

안쪽축이 회전하는 환형관내 헬리컬 유동장의 실험적 연구

황영규* · 김영주**

(1999년 9월 20일 접수)

Experimental Study on the Helical Flow Field in a Concentric Annulus with Rotating Inner Cylinders

Young-Kyu Hwang and Young-Ju Kim

Key Words: Transition(천이), Concentric Annulus(동심환형부), Helical Flow(나선유동), Pressure Loss(압력손실), Critical Reynolds Number(임계레이놀즈수), Rossby Number(로스비수)

Abstract

This experimental study concerns the characteristics of a transitional flow in a concentric annulus with a diameter ratio of 0.52, whose outer cylinder is stationary and inner one rotating. The pressure drops and skin-friction coefficients have been measured for the fully developed flow of water and that of glycerine-water solution (44%) at a inner cylinder rotational speed of 0~600 rpm, respectively. The transitional flow has been examined by the measurement of pressure drops and the visualization of flow field, to reveal the relation of the Reynolds and Rossby numbers with the skin-friction coefficients and to understand the flow instability mechanism. The present results show that the skin-friction coefficients have the significant relation with the Rossby numbers, only for laminar regime. The occurrence of transition has been checked by the gradient changes of pressure drops and skin-friction coefficients with respect to the Reynolds numbers. The increasing rate of skin-friction coefficient due to the rotation is uniform for laminar flow regime, whereas it is suddenly reduced for transitional flow regime and, then, it is gradually declined for turbulent flow regime. Consequently, the critical (axial-flow) Reynolds number decreases as the rotational speed increases. Thus, the rotation of inner cylinder promotes the early occurrence of transition due to the excitation of Taylor vortices.

기호설명

<p>C_f : 표면마찰계수</p> <p>$C_{f,R}$: 회전시 표면마찰계수</p> <p>$C_{f,s}$: 비회전시 표면마찰계수</p> <p>C_f^* : 정규화된 상대적 표면마찰계수, 식 (8)</p> <p>D_h : 수력직경, $2(R_o - R_i)$</p>	<p>dp/dz : 축방향 압력 손실, (Pa/m)</p> <p>e : 편심, (mm)</p> <p>g : 중력가속도, (m/s^2)</p> <p>g : 작동유체가 굴리세린 수용액 (44%)인 경우, (Fig. 9, 12 참조)</p> <p>h : 수두, (mm)</p> <p>LPM : l/min</p> <p>m : 편심도</p> <p>N : 축회전수, (rpm)</p> <p>ΔP : 압력차이, (Pa)</p> <p>R_i : 안쪽축 반경, (mm)</p> <p>R_o : 바깥쪽 실린더 반경, (mm)</p> <p>Re : 레이놀즈수, $\overline{v_z D_h} / \nu$</p>
--	--

* 회원, 성균관대학교 기계공학부
 E-mail : ykhwang@yurim.skku.ac.kr
 TEL : (0331)290-7437 FAX : (0331)290-5849
 ** 회원, 성균관대학교 대학원

- Re_c : 임계레이놀즈수
- $Re_{i,t}$: 층류+Taylor와 영역과 순수 층류영역을 구분짓는 레이놀즈수
- Re_w : 회전레이놀즈수,
 $\omega R_i (R_o - R_i) / \nu$
- Ro : 로스비수, $2\bar{v}_z / \omega R_i$
- v_z : z방향 유동 속도, (m/s)
- w : 작동유체가 물인 경우, (Fig. 9, 12 참조)
- Δz : 탭 사이의 거리, (mm)

그리스문자

- η : 반경비, R_i/R_o (Fig. 1 참조)
- θ : 경사 마노미터의 경사각도
- $\Delta\lambda$: 한 쌍의 와 크기, (mm)
- μ : 절대 점성 계수, (pa·s)
- ν : 동점성 계수, (m²/s)
- ρ : 유체 밀도, (kg/m³)
- ω : 각속도, (1/s)

하첨자

- c : 임계값

상첨자

- : 평균값

1. 서론

안쪽축이 회전하고 바깥쪽 실린더가 고정된 환형부 내에서의 유동은 축회전수가 증가할수록 원심력에 의한 Taylor 와의 발생으로 유동교란이 증진되고 유동장에 많은 영향을 미친다는 것은 처음 Taylor⁽¹⁾에 의해 규명되었으며, 그 후 비선형이론을 적용하여 Taylor 수와 안정성관계를 Stuart⁽²⁾와 Diprima⁽³⁾가 밝혔다. 또한, 바깥쪽 축이 회전할 때는 상대적으로 유동이 안정하여 축방향으로의 임계레이놀즈수 Re_c 는 안쪽축이 회전할 때 값보

다 크고, 압력손실이 적다는 것이 밝혀졌다.⁽⁴⁻⁶⁾ Nakabayashi 등,⁽⁷⁾ Nouri 등,⁽⁸⁾ Nouri와Whitelaw⁽⁹⁾는 임계레이놀즈(Re_c)수는 회전레이놀즈(Re_w)수와 편심율이 증가할수록 감소함을 발견하였다.

굴착작업시 직접적인 굴착경비 뿐만 아니라 드릴링 유체 및 굴착물의 이송에 필요한 소요 동력까지 포함한 전체 굴착소요경비는 굴착경(borehole), 굴착 벽면과 드릴링 축간의 간극면적에 비례하기 때문에, 굴착경과 간극이 작은 Slim-Hole 굴착 기법이 요구된다.⁽¹⁰⁾

본 연구는 Slim-Hole 굴착 작업시 발생하는 헬리컬 유동에 관한 기초적 연구로서 굴착벽면에서 상대적으로 증대되는 전단응력, 굴착물 및 드릴링 유체의 이송에 필요한 헬리컬 유동형태를 규명하고자한다. 이러한 연구결과는 Slim-Hole 굴착시 공내압력, 벽면 전단응력 등을 적절한 허용범위 내에서 제어하는데 필수적인 정보들이다.

환형부 내에서의 압력손실은 안쪽축과 벽면사이의 간극, 축의 회전속도, 편심비에 의해 크게 영향을 받는다. 특히, 굴착 안전성을 고려하여 1000rpm 이하의 적절한 축회전수로 작동되어질 경우 환형부 간극이 비교적 작은 환형부에서의 드릴링 유체유동은 천이영역에서의 헬리컬 유동 특성을 갖는다.

