

비정렬 유한체적법을 위한 QUICK법의 수정

강 동 진* · 배 상 수**
(1999년 5월 24일 접수)

Modification of QUICK Scheme for Unstructured Grid Finite Volume Method

Dong Jin Kang and Sang Soo Bae

Key Words: Unstructured FVM(비정렬 유한체적법), Skewness(왜곡도), Linear Reconstruction(선형 재구성)

Abstract

The QUICK scheme for convection terms is modified for unstructured finite volume method by using linear reconstruction technique and validated through the computation of two well defined laminar flows. It uses two upstream grid points and one downstream grid point in approximating the convection terms. The most upstream grid point is generated by considering both the direction of flow and local grid line. Its value is calculated from surrounding grid points by using a linear construction method. Numerical error by the modified QUICK scheme is shown to decrease about 2.5 times faster than first order upwind scheme as grid size decreases. Computations are also carried out to see effects of the skewness and irregularity of grid on numerical solution. All numerical solutions show that the modified QUICK scheme is insensitive to both the skewness and irregularity of grid in terms of the accuracy of solution.

1. 서론

비정렬 유한체적법을 이용한 전산유체역학적 수치해석은 여러 가지 산업 분야에서 비래지향적인 CFD방법으로 인정을 받고 있다. 이 방법은 복잡한 기하학적 형상을 비교적 간단하게(특별한 사전지식이 없어도 상용 CAD 프로그램이나 자동 격자생성 프로그램으로) 격자 생성할 수 있으며, 격자 조밀도를 손쉽게 조절할 수 있다는 장점이 있다. 나아가, 수치해 적용 격자생성도 정렬 수치해법에 비해 훨씬 간단하게 수행할 수 있으며, 여러가지 국부 가속 수치기법(local acceleration

technique)^(1~4)도 간단한 수정만으로 사용 가능하다. 뿐만 아니라, 연구문헌에 나타나 있는 많은 수치해석 기법들이 유한차분법이나 유한체적법의 틀에서 개발되어 있어 이를 확장하는 면에서도 유리한 점이 많다.⁽⁵⁾ 이상과 같은 많은 장점에도 불구하고 정밀한 수치해가 요구되는 문제에는 비정렬 격자계 방법을 사용하기가 여전히 용이하지는 않다. 그 이유중 하나는 운동량 방정식의 대류항을 고차 상류 차분법으로 근사하기가 쉽지 않기 때문이다.

유동의 레이놀즈수가 증가함에 따라 대류항의 근사방법은 수치해의 정확도와 수렴성에 절대적인 영향을 미치는 것으로 알려져 있다. 이에 따라 정렬 격자계 방법에서는 QUICK법^(6,7)과 같은 고차 상류 차분법이 널리 사용되고 있다. 그런데, 비정렬 격자계 방법에서는 상류나 하류 격자점의 정의가 불분명하여 이에 대한 처리가 용이하지 않으며, 현재에도 고차 상류 차분법에 대한 연구

* 회원, 영남대학교 기계공학부
E-mail: dj kang@yucc.yeungnam.ac.kr
TEL: (053)810-2463 FAX: (053)813-3703
** 영남대학교 기계공학부 연구원

가 활발히 진행되고 있다. 예를 들면 Pan 등⁽⁸⁾은 Gudnov형식(Gudnov-type)의 유속분리(flux differencing) 차분법을 비정렬 삼각형 격자계에서 시험한 바 있다. 이 방법은 원래 압축성 유동장 해석을 위해 개발된 방법으로 지배 방정식이 쌍곡선형(hyperbolic)이어야 사용 가능하므로 비압축성 유동장 해석에는 인공압축성(artificial compressibility)을 첨가하는 수치해석 방법에서 사용 가능한 방법이다.

한편, 압력에 기초한 비정렬 수치해석 방법에서의 대류항 처리기법에 대한 연구로는 Baliga 등,⁽⁹⁾ Hookey 등,⁽¹⁰⁾ Saabas 등⁽¹¹⁾의 연구를 예로 들 수 있겠다. Baliga 등⁽⁹⁾이 제시한 소위 FLO(flow-oriented interpolation)과 Hookey 등⁽¹⁰⁾이 제시한 FLOS(flow-oriented interpolation with source effects)은 각 격자의 평균 유동방향을 찾아 차분하는 방법으로, 인접한 두 격자에서 구한 값이 반드시 연속이라는 보장이 없는 단점이 있다. 또한, 대수 운동량 방정식의 계수에 때때로 음수 값을 더하는 결과를 초래하여 수렴성을 크게 해칠 우려가 있다. 이와 같은 단점을 보완한 것이 Saabas 등⁽¹¹⁾이 제안한 MAW(mass weighted skew upwind scheme)이다. 그러나, 이 방법은 각 격자의 제어면에서 최대 유속을 가지는 면을 찾아 차분하는 방법으로 계산비용이 비쌌 뿐만 아니라 수렴성도 크게 저하되는 단점이 있다.

