

J. Biomed. Eng. Res.
Vol. 21, No. 3, 225-231, 2000

수정된 EVS를 이용한 Delaunay 삼각형 재구성에 관한 연구

권의철 · 김동윤 · 신동규

연세대학교 보건과학대학 의용전자공학과
(2000년 1월 5일 접수, 2000년 5월 18일 채택)

A Study on the Delaunay Triangulation Reconstruction using the Modified EVS

E.C. Kwon, D.Y. Kim, D.K. Shin

Department of Biomedical Engineering, College of Health Science, Yonsei University.

(Received January 5, 2000. Accepted May 18, 2000)

요약 : 표면에 의한 3차원 재구성 방법 중 Delaunay 삼각형 분할 방법은 기존의 기하학적 연결성 문제를 해결하고 영상의 질도 높은 것으로 평가받고 있다. 그러나 이 방법은 윤곽선의 위치에 따른 비 입체적 연결성 문제를 갖고 있다. 본 논문에서는 PC환경에서 이러한 문제를 개선한 Delaunay 삼각형 분할 재구성 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 기존의 방법에서 나타나는 '비 입체(non-solid)' 사면체의 효과적인 처리를 위하여 수정된 External Voronoi Skeleton(EVS)을 이용한 제거 알고리즘을 사용하였다. 이를 적용한 결과, 원 객체 형태에 영향을 주지 않으면서 '비 입체' 사면체만이 제거됨을 확인할 수 있었다. 그리고 재구성된 영상의 표면이 사면체로 촘촘하게 연결되므로 복잡한 형태를 갖는 입체의 표면을 효과적으로 재구성할 수 있었다.

Abstract : The Delaunay triangulation, which is one of the surface rendering methods, have been evaluated as a good algorithm which can solve the geometrical connection problems and make high quality images. However this method also have the problem that is the 'non-solid' connection between slices. In this paper, we proposed a new method for the Delaunay triangulation for the surface rendering from 2D medical images in the PC environment. The proposed method was designed to eliminate 'non-solid' tetrahedra, which had no correspondence to the geometric closeness, and used elimination algorithm with modified External Voronoi Skeleton path. This method enabled us to eliminate 'non-solid' tetrahedra without affecting other regions. Thus we could effectively reconstruct the complex shaped objects which were compactly connected with tetrahedra.

Key words : Delaunay triangulation, External voronoi skeleton, Non-solid tetrahedra

서 론

3차원 의료영상 재구성 기술은 2차원 단면영상을 3차원 영상으로 재구성할 수 있다는 개념이 제시된 이후, 컴퓨터 그래픽스 기술과 함께 인체의 정확한 내부 구조를 비침습적으로 보기 위해 많은 연구가 이루어져 왔다[1].

지금까지 3차원 재구성은 크게 표면에 의한 재구성 방법과

본 연구는 보건복지부 선도기술개발사업 의료공학기술개발사업(과제번호:HMP-98-G-1-001)의 지원하에 수행되었음

통신처자 : 김동윤, (220-710) 강원도 원주시 흥업면 매지리 연세대학교 의용전자공학과

Tel. (0371)760-2434, Fax. (0371)760-2197

E-mail:dongkim@dragon.yonsei.ac.kr

체적에 의한 재구성 방법으로 나눌 수 있다[2]. 표면에 의한 재구성 방법 중 타일링 재구성 방법[3]은 2차원 의료영상으로부터 추출된 각 윤곽선들을 삼각형으로 연속적으로 연결하는 방법으로서 재구성 속도가 매우 빠르므로 고속의 디스플레이를 수행할 수 있다. 그러나, 한 단면에 복수의 윤곽선이 존재할 경우 단면과 단면사이에서 원형상과 다르게 연결되는 문제를 갖고 있다[3]. 그리고 체적 재구성 방법 중 'Marching Cube' 방법[10]은 픽셀의 3차원적 표현인 복셀(voxel) 단위로 구성하는 방법으로서 표면 재구성 방법에 비하여 사실감은 잘 나타내지만, 데이터 양이 많으므로 처리 시간이 길게 소모되고, 단면과 단면사이의 거리가 픽셀거리보다 클 경우 텁니 모양을 없애기 위한 보간 과정이 별도로 필요하게 된다[4].

