

자기부상 시스템의 제어기 설계

A Controller Design of a Magnetic Levitation System

하 영 원

Y. W. Ha

Key Words : Magnetic Levitation(자기부상), LQ(선형이차), Servo(서보), Two-degree of Freedom(2자유도)

Abstract : A mathematical modeling for a magnetic levitation system is proposed using the Taylor series expansion of differential function for obtaining linearity.

It is confirmed that this kind of linear approximation method can be used to the modeling of a magnetic levitation system.

The two-degree-of-freedom optimal servo system for a constant reference signal is proposed using the LQ optimization technique. An additional state feedback is introduced at the output of the integrator to cancel the integral action for reference signal if there is no modeling error of the plant and no disturbance input to the plant.

When the modeling error or the disturbance input exists, the integral effect appears.

The system has a free parameter which can be used to tune the effect of the integral compensation.

1. 서 론

전자기력을 이용한 자기부상계에 대한 연구는 1970년 이후 활발하게 연구되고 있는 분야이다. 전기 및 기계기술의 발달경향이 회전기기에서 정지기기로 전기접점의 무접점화, 수동소자에서 능동제어 시스템으로 되어가고 있다^{10,13,14)}.

이러한 현대산업의 요구조건에 일치하는 것이 자기부상 시스템이다. 자기부상이라 함은 자기의 힘에 의해 물체를 공중으로 접촉없이 정적 혹은 동적으로 지지하는 것이라고 정의할 수 있다^{10,13,14)}.

자기부상계는 흡인식 부상방식과 반발식 부상방식으로 나누어지며, 흡인식 자기부상 방식은 전자석과 강자성체 사이의 흡인력을 이용하는 방식으로 EMS(Electro magnetic suspension)방식이라 하며 반발식 자기부상방식은 전자석에 교류전류를 흘리는 경우, 전자유도작용으로 금속도체에 와전류가 흘러 그 전류와 물체의 자속과의 사이의 힘을 이용하는 방식이다. 특히 흡인식 자기부상 방식은 강한 자기력과 에너지손실이 적다는 장점등으로

인해 많은 분야에서 응용되고 있다^{10,13,14)}.

그러나 자기부상계는 본질적으로 불안정한 시스템이기 때문에 시스템을 안정화 시키는 제어기가 필요하게 된다^{10,13)}.

제어대상이 되는 자기부상계는 비선형성이 강한 시스템이므로 선형화 과정에서 필연적으로 모델링(modeling)오차가 발생하며, 따라서 설계될 제어기는 이러한 모델링오차나 외란등에 대해 양호한 제어성능을 만족할 수 있는 특성을 가져야만 한다^{1,2)}.

본 논문에서는 이러한 문제점들을 LQ 레귤레이터(regulator), 최적 서보(servo)계, 2자유도 적분형 최적서보계의 제어기를 사용하여, 그 문제점들을 부각시키고, 제어기 출력에 의한 결과를 분석하여 모델링오차나 외란 등에 대한 양호한 제어성능을 가지는 제어기를 설계하고 그 결과를 알아보는 것이다.

자기 부상계의 모델링에서는 자기력의 특성상 존재하는 비선형성을 Taylor 급수전개를 이용하여 선형화 시켰다.

선형화 과정에서 일어나는 모델링오차의 문제를 해결하는 방법으로 제어기 설계로서 2자유도를 가지는 적분형 최적 서보계를 제안하였다^{6,11)}.

접수일 : 2000년 6월 9일

하영원 : 경남정보대학 전자정보학부

2자유도 적분형 최적 서보계는 기준입력에 대한 추종특성과 제어대상의 모델링에 의한 오차 및 일정외란에 대한 제어특성들이 독립적으로 설계될수 있기 때문에, 적분보상의 효과는 제어대상의 모델링오차와 일정외란이 존재하는 경우에만 나타나며, 복잡한 과정을 거치지 않고 제어기를 설계할 수 있다는 장점을 주고 있다¹²⁾.

2. 자기부상 시스템의 해석

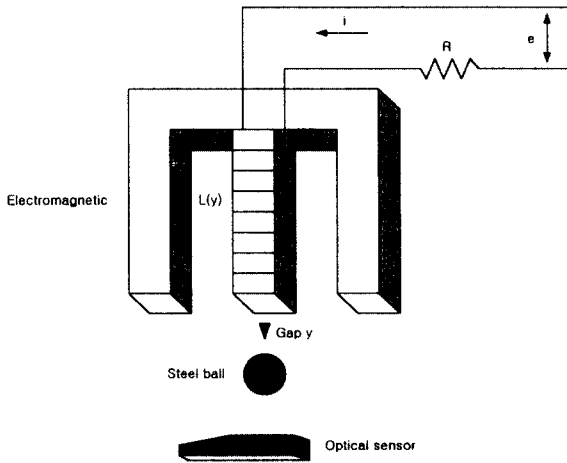


Fig. 1 Magnetic levitation system

Fig. 1은 전자석이 강자성체를 흡인하는 성질을 이용하는 방식으로 EMS(Electro magnetic suspension)시스템이라 한다. 이것은 직류전자석의 흡인력을 이용하여 쇠구슬을 지정된 위치로 부상시키는 자기 부상계이다. Fig. 1에서 쇠구슬이 수직방향으로만 운동한다고 가정하면 쇠구슬의 운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M \frac{d^2 y_g}{dt^2} = Mg - f \quad (1)$$

여기에서 M 은 쇠구슬의 질량 [kg], y_g 는 쇠구슬과 전자석사이의 간극(gap), g 는 중력가속도 [m/s^2]이다.