이들 방법에 비해 다수의 격자점 데이터로부터 대류항 유속을 계산하는 선형 혹은 이차 재구성 방법(linear or quadratic reconstruction)은 수치해의 수렴성이나 정확도 면에서 기존에 제시된 여러 가지 방법에 비해 우수한 성능을 지닌 것으로 인정받고 있으며, 현재에도 폭넓게 연구되고 있다.^(12,13) Anderson 등⁽¹²⁾은 최소 자승법을 이용하는 선형 재구성 방법에 기초한 비정렬 유한체적법을 제시한 바 있고, Aftosmis 등⁽¹³⁾은 Green Gauss법이나 최소 자승법을 이용한 선형 재구성 방법의 정확도가 약 2차임을 보였다. 특히 삼각형 격자가 사각형 격자에 비해 정확한 수치해를 보였다.

본 논문에서는 정렬 유한체적법에서 널리 사용되는 고차 상류 차분법의 하나인 QUICK법을 비정렬 유한체적법에 적합하도록 선형 재구성 방법을 이용하여 수정하고, 두 가지 종류 유동장 해석을 통해 그 타당성을 검토하고자 한다. 본 논문에서 사용한 비정렬 유한체적법은 저자들이 선

행연구⁽¹⁴⁾에서 개발한 방법으로 다양한 종류 및 난류유동에 적용하여 그 유용성을 증명한 바 있다.

2. 지배방정식

본 연구에서 사용한 지배방정식은 x-y 직교 좌표계에서의 2차원 비압축성 Navier-Stokes방정식으로 다음의 식 (1), (2) 그리고 (3)으로 표현할 수 있다.

운동량 방정식

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

여기서 u 와 v 는 각각 x 와 y 방향 속도성분이 고, p 는 압력을 그리고 ν 는 유체의 동점성 계수(kinematic viscosity)이다.

연속방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

3. 수치해석 방법

3.1 수치해석 과정

본 논문에서 사용한 수치해석 방법에 대한 자세한 내용은 참고문헌 [14]에 정리되어 있으며, 여기서는 수치해를 구하는 과정을 간략하게 정리하면 다음과 같다.

- (a) 속도성분, 압력성분 등을 가정한다.
- (b) 대수 운동량방정식으로부터 속도성분을 수정한다.
- (c) 연속방정식을 조작하여 얻은 압력방정식으로부터 압력을 수정한다.
- (e) 과정 (b)와 (c)에서 구한 속도성분과 압력의

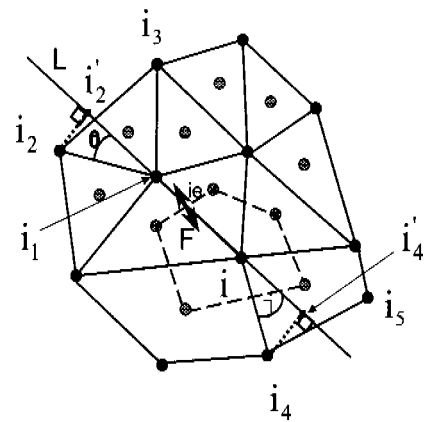
변화가 충분히 작지 않으면 과정 (b)로 되돌아간다.

위의 과정 (a)-(e)는 임의의 시간 증분에 대하여 적용하며, 과정 (e)에서 수렴판정은 반복계산간 무차원 속도성분과 무차원 압력의 최대변화가 10^{-4} 보다 작을 때를 기준으로 한다.

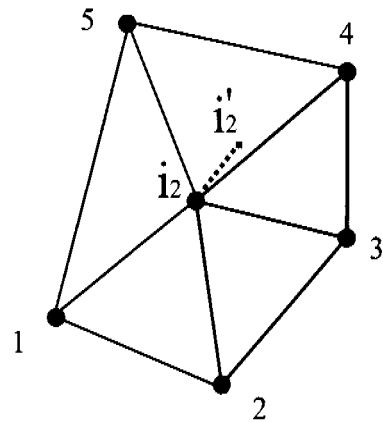
3.2 수정 QUICK법

임의의 격자점에 대한 제어체적의 각 제어면에서 대류항을 QUICK법으로 근사하기 위해서는 상류지점과 하류지점으로부터 각각 두 개와 한 개의 정보가 필요하다. 예를 들어 Fig. 1(a)에서 유속 F 가 제어체적 속으로 향할 경우 기존 QUICK법은 i_1 과 i_2 (혹은 i_1 과 i_3)를 상류 격자점으로 정의한다. 그런데, 이와 같은 정의는 격자선의 왜곡도가 심해질수록 실제 유선과 크게 달라질 수 있으며, 극단적으로 격자선 i_1-i_2 가 격자선 $i-i_1$ 에 거의 수직할 경우 수치해의 정확도를 크게 해칠 것은 자명한 사실이다.

