

기어의 이상검지 및 진단에 관한 연구 -Wavelet Transform해석과 KDI의 비교-

김태구[†] · 김광일

인제대학교 산업안전보건학과
(1999. 10. 26. 접수 / 2000. 5. 16. 채택)

A Study on Fault Detection and Diagnosis of Gear Damages - A Comparison between Wavelet Transform Analysis and Kullback Discrimination Information -

Tae-Gu Kim[†] · Kwang-Il Kim

Department of Occupational Health & Safety Engineering, Inje University
(Received October 26, 1999 / Accepted May 16, 2000)

Abstract : This paper presents the approach involving fault detection and diagnosis of gears using pattern recognition and Wavelet transform. It describes result of the comparison between KDI (Kullback Discrimination Information) with the nearest neighbor classification rule as one of pattern recognition methods and Wavelet transform to know a way to detect and diagnosis of gear damages experimentally. To model the damages 1) Normal (no defect), 2) one tooth is worn out, 3) All teeth faces are worn out 4) One tooth is broken. The vibration sensor was attached on the bearing housing. This produced the total time history data that is 20 pieces of each condition. We chose the standard data and measure distance between standard and tested data. In Wavelet transform analysis method, the time series data of magnitude in specified frequency (rotary and mesh frequency) were earned. As a result, the monitoring system using Wavelet transform method and KDI with nearest neighbor classification rule successfully detected and classified the damages from the experimental data.

Keywords : Wavelet Transform Analysis, Kullback Discrimination Information, Nearest Neighbor, Gear Damages, Detection and Classification

1. 서 론

기어는 많은 산업분야에서 사용되고 있다. 따라서 기어의 고장에 따르는 설비의 위험성도 증가되고 있다. 또한, 기어의 이상은 실제로 기어가 기어박스(Gear box)로 케이싱(Casing)되어 있고, 기어의 부근에 설치한 센서의 진동(진폭, 주파수)이 다른 기기의 영향을 받아 이상을 검지하고 진단하기가 어렵다. 즉, 많은 노이즈(Noise)가 포함되어 있는 데이터의 처리로 이상유무를 진

단 및 검지해야 하기 때문에 노이즈가 포함되어 있는 데이터를 효과적으로 처리하는 수법이 요구되고 있다. 또한, 시간축과 함께 변화하는 이상은 기존의 진동법¹⁾에 의한 진단방법이나 FFT (Fast Fourier Transform)로는 검지능력을 개선하기가 힘든 현실이다. 즉, 특정시간축에 존재하는 이상신호를 취해서 진단할 수 있다면, 검지능력을 개선할 수 있는 것이다. 이점에서, 단시간 (Short-term) FFT가 사용되고 있다²⁾. 하지만 이 방법은 주파수에 관계없이 시간창의 폭이 동일하다. 따라서, 낮은 주파수의 신호변화는 창폭 (Window width)보다 길기 때문에 신호를 효과적으로 해석할 수 없고, 고주파의 영역의 신호변화

[†] To whom correspondence should be addressed.
tgkim@ijnrc.inje.ac.kr

도 창폭보다 짧기 때문에 효과적으로 해석할 수 없는 문제점을 안고 있다. 본 논문에서 사용하는 웨이브렛 변환법(Wavelet Transform Method)은 이 창(Window)의 폭을 주파수에 대응해서 변화시켜, 시간축/주파수축 분해능력을 높인 이론이다. 이 이론을 기어의 이상진단에 적용시켜 FFT와 비교한 논문³⁾을 통해 진단시스템을 구축했다. 또한 패턴인식의 이론인 쿨백식별정보량(Kullback Discrimination Information)은 AR(Auto Regressive) Model을 베이스로 한 진단시스템⁴⁾으로 시간데이터를 모델화해서 먼저 상정한 패턴과의 상이도(相異度)를 기초로 판정하는 방법이다. 이 방법은 시간데이터를 전부 사용, 모델화함으로 미소한 이상의 진단에도 효과적인 검지 및 진단 방법이다. 또한 많은 양의 데이터를 사용하면서도 신경회로망(Neural Network)과 같이 학습시간의 과다 소모와 같은 문제점이 발생하지 않는다. 본 논문은 쿨백식별정보량(Kullback Discrimination Information)과 웨이브렛변환법(Wavelet Transform Method)을 이용, 실험장치에 적용하여 두 방법의 진단의 효율성을 비교 검토했다. 즉, 기어의 각종 이상상태를 검지하기 위한 웨이브렛 해석법과 쿨백식별정보량을 이용한 방법의 검지능력을 비교했다.