이러한 한계점을 극복하기 위해서 B. Geiger[4]가 제안한 또 하나의 체적 재구성 방법인 Delaunay 삼각형 분할 재구성

방법은 사면체로 구성된 체적 요소를 이용하여 앞에서 언급한 재구성 방법에서 나타난 기하학적 연결성 문제를 해결하였다. 그러나, 재구성 과정 중 Voronoi 다이어그램을 이용한 사면체의 구성과정에서 제거되지 않은 ‘비 입체’ 사면체가 존재하게 된다. 그러므로 본 논문에서는 윤곽선간의 경계 특성을 나타내는 External Voronoi Skeleton(EVS)을 이용하여 제거되지 않은 ‘비 입체’ 사면체를 효과적으로 제거하는 방법을 연구하고자 한다.

Delaunay triangulation 재구성 알고리즘

1. 2D Delaunay triangulation 구성

이 과정은 2차원 의료영상으로부터 추출된 윤곽선들을 삼각형으로 분할하는 과정으로서 규칙적인 퍽셀 형태로 나누는 체적소 방법과는 달리, 각 윤곽선들을 Delaunay 삼각형으로 구성하여 나누게 된다.

본 논문에서는 여러 가지 Delaunay 삼각형 분할 알고리즘 중 Delaunay 삼각형을 효과적으로 분할하는 incremental 알고리즘[6]을 사용하였다.

이렇게 구성된 전체 데이터에 대한 Delaunay 삼각형 분할은 각 삼각형의 외접원 내부에 다른 좌표들이 포함되지 않도록 공백의 원(empty circle)을 형성함으로써, 모든 삼각형의 이루는 각을 최대한 최소화하므로 전체 공간은 더욱 촘촘하게 분할된다.

그리고, 2차원에서 Delaunay 삼각형으로 각 단면의 윤곽선을 분할한 후에는 3차원으로 연결하게 되는데, 항상 서로 일정한 연결성을 갖기 위해서는 다음과 같은 조건이 필요하다[4].

1. 삼각형의 외접원 중심은 항상 윤곽선 안에 있어야 한다.
2. 복수의 윤곽선들이 존재할 경우 그들의 경계 정보를 이웃하는 윤곽선에 투영하여 삼각형을 분할한다.

조건 1은 윤곽선의 각 선분에 좌표를 추가함으로써 만족될 수 있으며, 조건 2는 이웃하는 Voronoi 다이어그램을 투영하여 그 좌표를 첨가함으로써 만족시킬 수 있다. 즉, 윤곽선상 혹은 그 안에 새로운 좌표를 첨가함으로써 위의 조건을 만족시키도록 삼각형을 보정한다.

2. 2D에서 3D로 mapping

다음 과정으로는 앞서 분할된 2차원 단면들을 3차원으로 연결하는 과정이다. 그림 1과 같이 Delaunay 삼각형으로 분할된 두개의 윤곽선이 존재할 때, 연결하고자 하는 삼각형의 외접원 중심 좌표에서 이웃하는 단면의 윤곽선 좌표들 중 최단 거리에 있는 좌표와 연결하여 사면체를 구성하게 된다. 그러나 평면 P_1 에 대한 사면체를 T_1 , 평면 P_2 에 대한 사면체를 T_2 라 하면, 이를 사면체들 사이에 빈 공간이 존재하게 된다. 그러므로 다음과 같이 P_1 의 Voronoi 다이어그램에 P_2 의

Voronoi 다이어그램을 투영하여 얻어지는 그래프 G 를 정의한다.

$$G = V(P_1) \cup \text{proj}(V(P_2)) \quad (1)$$

이 그래프에서 $V(P_1)$ 과 $V(P_2)$ 의 각 Voronoi 좌표는 각 P_1 과 P_2 의 Delaunay 삼각형을 나타내므로 두 Voronoi 변들이 만날 때, 이를 Voronoi 변과 일치하는 Delaunay 삼각형의 두 변을 연결함으로써, 새로운 사면체 T_{12} 를 얻는다.

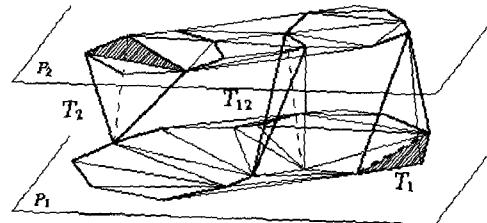


그림 1. 사면체를 이용한 연결의 예

Fig. 1. Connection using tetrahedra

3. 제거 과정

마지막 과정으로, 앞의 재구성 과정에서 생성된 사면체들 중 객체 구성을 기여하지 않는 사면체들을 제거할 필요가 있다. 이들은 크게 세 가지 경우로 나눌 수 있다[4].

