

인공위성의 3축 모델링과 진동억제를 포함한 소각선회

3-Axis Modeling and Small Angle Maneuver Including Vibration Suppression for a Satellite

이대우*, 조검래**

D. W. Lee* and K. R. Cho**

요 약

유연체 부착물을 갖는 인공위성의 수학적 모델링에 관한 방법은 몇 가지들이 있다. 본 논문에서는 FEM에 비해 차수가 낮아 계산시간을 줄일 수 있는 근사화 방법중 하나인 추측모드법을 사용한 하이브리드 라그랑지 방정식을 유도하였다. 이것들은 각속도에 관한 세개의 식들과 유연변위에 관한 두개의 식들로 이루어지며, 위성 본체와 태양전지판의 상호작용을 표현한다. 자세제어에 있어서, 제어법칙은 제어입력뿐만 아니라 진동억제를 포함한 성능지수를 최소화하도록 설계하였다. 이 목적을 위해 본 논문은 LQG와 LQG/LTR 제어기를 사용하였고, 결과로는 진동억제를 고려한 소각선회 성능을 보여준다. 특히, 본 논문에서는 특이시스템을 특이값 분리에 의한 비특이시스템 가정법을 통한 LQG/LTR 설계를 보여준다.

Abstract

There are several methods in the mathematical modeling of a satellite with flexible appendages. In this paper, the hybrid Lagrange's equations of motion using assumed modes method are derived. The assumed modes method is one of approximate methods which have shorter calculation time due to low-dimension compare with FEM. These consist of three-equations about angular velocities and two-equations about flexible deformations, and physically represent interaction between hub and solar panel. In an attitude control, a control law is designed to minimize a given performance index considering not only control input but also vibration suppression. For these purpose, this paper applies LQG and LQG/LTR schemes to this model and finally show the capability for attitude control including vibration suppression. Especially, this paper shows the method of assumption as nonsingular system through singular value division for LQG/LTR design.

I. 서 론

인공위성의 임무 다양화에 따른 거대구조물의 필요성은 발사경비 절감측면에서 보면 구조물의 무게

감소가 요구되므로 인공위성은 얇고 가볍게 발전하게 되며, 이것은 필연적으로 구조적 강성, 고유진동수 감소 등을 유발할 수 있다. 즉, 유연구조물을 갖는 인공위성은 발사체나 보통의 우주 비행체에 비하여 매우 낮은 주파수에서 아주 작은 감쇠비를 갖는

이 논문은 2000년도 두뇌한국 21사업 핵심분야에 의하여 지원되었음.

* 부산대학교 항공우주공학과, 기계기술연구소(Dept. of Aerospace Eng., Pusan National Univ., Research Institute of Mechanical Technology)

** 부산대학교 항공우주공학과(Dept. of Aerospace Eng., Pusan National Univ.)

· 논문번호 : 2000-2-1

· 접수일자 : 2000년 5월 7일

진동모드를 가지는 특성을 갖는다. 진동모드의 자유진동수는 보통 매우 가까이 분포되어 있고 몇몇 자유진동수는 제어시스템의 대역폭내에 존재하게 된다. 게다가 자유진동수, 모드형상, 감쇠비와 같은 진동모드 파라메타를 정확히 알 수 없다. 이런 점들이 인공위성의 자세제어에 큰 문제점이기도 하다. 이러한 유연체의 진동은 구조물의 피로파괴, 불안정성 등의 문제점의 발생 원인이므로 인공위성 유연체의 진동억제는 불가피하게 고려되어야 할 사항이다. 유연체 부착물을 가진 위성에 관해 FEM으로 모델을 만들고 제어를 수행한 논문들이 다수 있으나[1],[2], 보통 소형 인공위성의 태양전지판 모델링의 경우 2~3차 유연모드 정도로 차수 축소가 가능하므로 본 논문에서는 수치적분의 시간축면을 고려해 추측모드법[2]으로 모델링을 하여 빠른 계산을 도모하였다. 유연체를 갖는 인공위성의 자세동역학에 관한 3차원 비선형 방정식은 3개의 각속도항과 2개의 일반화 좌표(generalized coordinate)에 관해 유도된다. 이 비선형 방정식은 상미분과 편미분을 함께 포함한 하이브리드 라그랑지 방정식으로 소각선회는 물론 대각선회인 기동문제에도 적용할 수 있다. 본 논문의 수치예제에 있어서는, 소각선회의 경우를 예로 들어 선형방정식으로 최적기법인 LQG와 LQG/LTR을 적용해 1축의 태양전지판에 대한 빠른 진동억제와 소각선회 성능을 보여준다. 특히, 특이시스템으로 표현되는 유연체를 갖는 인공위성의 수학적 모델링은 LQG/LTR 같은 현대적인 제어기법의 적용에 어려움을 가져다 주는데 본 논문에서는 특이값 분리에 의한 비특이시스템 가정법을 제시해 LQG/LTR과 같이 설계과정시 역행렬을 필요로 하는 현대제어기법의 원활한 적용을 가능하게 한다.

II. 모델링

그림 1에서 유연구조물의 변위를 나타내는 벡터 y 는 식 (1)과 같다.

$$y = -U_i(t, \zeta) \hat{i} + V_i(t, \zeta) \hat{k} \quad (1)$$

여기서, U_i 와 V_i 는 유연변위, 첨자 i 는 태양전

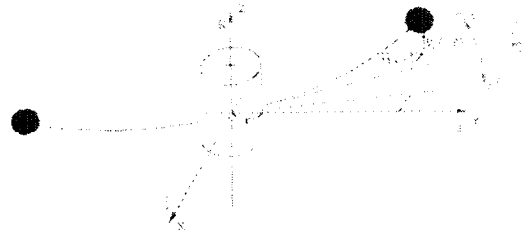


그림 1. 인공위성의 이상화 모델
Fig. 1. Ideal model of a satellite.