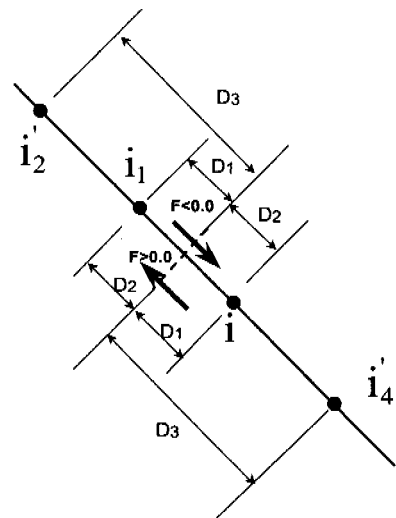
따라서, 본 논문에서 제시하는 수정 QUICK법은 상류의 두 격자점과 하류의 1개 격자점 모두가 일직선상에 놓이도록 결정하며, 이것이 기존 QUICK법과 다른 점이다. 예를 들어 Fig. 1(a)에서 유속 F 가 제어체적 속으로 향할 경우 i_1 과 i_2 을 상류 격자점으로 정의한다. 반대로 유속 F 가 제어체적 밖으로 향하면 i 와 i_4 가 상류 격자점이 되고 i_1 은 하류 격자점이 된다. 여기서 두 격자점 i_2 과 i_4 은 격자점 i 와 i_1 을 잇는 격자선 L 선 상에 놓이며 가장 근접한 격자점(i_2 혹은 i_4)로부터 수직선을 그려 정의한다. 따라서, 각 격자점에 대한 상하류 격자점은 유동방향과 격자의 기하학을 고려하여 구하게 되며, 반복적으로 격자점 위치를 계산할 필요는 없다. 이와 같은 상하류 격자점 정의는 유동장을 정렬 격자계로 분할하는 경우 정렬 격자 수치해석 방법과 동일한 상하류 격자점을 사용하게 되어 정렬 격자계에서의 기존 QUICK법과 완전 일치한다. 또한, 수정 QUICK법은 유선을 극부적으로 일직선으로 가정하기 때문에 물리적으로도 타당성을 지니고 있다고 하겠다.



(a) Upstream grid point



(b) Grid points around i_2



(c) Local distances

Fig. 1 Modified QUICK

상류 격자점 i_2' (혹은 i_4')은 일반적으로 격자점이 아니므로 적절한 보간법의 도입이 요구된다. 그런데, 상류 격자점 i_2' (혹은 i_4')은 수정 QUICK법에서 곡률항(curvature term) 수정에만 영향을 미침으로 일차의 오차로 근사하여도 전체적으로 3차의 오차⁽⁶⁾를 유지할 수 있다. 이는 Barth 등⁽¹⁵⁾에 의해 정의된 소위 k-exact 성질(property)에 해당한다. 따라서, 본 연구에서는 앞서 서술한 바와 같이 선형 재구성 방법을 사용하여 상류 격자점 i_2' (혹은 i_4')에서의 값을 구하였다. 이 점이 기존 QUICK법과의 두 번째 차이점이다.

선형 재구성 방법을 이용하여 상류 격자점에서 값을 구하는 방법을 간단하게 설명하면 다음과 같다. 먼저 격자점 i_2' (혹은 i_4') 주위에서의 값 변화를 선형적으로 가정하면 다음의 식 (4)로 표현할 수 있다.

$$\phi_{i_2} = \phi_{i_2} + \phi_x(x_{i_2} - x_{i_2}) + \phi_y(y_{i_2} - y_{i_2}) \quad (4)$$

여기서 x_{i_2} 와 y_{i_2} 는 격자점 (i_2)의 좌표를 가리키고, ϕ_x 와 ϕ_y 는 각각 x 와 y 방향으로의 함수 기울기를 나타낸다. 함수 기울기 ϕ_x 와 ϕ_y 는 Fig. 1(b)와 같이 격자점 (i_2) 주위의 격자점(그림에서 1, 2, 3, ..., N)을 이용하면 구할 수 있는데 문제는 조건이 지나치게 많다는 것이다. 이를 해결하기 위해 일반적으로 사용하는 방법이 최소 자승법(least square)이다. 즉, 함수 기울기 ϕ_x 와 ϕ_y 를 다음의 식 (5a)과 (5b)와 같이 구할 수 있다.