첫 번째는 윤곽선 밖에 Delaunay 삼각형을 가진 사면체의 경우로서 본 논문에서는 각 단면의 Delaunay 삼각형의 무게 중심이 윤곽선 안에 있는지 검사하여, 밖에 있는 사면체이면 제거하도록 하였다. 두 번째는 연결된 사면체 중에서 윤곽선의 한 점에만 연결되거나 한 선분에만 연결되어 비 입체형태의 연결성(non-solid connection)을 갖는 경우이다. 이러한 사면체를 본 논문에서는 J. D. Boissonnat[7]가 제안한 방법으로 제거하였다. 세 번째는 그림 1에서 사면체 T_1 (T_2)들이 사면체 T_{12} 의 면과 서로 접하는지 검사하여 접하는 면이 없으면 비 입체 사면체가 되므로 비 입체 T_1 (T_2) 사면체를 제거하였다.

제거방법의 개선

앞에서 언급한 제거 방법만으로는 한 단면에서 윤곽선 사이가 서로 멀리 떨어져 있거나 이웃하는 단면에 투영하여 겹치지 않는 등, 기하학적 근접(geometric closeness) 형태가 아닌 윤곽선에 대해서 여전히 ‘비 입체’ 사면체를 제거하지 못한다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 B. Geiger[4]는 윤곽선의 좌표 수를 증가시키거나 기울기를 검사하여 제한된 기울기 범위를

벗어나면 그 사면체를 제거하는 방법을 사용하였다. 그러나, 이 방법만으로 그러한 문제를 완전히 해결하지는 못하였다[4]. 그러므로 본 논문에서는 그러한 ‘비 입체’사면체에 대한 문제의 해결 방법으로 수정된 External Voronoi Skeleton(EVS)을 이용한 제거 방법을 제안하고자 한다.

기하학적 근접성에 위배되어 제거되지 않은 ‘비 입체’사면체를 가진 윤곽선의 특성을 다음과 같이 정리할 수 있다.

1. 윤곽선들간에 서로 투영했을 때, 서로 겹치지 않는다.
2. 한 단면에 두 개 이상의 윤곽선들을 갖고 있어, 이들 윤곽선들 사이에 항상 윤곽선간의 경계 특성을 나타내는 EVS가 존재한다.

이러한 조건을 만족하는 윤곽선에 대하여 사면체 T_1 (T_2)를 연결할 때 다음과 같은 검사를 수행한다.

1. 중앙 차분법(central difference method)[8]을 이용하여, 식 (2)에서처럼 Delaunay 삼각형 분할 과정에서 생성된 EVS에서 각 선분들간의 거리 변화율($Dis(i)$)과 평균 변화율(M_d)을 구하여 다음과 같은 방법으로 검사한다. 만일 평균 거리 변화율보다 큰 선분이 존재할 경우 그 좌표 데이터들을 EVS로부터 제거하여 보정한다. 이러한 검사는 앞서 정리한 특성 2를 이용한 것으로, 제거과정에서 정상적인 입체 사면체에 영향을 주지 않기 위함이다.

for each $Dis(i)$:

if $Dis(i) > M_d$

Delete $i+1$ _th vertices from EVS

start $i=i+2$

$$Dis(i) = \sqrt{\left(\frac{x[i+1] - x[i-1]}{2}\right)^2 + \left(\frac{y[i+1] - y[i-1]}{2}\right)^2}$$

$$S_d = \sum_{i=1}^{N-1} (Dis(i))$$

$$M_d = S_d / (N-1)$$

$Dis(i)$: 각 EVS 좌표들간의 거리 변화율
 M_d : EVS 좌표들간의 평균 거리 변화율

2. 그림 1의 3차원 매핑과정에서 1번에서 얻은 수정된 EVS를 이웃하는 단면에 투영하여 분할된 삼각형 외접원 중심에서부터의 최단거리 L_{min} 와 투영된 EVS 좌표 중에서 최단거리 EV_{min} 을 비교하여 $L_{min} > EV_{min}$ 이면 해당하는 사면체를 연결하지 않도록 하였다.