지판의 개수, t 는 시간, $\hat{\cdot}$ 은 각 방향의 단위벡터며 ζ 는 y 축에 대한 허브의 바깥쪽 반지름으로부터 유연변위를 일으키지 않은 i 번째 빔을 따라 측정된 전형적인 질량요소의 좌표계를 나타낸다. i 번째 유연구조물에서 임의의 변형된 지점에 대한 관성위치 벡터 R_i 와 이 지점에서의 속도는 아래와 같이 나타내어질 수 있다.

$$R_i = -U_i(t, \zeta) \hat{i} + (r + \zeta) \hat{j} + V_i(t, \zeta) \hat{k} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{R}_i &= \frac{d}{dt}(R_i)_h + \omega \times R_i \\ &= \frac{d}{dt}(R_i)_h + \tilde{R}_i^T \omega \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, r 은 허브의 반지름, $\frac{d}{dt}(R_i)_h$ 은 허브에 고정된 기준좌표계(hub-fixed reference frame)의 속도를 나타내며 \tilde{R}_i^T 는 벡터 R_i 에 관계된 skew-symmetric matrix를 나타낸다.

총운동에너지 T 는 허브(hub)와 유연 부가물(flexible appendages), 끝단 질량(tip masses)의 합으로 표현된다.

$$T = T_{hub} + T_{appendages} + T_{tip masses} \quad (4)$$

총위치에너지 V 는 오일러-베르누이가정[3]에 의해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \int_0^l EI [U_i(t, \zeta)''^2 + V_i(t, \zeta)''^2] d\zeta \quad (5)$$

여기서 E 는 빔의 탄성계수, I 은 중심축에 대한 단면의 관성모멘트, $(\cdot)'$ 는 (\cdot) 의 ζ 에 대한 2차 편미분 방정식을 나타낸다. 각속도 벡터 ω 는 오일러 각을[4] θ_1, θ_2 와 θ_3 의 항으로 나타내어질 수 있고, 변환행렬 D 를 사용해 $\omega = D\dot{\theta}$ 의 관계로 표현된다.

$$D = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ 0 & 1 & \sin \theta_1 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

추측모드법[2]을 이용하여, $U_i(t, \zeta)$ 와 $V_i(t, \zeta)$ 를 외팔보와 관계된 노말모드항을 사용하여 확장한다.

$$\begin{aligned} U_i(t, \zeta) &= \sum_{j=1}^N q_{ji}(t) \phi_j(\zeta) \\ V_i(t, \zeta) &= \sum_{j=1}^N p_{ji}(t) \phi_j(\zeta) \quad i=1,2 \quad j=1,2,3 \dots N \end{aligned} \quad (7)$$

N 은 추정에 의해 얻어진 모드의 개수이며 본 논문에서는 3이다. 또한 q_{ji}, p_{ji} 는 일반화 좌표이며 노말모드 $\phi_j(\zeta)$ 는 식 (8)의 미분방정식을 만족시키며 경계조건은 식 (9)와 같다.

$$\frac{d^4 \phi_j(\zeta)}{d\zeta^4} - \beta_j^4 \phi_j(\zeta) = 0 \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_j &= 0, \quad \frac{d}{d\zeta} \phi_j(\zeta) = 0 \quad \text{at } \zeta = 0 \\ \frac{d^2}{d\zeta^2} \phi_j(\zeta) &= 0, \quad \frac{d^3}{d\zeta^3} \phi_j(\zeta) = 0 \quad \text{at } \zeta = l \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Quasi-coordinate로서의 각속도 항 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 에 대한 운동방정식[5],[6]은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \omega_x} \right) + \omega_y \left(\frac{\partial T}{\partial \omega_z} \right) - \omega_z \left(\frac{\partial T}{\partial \omega_y} \right) &= Q_1 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \omega_y} \right) + \omega_z \left(\frac{\partial T}{\partial \omega_x} \right) - \omega_x \left(\frac{\partial T}{\partial \omega_z} \right) &= Q_2 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \omega_z} \right) + \omega_x \left(\frac{\partial T}{\partial \omega_y} \right) - \omega_y \left(\frac{\partial T}{\partial \omega_x} \right) &= Q_3 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

그리고 q_{ji} 와 p_{ji} 에 대한 라그랑지 운동방정식은 식 (11)로 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{ji}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_{ji}} \right) &= Q_4 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{p}_{ji}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial p_{ji}} \right) &= Q_5 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $Q_i (i=1 \dots 5)$ 는 비보존 토크항이며 라그랑지안(Lagrangian) $L = T - V$ 이다. 식 (10)과 (11)로부터 구해진 완전 비선형 방정식은 다음과 같다.

· x축에 대한 회전방정식

$$\begin{aligned} &I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z \\ &+ \sum_{j=1}^2 \left[\int_0^l \rho \{ (r + \zeta)^2 (\dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z) \right. \\ &+ \phi_j(\zeta) (r + \zeta) (\ddot{p}_{ji}(t) + \dot{\omega}_y q_{ji}(t) \\ &+ 2\omega_y \dot{q}_{ji}(t) - \omega_y^2 p_{ji}(t) - \omega_x \omega_z q_{ji}(t) \\ &+ p_{ji}(t) \omega_z^2) + \phi_{ji}^2(\zeta) (\dot{\omega}_x p_{ji}^2(t) \\ &+ q_{ji}(t) p_{ji}(t) (\dot{\omega}_z + \omega_x \omega_y) - \omega_y \omega_z p_{ji}^2(t) \\ &+ 2p_{ji}(t) (\omega_z \dot{q}_{ji}(t) + \omega_x \dot{p}_{ji}(t))) \} d\zeta \\ &+ m_l \{ (r + l)^2 (\dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z) \\ &+ \phi_j(l) (r + l) (\ddot{p}_{ji}(t) + \dot{\omega}_y q_{ji}(t) \\ &+ 2\omega_y \dot{q}_{ji}(t) - \omega_y^2 p_{ji}(t) - \omega_x \omega_z q_{ji}(t) \\ &+ p_{ji}(t) \omega_z^2) + \phi_{ji}^2(l) (\dot{\omega}_x p_{ji}^2(t) \\ &+ q_{ji}(t) p_{ji}(t) (\dot{\omega}_z + \omega_x \omega_y) - \omega_y \omega_z p_{ji}^2(t) \\ &+ 2p_{ji}(t) (\omega_z \dot{q}_{ji}(t) + \omega_x \dot{p}_{ji}(t))) \} \\ &+ J_l \{ \omega_y (\omega_z + \dot{q}_{ji}(t) \phi_j'(l)) + \dot{\omega}_x \\ &+ \ddot{p}_{ji}(t) \phi_j'(l) \} = Q_1 \end{aligned} \quad (12)$$