식(1)에서 전자석의 흡인력 f 는 $W = Li^2/2$ 에서, 힘은 그 미분으로 구할 수 있으므로, 전자석의 인덕턴스 L 과 전류 i , 간극 y_g 일 때 다음과 같은 편미분방정식으로 된다.

$$f = - \frac{\partial}{\partial y_g} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) \quad (2)$$

일반적으로 전자석 코일(coil)의 인덕턴스 $L(y_g)$ 는 Fig. 2와 같이 쇠구슬과의 간극 y_g 사이에서 다음의 관계를 가진다¹⁾.

$$L(y_g) = \frac{Q}{Y_0 + y_g} + L_0 \quad (3)$$

여기에서 Q, Y_0, L_0 는 자체해석의 이론에 의해 정해지는 파라메타(parameter)이다.

식(3)을 식(2)에 대입하여 $\partial i^2(t)/\partial y_g = 0$ 를 이용하면

$$\begin{aligned} f(t) &= - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y_g} (L(y_g) \cdot i^2(t)) \\ &= \frac{1}{2} \frac{Qi^2(t)}{(Y_0 + y_g)^2} \end{aligned} \quad (4)$$

와 같이된다.

여기에서 전자석의 흡인력 $f(t)$ 가 간극 y_g 와 전류 $i(t)$ 의 함수가 되어 시스템이 비선형으로 되므로 $f(t)$ 를 Taylor 급수전개하여 2계 미분이상을 0으로 두어 선형화 한 것을 $f(y, i(t))$ 로 표현한다면

$$\begin{aligned} f(y, i(t)) &= f(t) \Big|_{y=Y, i=I} + \frac{\partial f(t)}{\partial y_g} \Big|_{y=Y, i=I} y \\ &\quad + \frac{\partial f(t)}{\partial i(t)} \Big|_{y=Y, i=I} i(t) + \frac{\partial^2 f(t)}{\partial i^2(t)} \Big|_{y=Y, i=I} i^2(t) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{QI^2}{(Y_0 + Y)^2} - \frac{QI^2}{(Y_0 + Y)^3} y \\ &\quad + \frac{QI}{(Y_0 + Y)^2} i(t) \end{aligned} \quad (5)$$

와 같이 된다.

여기에서 Y, I 는 평형점에서의 간극과 전류를 나타낸다.

쇠구슬이 부상을 하여 힘의 평형을 이루어 정지 시에는 식(1)에서 $M \frac{d^2 y}{dt^2} = 0$ 가 되므로

$$M \cdot g = \frac{1}{2} \cdot \frac{QI^2}{(Y_0 + Y)^2} \quad (6)$$

이 되며 식(5), (6)을 식(1)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{QI^2}{M(Y_0+Y)^3} y - \frac{QI}{M(Y_0+Y)^2} i \\ &= a_1 y - a_2 i(t) \end{aligned} \quad (7)$$

이 된다.

전자석의 내부전기회로에서 전압과 전류의 관계식은

$$e_a(t) = Ri(t) + \frac{d}{dt} L(y_g) i(t) \quad (8)$$

으로 되며, 인덕턴스 $L(y_g)$ 는 식(3)에서 변위 y 의 함수이므로 Taylor 급수전개하여 2계미분이상을 0으로 두어 식(8)의 우변 제2항의 $L(y_g) \cdot i(t)$ 를 선형화 한 것을 $L \cdot i(y, i(t))$ 로 표현하면

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} Li(y, i(t)) &= - \frac{QI}{(Y_0+Y)^2} \frac{dy}{dt} \\ &+ \frac{Q+L_0(Y_0+Y)}{Y_0+Y} \frac{di(t)}{dt} \end{aligned} \quad (9)$$

이 된다.

식(9)를 식(8)에 대입하여 $\frac{di(t)}{dt}$ 를 구하면

$$\begin{aligned} \frac{di(t)}{dt} &= \frac{QI}{(Y_0+Y)(Q+L_0(Y_0+Y))} \frac{dy}{dt} \\ &- \frac{(Y_0+Y)}{Q+L_0(Y_0+Y)} i(t) \\ &+ \frac{Y_0+Y}{Q+L_0(Y_0+Y)} e_a(t) \\ &= a_3 \frac{dy}{dt} - a_4 i(t) + b_1 e_a(t) \end{aligned} \quad (10)$$

자기부상 시스템에 대한 상태방정식을 구성하기 위하여 다음과 같이 상태변수들을 결정하였다.