$$\phi_x = \sum_{k=1}^N w_k^x (\phi_k - \phi_{i_2}) \quad (5a)$$

$$\phi_y = \sum_{k=1}^N w_k^y (\phi_k - \phi_{i_2}) \quad (5b)$$

여기서 w_k^x 과 w_k^y 는 가중 함수(weighting function)로서 다음의 식 (6a), (6b), 그리고 (7a), (7b), (7c)와 같이 정의된다.

$$w_k^x = \frac{r_{22}(x_k - x_{i_2}) - r_{12}(y_k - y_{i_2})}{r_{11}r_{22} - r_{12}^2} \quad (6a)$$

$$w_k^y = \frac{r_{11}(y_k - y_{i_2}) - r_{12}(x_k - x_{i_2})}{r_{11}r_{22} - r_{12}^2} \quad (6b)$$

$$r_{11} = \sum_{k=1}^N (x_k - x_{i_2})^2 \quad (7a)$$

$$r_{12} = \sum_{k=1}^N (x_k - x_{i_2})(y_k - y_{i_2}) \quad (7b)$$

$$r_{22} = \sum_{k=1}^N (y_k - y_{i_2})^2 \quad (7c)$$

최소 자승법을 사용하는 선형 재구성 방법에 대한 보다 자세한 내용은 참고문헌 [15]에 정리되어 있다.

두 개의 상류 격자점이 결정되면 Fig. 1(c)에 보인 바와 같이 임의의 제어면 ie 에서의 유속 F 의 방향에 따라 i_2' 혹은 i_4' 격자점을 이용하여 대류항을 수정 QUICK법으로 근사하는 방법은 다음의 식 (8)과 같다.

$$F_{ie}\phi_{ie} = \phi_i F_{ie}^+ + \phi_{i_1} F_{ie}^- + (F\phi)_{ie}^{source} \quad (8)$$

여기서 F_{ie} 는 임의의 경계면 ie 에서의 유속이고, F_{ie}^+ , F_{ie}^- 그리고 $(F\phi)_{ie}^{source}$ 는 다음과 같다.

$$F_{ie}^+ = \frac{|F_{ie}| + F_{ie}}{2} \quad (9a)$$

$$F_{ie}^- = \frac{-|F_{ie}| + F_{ie}}{2} \quad (9b)$$

$$(F\phi)_{ie}^{source} = [\alpha_1 + \phi_{i_1} + (\alpha_2 - 1)\phi_i - \alpha_3(\phi_{i_1} - \beta_2\phi_i + \beta_1\phi_{i_2})]F_{ie}^+ + [(\alpha_2 - 1)\phi_{i_1} + \alpha_1\phi_i - \alpha_3(\phi_i - \beta_2\phi_{i_1} + \beta_1\phi_{i_2})]F_{ie}^- \quad (9c)$$

식 (9a), (9b), (9c)에서 ϕ 는 속도성분 u 와 v 를 α_1 , α_2 , α_3 , β_1 , β_2 , 그리고 β_3 는 다음과 같다.

$$\alpha_1 = \frac{D_1}{D_1 + D_2} \quad (10a)$$

$$\alpha_2 = \frac{D_2}{D_1 + D_2} \quad (10b)$$

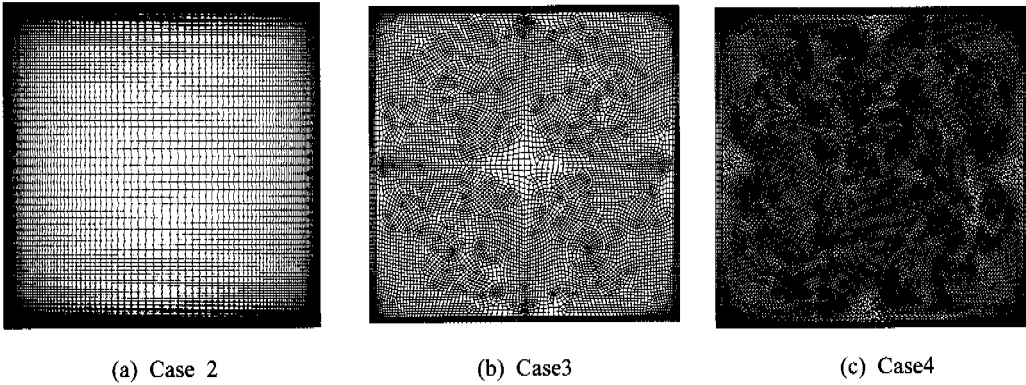
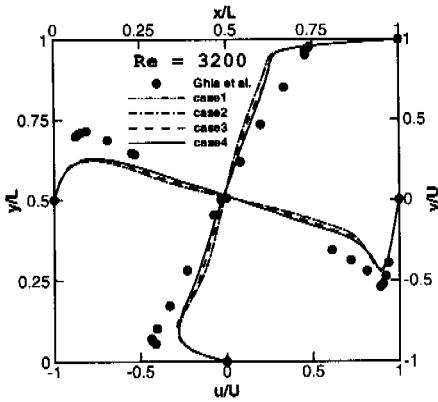
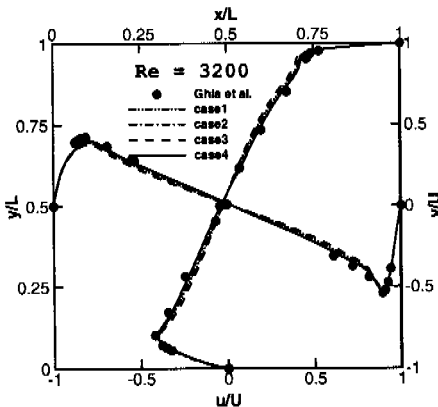