· y축에 대한 회전방정식

$$\begin{aligned} &I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z \\ &+ \sum_{j=1}^2 \left[\int_0^l \rho \{ \phi_j^2(\zeta) (\dot{\omega}_y (p_{ji}^2(t) + q_{ji}^2(t)) \right. \\ &+ 2\omega_x (p_{ji}(t) \dot{p}_{ji}(t) + q_{ji}(t) \dot{q}_{ji}(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \ddot{q}_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) + \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \dot{q}_{\ddot{h}}(t) \\
 & + 2 \dot{q}_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) + \omega_z^2 q_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \\
 & + \omega_x \omega_z (\dot{p}_{\ddot{h}}^2(t) - q_{\ddot{h}}^2(t)) - \omega_x^2 q_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \\
 & + \phi_j(\zeta)(r + \zeta)(\dot{\omega}_x q_{\ddot{h}}(t) - \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \dot{\omega}_z \\
 & + \omega_y(\omega_z q_{\ddot{h}}(t) + \omega_x \dot{p}_{\ddot{h}}(t))) d\zeta \\
 & + m_t \{ \phi_j^2(l)(\dot{\omega}_y(\dot{p}_{\ddot{h}}^2(t) + q_{\ddot{h}}^2(t)) \\
 & + 2\omega_y(\dot{p}_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) + q_{\ddot{h}}(t) \dot{q}_{\ddot{h}}(t)) \\
 & - \ddot{q}_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) + \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \dot{q}_{\ddot{h}}(t) \\
 & + 2 \dot{q}_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) + \omega_z^2 q_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \\
 & + \omega_x \omega_z (\dot{p}_{\ddot{h}}^2(t) - q_{\ddot{h}}^2(t)) - \omega_x^2 q_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \\
 & + \phi_j(l)(r + l)(\dot{\omega}_x q_{\ddot{h}}(t) - \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \dot{\omega}_z \\
 & + \omega_y(\omega_z q_{\ddot{h}}(t) + \omega_x \dot{p}_{\ddot{h}}(t))) \} \\
 & + J_t \{ \omega_z \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \phi_j'(l) - \omega_x \dot{q}_{\ddot{h}}(t) \phi_j'(l) \} = Q_2
 \end{aligned} \tag{13}$$

· z축에 대한 회전방정식

$$\begin{aligned}
 & I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y \\
 & + \sum_{i=1}^2 \int_0^l \rho \{ (r + \zeta)^2 (\dot{\omega}_z - \omega_x \omega_y) \\
 & + \phi_j(\zeta)(r + \zeta)(\ddot{q}_{\ddot{h}}(t) - 2\omega_y \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \\
 & - \dot{p}_{\ddot{h}}(t)(\omega_x \omega_z + \dot{\omega}_y) + q_{\ddot{h}}(t)(\omega_x^2 - \omega_y^2)) \\
 & + \phi_j^2(\zeta)(\dot{\omega}_z q_{\ddot{h}}^2(t) + \dot{\omega}_x q_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \\
 & + \omega_z q_{\ddot{h}}(t)(2\dot{q}_{\ddot{h}}(t) - \omega_y q_{\ddot{h}}(t)) \\
 & + \omega_x q_{\ddot{h}}(t)(\dot{p}_{\ddot{h}}(t) + \omega_y q_{\ddot{h}}(t) + \dot{p}_{\ddot{h}}(t))) \} d\zeta \\
 & + m_t \{ (r + l)^2 (\dot{\omega}_z - \omega_x \omega_y) \\
 & + \phi_j(l)(r + l)(\ddot{q}_{\ddot{h}}(t) - 2\omega_y \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \\
 & - \dot{p}_{\ddot{h}}(t)(\omega_x \omega_z + \dot{\omega}_y) + q_{\ddot{h}}(t)(\omega_x^2 - \omega_y^2)) \\
 & + \phi_j^2(l)(\dot{\omega}_z q_{\ddot{h}}^2(t) + \dot{\omega}_x q_{\ddot{h}}(t) \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \\
 & + \omega_z q_{\ddot{h}}(t)(2\dot{q}_{\ddot{h}}(t) - \omega_y q_{\ddot{h}}(t)) \\
 & + \omega_x q_{\ddot{h}}(t)(\dot{p}_{\ddot{h}}(t) + \omega_y q_{\ddot{h}}(t) + \dot{p}_{\ddot{h}}(t))) \} \\
 & + J_t \{ \dot{\omega}_z - \omega_x \omega_y - \omega_y \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \phi'(l) \\
 & + \ddot{q}_{\ddot{h}}(t) \phi'(l) \} = Q_3
 \end{aligned} \tag{14}$$