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \frac{dy}{dt} \\ x_3 &= i \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)와 같이 상태변수를 결정하면, 식(7), 식(10)에서 다음과 같이 된다.

자기부상시스템의 상태방정식을 행렬식으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_1 & 0 & -a_2 \\ 0 & a_3 & -a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 \end{bmatrix} e_a(t) \quad (12)$$

단 여기서 계수 a_1, a_2, a_3, a_4, b_1 은 다음과 같다. $a_1 = \frac{QI^2}{M(Y_0+Y)^3}, a_2 = \frac{QI}{M(Y_0+Y)^2}$

$$a_3 = \frac{QI}{(y_0+Y)(Q+L_0(Y_0+Y))}$$

$$a_4 = b_1 = \frac{Y_0+Y}{Q+L_0(Y_0+Y)}$$

그리고 출력방정식은 다음과 같이 된다.

$$c = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Fig. 2는 자기부상시스템의 블록선도이다.

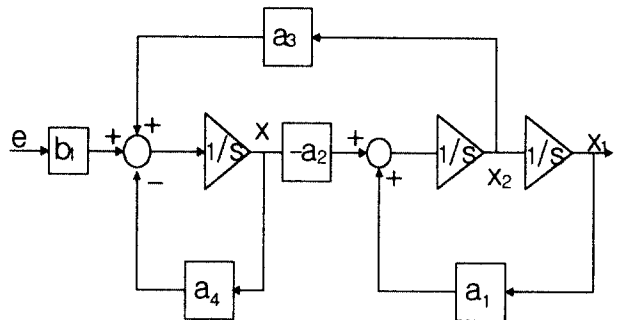


Fig. 2 System block diagram

3. 2자유도 적분형 최적 서보계

제어대상의 모델링 오차와 일정한 외란에 대처하기 위해서는 내부 모델 원리에 의해 적분보상이 필요하다^{11,12)}.

그것은 추종오차 e 를 적분한 다음과 같은 형으로 표현할 수 있다.

$$w = \int_0^t e dt + w_0 \quad (14)$$

여기에서 w_0 는 적분기의 상태 w 의 초기시각 $t=0$ 에서의 값이다.

대상 시스템(system)에 적분기를 가한 시스템을 확대계라 하며 Fig. 3으로 표현된다.

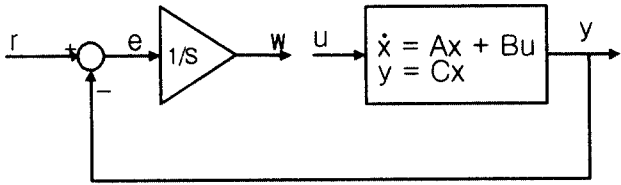


Fig. 3 Augmented system

Fig. 3의 시스템을 상태방정식으로 나타내면

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r \quad (15)$$

$$y = [C \ 0] \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \quad (16)$$

이다.

상태변수와 입력의 정상값 x_∞, u_∞ 가

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\infty \\ w_\infty \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_\infty + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r = 0 \quad (17)$$

를 만족하는 것을 이용하여, \tilde{x}, \tilde{u} 에 대해 적으면

$$\begin{bmatrix} \frac{d\tilde{x}}{dt} \\ \frac{d\tilde{w}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{u} \quad (18)$$

$$e = [-C \ 0] \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} \quad (19)$$

이다.

이러한 서보 계에 식(18)과 식(19)에 대한 평가 함수 J를

$$J = \int_0^\infty (e(t)^T Q e(t) + \tilde{w}(t)^T Q_s \tilde{w}(t) + u(t)^T R \tilde{u}(t)) dt \quad (20)$$

최소로 하는 것을 생각하여 보자.

여기에서 Q_s 는 정정인 행렬이다. 적분기를 부가한 목적은 제어대상의 모델링오차와 일정한 외란에 $\tilde{w}(t)^T Q_s \tilde{w}(t)$ 대처하기 위한 것이다. 그러므로 식(20)의 는 제어출력이 기준입력에 대한 추종특성에 대한 최적화를 이룬다는 서보계의 설계요구와는 무관한 항이 되며, 그리고 이 항을 없앤다면 적분기를 제어하지 않는 것이 되어 계를 안정화시킬 수 없게 된다.

이러한 서보 특성과 적분기 보상사이의 부정합성을 해결하는 방법으로 제안된 것이 2자유도 적분형 최적 서보 계이다.

이것은 기준입력에 대한 추종특성의 최적화를 적분보상이 없는 최적 서보계로 설계하고, 모델링 오차와 외란에 대해서는 적분 보상의 효과가 나타날 수 있도록 하는 분리특성을 가진 제어계를 구성하는 것이다.

식(15)의 확대계에

$$u = F_0 x + H_0 r + v \quad (21)$$

인 제어입력을 넣는다.