Fig. 2 Grids for square cavity flow



(a) First order upwind, Re=3200



(b) Modified QUICK, Re=3200

Fig. 3 Comparison of convection schemes

$$\alpha_3 = \frac{D_2}{D_3 + D_2} \times \alpha_1 \tag{10c}$$

$$\beta_1 = \frac{D_1 + D_2}{D_3 - D_1} \tag{10d}$$

$$\beta_2 = \frac{D_2 + D_3}{D_3 - D_1} \tag{10e}$$

또한, 위의 식 (9c)에서 $(F\phi)_{ie}^{source}$ 를 0으로 두면 1차 상류 차분법(first order upwind scheme)이 된다.

4. 결과 및 토의

4.1 정사각형 공동유동

이차원 공동유동은 유선이 큰 구배를 가질 뿐만 아니라 나수의 재순환 영역이 존재하는 복잡한 유동장으로, 다양한 수치해석 기법의 검증에 사용되는 대표적인 유동장이다.⁽¹⁶⁾

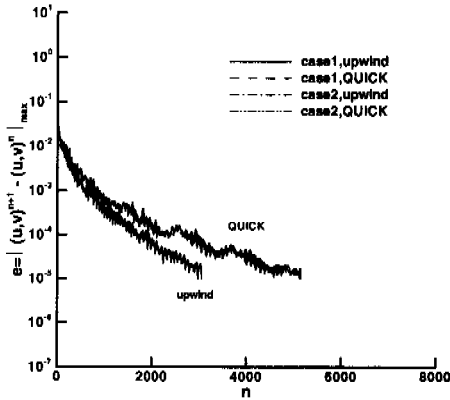
먼저, 격자선 왜곡도(skewness)와 불규칙성이 수치해에 미치는 정도를 살펴보기 위해 4가지 격자계를 구성하여 수치실험하였다. Case 1은 벽면에 격자를 밀집한 전형적인 정렬 격자계로 구성하였다. Case 2는 Fig. 2(a)에 보인 바와 같이 case 1의 격자계에서 수직 격자선을 변형하여 인접한 두 격자선을 약 60°의 각도로 기울였다. Fig. 2(b)에 도시한 case 3은 벽면부근을 제외한 계산영역을 자동 격자 생성 프로그램으로 사각형 격자를 구성하였고, 인접한 두 격자선은 약 40°~60°로 어긋나 있다. Case 4는 Fig. 2(c)에 도시한 바와

같이 case 3와 같은 방법으로 격자를 구성하되 삼각형 격자를 사용하였다. Fig. 2는 세 가지 격자 분포 차이를 간략하게 도시하고 있다.

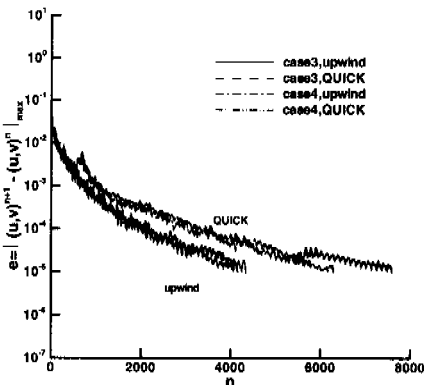
사각형 공동 유동의 레이놀즈수는 다음의 식 (11)과 같이 정의하였고, 계산에 사용한 값은 1000과 3200 두 경우이다.

$$Re = \frac{UW}{\nu} \quad (11)$$

여기서 W 는 정사각형 공동의 너비를, U 는 윗면의 속도를 그리고 ν 는 동점성 계수를 가리킨다. 계산에 사용된 격자점은 약 10000개이다.