그림 2는 이들을 설명한 그림이다. C는 삼각형의 외접원 중심을 나타내고 단면 S_1 의 수정된 EVS를 단면 S_2 에 투영하

여 L_{min} 과 EV_{min} 의 거리를 비교한다. 이 그림에서 보면, 윤곽선 특성 1, 2에 따라 제거되는 ‘비 입체’ 사면체는 윤곽선 간의 거리 차이 때문에 항상 L_{min} 가 EV_{min} 보다 클 때, 제거된다. 이것은 선분 L_{min} 가 투영된 EVS와 항상 만난다는 것을 의미한다. 그리고 수정된 EVS를 만듦으로써 EVS의 큰 경로에 대해서만 고려하기 때문에 다른 윤곽선 영역에 영향을 주지 않게 된다. 이러한 특성을 이용하여 제거되지 않은 ‘비 입체’ 사면체를 제거할 수 있다.

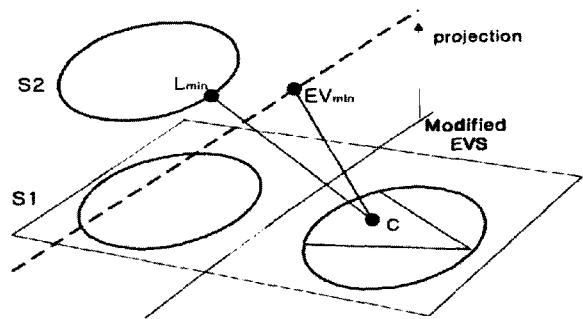
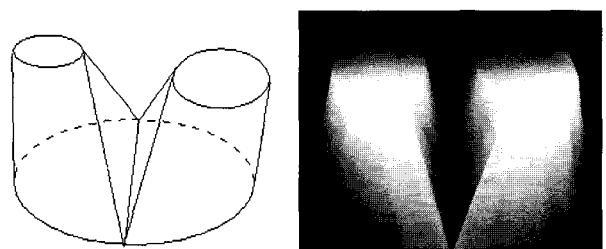


그림 2. 수정된 EVS를 이용한 검사
Fig. 2. Test using modified EVS

실험 및 결과

본 논문에서는 펜타엄프로 200에 램(RAM) 96MB의 Windows NT 4.0 시스템 환경 하에서 Visual C++ 5.0을 이용하여 모든 실험을 수행하였다. 객체의 렌더링을 위하여 OpenGL 1.1을 사용하였으며, 빠른 음영처리를 위하여 Gouraud 음영처리 방법을 사용하였다.

먼저 재구성 과정의 전처리 단계로서 MR과 CT에서 얻은 연속적인 의료영상에서부터 영역분할 과정을 통하여 원하는 영역의 경계 데이터를 얻는다. 그리고 이 경계 데이터를 이용하



(a) 원 객체
(a)Original object
(b)Delaunay 삼각형 분할을 이용한 재구성 결과
(b)The result of reconstructed object using Delaunay triangulation

그림 3. 원 객체 모양과 Delaunay 삼각형 분할에 의한 재구성 결과
Fig. 3. Original object and result of the reconstructed object using Delaunay triangulation

여 3차원으로 재구성하게 된다. 본 논문에서는 각 의료영상의 영역 추출은 수작업에 의한 방법으로 수행하였으며, 몇 영상은 B. Geiger[4]가 제공한 추출된 데이터를 실험에 사용하였다.

그림 3은 임의의 두 단면 중에서 한 단면에 복수의 윤곽선이 존재할 경우 원래 객체의 모양과 Delaunay 삼각형 분할에 의한 재구성 결과를 비교하였다. 재구성 결과, 보간 과정이나 다른 처리 과정이 필요 없이 원래 객체에 가까운 원하는 연결성을 갖음을 확인할 수 있다. 이 예에서는 윤곽선들이 서로 근접한 위치에 존재하므로 기존의 Delaunay 삼각형 재구성 방법을 적용한 결과와 본 연구에서 제안한 방법으로 적용한 결과가 '비 입체' 사면체 없이 같은 결과를 얻었다.

본 논문에서는 기존의 Delaunay 삼각형 분할에 의한 재구성에서 나타나는 '비 입체' 사면체의 문제를 해결하기 위해서 수정된 EVS를 제안하였는데, 그림 4(a)는 두 개의 단면 중 한 단면의 원 EVS를 나타낸 것이고 그림 4(b)는 제안한 방법으로 수정된 EVS를 나타낸 것이다. 그림 4(a)에서 보는 바와 같이 여러 경로를 가진 EVS를 그림 4(b)에서처럼 제안한 방법으로 두 개의 윤곽선 사이의 큰 경로만 남김으로써 재거과정에서 다른 영역에 영향을 주지 않도록 하였다.