따라서 본 연구에서는 드릴링 유체유동에 대한 모형을 단순화시켜 적용한 안쪽축이 회전하고 바깥쪽 실린더가 고정된 실험 장치를 사용하였다. 작동유체는 뉴턴 유체인 물과 글리세린 수용액을 작동유체로 택하였고, 완전히 발달된 유동장에 대하여 축방향으로의 레이놀즈수 $Re=500\sim 12000$ 인 영역에서 안쪽축을 0~600 rpm으로 회전할 경우의 압력손실값과 마찰계수 등을 측정하였다. 이로부터 유량과 회전수 변화에 따른 유동천이와 함께 환형부내 층류, 천이, 난류영역별 압력손실 특성을 파악하였다. 또한, 회전에 의한 영향으로 발생하는 Taylor 와를 가시화하여 축회전수 및 레이놀즈수에 따른 와의 파장 변화를 파악하였다.

2. 관련 이론

2.1 등심 환형부내 마찰계수

비회전시 등심 환형부내 축방향 평균 속도식을 단위길이 당 압력손실 dp/dz 의 식으로 표현하면 다음과 같다.⁽¹¹⁾

$$\bar{v}_z = \left(\frac{dh}{dz}\right) \frac{R_o^2}{8\mu} \cdot \left(\frac{1-\eta^4}{1-\eta^2} - \frac{1-\eta^2}{\ln\left(\frac{1}{\eta}\right)}\right) \quad (1)$$

여기서, 반경비 $\eta = \frac{R_i}{R_o}$ 이다.

표면마찰계수의 식으로 표현하면,

$$C_f = \frac{dh}{dz} \cdot \frac{D_h}{2\rho\bar{v}_z^2} \quad (2)$$

여기서, $D_h = 2(R_o - R_i)$ 이다.

식 (1)과 (2)를 연립하면,

$$C_f = \frac{16}{Re} \left(\frac{1-\eta^4}{1-\eta^2} - \frac{1-\eta^2}{\ln\left(\frac{1}{\eta}\right)}\right) (1-\eta)^2 \quad (3)$$

여기서, $Re = \frac{\rho \bar{v}_z D_h}{\mu}$

윗 식에서 본 연구에 관련된 변수들은

$$D_h = 18.4 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad R_o = 19.2 \times 10^{-3} \text{ m},$$

$$\eta = 0.52.$$

동심 환형부의 경우,

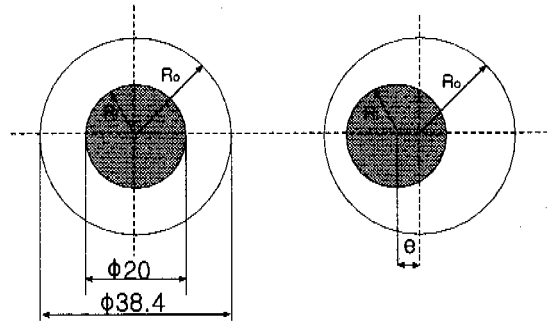
$$C_f = \frac{23.8}{Re} \quad (4)$$

2.2 편심 환형부내 이론적 마찰계수

비회전 편심 환형부내 이론적 마찰계수값은 Yamada와 Watanabe⁽⁶⁾가 제시한 것으로서 편심비에 관한 이론식을 마찰계수식에 대입하여 다음과 같이 나타내었다.

$$C_f = \frac{23.8}{Re \left(1 + \frac{3}{2} m^2\right)} \quad (5)$$

여기서, 편심도 $m = e/(R_o - R_i)$ 로 나타낸다 (Fig. 1 참조).



(a) Concentric, $e=0$ (b) Eccentric, $e=0.5$

Fig. 1 Configuration of (a) concentric and (b) eccentric annulus

2.3 실험적 표면마찰계수

실험적 표면마찰계수값은 임의의 두 지점에서 측정된 수두값을 식 (6)에 대입하여 단위 길이당 압력손실을 구한 후 마찰계수식 (2)에 대입하여 구한다.

$$\frac{dh}{dz} = \frac{g h \sin \theta (\rho_{ccl_4} - \rho)}{\Delta z} \quad (6)$$

여기서 ρ , ρ_{ccl_4} , θ , h , Δz 는 각각 유체의 밀도, 사염화탄소의 밀도, 마노미터의 각도, 마노미터의 수두차, 차압을 측정할 탭 사이 거리다.

3. 실험장치, 방법 및 순서

3.1 실험장치

본 실험장치는 크게 실린더부, 지지부, 유량공급 및 회전부와 유량, 압력손실, 온도 등을 측정하는 측정부 등으로 구성되어 있으며, Fig. 2에 도시하였다. 바깥쪽 실린더는 내경이 38.4mm인 청동 파이프를 사용하였고, 안쪽측은 직경이 20mm인 스테인리스 강제 연마봉을 사용하였으며, 축방향으로 유동을 완전히 발달시키기 위해 시험부

상단부의 회전하지 않는 축의 길이를 2.32m(126 D_h)로 하였다. 길이가 1.5m인 회전축과 비회전부 사이에는 청동으로 제작한 베어링을 사용하여 연결하였고, 축의 회전으로 인한 진동과 편심을 막기 위해 회전하지 않는 축의 상단부와 중간부