(a) Case 1 and case 2



(b) Case 3 and case 4

Fig. 4 Comparison of convergence history

Fig. 3은 본 수치해를 Ghia 등⁽¹⁷⁾의 수치해와 비교하여 도시한 그림으로, 정사각형 공동의 중심을 통과하는 수직 격자선을 따른 x 방향 무차원 속도성분 u 와 수평 격자선을 따른 y 방향 무차원 속도성분 v 를 보여주고 있다. (a)와 (b)는 레이놀즈수가 3200인 경우에 해당하며, 레이놀즈수가 1000인 경우는 지면 관계상 생략하였다. 격자선 왜곡도나 불규칙성은 레이놀즈수가 증가할수록 수치해는 큰 영향을 미치지, 그림에서 알 수 있듯이 레이놀즈수가 3200인 경우에도 충분히 작다. 특히 수정 QUICK법 수치해에서는 그 영향이 상대적으로 더 미소하여 만족스러운 정확도를 보이고 있다. 따라서, 격자 왜곡도가 본 수정 QUICK법에 미치는 영향을 충분히 작다고 말할 수 있겠다. 또한, 그림을 살펴보면 모든 격자계에서 수정 QUICK법 수치해 (b)는 일차 상류 차분법 수치해 (a)보다 해를 정확하게 예측하고 있어 수정 QUICK법의 정확도를 간접적으로 확인할 수 있다.

Fig. 4는 수정 QUICK법과 일차 상류 차분법의 수렴거동을 비교한 그림으로, 레이놀즈수가 3200인 경우에 얻은 결과이다. 그림에서 y 축 오차 e 는 x 축 반복계산 n 간의 속도성분의 최대 변화량을 가리킨다. 먼저 Fig. 4(a)에서 case 1과 case 2의 차이를 거의 찾을 수 없어 격자 왜곡도의 영향은 상당히 작음을 알 수 있다. 그러나 Fig. 4(a)의 case 1과 case 2를 Fig. 4(b)의 case 3과 case 4를 비교해 보면 수렴성이 뚜렷한 차이를 보이고 있어 격자의 불규칙성이 수렴성에 상대적으로 큰 차이를 보인다고 말할 수 있겠다. 또한, 이러한 수렴거동은 일차 상류 차분법과 수정 QUICK법 모두에서 관찰된다.

QUICK법의 이론적인 오차는 3차이지만,⁽⁶⁾ 전체 방정식의 정확도는 다른 항에도 영향을 받으므로 이를 수치적으로 확인하기 위해 x 와 y 방향 양쪽으로 같은 수의 격자로 배분한 후 각 격자망을 대각선으로 분할하여 삼각형 격자계를 구성하여 계산을 수행하였다. 계산은 x 와 y 방향 격자점수를 50, 100, 그리고 200으로 변화시키며 수행하였다. 수치해의 정확도는 Ghia 등⁽¹⁷⁾의 수치해를 신뢰할 수 있는 수치해라 가정하고서 공동의 수직선과 수평선을 따른 u 및 v 속도성분의 차이의 제곱을 합하여 얻은 값으로 살펴보았다.

Fig. 5는 격자 크기 감소에 따른 수치해 오차기동을 도시한 그림으로, x 와 y 방향 격자점 수가 각각 50인 경우를 기준으로 삼았다. 예를 들어 x 축 $\Delta h/(\Delta h)_{50 \times 50}$ 가 0.25이면 x 와 y 방향 격자점 수가 각각 200이어서 격자 크기가 50×50 인 경우에 비해 1/4로 줄어든 것을 의미한다. 또한 y 축 오차 e 는 다음 식 (12)와 같이 정의된다.

$$e = \frac{\sum |\phi_{present} - \phi_{ghia}|^2}{\sum |\phi_{present} - \phi_{ghia}|^2_{50 \times 50}} \quad (12)$$

여기서 하첨자 *present*는 본 수치해를 그리고 *ghia*는 Ghia 등⁽¹⁷⁾의 수치해를 가리킨다. Fig. 5를 살펴보면 일차 상류 차분법은 격자 크기가 줄어들어 따라 오차가 거의 선형적으로 감소하는 반면에 수정 QUICK법은 약 2.5차 지수 함수의 거동을 보이고 있다. 따라서, 수정 QUICK법을 사용하는 본 수치해석 방법은 약 2.5차의 정확도를 가지고 있다고 말할 수 있겠다.