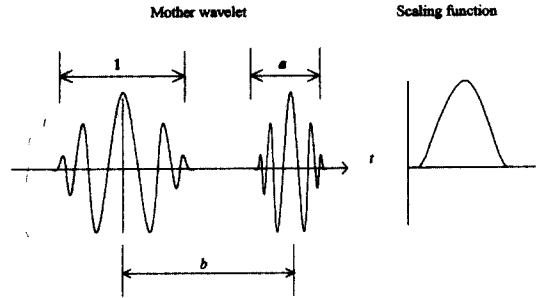


Fig. 1. Structure of spline4 (Mother wavelet)

성질을 아는 데 편리하지만, 식(1)의 처리를 연속적 시간계로 행할 때에는 비효율적이다. 또, 웨이브렛 변환에서는 불확정성 관계로부터 분해 가능한 시간폭 X 주파수폭의 최소치가 결정된다. 따라서, 해석에서 최소의 대표적인 점 $(b, 1/a)$ 의 수치를 취하면 된다. 구체적으로는, 좌표 $(b, 1/a)$ 를 2개의 정수 j, k 에 의해 $(b, 1/a) = (2^{-j}k, 2^j)$ 로 놓고 이산화(Discrete)시키는 것이 합리적인 방법이다. 이 이산화된 웨이브렛변환 $(W_{\psi} f)(2^{-j}k, 2^j)$ 을 $d_k^{(j)}$ 로 하여 다시 쓰면, 식(1)은,

$$d_k^{(j)} = 2^j \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi(2^j x - k)} f(x) dx \quad (2)$$

가 된다. 이산웨이브렛(Discrete wavelet)변환을 행하기 위해서는 마더·웨이브렛 ψ 가 기저함수여야 한다는 조건이 추가된다. 본 연구에서는 ψ 에 다른 마더·웨이브렛을 비교해서 주파수 분해능력이 뛰어난 Spline4 Wavelet(Fig. 1)를 사용했다.

2.2. 패턴인식 및 Kullback Discrimination Information

패턴인식의 분야에서 사용되고 있는 최근접분류법(The Nearest Neighbor classification rule, 이하 NN Rule)은 다음과 같다. $x_m, m=1, \dots, M$ 을 표본시계열(Labelled time series), θ_0 을 그 시계열에 대응하는 라벨(label; 정상, 이상 등), x_0, θ_0 를 새로 분류되는 테스트용 시계열과 그것의 라벨이라고 한다. 또, x_0 과 x_m 의 거리를 $d(x_0, x_m)$ 라고 하면,

$$d(x_0, x_m) \leq d(x_0, x_m) \quad m=1, 2, \dots, M \Rightarrow \theta_0 = \theta_m \quad (3)$$

2 이 론

2.1. 웨이브렛변환분석법

(Wavelet Transform Analysis)

웨이브렛 변환은 FFT와 같이 주파수 분포를 추출하는 변환이다. 시간방향에 유한의 길이로 존재하는 웨이브렛(파속)을, 시간방향으로 확대·축소 이동시키면서 해석대상의 파형과의 합성적분(Convolution)을 구하는 것이다⁵⁾. 마더·웨이브렛(Mother Wavelet)을 $\psi(x)$ 로 한 함수 $f(x)$ 의 웨이브렛 변환은 다음과 같이 정의되어진다.

$$(W_{\psi} f)(b, a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{|a|}} \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} f(x) dx \quad (1)$$

a : Scaling parameter

b : Shift parameter

$-$: Complex number

웨이브렛 변환 $(W_{\psi} f)(b, a)$ 이나 이 변환치를 신호의 호평면상의 점 $(b, 1/a)$ 에 나타내는 것은 신호의

즉, 새로 분류되는 테스트용 시계열은 그것의 최근점의 라벨이 주어진다.