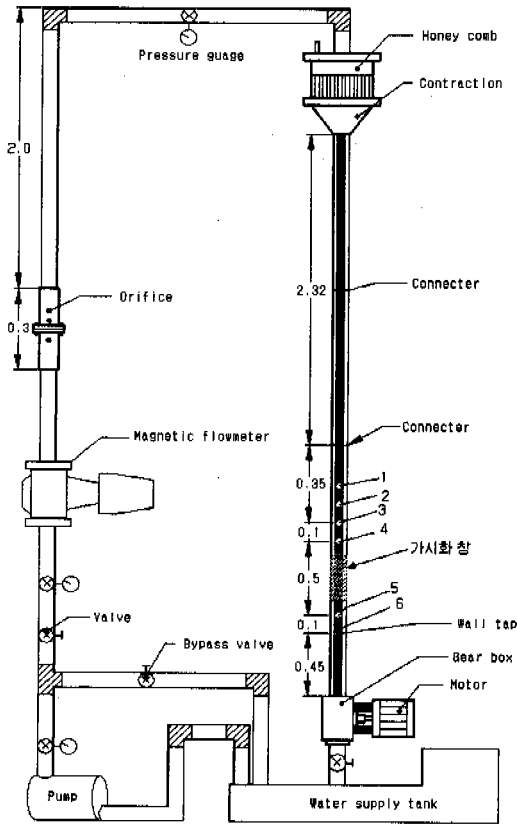


Fig. 2 Schematic diagram of experimental apparatus; all dimensions in m

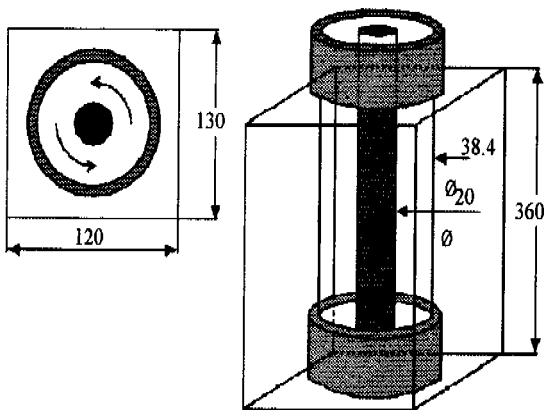


Fig. 3 Schematic diagram of flow visualization device; all dimensions mm

분, 상단부의 회전축과 연결되는 부분 등 3곳에 커넥터를 각각 설치하였다.

차압을 측정하기 위해 시험부의 길이 방향으로 0.1m 간격으로 4개의 압력측정용 탭을 설치하였으며, 가시화실험을 위해 0.5m의 간격을 아랫방향으로 두고 0.1m간격으로 2개의 압력측정용 탭을 설치하였다. 실린더와 회전부는 길이가 4m인 H형강을 사용하여 지지시켰고 H형강과 실린더는 구조용강재(SK40)를 사용하여 연결하였다.

유량은 6~60 LPM의 측정 범위를 갖고 정확도가 0.5% 이내로 보정된 마그네틱 유량계를 사용하여 측정하였다. 작동 유체의 온도는 디지털 멀티미터를 사용하여 측정하였다. 또한 환형부내 유동장의 유동 가시화를 위해 길이가 330mm 직경이 38.4mm인 원통 유리관을 설치하였으며, 커넥터를 이용하여 바깥쪽 실린더와 연결하였다 (Fig. 3 참조). 가시화 부분이 원통이기 때문에 난반사 현상을 막기 위해 두께가 5mm인 유리상자를 설치하였으며 그 안에 물을 가득 채워 넣었다. 가시화에 사용된 입자는 직경이 0.5mm 정도로 미세한 적색의 톱밥가루를 사용하였다.

3.2 실험방법

유동의 발달은 축방향 압력손실의 구배 변화를 통하여 알 수 있다. 따라서 실험에 앞서 유동의 발달을 확인하기 위하여 Fig. 2의 1번 탭을 기준으로 3, 4, 5 그리고 6번 탭에서 측정한 수두값을 이용하여 Re 에 따른 압력손실값을 구하였다. 이때 1번 탭을 기준으로 하여, 4번 탭까지는 100mm씩 등 간격이고, 4번과 5번 탭간의 거리는 500mm 5번과 6번 탭간 거리는 100mm이다.

작동유체가 물인 경우, 측정 길이에 따라 압력손실을 Fig. 4에 Re 변화에 따라 도시하였다. 측정 결과 $\Delta P_{1,3}$ 와 $\Delta P_{1,4}$ 는 측정 길이가 짧기 때문에 ± 1 mm 측정 오차에 대해서 상대적으로 큰 오차값을 가지므로 여러 번 반복 실험을 통해 그 오차를 최소화하였다.

작동유체가 글리세린 수용액(44%)인 경우 길이가 충분히 긴 $\Delta P_{1,5}$, $\Delta P_{1,6}$ 에서 측정된 압력손실 구배는 평균 4.8%오차 범위 내에서 일치함을 확인하였다.

작동유체가 물인 경우, 상대적으로 점성계수가 작기 때문에 압력손실구배 측정오차가 커져,

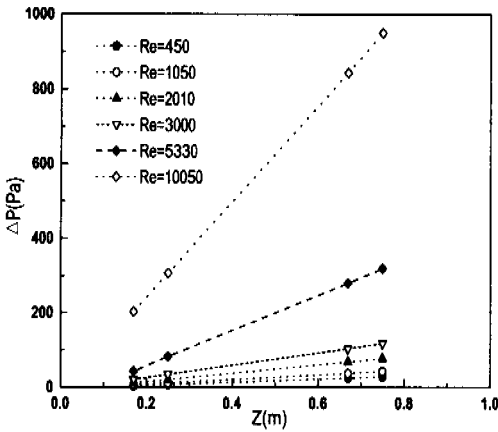


Fig. 4 Pressure difference of water as a function of z with various Re

$Re \geq 1000$ 인 영역에서 최대 7% 오차를 가진다.

압력손실값 측정은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 각각의 탭에서 측정된 시험부의 길이 방향에 대해 일정하였으며 이러한 결과를 통해 측방향으로 유동이 발달했음을 확인할 수 있다.

3.3 실험 순서

펌프의 전원을 연결하기 전에 우회 밸브(bypass valve)는 완전히 개방하고, 출구쪽 밸브를 닫았다. 펌프의 작동이 정상적으로 되는 것을 확인한 후, 출구쪽 밸브를 조금 열어놓으면서 우회 밸브를 조절하여 하니콧에 작동유체를 공급하였다. 하니콧 안에 유체가 완전히 채워져 있는지를 확인하고, 차압 측정을 위한 마노미터와 탭 사이의 튜브 안을 완전히 작동유체로 채웠다.

마그네틱 유량계는 유량 공급부에 물을 채우고 동작시켰으며 정지시에는 역순이 된다. 유량이 거의 0인 상태에서 경사 마노미터 안의 유체(CCl_4)의 수두값을 일치시킨 후, 압력계의 지시계를 0으로 맞추면서 우회 밸브와 출구 밸브를 조절하여 유량을 조절하면서 인버터와 회전속도계의 전원을 켰다.

