmonic SH-wave

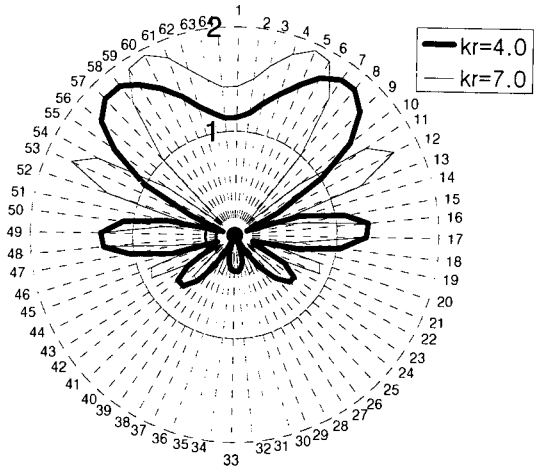
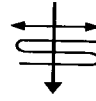


Fig. 3 Scattered displacement profiles of a circular defect subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates

즉, 원주각 $\theta=0^\circ$ 부근에서 정규화된 산란파 변위는 SH 입사파의 주파수를 증가시킴으로써 다소 증가함을 알 수 있다. 즉, 무차원 횡파 파수 $k_r r$ 이 4.0인 경우보다 $k_r r$ 이 7.0인 경우에 산란파 변위가 다소 증가함을 알 수 있는데 이는 주파수를 증가시킴에 따라 후방산란(back scattering) 에너지가 집중되어 증가하기 때문이다.

4. 2. 균열문제의 경계요소 해석

본 연구에서는 Fig. 4와 같은 경사진 표면 균열이 존재하는 경우에 대해 표면파의 산란을 경계요소 해석한다. 표면 균열의 길이는 a 이고, 주파수 파라미터로는 무차원 횡파 파수 $k_r a$ 를 사용하였다. $k_r a$ 와 무차원 표면파 파수 $k_r a$ 와의 관계는 $k_r a = 1.073k_r a$ 로 하였다.

Fig. 4의 $+X'_1$ 방향으로 입사하는 표면파에 대하여 반사계수(reflection coefficient) R 과 투과계수(transmission coefficient) T 는 각각 $R = U_L^-/U_R$, $T = (U_L^+ + U_R)/U_R$ 이다. 여기서, U_R 은 입사하는 표면파의 진폭성분이며, \pm 표시는 $\pm X'_1$ 방향으로 전파하는 것을 나타낸다. Neerhoff의 논문[16]에서 볼 수 있는

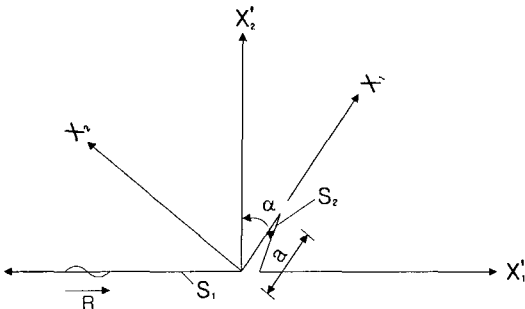


Fig. 4 Scattering of surface wave by inclined surface-breaking crack (10)

것처럼, 입사하는 표면파에 대한 에너지 보존식은 $|R|^2 + |T|^2 + \langle P_{rad} \rangle = 1$ 이다. 여기서 $\langle P_{rad} \rangle$ 는 체적파 (body wave) 형태로 매질 내부로 전파된 에너지속 (energy flux)의 시간평균치이다.

Fig. 5, 6, 7은 각각 무차원 횡파 파수 $k_2 a$ 가 1.0인 경우, 균열 경사각 α 의 변화에 따른 투과계수, 반사계수 그리고 $\langle P_{rad} \rangle$ 의 절대치를 경계요소 해석으로 구하여 나타낸 것이다. Fig. 5에서 알 수 있는 것처럼, $|T|$ 곡선은 균열 경사각 α 가 0° 인 경우에 대하여 대칭이 됨을 알 수 있다. 그리고 $\pm 90^\circ$ 를 제외한 몇몇 각도에서도 투과계수가 거의 1이 됨을 알 수 있는데 이것은 입사하는 표면파가 산란되지 않고 거의 그대로 표면 균열을 통과하는 것을 의미한다.