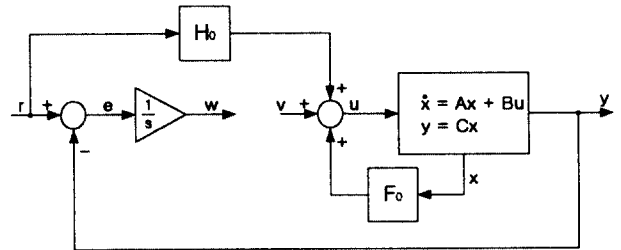


Fig. 4 Augmented optimal tracking system

이 때 식(15)와 식(16)은

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BF_0 & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BH_0 \\ I \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v \quad (22)$$

$$y = [C \ 0] \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \quad (23)$$

과 같이 된다. 이때 시스템은 Fig. 4와 같이 된다.

여기에서 v 는 시스템의 새로운 입력이며, $v=0$ 이면 식(21)의 제어입력은 적분보상이 없는 최적 서보계의 제어입력과 일치한다.

이 때 식(22)의 시스템에서 제어대상의 상태변수 x 의 동작은

$$x(t) = (A + BF_0)^{-1} \frac{dx(t)}{dt} - (A + BF_0)^{-1} BH_0 r(t) \quad (24)$$

로 표시할 수 있다. 그러므로 추종오차 $e(t)$ 는

$$e(t) = r(t) - Cx(t) = -C(A + BF_0)^{-1} \frac{dx(t)}{dt} \quad (25)$$

으로 된다. 추종오차 $e(t)$ 의 적분값을 $w(t)$ 라 하면

$$w(t) = \int_0^t e(t)dt + w_0 = -F_1 x(t) + F_1 x_0 + w_0 \quad (26)$$

이다. 이 때

$$F_1 = C(A + BF_0)^{-1} = C(A - BR^{-1}B^T P)^{-1} \quad (27)$$

이로서 $w(t)$ 의 동작으로 시스템의 상태변수로 부터의 피드백 성분과, 초기상태로 인한 임의의 일정값을 제거할 수 있다. 즉 가상적인 출력 $\psi(t)$ 를

$$\psi(t) = w(t) + F_1 x(t) - F_1 x_0 - w_0 \quad (28)$$

로 정하면 항상

$$\psi(t) = 0 \quad (29)$$

가 성립한다.

그러므로 식(20)의 시스템에 다음과 같은 입력을 넣는다.

$$v(t) = G\psi(t) = G[F_1 \int \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} - G(F_1 x_0 + w_0)] \quad (30)$$

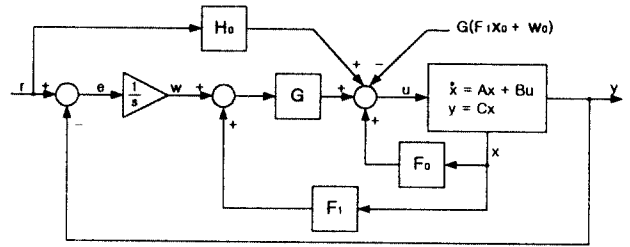


Fig. 5 Two-degree-of-freedom optimal tracking system

여기에서 G 는 정방행렬이며 이 시스템은 Fig. 5와 같이 표현된다.

이 시스템에서는 어떠한 G 에 대해서도

$$\psi(t) = 0, v(t) = 0 \quad (31)$$

가 성립한다.

Fig. 5의 제어계가 제어대상의 모델링오차와 외란에 대해 적분형 서보계로 동작하기 위해서는 안정성을 생각해야 된다.

여기에서는 식(30)의 G 를 임의의 평가함수에 대해 최적 레귤레이터 계가 되도록 결정하여 계의 안정성 문제를 해결하여 본다.

우선 식(30)의 제어입력 $\psi(t)$ 를 식(15)의 확대계에 대한 제어입력 $u(t)$ 에 관한 식으로 적으면

$$u(t) = F_0 x(t)_{INF} + H_0 r(t) + G(w(t) + F_1 x(t) - F_1 x_0 - w_0) \quad (32)$$

이 된다. 이것을 식(26)에 따

$$w_\infty = -F_1 x_\infty + F_1 x_0 + w_0 \quad (33)$$

으로 놓고, 확대편차계로 만들면

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= F_0 \tilde{x} + G(\tilde{w} + F_1 \tilde{x}) \\ &= [-R^{-1}B^T P + GF_1 \quad G] \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

로 된다.

그리고 G 는

$$\begin{aligned} G &= -R^{-1}B^T F_1^T W \\ &= R^{-1} \{-C(A + BF_0)^{-1}B\}^T W \\ &= F_2 W \end{aligned} \quad (35)$$

로 선정한다. 단

$$F_2 = -R^{-1}B^T F_1^T \quad (36)$$

이며 W 는 임의의 양의 한정성 행렬이다. 이것을 그림으로 표시하면 Fig. 6의 2자유도 최적 서보계가 된다.