정상 상태에서의 유량 및 압력손실값을 측정하기 위해 유량 및 경사 마노미터의 수두값이 일정해질 때까지 기다린 후, 수조의 온도를 멀티미터를 사용하여 측정하고 유량계의 유량과 경사 마노미터의 차압을 측정하였다. 안쪽축이 회전할

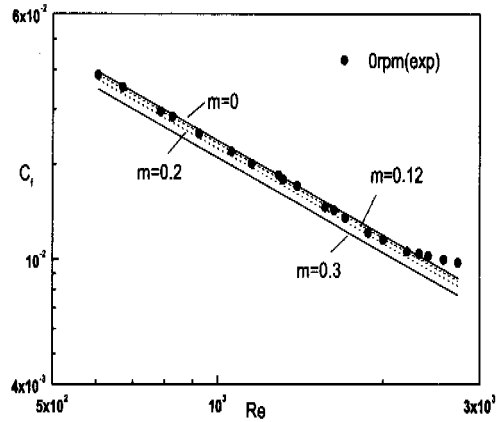


Fig. 5 Skin friction coefficient of glycerine-water solution(44%) as a function of Re at 0 rpm

때 생기는 교란의 영향을 줄이기 위해 축회전수를 일정하게 하고 정상 상태가 될 때까지 기다린 후 유량, 압력손실, 온도 등을 측정 후 유량을 변화시켜 위의 과정을 반복하였다. 펌프의 영향으로 인해 수조의 온도가 증가하므로 유량을 변화시킬 때마다 온도를 측정했다.

3.4 편심도의 확인

실험장치의 환형부 조립시 동심이 이루도록 하였으나, 실제 축회전이 없는 환형부에서 정확한 편심도를 알 수 없기 때문에 식 (5)에 편심을 변화시켜 구한 이론 표면마찰계수를 실험을 통하여 얻은 실제 표면마찰계수와 비교하여 Fig. 5에 나타내었다. 작동유체가 물일 때는 층류영역인 $Re_c < 2300$ 에서의 C_f 는 동심이 경우의 이론식 (4)에 평균 2.3%의 오차를 가진다. 글리세린 수용액(44%)일 때는 편심도 $m=0.12$ 를 식 (5)에 대입한 다음 식에 관하여

$$C_f = \frac{23.2}{Re} \tag{7}$$

1% 이내 오차를 가짐을 확인하였다.

또한, Fig. 5로부터 회전축이 편심됨에 따라 마찰계수가 감소함을 알 수 있다. 그러므로 물과 글리세린 수용액(44%) 실험시 장치 재조립에 의하여 다소 변동이 있었지만, 환형부에서의 편심

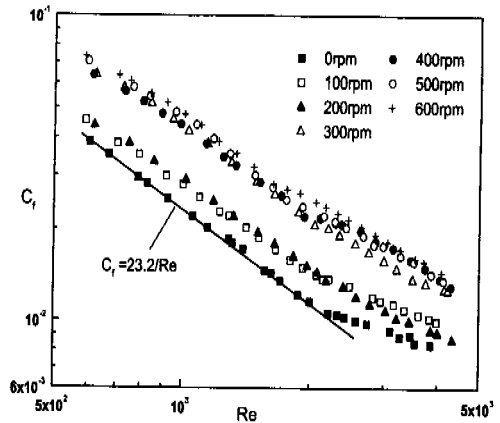
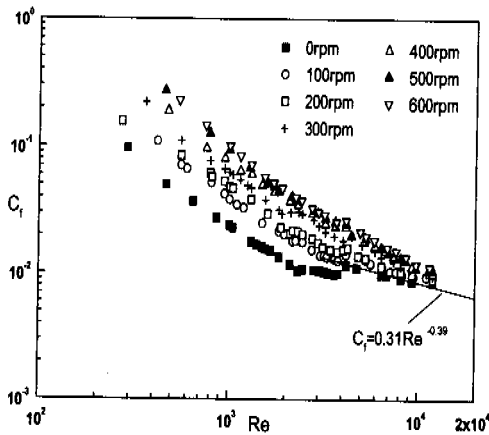
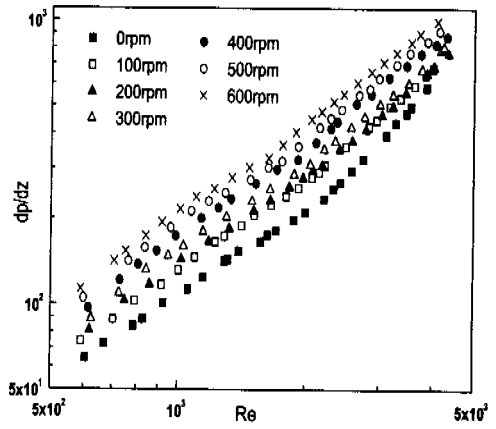
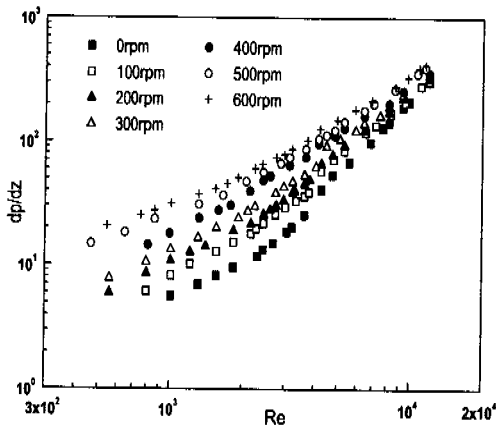


Fig. 6 Pressure drop and skin friction coefficient of water as a function of Re for $0 \leq N \leq 600$ rpm

Fig. 7 Pressure drop and skin friction coefficient of glycerine-water solution as a function of Re for $0 \leq N \leq 600$ rpm

도는 $m \leq 0.12$ 이다.

4. 실험결과

4.1 압력손실 및 유동특성

내경 38.4mm인 바깥 실린더는 고정되어있고, 축경 20mm인 안쪽축이 $N = 0 \sim 600$ rpm으로 회전하여, 직경비 0.52, 편심도 0.12이내인 환형부에서 물이 축방향 유량을 $0 \sim 60$ LPM을 가질 때(레이놀즈수 Re 가 $500 \leq Re \leq 12000$ 인 범위) 압력손실을 측정하여 Fig. 6(a)에는 압력손실구배 dp/dz 을 Fig. 6(b)에는 표면마찰계수 C_f 를 Re

의 관계로서 제시하였다.