Fig. 6에는 이때의 반사계수 $|R|$ 이 균열 경사각 α 의 변화에 대하여 나타나 있다. $-45^\circ < \alpha < 45^\circ$ 인 경우, $|R|$ 의 변화는 비교적 부드러운 반면 균열 경사각 α 가 더 큰 경우는 훨씬 더 복잡한 거동을 나타냄을 알 수 있다.

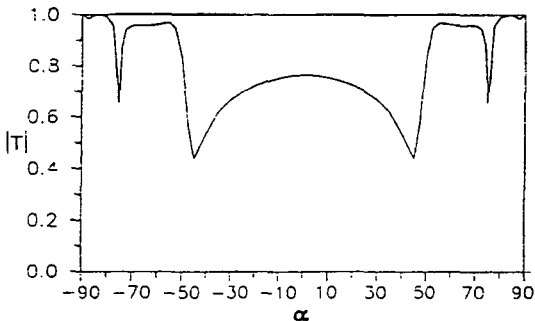


Fig. 5 Absolute value of the transmission coefficient, $|T|$, versus the angle of inclination, α ; $k_2 a = 1.0$ (10)

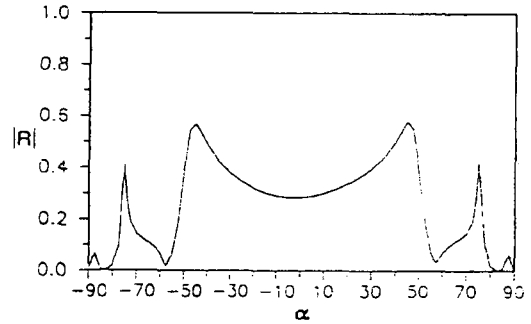


Fig. 6 Absolute value of the reflection coefficient, $|R|$, versus the angle of inclination, α ; $k_2 a = 1.0$ (10)

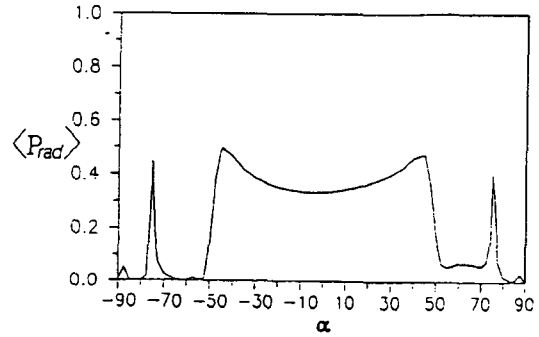


Fig. 7 Fraction of the time-averaged incident energy-flux radiated into the solid by body waves as a function of the angle of inclination, α ; $k_2 a = 1.0$ (10)

Fig. 7에는 산란된 체적파가 매질내부로 전파된 에너지 $\langle P_{rad} \rangle$ 이 균열 경사각 α 의 변화에 대하여 나타나 있다. $\langle P_{rad} \rangle$ 은 $\alpha = \pm 45^\circ$ 근처에서 최대값을 가짐을 알 수 있고, 몇몇 특정 각도에서는 $\langle P_{rad} \rangle$ 의 값이 0이 됨을 알 수 있는데 이것은 체적파가 매질 내부로 전파되지 않음을 뜻한다.