· q 방정식

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^2 \int_0^l \rho \{ \phi_j^2(\zeta)(\ddot{q}_{\ddot{h}}(t) - 2\dot{p}_{\ddot{h}}(t)\omega_y \\
 & - q_{\ddot{h}}(t)(\omega_y^2 + \omega_z^2) - \dot{p}_{\ddot{h}}(t)\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z \dot{p}_{\ddot{h}}(t)) \\
 & + \phi_j(\zeta)(r + \zeta)(\dot{\omega}_z - \omega_x \omega_y) \} d\zeta \\
 & + m_t \{ \phi_j^2(l)(\ddot{q}_{\ddot{h}}(t) - 2\dot{p}_{\ddot{h}}(t)\omega_y \\
 & - q_{\ddot{h}}(t)(\omega_y^2 + \omega_z^2) - \dot{p}_{\ddot{h}}(t)\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z \dot{p}_{\ddot{h}}(t)) \\
 & + \phi_j(l)(r + l)(\dot{\omega}_z - \omega_x \omega_y) \} \\
 & + J_t \{ \phi_j'(l)\dot{\omega}_z + \ddot{q}_{\ddot{h}}(t)\phi'^2(l) \} \\
 & + \int_0^l EI q_{\ddot{h}}(t) \phi_j''^2(\zeta) d\zeta = Q_4
 \end{aligned} \tag{15}$$

· p 방정식

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^2 \int_0^l \rho \{ \phi_j^2(\zeta)(\dot{p}_{\ddot{h}}(t) + 2\dot{q}_{\ddot{h}}(t)\omega_y \\
 & + q_{\ddot{h}}(t)(\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z) - \dot{p}_{\ddot{h}}(t)(\omega_x^2 + \omega_y^2)) \\
 & + \phi_j(\zeta)(r + \zeta)(\dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z) \} d\zeta \\
 & + m_t \{ \phi_j^2(l)(\dot{p}_{\ddot{h}}(t) + 2\dot{q}_{\ddot{h}}(t)\omega_y \\
 & + q_{\ddot{h}}(t)(\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z) - \dot{p}_{\ddot{h}}(t)(\omega_x^2 + \omega_y^2)) \\
 & + \phi_j(l)(r + l)(\dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z) \} \\
 & + J_t \{ \phi_j'(l)\dot{\omega}_x + \dot{p}_{\ddot{h}}(t)\phi'^2(l) \} \\
 & + \int_0^l EI \dot{p}_{\ddot{h}}(t) \phi_j''^2(\zeta) d\zeta = Q_5
 \end{aligned} \tag{16}$$

III. 시스템 정식화

앞장에서 구해진 비선형 방정식을 안테나 지향임무(충분히 작은 각)의 소각선회 측면에서 선형화시킨 다음 수치예제를 위해 Z축의 운동방정식 시스템을 정식화하면 식 (17)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & M\ddot{x} + Kx = Fu \\
 & y = Cx
 \end{aligned} \tag{17}$$

여기서, M 은 질량행렬, K 는 강성행렬이며 F 는 입력행렬이다.

구성벡터 $x = \{ \theta q_{11} q_{21} \dots q_{M1} q_{12} q_{22} \dots q_{M2} \}^T$ 이며 C 는 출력벡터이다. 시스템의 운동방정식을 행렬형태로 나타내면 식 (18)로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \hat{J} & M_{\theta_1}^T & M_{\theta_2}^T \\ M_{\theta_1} & M_{q_1} & 0 \\ M_{\theta_2} & 0 & M_{q_2} \end{bmatrix} \dot{x} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{q_1} & 0 \\ 0 & 0 & K_{q_2} \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (18)$$

이 된다. 여기서 각 요소는 아래와 같으며, $[\cdot]_i$ 는 벡터 $[\cdot]$ 의 i 번째 요소, $[\cdot]_{ij}$ 는 행렬 $[\cdot]$ 의 (i, j) 번째 요소이다.

$$\hat{J} = J_h + 2 \int_0^L \rho(r+x)^2 dx + 2[m_r(r+L)^2 + J_i]$$

$$[M_{\theta_1}]_i = [M_{\theta_2}]_i = \int_0^L \rho(r+x) \phi_i(x) dx + m_r(r+L) \phi_i(L) + J_i \phi_i'(L)$$

$$[M_{q_1}]_{ij} = [M_{q_2}]_{ij} = \int_0^L \rho \phi_i(x) \phi_j(x) dx + m_r \phi_i(L) \phi_j(L) + J_i \phi_i'(L) \phi_j'(L)$$

$$[K_{q_1}]_{ij} = [K_{q_2}]_{ij} = \int_0^L EI \phi_i'' \phi_j'' dx$$

IV. 제어시스템

성능지수는 진동억제와 제어입력을 같이 고려해 식 (19)와 같이 정한다. R 은 양의 한정대칭행렬이다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (19)$$

본 시스템은 크기는 14×14 이며 2개의 특이값을 가지는 시스템이다. 감지기로는 LQG제어시스템[7]에서는 자세각을 측정할 수 있는 수평감지기와 자세 각 변화율을 측정할 수 있는 변화율 감지기를 가정하였고, LQG/LTR제어시스템[7]에서는 제어기 설계상의 정방형 문제로 인해 수평감지기만 가정하였다. 그리고 구동기로는 모멘텀 휠을 가정하였다.

4-1 LQG 제어기

그림 2는 matlab Simulink 블록선도를 보여주고 있다. 센스잡음과 태양복사압은 입력측에 반영되어 있고 출력들은 각, 각율, 끝단변위와 끝단변위율로 이루어져 있다.

4-2 LQG/LTR

LQG/LTR 제어시스템의 설계과정에서는 첫번째로 검토되어야 할 부분인 선형플랜트 모델이 2개의 특이값을 가지는 특이시스템이므로 그에 따른 보정이 필요하다. 즉, 본 시스템을 LQG/LTR 제어기법에 의해 제어기를 설계할 때 시스템 행렬 A_p 의 역

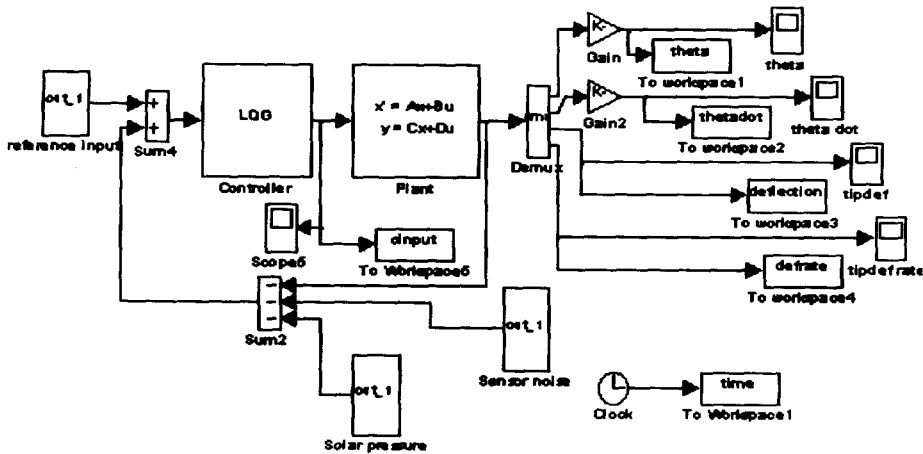


그림 2. LQG 제어기의 맷랩 시뮬링크
Fig. 2. Matlab simulink of LQG control.