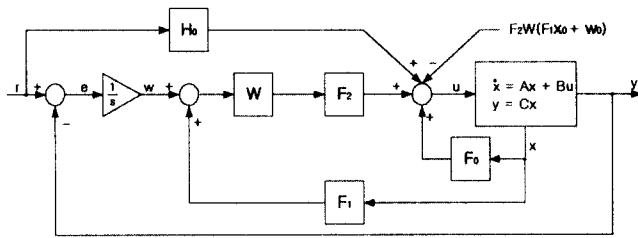


Fig. 6 Two-degree-of-freedom optimal servo system

여기에서 양의 반한정성 행렬 \tilde{P} 를 다음과 같이 정한다.

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \begin{bmatrix} I & F_1^T \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ F_1 & I \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (37)$$

여기에서

$$\begin{aligned} P_{11} &= P + F_1^T W F_1, \\ P_{12} &= F_1^T W, \quad P_{22} = W \end{aligned} \quad (38)$$

이 되며 \tilde{u} 는

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= -R^{-1}B^T [P + F_1^T W F_1 \quad F_1^T W] \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} \\ &= -R^{-1} [B^T \quad 0] P \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

이 된다.

이제 식(39)가 임의의 평가함수에 대해 최적임을 조사하여 본다. 식(37)의 \tilde{P} 가 식(18)에 대한 Riccati 방정식

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A^T & -C^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tilde{P} + \tilde{P} \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \\ - \tilde{P} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} R^{-1} [B^T \quad 0] \tilde{P} + \tilde{Q} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

을 만족하는 \tilde{Q} 를 구한다. 다음의 Riccati 방정식에서

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + C^T Q C = 0 \quad (41)$$

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} Q + Q_z & F_1^T Q_z \\ Q_z & Q_z \end{bmatrix} \quad (42)$$

이 되며, 여기에서

$$Q_z = W F_1 B R^{-1} B^T F_1^T W \quad \text{이다.}$$

$-F_1 B = -C(A - BR^{-1}B^T P)^{-1}B$ 는 적분보상이 없는 최적 서보계의 정상이득이므로 정착이 된다. 그러므로 식(39)의 제어 입력은 평가함수

$$J = \int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} \tilde{x}^T & \tilde{w}^T \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} + \tilde{u}^T R \tilde{u} \right) dt \quad (43)$$

에 대한 최적입력이 된다.

결국 확대계 식(18)에 대한 제어입력은 식(32)와 식(34)에서

$$\begin{aligned} u &= F_0 x + H_0 r + F_2 W \\ &\quad + (w + F_1 x - F_1 x_0 - w_0) \end{aligned} \quad (44)$$

이 얻어진다. 여기에서 W 는 임의의 정정행렬이며 기준입력에 대한 응답특성에는 영향을 주지 않는다. 따라서 제어 대상의 모델링 오차와 일정의란이 존재할 때 그응답특성은 W 의 자유도에 따라 기준입력에 대한 응답특성과는 관계없이 조정 가능하다. 즉 Fig. 6의 제어계는 적분보상의 자유도가 존재하며, 2자유도 제어계로서의 장점을 나타낼 수 있는 구조이다.

다음으로 식(43)의 평가함수에 대한 영향을 알아 본다.

초기시각 $t=0$ 에서 \tilde{x} , \tilde{w} 의 초기값

$$\tilde{x}_0 = x_0 - x_\infty, \quad \tilde{w}_0 = w_0 - w_\infty \quad (45)$$

에서 식(33)에 의해

$$\tilde{w}_0 = -F_1 \tilde{x}_0 \quad (46)$$

가 성립하므로 J 의 최소값은

$$\begin{aligned} \min_{\tilde{u}} J &= [\tilde{x}_0^T \tilde{w}_0^T] P \begin{bmatrix} \tilde{x}_0 \\ \tilde{w}_0 \end{bmatrix} \\ &= \tilde{x}_0^T P \tilde{w}_0^T \end{aligned} \quad (47)$$

으로 계산할 수 있다.

4. simulation 및 고찰

제어대상인 자기부상시스템의 parameter는 Table 1 과 같다.

Table 1 Magnetic levitation system parameter

Parameter	기준값
Q[Hm]	3.269×10^{-3}
$L_o[H]$	2.384
R[Ω]	31.78
$Y_o[m]$	6.002724×10^{-3}
M[kg]	1.048
I[A]	0.81
Y[m]	7×10^{-3}

Table 1의 parameter값을 사용하여 시스템의 상태방정식을 구하면

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1.03115 \times 10^3 & 0 & -1.57280 \times 10 \\ 0 & 6.25442 & -1.24383 \times 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.79447 \times 10 \end{bmatrix} e$$

$$C = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

가 된다.