작동유체가 물이기에 레이놀즈수의 종류영역에서는 압력손실이 작아 그 정확한 측정이 매우 어렵다. 그러나, 글리세린 수용액(44%)의 경우, 점도가 물보다 4배이상 커서 압력손실 측정이 비교적 용이하다. 그러므로 작동유체를 글리세린 수용액(44%)으로 바꾸어 $500 \leq Re \leq 5000$ 인 범위에서 실험하였으며, Fig. 7(a)에는 압력손실 구배를, Fig. 7(b)에는 표면마찰계수를 제시하였다.

본 연구에서는 축회전이 압력손실에 끼치는 영향을 고려하고자 로스비수($Ro = Re/Re_w = \overline{2v_z} / \omega R_i$)를 고려하였다.

동일 축회전수 일지라도 로스비수 Ro 의 영향

Table 1 Variation of $Re_{l,t}$ of glycerine-water solution(44%) with respect to N and Ro

N (rpm)	Ro	$Re_{l,t}$
300	0.93	840
400	0.86	980
500	0.76	1075
600	0.68	1140

으로 글리세린 수용액의 임계레이놀즈수 Re_c 는 물의 Re_c 값보다 다소 큰 값을 가짐을 확인 할 수 있었다(Table 2 참조).

실험결과는 유동영역별로 구분하여 다음부분에 기술하였다.

4.1.1 층류영역

고려대상이 되는 층류영역은 $Re < Re_c$ 인 경우에 국한하였다(Re_c 는 축회전수 증가에 따라 Table 2와 같이 감소한다). 압력손실에 관한 물 및 글리세린 수용액(44%)의 실험결과로부터 층류영역에서 Re 변화에 따른 압력손실 및 표면마찰계수의 구배는 축회전수 200rpm까지는 회전수에 관계없이 거의 같으나, 300rpm이상에서는 회전수가 증가할수록 그 기울기가 가파라진다(Fig. 6~7 참조).

축회전이 마찰손실에 끼치는 영향을 살펴코자 비회전인 경우의 표면마찰계수 $C_{f,s}$ 와 축회전이 있는 경우의 표면마찰계수 $C_{f,R}$ 를 다음 식을 이용하여 비교하였다.

$$C_f^* = [(C_{f,R} - C_{f,s}) / C_{f,R}] \tag{8}$$

위 식의 정규화된 상대적 표면마찰계수로 사용하여, 작동유체가 물인 경우 Fig. 6(b)의 결과를 Fig.11과 같이 재정리하여 보면, 축회전수가 100~600rpm으로 증가함에 따라 층류 구간에서 C_f^* 의 평균증가율은 40%~76%로 변화하게 된다.

반면에, 글리세린 수용액의 경우는 축회전수가 100~600rpm으로 증가할 때 C_f^* 의 평균값은 13~50% 정도 증가하여, 물의 경우에 비해 축회전수

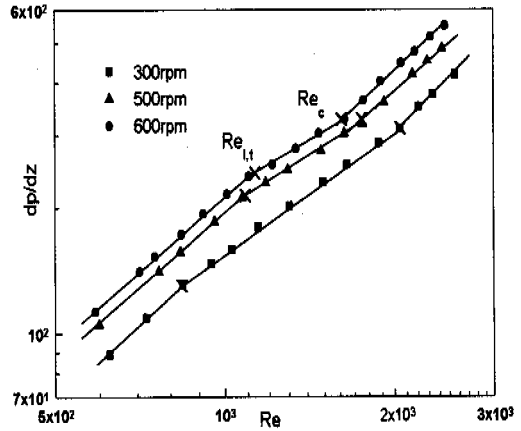


Fig. 8 Pressure drop of glycerine-water solution(44%) as a function of Re at $N = 300, 500,$ and 600 rpm

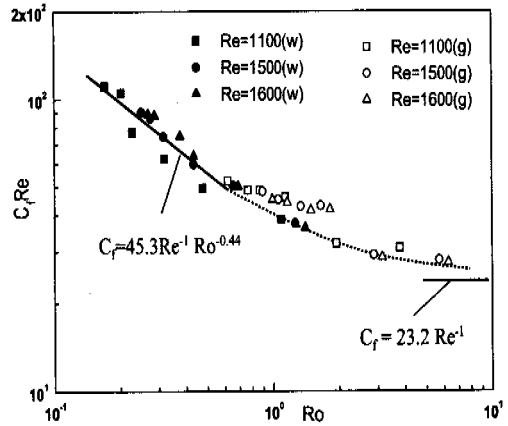


Fig. 9 Relation of $C_f Re$ with Ro for laminar flow in water and glycerine-water solution(44%)

의 마찰손실에 대한 영향이 낮게 나타난다. 그 이유는 글리세린 수용액의 Ro 가 물의 경우 보다 큰 $Ro \geq 0.6$ 인 영역이기 때문이다(Fig. 9 참조). Fig. 9에서의 w 는 작동유체가 물이고, g 는 글리세린 수용액(44%)을 뜻한다.

글리세린 수용액의 경우 층류영역에서 Re 가 증가함에 따라 압력손실 구배의 변화를 Fig. 8에 나타내었다. 특정 $Re_{l,t}$ 에서 압력손실 구배가 변화하는 특성을 알 수 있으며 선행연구자들은 특

Table 2 Variation of Re_c with respect to N and Ro

N (rpm)	Water		Glycerine-water solution(44%)	
	Ro	Re_c	Ro	Re_c
0	∞	2300	∞	2300
100	1.83	2170	8.21	2200
200	0.89	2100	4.01	2130
300	0.53	1900	2.26	2050
400	0.37	1736	1.62	1917
500	0.27	1597	1.25	1758
600	0.21	1500	0.99	1630

정한 Re 영역에서는 층류+Taylor 와가 존재함을 관찰하였다.⁽⁸⁾

본 실험을 통하여 층류+Taylor 와가 $0 \leq Re \leq Re_{c,t}$ 인 영역에서 존재하며, 이 $Re_{c,t}$ 의 값은 회전수 N 은 증가, 로스비수 Ro 는 감소할수록 커짐을 Table 1에서와 같이 확인하였다. 축방향 유동 증가에 따라 $Re > Re_{c,t}$ 이면 Taylor 와의 영향이 거의 무시되는 층류유동이다.