쿨백식별정보량(Kullback Discrimination Information, 이하 KDI)은 실제의 확률분포가 $f_0(x)$ 일 때, 그 분포를 $f_m(x)$ 로 가정했을 때의 부적합(Dissimilarity)정도를 나타내는 척도로서, 다음과식과 같이 표현된다.

$$I(f_0, f_m) = \int f_0(x) \log[f_0(x) / f_m(x)] dx \quad (4)$$

여기서, 확률분포 $f_0(x)$, $f_m(x)$ 를 정규분포로 하고 x_0 , x_m 를 그것을 가정으로 발생하는 시계열이라 하면, 시계열 x_0 , x_m 간의 거리는 식(5)와 같다.

$$2d(x_0, x_m) = \log \frac{\sum_m}{\sum_0} + tr \hat{\Sigma}_0 (\hat{\Sigma}_m^{-1} - \hat{\Sigma}_0^{-1}) + tr [\hat{\Sigma}_m^{-1} (\hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_m)(\hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_m)^T] - n \quad (5)$$

여기서, x_0 과 x_m 을 n -duration 시계열, $\hat{\mu}_j = (\hat{\mu}_j(1), \dots, \hat{\mu}_j(n))$, $\hat{\Sigma}_j (j=0 \text{ or } m, m=1, \dots, M)$ 는 각각의 시계열 x_j 의 추정평균과 추정공분산 행렬이다. 식(5)로부터 시계열간의 거리를 구할 경우에는 동식으로부터 구한다는 가정에서, 시계열 x_0 과 x_m 의 확률분포는 정규분포여야 한다. 또, 관측된 시계열 데이터로부터 계산되어진 $n \times n$ 공분산 행렬의 계산이 포함되어 있다. 그러므로, 관측데이터에 AR Model를 피팅(Fitting)시킴으로써 잔차시계열(Residual time series)의 정규성을 만족하고 계산의 간략화를 기대할 수 있다. AR 모델을 피팅시킨 거리의 계산식을 식(6)에 표시하면⁶⁾,

$$2d(x_0, x_m) = \log \left[\frac{\hat{\sigma}_m^2}{\hat{\sigma}_0^2} \right] + \frac{1}{n \hat{\sigma}_m^2} \sum_{t=1}^n [e_{0,m}(t)]^2 - 1 \quad (6)$$

여기서, 기호 $\hat{\sigma}_m^2$, $\hat{\sigma}_0^2$ 는 각각의 시계열 x_m , x_0 의 추정분산, $e_{0,m}(t)$ 는 표본시계열 x_m 에 피팅된 모델로부터 테스트용 시계열을 피팅함으로써 발생하는 잔차시계열이다. 패턴인식과 KDI를 이용한 이상검지의 흐름을 Fig. 2에 나타냈다.

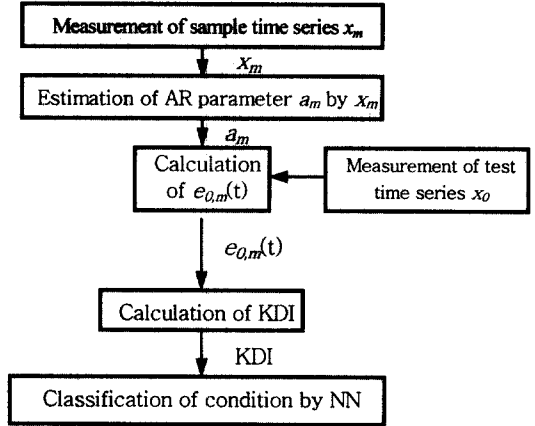


Fig. 2. Fault detection scheme using KDI with the Nearest Neighbor classification rule

3. 실험

실험장치와 실험장치의 제원을 Fig. 3과 Table 1에 나타냈다. 테스트기어와 그 외 기어는 양단이 볼베어링에 지지되어 있다. 시험축1은 모터(Motor)1로 구동되고, 모터2는 발전기로 사용되어 저항을 부하로 사용, 토크(Torque)를 발생시킨다. 부하 토크는 발전전력과 발전효율로부터 약 11.0Nm로 계산되어졌다. 시험축2의 모터 반대쪽의 하우징(Housing)에 압전형 가속도 센서를 통해 데이터를 얻었다. 기어는 사용함에 따라 구동에 의해 마찰이 진행된다. 따라서, 재료의 결합이나 조립정도의 불량으로 일부분의 마모가 발생되며, 피로강도의 부족 등으로 기어가 파손되기도 한다⁷⁾. 이러한 실현상에 따라 테스트기어는 다음의 4가지의 상태로 만들어 실험에 사용하였다;

- (1) 정상(Normal wear, No defect)
- (2) 1齒面摩耗 (One tooth worn): 1개의 치면을 약 0.4mm 갈아낸 상태
- (3) 全齒面摩耗(Total teeth worn): 전부의 치면을 약 0.05mm 갈아낸 상태
- (4) 1齒折損 (One tooth broken): 1개의 기어의 치를 잘라 낸 상태.