5. 결 론

본 연구에서는 비파괴평가 기술에 있어서 중요한 역할을 하고 있는 다양한 모델링 기법들에 대해서 간략하게 서술하였고 동탄성 경계요소법에 관한 이론으로서 일반적인 경계요소 해석을 위한 경계치문제의 설정과 탄성파동장의 경계적분식을 유도하고, 일반적인 변위의 경계적분식으로는 해석이 불가능한 균열문제의 경계

적분식을 유도하였다. 그리고, 동탄성 경계요소법의 응용으로서 경계요소법을 이용한 기공결합의 수평형파 산란장 해석과 표면 균열의 표면파 산란장 해석을 소개하였다. 재료 내부의 결함에 의한 초음파의 반사나 산란 현상을 정확히 이해하고 예측하기가 쉽지 않기 때문에 이와 같은 경계요소법을 이용한 수치해석 연구가 필수 불가결하다고 생각되어진다. 가까운 미래에 경계요소법에 의한 비파괴 평가의 정량화가 실용화 될 것으로 기대하고 끝맺음을 한다.

후 기

본 연구는 1998년도 한국학술진흥재단의 학술연구 조성비(국제협력공동연구과제) 및 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성 평가 연구센터의 부분 지원하에 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] 이준현, "초음파를 이용한 입자강화 금속복합재료의 계면특성에 관한 이론적 연구," 한국비파괴검사학회지, 제13권, 제4호, pp. 9-17, (1993)
- [2] J. H. Lee and B. S. Ahn, "Development of Measuring Technique for Micro-Crack in Ceramic by High Frequency Acoustic Microscopy," J. Japan Soc. Str. Fracture Mats, Vol. 31, No. 2, pp. 43-54, (1997)
- [3] 이준현, 이진경, 조윤희, "세라믹의 열충격 손상거동 및 초음파 Lamb파를 이용한 비파괴적 손상평가," 대한기계학회논문집 A권, 제22권, 제12호, pp. 2278-2285, (1998)
- [4] D. E. Beskos, Boundary Element Methods in Mechanics, Elsevier Science Publishers B.V., pp. 191-256, (1987)
- [5] S. H. Hirose and Y. Niwa, "Scattering of Elastic Waves by a Three Dimensional Crack," Boundary Elements VII Conference, pp. 169-179, (1986)
- [6] C. H. Zhang and J. D. Achenbach, "Scattering by Multiple Crack Configurations," Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol. 55, pp. 104-110, (1988)
- [7] S. K. Bose and A. K. Mal, "Longitudinal Shear Waves in a Fiber-Reinforced Composite" Int. J. Solids Structures, Vol. 9, pp. 1075-1085, (1973)
- [8] L. J. Bond, "Numerical Techniques and Their Use to Study Wave Propagation and Scattering - a Review," Elastic Waves and Ultrasonic Nondestructive Evaluation, Elsevier Science Publishers B.V., pp. 17-27, (1990)
- [9] S. Hirose, "Simulation of Ultrasonic Wave Scattering and Inverse Analysis Using Integral Equations," J. of Japan Society for Nondestructive Testing, Vol. 47, No. 5, pp. 300-306, (1998)
- [10] C. Zhang and J. D. Achenbach, "Numerical Analysis of Surface-Wave Scattering by the Boundary Element Method," Wave Motion, Vol. 10, pp. 365-374, (1988)
- [11] 이준현, 이서일, 조윤희, "재료내 다중결함에 의한 SH형 초음파 산란장의 수치해석," 한국비파괴검사학회지, 제18권, 제4호, pp. 304-312, (1998)
- [12] 이준현, 이서일, "경계요소법을 이용한 다중결합의 SH형 초음파 산란장 해석에 관한 연구," 대한기계학회논문집 A권, 제23권, 제11호, pp. 1878-1885, (1999)
- [13] 이준현, 이서일, "경계요소법을 이용한 SH형 초음파 원거리 산란장 해석에 관한 연구," 한국비파괴검사학회지, 제19권, 제5호, pp. 333-339, (1999)
- [14] V. S. Ahn, J. G. Harris and J. D. Achenbach, "Numerical Analysis of the Acoustic Signature of a Surface-Breaking Crack," IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 39, No. 1, pp. 112-118, (1992)
- [15] Y. H. Pao and C. C. Mow, Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations, The Rand Corporation, pp. 111-140, (1973)
- [16] F. L. Neerhoff, "Reciprocity and Power-Flow Theorems for the Scattering of Plane Elastic Waves in a Half Space," Wave Motion, Vol. 2, pp. 99-113, (1980)