행렬이 존재하지 않는다는 문제점에 부딪치게 된다. 따라서 표준 LQG/LTR 문제의 첫 단계인 목표필터 루프를 설계하기 위해서는 모드형태를 이용하는 방법도 있으나 그 방법이 다소 복잡하다. 본 논문의 모델은 한계안정(marginally stable) 시스템이므로 비교적 간단한 비특이 시스템으로 가정하는 방법을 제시하여 사용하였다. 이 방법의 경우는 플랜트의 자유적분 요소를 그대로 두고 새로운 자유적분 요소를 각 제어채널에 첨가하여 목표필터루프를 설계하는 방법으로서 특이행렬로 만드는 고유값을 플랜트의 저주파의 동특성을 크게 변화시키지 않는 안정한 고유값 $\epsilon(-\infty)$ 으로 대체하여 새로운 시스템 행렬 (A_p') 를 만들어 역행렬이 존재하도록 하고 각 제어채널에 자유적분요소를 첨가한 설계플랜트 모델을 설정한다. 이를 위해 먼저 식 (20)과 같이 특이값 (Λ) 과 우측특이벡터 (V) , 좌측특이벡터 $(W=V^{-1})$ 로 분해한 후 특이값 λ_i 에 ϵ 으로 대체하기 위해 식 (21)과 같이 작은 상수값인 C 을 더한다. 다음으로 식 (22)와 같이 새롭게 생성된 Λ_p' 으로 새로운 시스템 행렬을 만든다.

$$A_p = V\Lambda W \tag{20}$$

$$\Lambda_p' = \begin{bmatrix} \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$A_p' = V\Lambda_p'W \tag{22}$$

다음으로 자유적분요소를 첨가한 설계 플랜트를 선정하고 설계사양에 따라 목표필터 루프설계와 루프전달회복 단계로 이어진다. LQG/LTR을 이용한 제어시스템 설계에서는 필터계인행렬 H 는 목표필터를 설계할 때, 제어계인행렬 G 는 루프전달회복 절차를 수행할 때 선정한다. TFL 설계문제는 성능-강인성을 만족시키는 필터계인행렬 H 를 선정하는 것으로 Kalman Filter 방법을 이용하였다.

$$H = \frac{1}{\mu} PC^T \tag{23}$$

여기서 설계파라메타 μ 의 선정은 식 (24)의 Kalman Filter 주파수역 등가결과를 이용하였고 행렬 P 는 식 (25)의 필터대수 Riccati 방정식에 의해 구해진다.

$$GF(s) = \frac{1}{\sqrt{(\mu)}} C(sI - A)^{-1}L \tag{24}$$

$$AP + PA^T + LL^T - \frac{1}{\mu} PC^T CP = 0 \tag{25}$$

L 의 선정은 바람직한 루프형상을 목적으로 하고 μ 는 요구하는 대역폭 또는 교차주파수를 만족하도록 선정한다. 설계행렬 G 를 선정하기 위해서는 가중행렬 $Q = C^T C$, 제어가중 파라메타 $\rho \rightarrow 0$ 에서 식 (26)의 제어대수 Riccati 방정식의 해를 구한 후 식 (27)를 이용하였다.

$$KA + A^T K + CC^T - \frac{1}{\rho} KBB^T K = 0 \tag{26}$$

$$G = \frac{1}{\rho} B^T K \tag{27}$$

제어시스템이 안정 가능하고 $\rho \rightarrow 0$ 일 때 모델기준 보상기의 전달함수 행렬 $K(s)$ 가 식 (28)과 같은 극한거동을 하게 된다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} K(s) \rightarrow [C(sI - A)^{-1}B]^{-1}C(sI - A)^{-1}H = G(s)^{-1}G_F(s) \tag{28}$$

그리고 루프전달함수 행렬 $T(s)$ 의 극한거동은 식 (29)와 같다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} T(s) \rightarrow G(s)G(s)^{-1}G_F(s) = G_F(s) \tag{29}$$

하지만 여기서 설계된 LQG/LTR 제어기의 적용은 원래 시스템에 대해 수행하고 이에 대해 제어기의 성능평가를 수행한다.

V. 수치예제

표 1은 수치예제에 사용된 물리적 파라메타값, 표

2는 플랜트 입력측에 반영된 태양복사압과 감지기 잡음이며, 표 3은 모드별 고유진동수이다.

시스템은 특성상 모든 극점과 영점이 거의 허수축에 붙어 있으므로 한계안정(marginally stable) 시스템이다. 먼저, 극점-영점 소거(poles-zeros cancellation)를 통해 시스템을 간략화시킨 후 제어를 실행한다.