웨이브렛에서는 49rps(= 2,940rpm)으로 구동축을 구동하여, 1회의 실험에, 데이터는 샘플링시간(Sampling time) 20 sec에 4,096개(=2¹²개), 0.082 sec, 4회전 분의 데이터를 측정했다. 이 데이터를 포락선(Envelope)처리⁸⁾하여 웨이브렛 변환으로

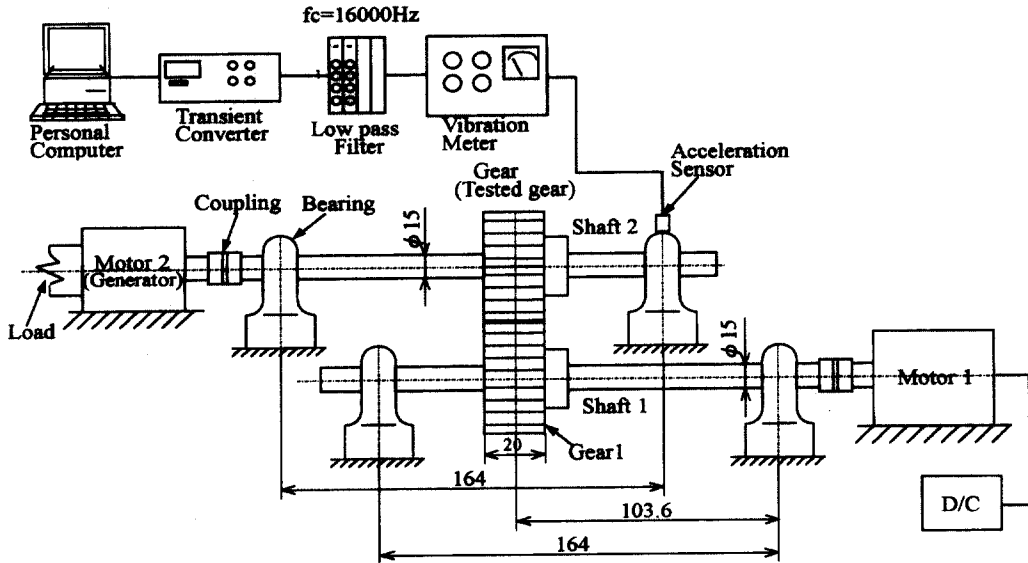


Fig. 3. Schematic diagram of experimental apparatus

Table 1. Specification of experimental apparatus

Specification of gear	
Gear1 Gear2	Number of tooth : 25
	Module : 2
	Quality of the material : S45C
	Surface treatment : Grinding
Specification of motor	
Number of rotations	: 2500RPM
Standard output	: 300W

해석하였다. 또 진동성분인 회전주파수 (f_r) 성분을 49Hz로, 맞물림주파수 (f_m) 성분은 기어1, 2 모두 치수가 25개이므로 $f_r \times 25 = 1,225\text{Hz}$ 이다. 이 성분들은 웨이브렛 해석에서 각각의 주파수 레벨(Frequency Level), $j=9(49\text{Hz})$, $j=4, -5(1,564\text{Hz}, 782\text{Hz})$ 에 나타날 것으로 예상된다.

또, KDI는 회전수를 2,500rpm으로, 로패스필터(Low pass filter) 10kHz로 설정하고, 샘플링 시간 10 sec로 0.08초간, 약 3 주기분의 데이터를 측정했다. 다음, 4 종류의 데이터로부터 각각 표본 시계열 데이터를 하나씩 무작위추출하여 AR 모델화시켰다. 다른 나머지 데이터는 테스트 시계열로 하여 식(6)에 의해 계산, 최근접분류법(NN rule)에 의해 분류했다.