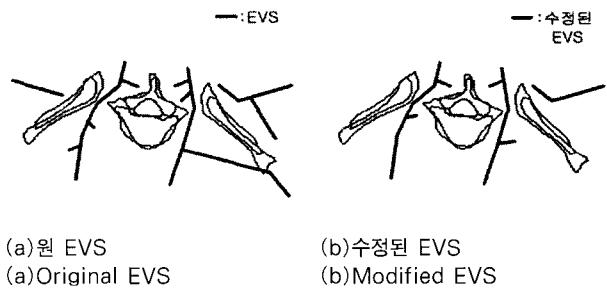
그림 5(a)는 원래의 윤곽선 모양을 나타내고 그림 5(b)는 기존의 방법으로 재구성한 후, 제거되지 않은 '비 입체' 사면체의 결과를 나타낸다. 이 그림을 보면 두 번째 단면의 윤곽선 위 부분과 아래 부분에 '비 입체' 사면체로 잘못 연결됨을 볼 수 있다. 이것은 한 윤곽선 주위에 적절히 연결할 윤곽선이 존재하지 않기 때문에 생긴 오차이다. 이러한 사면체를 없애기 위하여, 본 논문에서 제안한 제거 방법을 적용하였고 그 결과는 그림 5(c)에서 보는 바와 같다. (b)에서 나타난 불필요한 윤곽선과 '비 입체' 사면체를 다른 윤곽선에 영향을 주지 않으면서 정확하게 제거함을 볼 수 있다. 그림 6(a)~(f)는 실제 의료 영상에 대해서 재구성한 결과로서, 그림 6(a),(c),(e)는 B. Geiger[4]가 제안한 방법으로 재구성한 결과로 제거되지 않은 '비 입체' 사면체를 보여주고 있다. 그림 6(b),(d),(f)는 본 논문에서 제안한 방법으로 재구성한 결과로 앞에서 나타난 에러들이 깨끗이 제거됨을 알 수 있다.

표 1은 여러 의료영상 데이터에 대해서 기존의 방법과 제안

한 방법으로 재구성한 스텝별 테이터 비교표이다. 이 표의 결과를 보면, 제안한 방법이 기존의 방법보다 폴리곤 수와 폴리곤 생성 시간에서 적게 나타났지만, 폴리곤 생성 시간에서는 그다지 큰 차이는 보이지 않았다. 그러나 폴리곤 수는 1000개 이상 차이를 보이면서 제안한 방법이 보다 효과적임을 알 수 있다.

표 2는 여러 의료영상 데이터에 대한 제안한 방법의 테이터 결과를 보여주고 있다. 표 2의 결과를 보면, 그림 7(a)의 그래프에서 보는 바와 같이 윤곽선의 좌표 수가 증가할수록 삼각형 폴리곤 수도 같이 증가함을 알 수 있다. 그리고 렌더링 시간은 그림 7(b)처럼 윤곽선의 좌표 수에 비례하는 관계로 나타났으며, PC에서 대화식 수준의 처리가 가능한 속도를 얻을 수 있었다. 윤곽선에 첨가되는 좌표 수는 뇌(brain)인 경우 원 좌표수의 90%정도가 첨가됨을 보였고 골반(pelvis)이 다음으로 많았으며, 반면에 머리(head)인 경우 윤곽선들이 대체로 기울기가 크게 변하지 않는 매끄러운 모양을 이루고 있기 때문에 1.6%로 가장 적게 좌표가 첨가됨을 보여 윤곽선 모양이 복잡할수록, 윤곽선의 기울기가 급하게 변화될 수록 첨가되는 좌표 수는 증가함을 알 수 있다. 그림 8에서는 실험에 사용한 의료 영상들에 대해서 3차원으로 재구성한 결과를 보여주고 있다.

이러한 결과로 볼 때, 본 논문에서 제안한 수정된 EVS방법으로 기존에 문제가 된 '비 입체' 사면체를 보다 객관적인 방법으로 최소화할 수 있었고 PC환경에서도 빠르게 렌더링됨을 확인할 수 있었다.