수치예제에 사용된 행렬 M , K 의 크기는 7×7 이고 F 의 크기는 7×1 이며 다음과 같다.

$$M = \begin{bmatrix} 18.2340 & 2.6307 & -1.4888 & 1.6467 & 2.6307 & -1.4888 & 1.6467 \\ 2.6307 & 1.4738 & -0.8583 & 0.9077 & 0 & 0 & 0 \\ -1.4888 & -0.8583 & 0.7514 & -0.6381 & 0 & 0 & 0 \\ 1.6467 & 0.9077 & -0.6381 & 0.7782 & 0 & 0 & 0 \\ 2.6307 & 0 & 0 & 0 & 1.4738 & -0.8583 & 0.9077 \\ -1.4888 & 0 & 0 & 0 & -0.8583 & 0.7514 & -0.6381 \\ 1.6467 & 0 & 0 & 0 & 0.9077 & -0.6381 & 0.7782 \end{bmatrix}$$

$$K = 1.0e^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0157 & 0.0000 & 0.0251 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0000 & 0.9289 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0251 & 0.0001 & 6.7034 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0157 & 0.0000 & 0.0251 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0000 & 0.9289 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0251 & 0.0001 & 6.7034 \end{bmatrix}$$

$$F = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

표 1. 수치예제에 사용된 물리적 파라메타값

Table 1. Physical parameters used in simulation.

Parameter	Symbol	Value
Hub radius	r	1 ft
z-axis Moment inertia of hub	I_z	8 slug-ft ²
Mass density of beams	ρ	0.027 slug/ft
Elastic modulus of arms	E	1.584e07 lb/ft ²
Arm length	l	40 ft
Tip mass	m_t	0.16 slug
Rotary inertia of tip masses	J_t	0.001 slug-ft ²

표 2. 태양복사압과 감지기 잡음값

Table 2. Solar pressure and sensor noise.

태양 복사압	감지기 잡음
$T_s = -5 \times 10^{-1} (\cos \omega_0 t) N \cdot m$ (t=0 at 6 A.M. or 6 P.M. orbital position)	variance = 1e-9 sample time = 0.05 sec

표 3. 모드별 고유진동수

Table 3. Natural frequency in each modes.

모드	고유 진동수
ϕ_1	$\omega_n = 0.1028$ (out of phase) $\omega_n = 0.1476$ (in phase)
ϕ_2	$\omega_n = 1.8884$ (out of phase) $\omega_n = 1.9001$ (in phase)
ϕ_3	$\omega_n = 6.3346$ (out of phase) $\omega_n = 6.3443$ (in phase)

그림 3에서 10까지는 LQG 제어방법의 결과를 보인 것이다. 그림 3~5는 1.5° 선회시의 반응을 나타낸 것으로 13초 정도의 정착시간과 최대 0.14(lb.ft) 정도의 제어입력을 보인다. 그림 6~10은 회전각인 요각이 초기에 4°의 오차를 가짐과 동시에 1°/sec의 각속도를 갖는 상황을 가정하여 시간에 따른 페루프 반응을 보인 레귤레이터(regulator) 문제이다. 자세수정과 진동억제, 모멘텀 휠의 최대토크 1.8(lb.ft) 정도의 적은 제어입력으로 만족할 만한 성능을 보이고 있다. 그림 11~15는 LQG /LTR 제어방법으로 수행한 것인데 정방형을 만들기 위해 구동기 하나와 출력(요각) 하나를 선택하여 SISO(single input single output) 시스템을 구현하였다. 그림 12에서 알 수 있듯이 저주파에서 목표필터에 좋은 회복성을 가지며 고주파에선 TFL의 TFM은 -20db/dec로 롤-오프하는 반면, 회복된 루프 TFM은 더 큰 음의 값으로 롤-오프하게 되므로 LQG/LTR 루

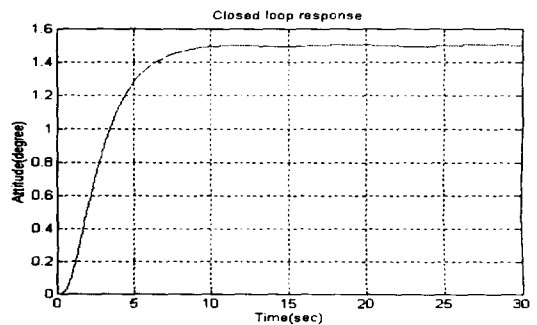


그림 3. 1.5° 선회시 위성본체의 자세변위 (LQG)

Fig. 3. Attitude variation of the hub under 1.5°-rotation (LQG).

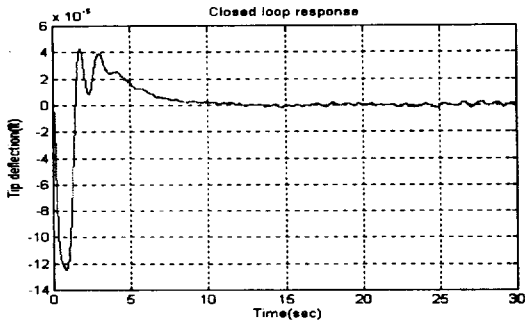


그림 4. 1.5° 선회시 유연체 끝단변위 (LQG)
 Fig. 4. Variation of flexible appendage tip under 1.5°-rotation (LQG).

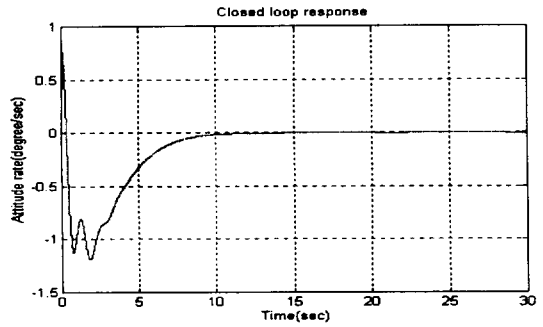


그림 7. 초기자세 오차각에 대한 위성본체의 자세변위율 (LQG)
 Fig. 7. Attitude variation rate of the hub under initial attitude angle error (LQG).

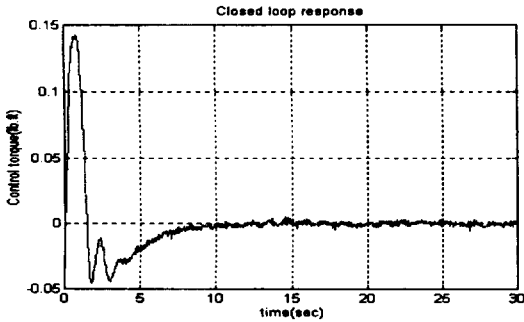


그림 5. 1.5° 선회시 제어입력 (LQG)
 Fig. 5. Control input under 1.5°-rotation (LQG).