4. 결과

상기의 4 종류의 상태로 얻은 진동파형을 Fig. 4에 나타냈다. 각 상태의 웨이브렛 해석 결과를 Fig. 5에 표시했다. 가로는 시간, 세로의 좌측은 각 주파수에서 파의 웨이브렛진폭(강도)을, 우측

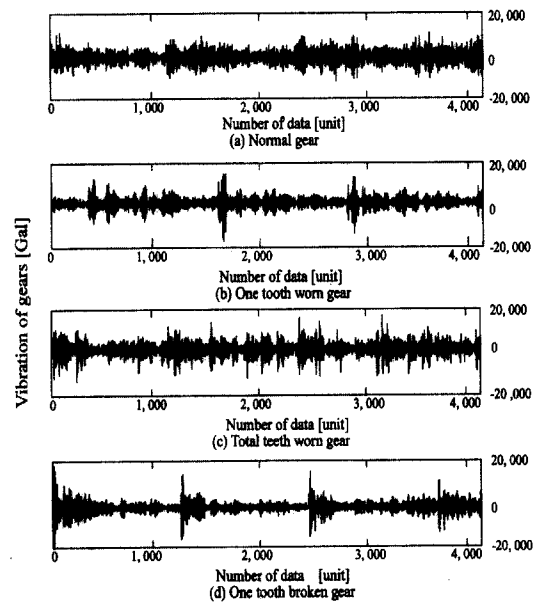
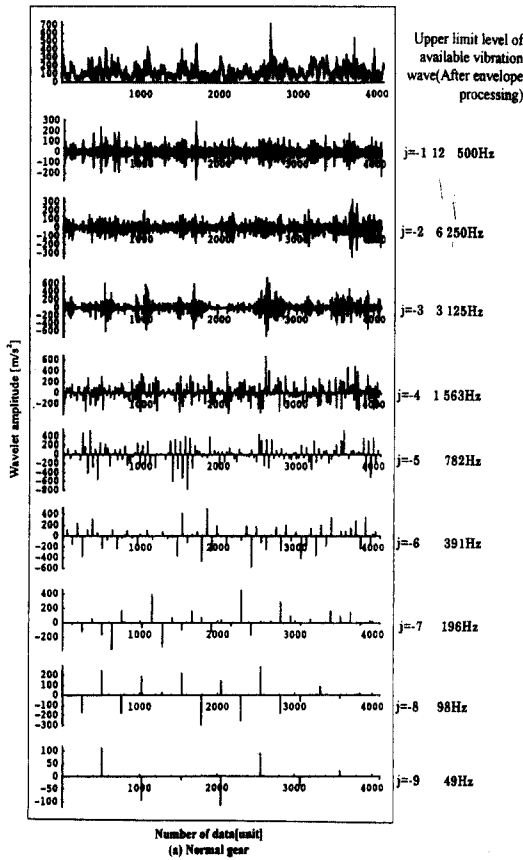
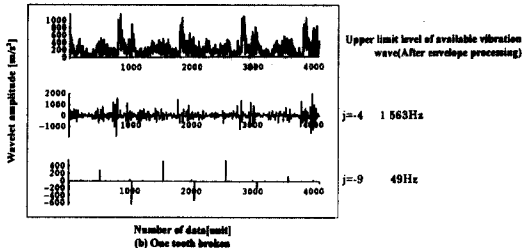


Fig. 4. Vibration signals for gears of different conditions



(a) Normal gear



(b) One tooth broken

Fig. 5. Result of Wavelet transform(example analysis)

은 각 주파수 성분의 레벨을 표시하고 있다. 즉 FFT에서는 가로축이 주파수, 세로축이 파워 스펙트럼(Power spectrum)으로 강도를 나타내는 것에 비해 시간의 축이 하나 더 존재함으로 데이터의 시간정보가 보존되는 시간주파수 해석이다. 또 각각의 시계열간의 KDI의 계산결과를 예로 Table 2에 나타낸다. 이 Table의 명암처리된 부분이 KDI간의 거리의 최소치로서, 그 표본시

Table 2. Result of KDI (example classification)

Tested time series	Sample time series	Normal	One tooth worn	One tooth broken	Total teeth worn
	Normal	0.0372	0.6043	0.6451	0.7949
One tooth worn	2.7022	0.0031	0.0642	0.1541	
One tooth broken	3.8886	0.3491	0.0295	0.1915	
Total teeth worn	5.0175	1.8686	1.4051	0.0077	

계열에 분류되어진 것을 나타내고 있다. 즉, 그 표본시계열과 같은 상태라고 분류되어지는 것이다. 예를 들어, 테스트시계열의 1치면마모의 최소의 KDI는 0.0031로 1치면마모의 상태와 같은 상태로 바르게 분류되어진 것을 나타내고 있다. 즉, 최근접분류법(NN rule)에서 최근거리를 나타내는 테스트 시계열을 샘플(Sample)시계열로 분류하는 방법에 따라, 1치면마모(One tooth worn) 베어링에서 명암처리된 0.031은 종축으로 보아 정상베어링 0.6043, 전치면파손(One tooth broken)의 0.3491, 전치면마모(Total teeth worn)의 1.8686 중에서 가장 작으므로 1치면마모로 분류된다.