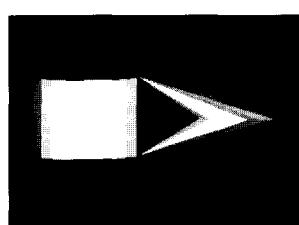
(a)원 EVS
(a)Original EVS
(b)수정된 EVS
(b)Modified EVS

그림 4. 한 단면의 윤곽선에서 원 EVS와 수정된 EVS의 예

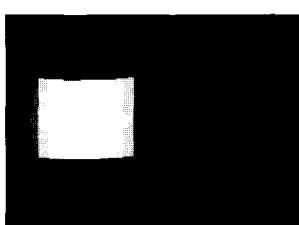
Fig. 4. Example of original EVS and modified EVS of contours of one slice



(a)임의의 윤곽선
(a)Arbitrary contours



(b)'non-solid' 사면체를 가진 재구성 결과
(b)The result of reconstructed object with non-solid tetrahedra



(c)제안된 방법에 의하여 제거된 결과
(c)The result of the eliminated non-solid tetrahedra by the proposed method

그림 5. 제안된 방법으로 'non-solid'사면체를 제거한 결과
Fig. 5. The result of eliminated 'non-solid' tetrahedra by the proposed method

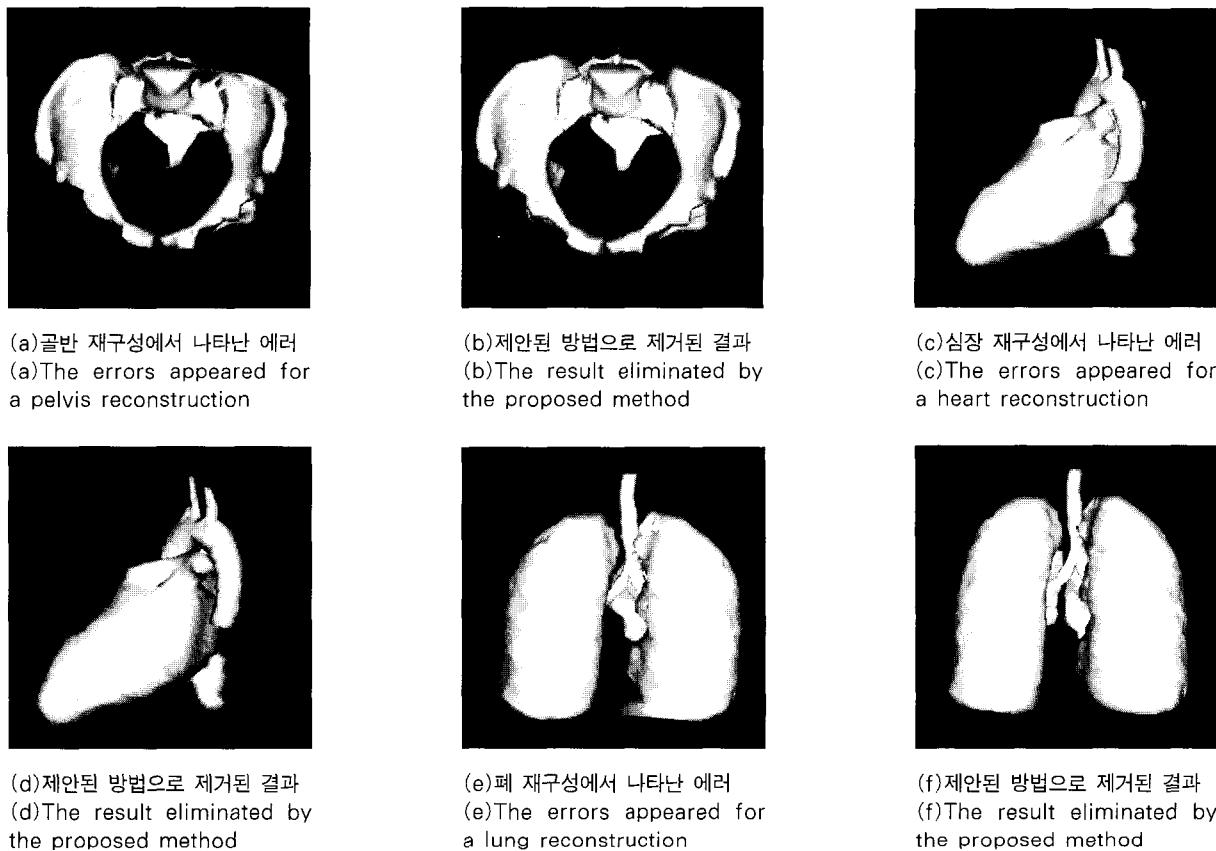


그림 6. 제안된 방법을 실제 의료영상 재구성에 적용한 경우
Fig. 6. The reconstructed medical images by the proposed method