구해진 상태방정식에 대한 2자유도 적분형 최적 서보계에 대한 분석을 하여 본다^{4,7)}.

$$F_1 = C(A - BR^{-1}B^T P)^{-1}$$

$$F_2 = -R^{-1}B^T F_1^T \text{에 의해}$$

$$F_1 = [-2.158 \times 10^4, 4.523 \times 10^2, -1.636 \times 10^2]$$

$$F_2 = -4.60353 \times 10^{-1}$$

의 값을 얻을 수 있으며, W=9000을 사용하였다. 이 값들을 사용하여 제어회로를 구성하면 Fig. 7과 같이 된다.

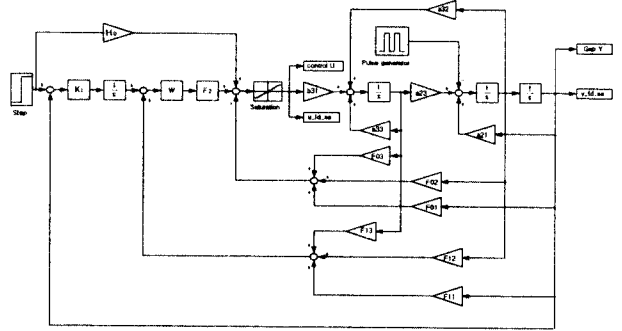
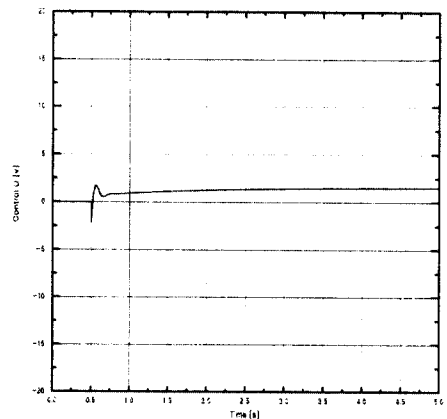
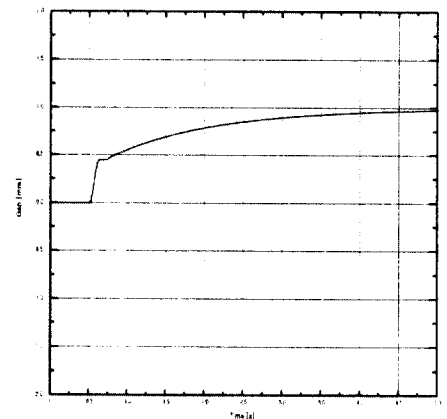


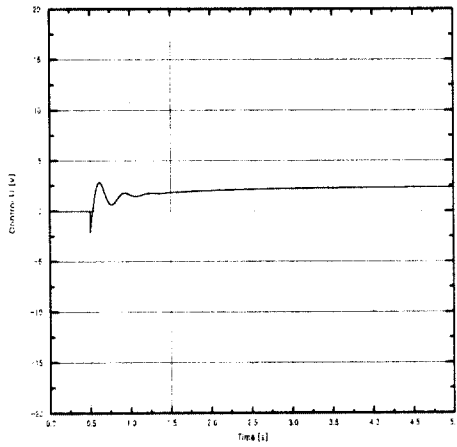
Fig. 7 Two-degree-of-freedom optimal servo system control circuit



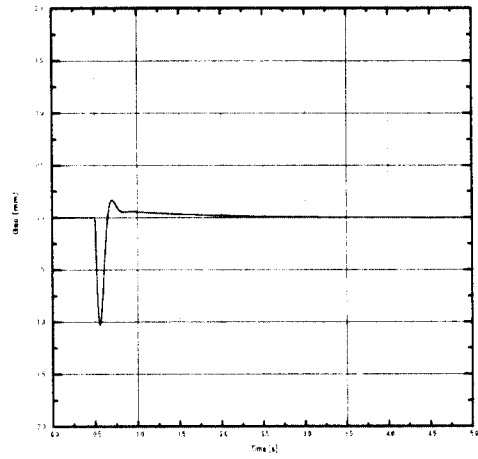
(a)Control input of the reference input 1mm



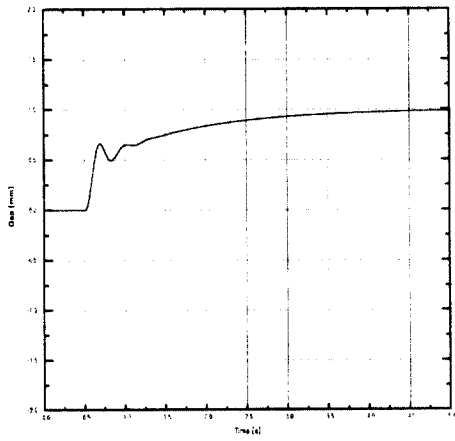
(b)Output of the (a) case



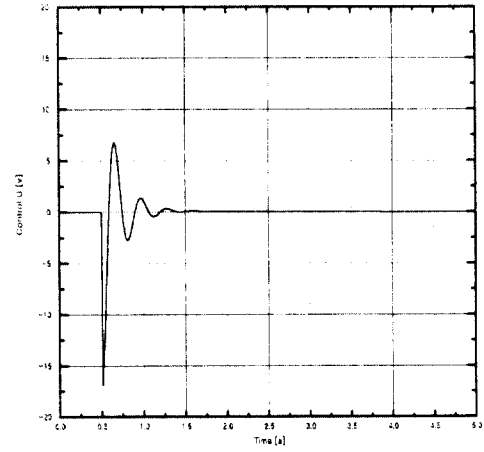
(c)Control input with 20% parameter variation