5. 고찰

먼저, Fig. 5의 회전주파수 성분 $j=9$ 의 $d_k^{(-9)}$ 에 주목하자. 가장 쉬운 예로 1치면절손의 경우를 들어보자. 이 레벨에서는 8개가 계산되어 있지만, 각 종단부인 이산시각 3,000 이상에서는 거의 같은 강도로 나타난다. 이 현상을 다음의 시뮬레이션(Simulation)을 통해 고찰해보자. Fig. 6은 절손에 의한 충격파와 같은 충격적인 삼각파를 근사한 것으로 웨이블릿 변환을 한 시뮬레이션을 나타낸 것이다. 이 결과로,

- (1) 종래 4개인 회전주파수 성분이 8개로 계산되어지고,
- (2) 종단부에서는 $d_k^{(-9)}$ 가 작게 되어진다는 사실을 알 수 있다.

(1)의 이유는 이 레벨에서는 마더·웨이블릿 Spline4에 존재하는 범위의 폭이 레벨 $j=9$ 에 있어서 d 의 계산간격을 넘어 있기 때문이고, (2)의 이유는, 예를 들어 $d_{3584}^{(-9)}$ 는, 이산시각 3,584 이상

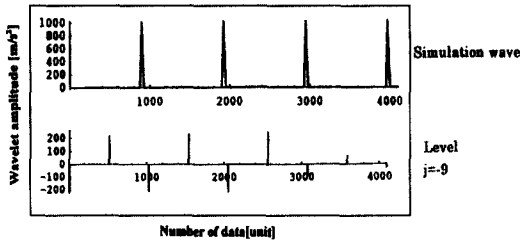


Fig. 6. Result of Wavelet transform(example analysis)

의 데이터와 시간축 방향에 2⁹배 확대된 마더 웨이블렛과의 곱의 합이기 때문에, 4,096 이상의 데이터는 0으로 계산되어지기 때문이다. 이 데이터로부터 기어의 파손형태를 자동진단하기 위해서, 이 8개의 $d_k^{(-9)}$ 로부터 어떤 수치를 구하면 타당할까를 고찰해 보면;

- 어느 하나의 d 를 기본으로 하면 외부 및 노이즈의 영향이 크다.

- 8개 전부의 d 를 평균하면 중단부의 영향이 크다.

따라서, d 의 최대치로부터 2,4,6개의 평균치를 구하여 진단하는 방법을 생각해 보았다. 그 분포를 플롯(Plot)한 결과로부터 진동의 회전주파수 성분 $j=9$ 의 4개의 평균이 1치면마모와 전치면마모의 상태가 각각 하나씩 구분되어, 다른 2,6개의 평균보다 좋은 진단결과를 나타냈다. 즉, 회전주파수 $d_k^{(-9)}$ 의 웨이블렛강도가 이상의 진단 및 분류에 유효함을 확인할 수 있었다. 다음으로, 맞물림 주파수 성분에 대해 고찰해보자. 레벨 $j=4, -5$ 의 상관도를 비교한 결과 강도가 거의 비례하고 있었다. 따라서, 레벨 $j=4$ 를 들어서 검토해 보았다. 이 레벨은 $d_{k(-4)}$ 가 256개이지만, 계산부하상의 제한으로 이 레벨의 성분을 나타내는 가급적 최소한의 개수를 취하고자 했다. $j=9$ 와 같이 절대치의 최대치로부터 8개의 평균을 취하는 것으로 하였다. 회전주파수 성분 $j=9$ 의 2,4,6개의 분류 중 최대치로부터 4개의 평균치의 진단결과를 Fig. 7(a)에 나타내었다. 또 이상의 논의를 토대로 고장의 분류를 위하여 경계선을 그리면, Fig. 7(b)의 점선과 같이 된다. 이 경계선이 다소 복잡하기는 하지만, 이 정도의 분류는 컴퓨터로 간단히 도입, 해결할 수 있다고 사료된다. 또 $j=4, -9$ 의 강도분포는 일반적으로 정상적인 기어는 회전주파수의 강도와 맞물림주파수의 강도(Magnitude) 양자 모두가 작게 나타