표 1. step별 폴리곤 생성 시간 및 폴리곤 수 비교(제안한 방법 / 기존의 방법)

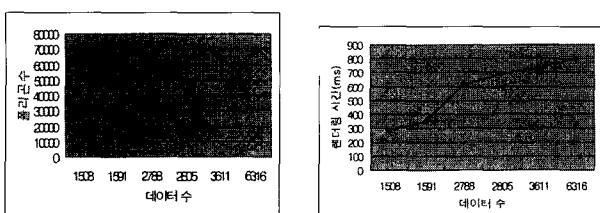
Table 1. Comparison of Polygon Number and Calculation Time per Step (proposed method / former method)

	2D Delaunay(ms)	3D Delaunay(ms)	Delete Tetrahedra(ms)	Polygon No.
Hip	490/490	3030/3020	760/770	12998/13219
Heart	330/330	2740/2800	930/990	16351/17015
Head	1100/1100	8510/9110	3130/3520	29115/29115
Pelvis	1590/1590	9890/11200	2580/3290	28565/29391
Lung	1980/1980	1320/15880	3510/5160	35504/36293
Brain	8460/8460	42840/46530	9610/11700	68605/85831

표 2. 각 의료영상에 대한 실험 결과

Table 2. The experiment results for each medical image

	Slice 수	윤곽선 수	좌표 수	첨가된 좌표 수	전체 좌표 수	폴리곤 수	렌더링 시간(ms)
Hip	14	38	926	582	1508	12998	281
Heart	29	58	1222	369	1591	16351	351
Head	28	28	2744	44	2788	29115	611
Pelvis	23	85	2068	737	2805	28565	691
Lung	24	86	3034	577	3611	35504	731
Brain	15	105	3205	3111	6316	68605	801



(a) 각 영상의 좌표 데이터에 대한
폴리곤 수
(a) The polygon numbers
versus vertices data
(b) 각 영상의 좌표 데이터에 대한
렌더링 시간
(b) The rendering time versus
vertices data

그림 7. 각 영상의 좌표 데이터에 대한 폴리곤 수와 렌더링 시간의 비교

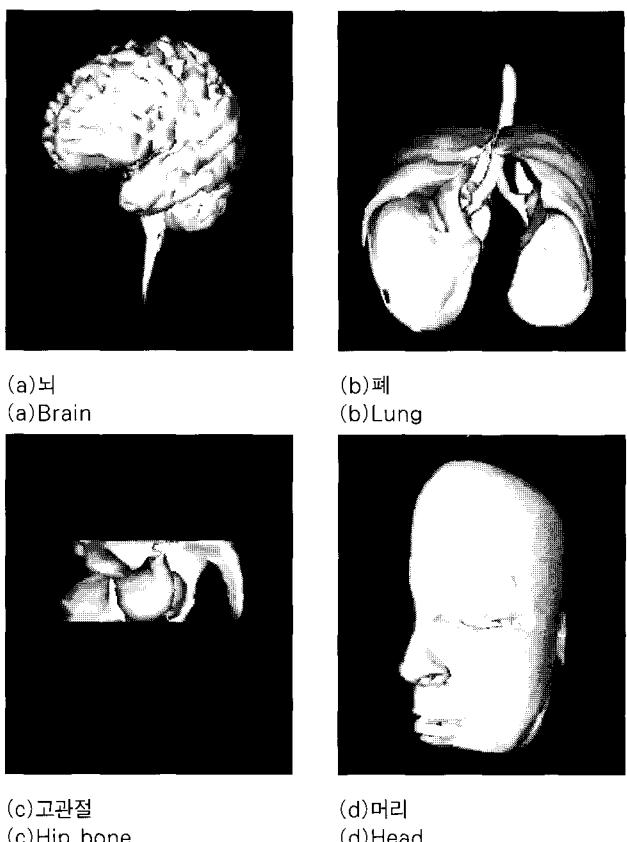
Fig. 7. The comparisons of the polygon numbers and the rendering time against vertices data of each image