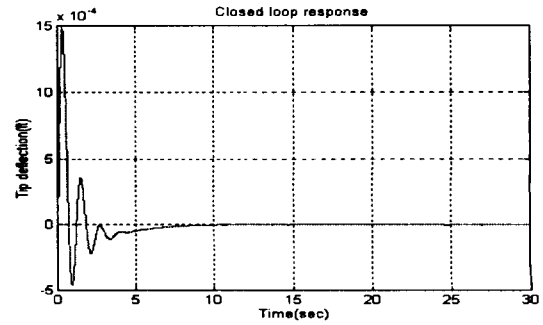


그림 8. 초기자세 오차각에 대한 유연체 끝단변위 (LQG)
 Fig. 8. Variation of flexible appendage tip under initial attitude error angle (LQG).

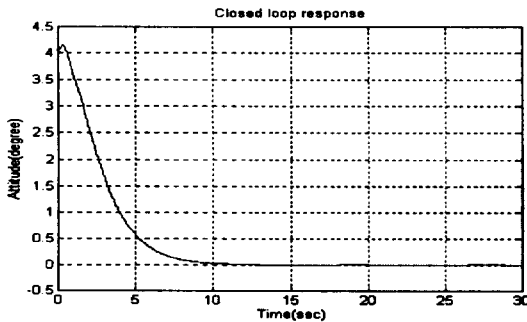


그림 6. 초기자세 오차각에 대한 위성본체의 자세변위 (LQG)
 Fig. 6. Attitude variation of the hub under initial attitude angle error (LQG).

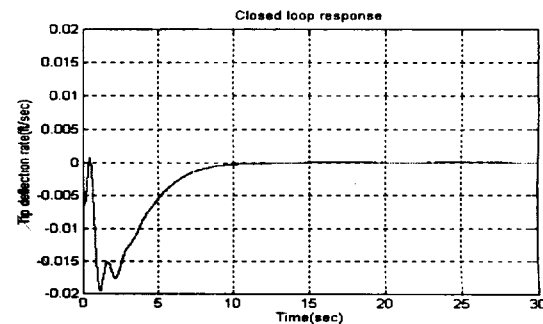


그림 9. 초기자세 오차각에 대한 유연체 끝단변위율 (LQG)
 Fig. 9. Variation rate of flexible appendage tip under initial attitude error angle (LQG).

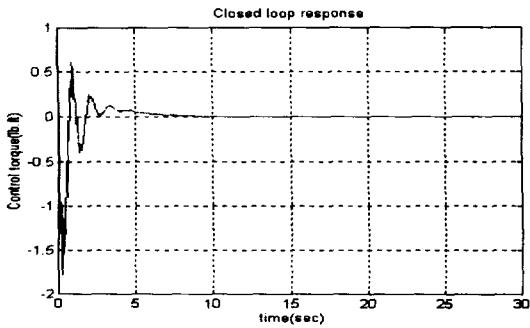


그림 10. 초기자세 오차각에 대한 제어입력 (LQG)
Fig. 10. Control input under initial attitude error (LQG).

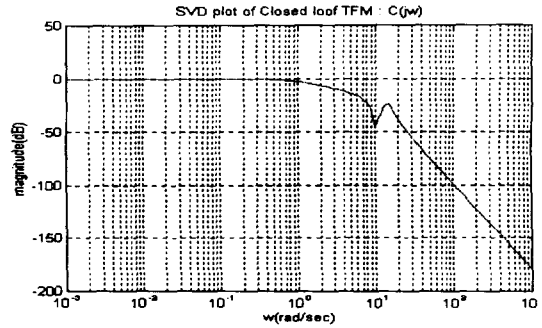


그림 13. 페루프 TFM C(jw)의 특이값 선도 (LQG/LTR)
Fig. 13. Singular value plot of closed-loop TFM C(jw) (LQG/LTR).

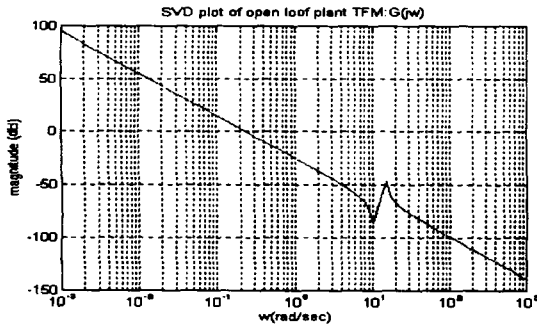


그림 11. 플랜터의 개루프 TFM의 특이값 선도 (LQG/LTR)
Fig. 11. Singular value plot of open-loop TFM of the plant (LQG/LTR).

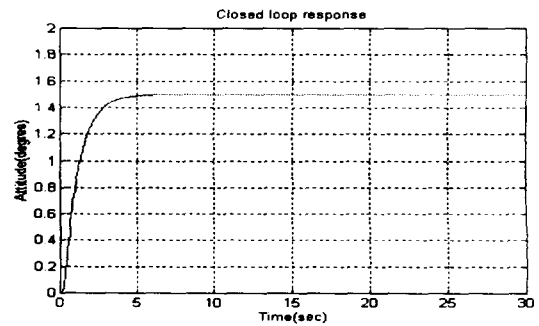


그림 14. 1.5° 선회시 위성본체의 자세변위 (LQG/LTR)
Fig. 14. Attitude variation of the hub under 1.5°-rotation (LQG/LTR).