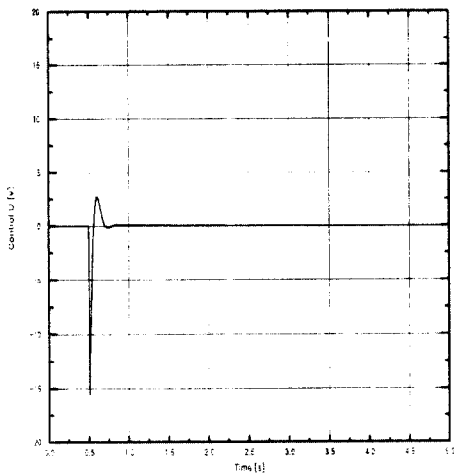
(f)Output of the (e) case



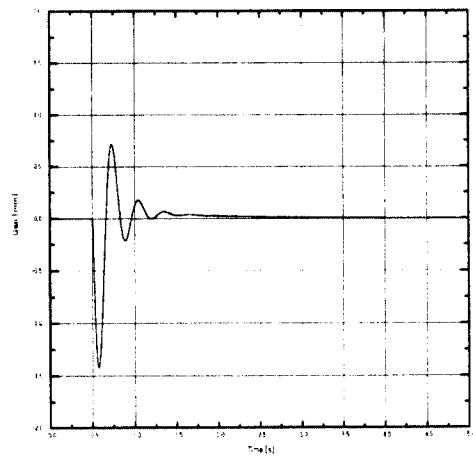
(d)Output of the (c) case



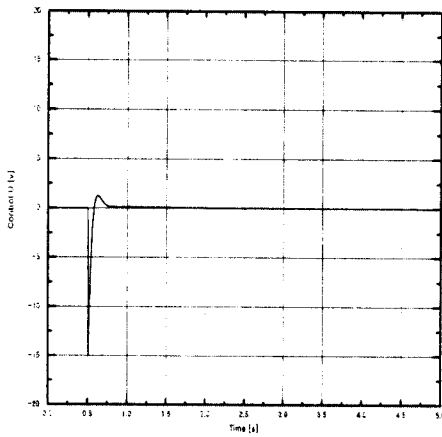
(g)Control output with the disturbance and 20% parameter variation



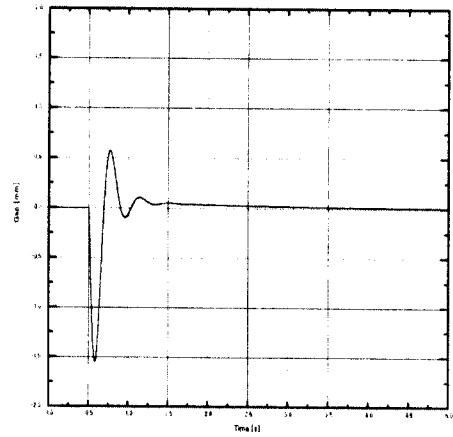
(e)Control input with the disturbance



(h)Output of the (g) case

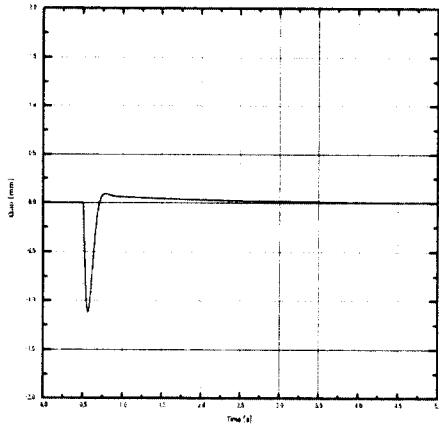


(i) Control input with the disturbance and $W=4500$

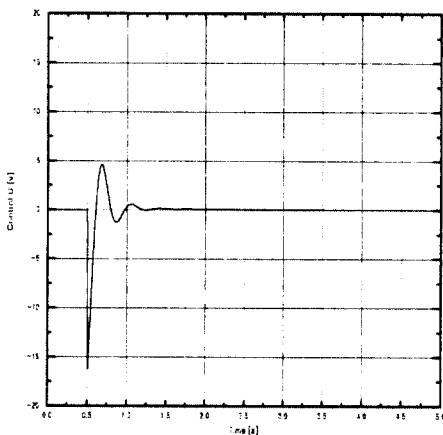


(l) Output of the (k) case

Fig. 8 Output response of two-degree-of-freedom optimal servo system



(j) Output of the (i) case



(k) Control output with the disturbance and 20% parameter variation and $W=4500$

Fig. 7의 제어회로에 (a),(b)는 기준입력이 1[mm]인 경우 (c),(d)는 기준입력이 1[mm]이고, 파라미터 변동이 20%인 경우 (e),(f)는 외란이 들어가는 경우, (g),(h)는 외란이 존재하고 파라미터 변동이 20%인 경우, (i),(j)는 $W=4500$ 에서 외란이 있으며 파라미터 변동이 20%인 경우에 대한 각각의 출력을 Fig. 8에 표시하였다.