4.2 층류 평판 유동

고레이놀즈수 유동에서 격자 왜곡도가 수정 QUICK법에 미치는 영향을 살펴보기 위해 평판 유동에 수정 QUICK법을 적용하여 살펴보았다. 계산에 사용된 격자계는 정규 격자계를 구성한 후 수직 및 수평 격자선을 Fig. 6과 같이 변형하여 얻었다. 먼저 수직 격자선은 Fig. 6(a)에서 살펴볼 수 있는 바와 같이 15°, 30°, 60° 등 세 가지로 변형하였고, 수평 격자선은 격자간격의 1/3 및 1/5만큼 처지도록 변형하였다. 수평 격자선의 변형에 따른 격자의 왜곡도는 Fig. 6(b)에서 살펴볼 수 있다. 이러한 수평 격자선 변형은 인접한 수평 격자선이 약 15°~60°의 각도 변형을 갖게 만든다. 다만, 안정적인 수치해석을 위해 경계면 부근의 3~4개 격자선은 변형하지 않았다.

Fig. 7은 평판 길이에 기초한 레이놀즈수가 $Re_x = 30,000$ 인 경우에 얻은 수정 QUICK법 수치해를 Blasius 수치해와 비교한 그림이다. 그림에서 각도 표시는 수직 격자선의 변형 정도를 나타내고, $\Delta y/3$ 과 $\Delta y/5$ 는 각각 수평 격자선의 변형 정도를 나타낸다. 그림을 살펴보면 수평 및 수직 격자선의 심한 왜곡에도 불구하고 수정 QUICK법 수치해는 Blasius 수치해와 정확하게 일

치하고 있음을 확인할 수 있다. 따라서, 격자 왜곡도 영향은 거의 보이지 않는다고 말할 수 있으며, 이는 앞서 살펴본 사각형 공동 유동의 경우와 일치하는 결과이다.

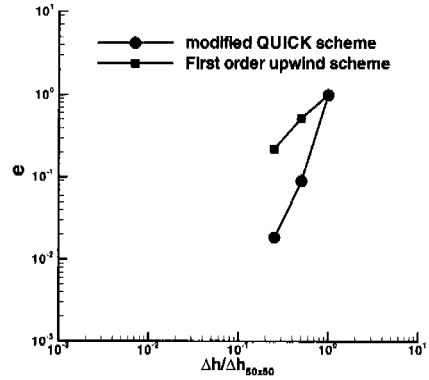
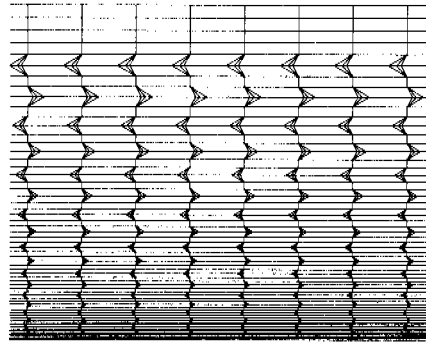
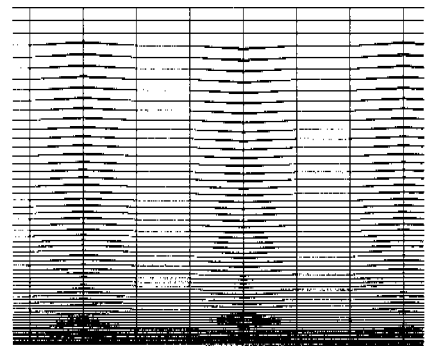


Fig. 5 Comparison of spatial accuracy



(a) Vertically skewed grid



(b) Horizontally skewed grid

Fig. 6 Skewed grids for flat plate

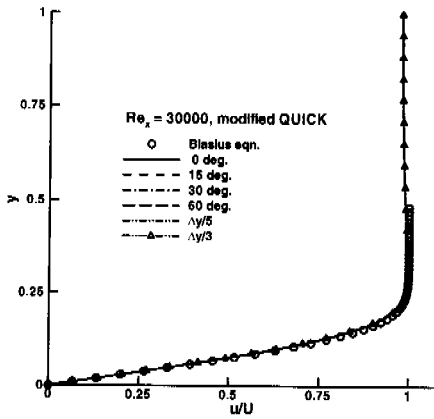


Fig. 7 Comparison of velocity profile

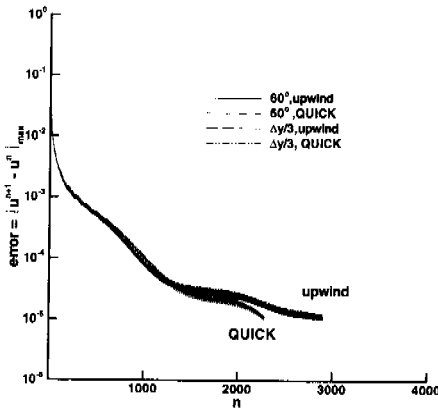


Fig. 8 Comparison of converge history

Fig. 8은 고레이놀즈수 평판 유동에서 얻은 수치해의 수렴거동을 도시한 그림으로, 일차 상류 차분법과 수정 QUICK법을 비교하여 보여준다. 그림에서 y축 error는 두 반복계산간 속도성분의 최대 변화로 정의하였다. 그림을 살펴보면 일차 상류 차분법에 비해 수정 QUICK법이 오히려 약간 좋은 수렴성을 보이고는 있지만, 계산에 사용된 완화계수 등을 최적화하지 않았음을 고려하면 같은 정도의 수렴성이라 말할 수 있겠다.