그리고 작동유체가 물인 경우 Table 1에서는 층류+Taylor 와의 데이터를 제시하지 않았는데 그 이유는 점도가 작으므로 압력손실 측정상의 난이 점이 있기 때문이다.

층류영역에서 Re 를 변화시켜가면서 얻은 축방향 유동에 대한 회전 유동의 영향을 나타내는 무차원수인 로스비수(Ro)와 $C_f Re$ 의 관계를 Fig. 9에 나타내었다. 이 그림으로부터 Ro , C_f , Re 의 관계는 $Ro \leq 0.8$ 인 경우 다음 식으로 표현되며,

$$C_f Re = 45.3 Ro^{-0.44} \quad (9)$$

실험치는 평균오차 $\pm 18\%$ 로 표현 될 수 있으며, Ro 가 무한히 커지는 경우 점근적으로 비회전시의 C_f 값에 관한 식 (7)에 일치하는 경향을 갖는다.

4.1.2 천이영역

작동유체가 각각 물과 글리세린 수용액인 경우에 대하여, 임계레이놀즈수 Re_c 를 Table 2에 나

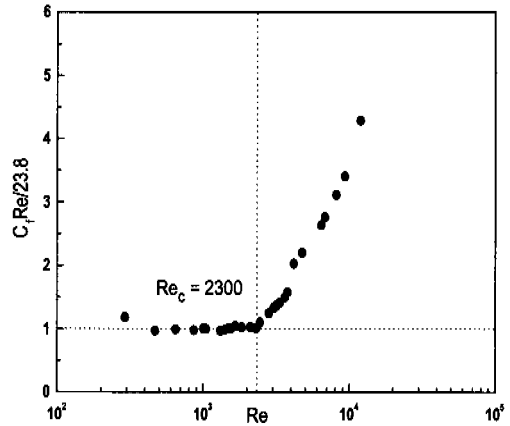


Fig. 10 Variation of $C_f Re / 23.8$ of water with Re at 0 rpm

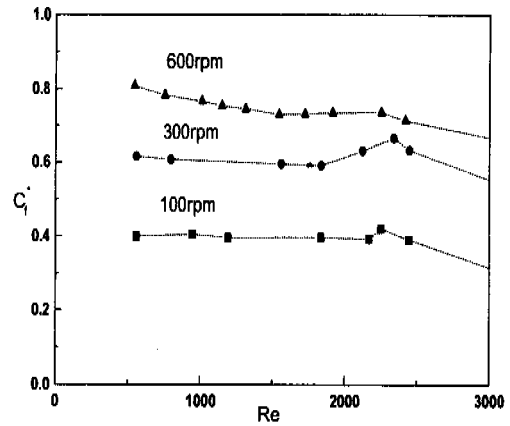


Fig. 11 Normalized relative skin friction coefficient C_f^* of water with Re at $N = 100, 300,$ and 600 rpm

타내었다. 이로부터 천이점인 Re_c 는 Fig. 8에서와 같이 축회전수가 증가함에 따라 작아지며, 반면에 로스비수 Ro 가 증가할수록(즉, 회전레이놀즈수 Re_w 가 감소) Re_c 는 감소한다.

비회전시 물의 실험 표면마찰계수에 대한 이론치 식 (4)와의 비를 나타낸 Fig. 10은 층류영역에서는 거의 1의 값을 갖는다. 유동이 층류에서 천이로 바뀌게 되면 $C_f Re / 23.8$ 값이 1보다 커지게 되고, $Re_c = 2300$ 에서 천이가 발생하는 것을 알

수 있다.

축회전 임계레이놀즈가 표면마찰계수에 미치는 영향을 나타내기 위하여 식 (8)로 정의된 C_f^* 를 사용하면, $Re < Re_c$ 인 층류 유동에서는 Fig. 11에서와 같이 C_f^* 가 일정하지만, 난류로 바뀌어 $Re \approx Re_c$ 인 천이영역에서는 C_f^* 가 증가하다가 $Re \gg Re_c$ 이면 감소하는 경향이 있다. 그러나 $N = 600\text{rpm}$ 인 경우와 같이 회전수가 높아질수록 Taylor 와로 인해 이러한 경향은 모호하게 된다. 표면마찰손실에 미치는 축회전 영향에 의해 나타난 증가분 ($C_{f,R} - C_{f,s}$)의 C_f^* 에 대한 점유 비율은 40%로 나타난다.

4.1.3 난류영역

난류영역에서는 Fig. 6(b)에서 $Re \geq 9000$ 인 경우, 실험에 의한 표면마찰계수는 다음 상관식으로 표현될 수 있었다.

$$C_f = 0.31 Re^{-0.39} \tag{10}$$

유동이 Re_c 부근은 레이놀즈수의 난류이므로 이 상관식의 C_f 값은 실험치와 차이를 보이지만, Re 가 증가할수록 상관식 (10)에 근접해 감을 볼 수 있다. 또한, Nouri 등⁽⁸⁾이 제시한 상관식

$$C_f = 0.36 Re^{-0.39} \tag{11}$$

과 비교하면, 본 실험에서 사용한 관의 재질과 환형부의 반경비($\eta = 0.5$)로 차이를 감안하면 실질데이터에 거의 일치함을 확인할 수 있었다.

난류 영역에서 유량과 축회전수를 변화시켜가면서 얻은 압력손실에 관한 실험자료로부터 축회전이 표면마찰계수에 끼치는 영향을 Fig.12에 Ro 와 $C_f Re^{0.39}$ 관계를 나타냈다.

이 결과로부터 $Ro \leq 3$ 인 경우 다음식으로 표현되며,

$$C_f Re^{0.39} = 0.54 Ro^{-0.29} \tag{12}$$

실험치는 평균오차 $\pm 10\%$ 로 표현될 수 있으며,

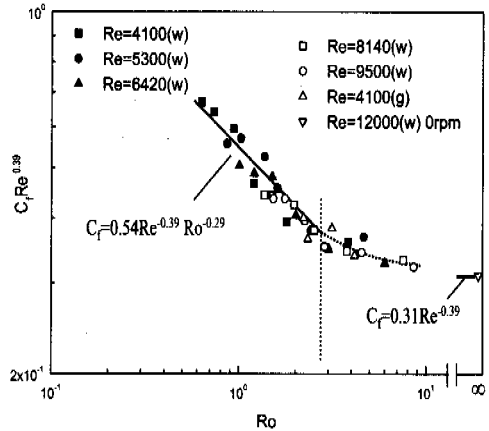


Fig. 12 Relation of $C_f Re^{0.39}$ with Ro for turbulent flow in water and glycerine-water solution(44%)

Ro 가 무한히 커져 비회전 유동에 접근할 경우, $Re = 12000(0\text{rpm})$ 일 때 상관식 (10)에 수렴된다.