그 결과를 분석하여 보면 외란에 대해서는 Fig. 8의 (f),(h)에서 보듯이 거의 1초내에 안정상태를 찾아가는 우수한 강인성을 나타내어 선형 2차 레귤레이터의 특성을 그대로 가짐을 알 수 있으며 추종특성에 대해서는(d)에서 2.5초정도에서 안정상태가 됨을 볼 수 있다.

그러나 파라미터 변동에 대해서는 off set이 생기지 않음을 확인할 수 있으며 (h)와 (l)의 비교에서 이득 W 의 크기에 대한 응답의 변화가 나타남을 알 수 있었다.

5. 결론

자기부상계의 수학적 모델링에서 전자석의 인덕턴스 L 과 전류 I , 간극 y_g 에 의해 생기는 비선형성에 대한 대책으로 미분함수의 Taylor 급수전개에서 2계이상을 0으로 하여 선형화를 시도하였다.

이러한 근사적 선형화 방법이 시뮬레이션을 통해 자기부상계의 모델링에 적용될 수 있음을 확인하였다. 그리고 제어회로에는 외란과 파라미터변동에 대한 강인성을 살릴 수 있으며 동시에 목표추종특성을 가지는 서보특성을 유지할 수 있는 2차

유도적분형 최적 서보계를 구성하였다.

시뮬레이션결과 2자유도 적분형최적 서보계는 외란에 대해서는 우수한 강인성을 유지할 수 있었으며, 추종특성에 대해서도 최적 서보특성을 나타내고 있음을 확인할 수 있었다.

2자유도 적분형 최적 서보계에서는 적분기의 효과로 인해 그 off set가 소멸됨을 볼 수 있었다. 2자유도 적분형 최적 서보계는 우수한 분리특성을 가진다고 말할 수 있다.

그러나 제어 이득 W 의 효과에 대해서는 적정한 W 의 선정에 대한 뚜렷한 이론적인 근거가 제시되지 않고 있으며 이에 대한 문제는 추후 연구해야 할 분야라고 생각된다.

참고문헌

1. 김종식, "선형제어시스템공학", 청문각, 1989
2. 김종식, 박전수. "자기부상 시스템의 보드 선도 모델링 및 LQG/LTR 제어기 설계", 대한기계학회논문집, 제15권 제5호 pp. 1620~1634. 1991
3. Oguchi, K. and K. Okada, "Contactless Starting and Positioning co a Steel Ball in Single-Axis Magnetic Suspension Device by Variable Structure Control", Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 60~72, 1992
4. Bahram Shahian, Michael Hassul, "Control system Design Using Matlab", Prentice hall International Editors. 1993
5. Lee, C. Y. Ha and C. Kim "Identification of active magnetic bearing system using magnetic force measurement", Proc. of the 4rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 305~309, 1994
6. Peter Dorato, Chaouki Abdallah, Vito Cerome "Linear Quadratic Control An Introduction", Prentice hall Inc. 1995
7. Robert H. Bishop, "Modern Control Systems Analysis and Design using MATLAB", Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1993
8. Matsushita, O., N. Takahashi and M. Takagi, "Third Order LPF Type Compensator for Flexible Rotor Suspension", Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic bearing, pp. 3~12,

1992

9. 吉川恒夫, 井村順一. "現代制御論" 昭晃堂, pp. 36~40, 1994
10. 電氣學會磁氣浮上應用技術調査專門委員會編, "磁氣浮上と 磁氣軸受" コロナ社, 1993
11. 萩原朋道, 大谷昌弘, 荒木光彦, プラント 變數な 2自由度 ロバスト サーボ系", 計測自動 制御學會 論文集, Vol. 28, No. 1, pp. 77~86, 1992
12. 藤崎泰正, 池田雅夫, "最適サーボ系の 2自由度 構成", 計測自動制御學會 論文集, Vol. 28, No. 3, pp. 343~350, 1992
13. 野波, "磁氣浮上磁氣軸受制御の現況と制御理論", 計測と制御, Vol. 32. No. 4, p. 301, 1993
14. 永田正夫, "磁氣浮上技術の動向と動的問題", 日本機械學會誌, Vol. 96, No. 899, pp. 876~879, 1993
15. 木村英紀, "制御系設計理論の最近の進歩," 計測と制御, Vol. 31. No. 1, pp. 78~84, 1992