5. 결론

본 논문에서는 비정렬 유한체적법에 적합한 수정 QUICK법을 제시하고 두 가지 예제문제에 대

하여 수정 QUICK법의 타당성을 살펴본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

본 논문에서 제시한 수정 QUICK법은 기존의 일차 상류 차분법보다 정확한 방법임을 확인할 수 있었고, 사각형 공동 유동의 경우 격자 크기의 약 2.5승에 비례하여 오차가 줄어들었다. 같은 문제에 대하여 일차 상류 차분법은 격자 크기에 선형적으로 비례하여 오차가 줄어들었다.

모든 수치해의 수렴성은 격자의 왜곡도와 특히 격자의 불규칙성에 다소 영향을 받았지만, 수정 QUICK법 수치해의 정확도는 격자의 왜곡도와 불규칙성에 거의 관계없이 만족스러운 예측을 보였다.

참고문헌

- (1) Connell, S. D., and Holmes, D. G., 1994, "Three Dimensional Unstructured Adaptive Multigrid Scheme for the Euler Equations," *AIAA J.*, Vol. 32, No. 8, pp. 1626~1632.
- (2) Mavriplis, D. J., 1991, "Three Dimensional Unstructured Multigrid for the Euler equations," *AIAA Paper 91-1549.*
- (3) Lohner, R., 1989, "Adaptive H-Refinement on 3D Unstructured Grids for Transient Problems," *AIAA Paper 89-0365.*
- (4) Jiang, Y., Wang, Z. J., and Przekwas, A. J., 1996, "Pressure Based High Order Accuracy Flow Solver on Adaptive, Mixed Type Unstructured Grids," *AIAA Paper 96-0417.*
- (5) Thomadakis, M, and Leschziner, M., 1996, "A Pressure Correction Method for the Solution of Incompressible Viscous Flows on Unstructured Grids," *Int. J. Nume. Methd. in Fluids*, Vol. 22, pp. 581~601.
- (6) Leonard, B. P., 1979, "A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Interpolation," *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.* Vol. 19, pp 59~98.
- (7) 강동진, 배상수, 1996, "일반 비직교 표면좌표계에서의 비압축성 점성유동의 수치해석 : Hybrid법과 QUICK법의 비교," *대한기계학회논문집*, 제20권 제5호, pp. 1613~1623.

- (8) Pan, D., Lu, C., and Cheng, J., 1994, "Incompressible Flow Solution on Unstructured Triangular Meshes," *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 26, pp. 207~224.
- (9) Baliga, B. R., and Patankar, S. V., 1980, "A New Finite Element Formulation for Convection Diffusion Problems," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 3, pp. 393~409.
- (10) Hookey, N. A., Baliga, B. R., and Prakash, C., 1988, "Evaluation and Enhancements of Some Control Volume Finite Element Methods- Part 1 : Convection-Diffusion Problems," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 255~272.
- (11) Saabas, H. J., and Baliga, B. R., 1994, "Co-Located Equal-Order Control Volume Finite Element Method for Multi-Dimensional, Incompressible, Fluid Flow-Part 1 : Formulation," *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 26, pp. 381~407.
- (12) Anderson, W. Kyle, and Bonhaus, D. L., 1994, "An Implicit Upwind Algorithm for Computing Turbulent Flows on Unstructured Grids," *Computers Fluids* Vol. 23 No. 1, pp. 1~21.
- (13) Aftosmis, M., Gaitonde, D., and Tavares, T. S., 1995, "Behavior of Linear Reconstruction Techniques on Unstructured Meshes," *AIAA J.*, Vol. 33 No. 11, pp. 2038~2049.
- (14) 강동진, 배상수, 주상우, 1998, "비압축성 점성유동의 수치해석을 위한 유한 체적법," 대한기계학회논문집, 제22권 제10호, pp. 1410~1421.
- (15) Barth, T. J., and Frederickson, P.O., 1993, "Higher Order Solution of the Euler Equations on Unstructured Grids Using Quadratic Reconstruction," *AIAA Paper* 93-0668.
- (16) Shen, C., Y., Reed, H., and Foley, T., 1993, "Shepard's Interpolation for Solution Adaptive Methods," *J. Comp. Phys.*, Vol. 106, pp. 52~61.
- (17) Ghia, U., Ghia, K. N., and Shin, C. T., 1982, "High Resolutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method," *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, pp. 387~411.