4.2 환형부내 유동장의 가시화

4.2.1 축방향 유동이 없을 경우

유량이 없는 물의 경우, Photo. 1, 2는 안쪽실린더가 100, 150rpm으로 각각 회전할 경우의 유동장 가시화 사진들이다. 유량이 없을 경우 40rpm까지는 회전에 의한 영향력이 적기 때문에 와가 생성되지 않지만, 50rpm부터는 일정한 간격의 와가 생성되며 회전수 130rpm까지 뚜렷하게 나타나는 것을 확인하였다. 이때, 100rpm으로 회전할 경우 한 쌍의 와의 크기는 20.1mm로 나타난다. 회전수가 증가하여 150~170rpm의 구간에서는 와간의 간격이 작아지며 구간을 명확하게 구분하기가 어렵지만, 크기가 약 17.13mm임을 알 수 있었다. 회전수가 더욱 증가하여 180~200rpm의 구간에서는 규칙성이 있는 와가 나타나지 않으며, 와간의 간격이 좁아져서 서로 얽혀서 구간을 구분하기가 어렵다.

이와 같은 현상은 축방향으로의 유동이 없고 회전유동만 존재하는 경우에는 회전수가 증가함에 따라서 Taylor 와가 층류에서 난류형태로 발달해 감을 의미한다. 안쪽축과 바깥쪽 실린더와의 간극이 작을 경우, 회전수 변화에 따른 와 크기

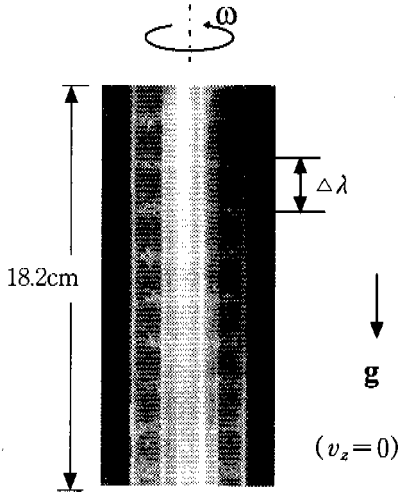


Photo. 1 Taylor vortices with the inner cylinder rotating 100 rpm ($Re=0$)

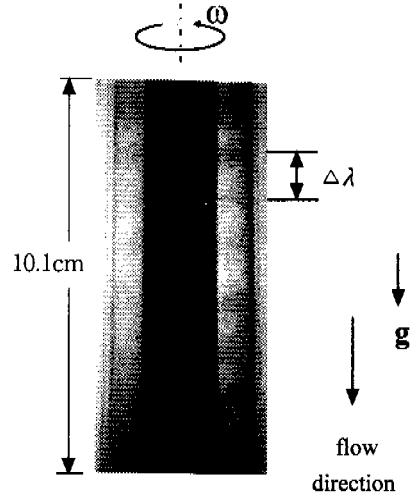


Photo. 3 Taylor vortices with the inner cylinder rotating 100 rpm ($Re=400$)

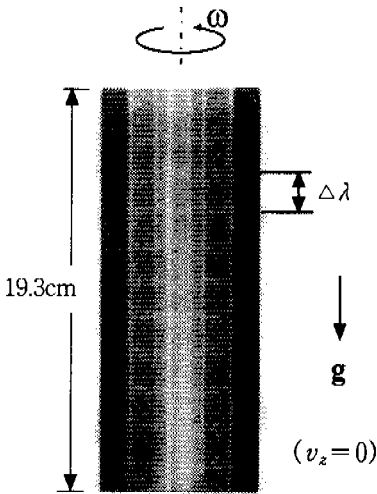


Photo. 2 Taylor vortices with the inner cylinder rotating 150 rpm ($Re=0$)

의 변화를 이론적으로 해석한 Prandtl 식⁽¹²⁾

$$\Delta\lambda = R_i (116.8/Re_\omega)^{\frac{2}{3}} \quad (13)$$

에서 구한 한 쌍의 와 크기와 유동가시화로 측정 한 크기를 비교하였다. 그 결과 100rpm에서 150rpm으로 회전속도가 증가하면 이론식으로 구한 와 크기는 약 23% 감소하였고, 가시화로 측정 한 와 크기는 약 17.3% 감소하였다.

이는 Prandtl의 이론식은 환형부의 반경비가 $\eta > 0.8$ 인 경우에만 국한된 이론식이므로 본 연구에서는 $\eta = 0.52$ 인 경우이므로 감소율의 차이가 생김을 알 수 있다. 이로부터 실린더 사이의 간극이 작을수록 와 크기는 회전의 영향을 더욱 크게 받는다는 것을 확인하였다.

4.2.2 축방향 유동이 있을 경우

Re 가 400일 때 안쪽축의 회전 속도가 80rpm까지는 와가 생성되지 않으며 회전에 의한 영향력이 작기 때문에 나선형 유동만이 나타난다. 100rpm으로 회전할 경우 어느 정도의 규칙성을 갖는 와가 생성된다.

이와 같은 결과로부터 층류영역에 층류+Taylor 와가 발생하는 특정한 Re 의 존재를 확인할 수

있다. 그 예로서 Photo. 3은 $Re=400$ 일 때 100rpm으로 회전할 경우의 사진이며, 한 쌍의 와 간의 크기는 28.15mm로 축방향 유동이 없을 경우보다 증가함을 알 수 있다. 150~200 rpm으로 회전하는 경우에는 축방향으로 유동이 없는 경우와 비슷한 유동형태를 가지며, 한 쌍의 와 크기는 26.92mm로 간격이 작아지며 복잡한 형태의 와가 생성된다.