고찰 및 결론

기존의 Delaunay 삼각형 분할 재구성 방법은 표면 재구성 방법과 'Marching Cube' 방법의 단점인 기하학적 연결성 문제를 해결할 수 있었지만 추출된 윤곽선들간의 근접성에 따라 불필요한 '비 입체' 사면체가 존재하여 문제가 되어왔다. 그러므로, 본 논문에서는 이러한 문제를 해결하는 객관적인 방법으로서 중앙 차분법(central difference method)에 의한 수정된 External Voronoi Skeleton(EVS) 재가방법을 제안하였다. 재안된 알고리듬을 여러 의료영상에 대하여 실험한 결과, 기존의 방법으로 제거되지 않은 '비 입체' 사면체들이 다른 영역에 영향을 주지 않으면서 제거되어야 할 부분만 정확하게 제거됨을 볼 수 있었다.

전체 재구성 과정은 Voronoi 다이어그램과 Delaunay 삼각형 분할을 이용하는 B. Geiger[4]가 제안한 방법을 따르고 있으므로 연결되어야 할 이웃 영역들이 정확하게 연결됨을 확인할 수 있고, 특히 삼각형 분할 과정에서 내부적으로 좌표를 첨가하여 보다 촘촘한 연결성을 갖게 함으로써 복잡한 형태를 갖는 입체의 표면을 효과적으로 재구성할 수 있었다. 실험결과에서 볼 때, 내부에 첨가되는 좌표 수는 전체 객체 모양의 복잡성에 크게 의존함을 알 수 있었고, PC에서 대화식 수준으로 영상을 처리할 수 있는 빠른 성능을 보여주었다.

본 논문에서 사용한 Delaunay 삼각형 분할 방법은 각 단면의 데이터들이 같은 높이에 존재하는 것으로 가정하고 있다. 그러나, 2차원 의료영상에서 추출한 데이터가 가정한 데이터와 다른 데이터 정렬을 갖는 경우에는 이 방법으로는 정확한 결과를 얻을 수 없다. 그러므로, 최근에는 이러한 한계를 극복하기 위해서 implicit surface에 대한 재구성 방법이 연구되고 있고[11][12], 앞으로는 어떤 데이터 분포라도 정확하게 재구성할 수 있는 방법이 계속 연구되어야 할 것이다.



(a)뇌
(a)Brain
(b)폐
(b)Lung

(c)고관절
(c)Hip bone
(d)머리
(d)Head

그림 8. 여러 의료영상에 대한 재구성 결과
Fig. 8. The result of reconstruction for several medical images

참 고 문 헌

- M. Rodes, "Computer Graphics in Medicine", IEEE Computer Graphics & Applications, Vol. 11, No. 1, pp. 20-23, March 1990
- 배수현, "PC기반의 3차원 의료영상 재구성 시스템의 고속화 설계", 석사학위논문, 연세대학교, 1997. 12
- S. Batnitzky, et al., "Three-Dimensional Computer Reconstruction of Brain Lesions from Surface Contours Provided by CT : A Prospectus", NEUROSURGERY, Vol. 11, No. 1, pp. 73-84, 1982
- B. Geiger, "Three-dimensional modeling of human organs and its application to diagnosis and surgical planning", Report 2105, INRIA Sophia-Antipolis France, 1993
- J.M. S. Prewitt and M.L. Mendelsohn, "The analysis of cell images", Annals of New York Academy of Science, Vol. 128, pp. 1035-1053, 1966
- D. F. Watson, "Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi poly-

- "topes", The Computer Journal, Vol. 24, No. 2, pp. 167-172, 1981
7. J. D. Boissonnat, "Shape Reconstruction from Planar Cross Sections", Computer Vision, Graphics, and Image Processing, Vol. 44, pp. 1-29, 1988
8. D. V. Griffiths and I. M. Smith, Numerical Method for Engineers, Blackwell Scientific Publications, pp. 153-156, 1991
9. A. Watt, 3D Computer Graphics, Addison Wesley, pp. 132-136, 1993
10. W. E. Lorensen, H. E. Cline, "Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm", Computer Graphics, Vol. 21, No. 4, pp. 163-169, July 1987
11. Hilton A., Stoddart A.J., Illingworth J., Windeatt T., "Marching Triangles: Range Image Fusion for Complex Object Modelling", IEEE 1996 International Conference on Image Processing
12. Hilton A. and Illingworth J., "Marching Triangles: Surface Based Implicit Surface Polygonisation", Submitted to IEEE Computer Graphics and Applications