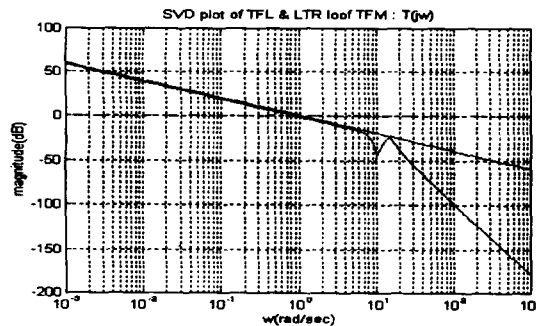


그림 12. 시스템의 목표필터와 회복된 개루프 특이값 선도 (LQG/LTR)
Fig. 12. Target filter of system and recovered open-loop singular value plot (LQG/LTR).

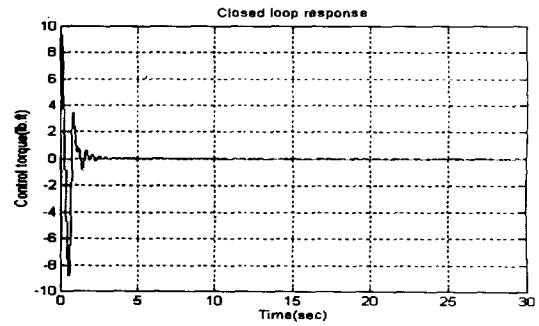


그림 15. 1.5° 선회시 제어입력 (LQG/LTR)
Fig. 15. Control input under 1.5°-rotation (LQG/LTR)

프는 TFL보다 고주파 동역학에 의한 모델링 오차

와 감지기 잡음에 대하여 더 강인하다고 볼 수 있다. 제어파라메타 μ 는 $9e-1$ 이며 ρ 는 $10e-8$ 으로 설계한 시뮬레이션 결과로 정착시간은 약 6초 정도의 LQG보다 빠른 성능을 보이고 있다. 하지만 제어입력면에 있어서 최대 9(lb.ft)로 큰 값을 요구하는 단점을 보여준다. 인공위성의 임무에 따라 그것들이 필요로 하는 제어기들은 차이는 다소 있을 것이다. 그러므로 그 임무에 따라 적절한 제어기의 선택이 요구된다고 하겠다. 이런 이유로 현대적 제어이론의 실제적 적용은 확실성을 이유로 조심스럽게 행해지고 있다. LQG/LTR의 경우에 있어서도 수치예제 결과에서도 볼 수 있듯이 빠른 수렴속도에 반해 과도한 제어입력이 문제가 되는데 이것의 해결이 실제 적용 가능성을 좌우한다.

VI. 결 론

추측모드법을 이용해서 3축의 비선형 회전방정식을 유도하여 선형화를 거쳐 LQG, LQG/LTR의 두 가지 제어기에 의해 진동억제를 포함한 자세제어를 수행하였다. LQG와 LQG/LTR은 현실적으로 측정 불가능한 상태변수들까지 추정하여 피이드백 하였다. 이 두 가지 제어기법에서 자세제어, 진동억제 모두 정착시간과 정상상태 오차에서 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다. 특히, LQG/LTR에서는 특이값 분리법을 통한 비특이 시스템으로 가정하는 방법을 이용해 시스템 행렬의 역행렬을 구하여 제어기를 설계할 수 있었다. 제시된 비특이 시스템으로 가정하는 방법은 다른 현대적 제어이론에서도 유용하게 이용될 수 있다.

차후 대각선회시 실제로 고려되어야 할 3축의 완전 미분방정식의 커플링 문제가 고려된 3축 대각선

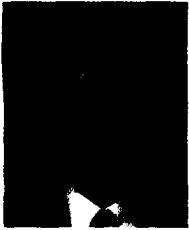
회의 연구가 뒤따라야 할 것으로 생각된다.

앞 결과를 바탕으로 최적제어방법인 LQG와 LQG/LTR의 본 모델로의 적용이 소각선회와 진동억제에 대해 좋은 성능을 보임이 입증되었다.

참 고 문 헌

- [1] 석진영, "유연우주비행체의 대각선회를 위한 최적추종제어기 설계," 공학석사 학위논문, 서울대학교, 1994.
- [2] J. L. Junkins, and Y. D. Kim, Introduction to Dynamics and Control of Flexible Structures, AIAA, 1993.
- [3] Meirovitch, L. *Dynamics and Control of Structures*, Wiley, New York, 1990.
- [4] Kane, T. R. and D. A. Levinson, "Formulation of equations of Motion for Complex Space craft", *Journal of Guidance and Control*, vol. 3, pp. 99-112. no. 2, 1980.
- [5] Meirovitch, L. "Hybrid State Equations of Motion for Flexible bodies in Terms of Quasi-Coordinates", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 5, Sept.-Oct., 1991, pp.008-1031.
- [6] D. W. Lee, K. R. Cho, C. K. Ha, "Mathematical Model of the Satellite with Two Solar Panels using the Assumed Modes Method", *The Third Asia-Pacific Conference On Multilateral Cooperation In Space Technology And Applications*, pp.230-234, May, 1996.
- [7] 김종식, 선형제어 시스템 공학, 청문각, 1994.

이 대 우(李大雨)



1993년 2월 : 부산대학교 항공우주공학과(공학사)
1997년 2월 : 부산대학교 항공우주공학과(공학석사)
1999년 1월~1999년 2월 : 일본항공우주연구소 관성유도연구실 연수연구원

1999년 8월 : 부산대학교 항공우주공학과 박사수료
2000년 4월~현재 : 부산대학교 기계기술연구소 전임연구원
관심분야 : 우주역학, 비선형 제어, 대기권 재진입의 자세제어와 유도제어 및 TAEM

조 겸 래(趙謙來)



1977년 2월 : 부산대학교 기계공학과(공학사)
1980년 9월 : 조지아 공과대학 기계공학과(공학석사)
1986년 5월 : 텍사스 주립대 항공우주공학과(공학박사)
1992년 1월~1993년 1월: JPL

(NASA) 연구원
1998년 4월~현재 : 부산대학교 항공우주공학과 교수
관심분야 : 우주공학, 유도제어, 궤도해석, 자동제어, 동역학