축방향 유동이 존재하는 경우, 축회전수 변화에 따른 한 쌍의 와 크기에 관한 자료는 많지 않기 때문에 와의 크기 비교는 어렵지만 Becker와 Kaye⁽¹³⁾의 실험에서 보여준 축방향 유동이 없을 경우와 마찬가지로 회전수가 증가할수록 와의 크기는 점차 감소함을 확인하였다.

5. 고찰 및 결론

본 연구에서는 반경비 0.52일 때, 축회전수, 유량, 작동유체 등의 변화에 따라 압력손실 및 표면마찰계수 변화 특성을 살펴보면, 축회전수 증가에 따라 압력손실값이 증가하지만, 그 증가폭은 천이 및 난류영역에서는 Re 가 증가할수록 감소한다. 또한, 임계레이놀즈수 Re_c 의 값은 축회전수 증가와 로스비수의 감소에 따라 작아진다.

저레이놀즈수의 $0 < Re < Re_{c,t}$ 에서 압력손실 구배가 순수층류에 비해 상대적으로 큰, 층류+Taylor 와의 구간이 글리세린 수용액을 사용한 실험을 통하여 분명히 존재함을 확인하였다. 이는 저레이놀즈수의 층류에서 축회전에 의한 와가 유동특성에 중요한 영향을 끼침을 의미한다.

안쪽축이 회전하는 환형부내 (원심력의 작용으로 발생한) Taylor 와로 인한 유동 교란의 증진은 표면마찰계수의 증가와 더불어 임계레이놀즈수를 더욱 작아지게 한다. 그리고 전체 압력손실 중 축회전의 영향이 차지하는 비율 증가폭은 층류영역에서는 거의 일정하며, 난류영역에서는 천이점 이후 급격히 감소하는 것을 볼 수 있다.

층류영역의 C_f 와 Re 및 Ro 의 관계에서 $Ro \leq 0.8$ 일 때는 상관식 (9)로 나타나지만, Ro 가 증가함에 따라 $C_f \cdot Re$ 의 기울기가 점근적으로 감소하여 비회전의 이론식에 접근한다 (Fig. 9 참조).

한편, 난류 영역에서의 C_f 와 Re 및 Ro 의 관계는 $Ro \leq 3$ 인 경우 상관식 (12)로 표현된 후, Ro 가 증가할수록 점근적으로 감소하여 비회전시 ($Ro \rightarrow \infty$)의 식(11)에 수렴된다.

층류와 난류영역의 표면마찰계수에 관한 상관식에서 로스비수 (Ro)의 지수가 각각 0.44, 0.29이므로 난류영역에서는 축회전이 압력손실에 미치는 영향이 상대적으로 약하다는 것을 알 수 있다.

유동가시화는 유량이 없을 경우, 축회전수가 50~130rpm 인 경우 뚜렷한 Taylor 와를 볼 수 있었다. 축방향 유동이 있는 경우에도 $Re = 400$, $N = 100$ rpm일 때 Taylor 와를 관찰할 수 있었다. 또한, 회전수가 증가할수록 와의 크기는 감소함을 실험과 이론식을 통하여 확인할 수 있었다. 이처럼 층류에서는 레이놀즈수가 작을수록 Taylor 와는 유동장에 지대한 영향을 미치며, 축회전수가 증가할수록 층류+Taylor 와의 Re 구간이 점차 증가한다.

환형부내 생성되는 한 쌍의 Taylor 와 파장은 축회전수가 증가할수록 점차 감소하며, Prandtl의 이론식⁽¹²⁾을 고려할 때 Taylor 와의 크기는 환형부의 틈새간격에 의존한다는 것을 알 수 있었다. 이러한 Taylor 와는 헬릭컬 유동특성에 지대한 영향을 끼쳐 압력손실 증대와 더불어 임계레이놀즈수를 감소시켜 유동을 불안정하게 한다.

참고문헌

- (1) Taylor, G. I., 1923, "Stability of a Viscous Fluid Contained Between Two Rotating Cylinders," *Phil. Trans. A*, Vol. 223, pp. 289~343.
- (2) Stuart, J. T., 1958, "On the Nonlinear Mechanics of Hydrodynamic Stability," *J. Fluid Mech.*, Vol. 4, pp. 1~21.
- (3) Diprima, R. C., 1960, "The Stability of a Viscous Fluid Between Rotating Cylinders with an Axial Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 366, pp. 621~631.
- (4) Yamada, Y., 1962, "Resistance of a Flow through an Annulus with an Inner Rotating Cylinder," *Bull. JSME*, Vol. 5, No. 18, pp. 302~310.

- (5) Yamada, Y., Nakabayashi, K. and Maeda, K., 1969, "Pressure Drop of the Flow through Eccentric Cylinder with Rotating Inner Cylinders," *Bull. JSME*, Vol. 12, No. 53, pp. 1032~1040.
- (6) Yamada, Y. and Watanabe, S., 1973, "Frictional Moment and Pressure Drop of the Flow through Co-Axial Cylinders with an Outer Rotating Cylinder," *Bull. JSME*, Vol. 16, No. 93, pp. 551~559.
- (7) Nakabayashi, K., Yamada, Y. and Seo, K., 1974, "Rotational and Axial through the Gap between Eccentric Cylinders of which the Outer One Rotates," *Bull. JSME*, Vol. 17, No. 114, pp. 1564~1571.
- (8) Nouri, J. M., Umur, H. and Whitelaw, J. H., 1993, "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in Concentric and Eccentric Annuli," *J. Fluid Mech.*, Vol. 253, pp. 617~641.
- (9) Nouri, J. M. and Whitelaw, J. H., 1994, "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in a Concentric Annulus With Rotation of the Inner Cylinder," *J. Fluids Eng.*, Vol. 116, pp. 821~827.
- (10) Delwiche, R. A., Stratabit, D. B. and Lejeune, M. W. D., 1992, "Slimhole Drilling Hydraulics," *Society of Petroleum Engineers Inc.*, SPE 24596 pp. 521~541.
- (11) Bird, R. R., Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N., 1960, *Transport Phenomena*, pp. 34~70.
- (12) Ogawa, A., 1993, *Vortex Flow*, CRC Press Inc., pp. 169~192.
- (13) Becker, K. M. and Kaye, J., 1962, "Measurements of Diabatic Flow in an Annulus With an Inner Rotating Cylinder," *J. Heat Transfer*, Vol. 84, pp. 97~105.