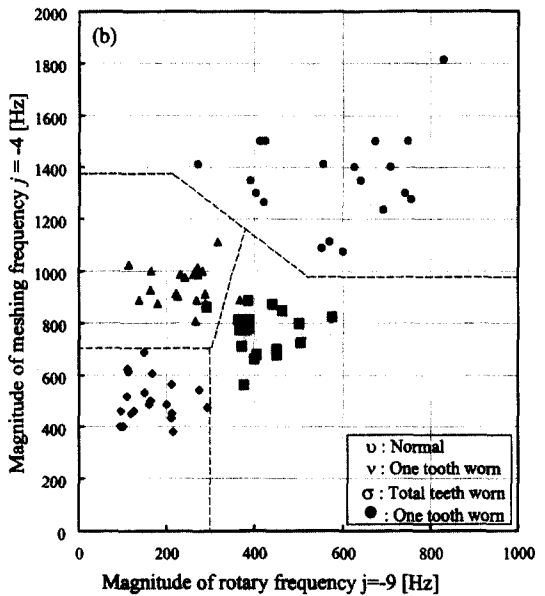
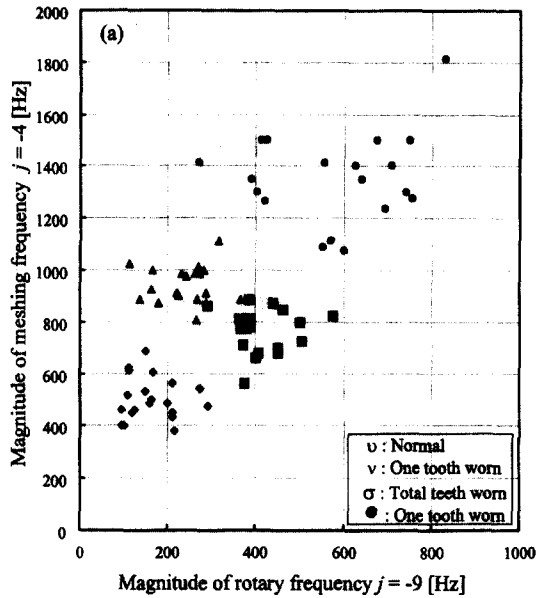


Fig. 7. Result of Wavelet transform

나고, 기어의 치면이 1개 파손된 기어의 회전주파수와 맞물림 주파수의 강도는 모두 정상기어보다는 크게 나타나는 정상적인 현상론과 일치하여 타당한 결과로 여겨진다.

KDI에서는 각각의 상태가 20개씩으로 총 데이터수는 80개이다. 이 중 각 상태에서 1개씩 랜덤(Random)하게 취하여 표본시계열로 하고 이

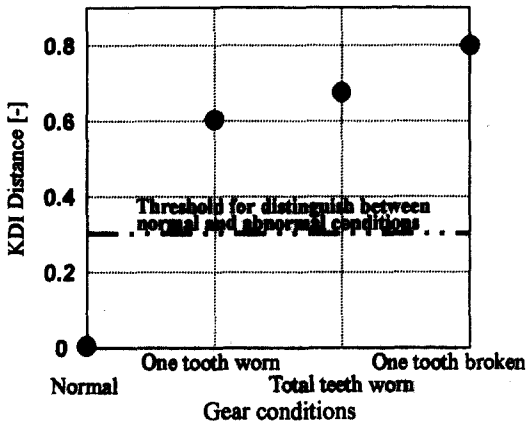


Fig. 8. Distance by normal sample time series

표본시계열과 테스트 시계열 76개의 거리를 구하여 분류한 결과 76/76으로 100%의 진단결과를 얻었다. 여기서, 랜덤하게 취하는 표본시계열이 결과에 영향을 미칠 수 있는 것을 간과해서는 안 된다. 물론, 본 논문에서는 다른 표본시계열을 랜덤하게 취해서 확인 한 바, 같은 진단결과를 얻었다. 또한 Fig. 8에 나타낸 것과 같이 점선을 기준으로 정상과 이상의 분류에 탁월한 진단결과를 나타내지만, 여기서 구축한 KDI진단시스템에서는 이상의 형태에 대한 분류까지는 가능하지 않다. 여기서 주목해야 할 것은 웨이브렛해석법의 결과에서도 보는 것과 같이 경계선으로 구별한 이상의 패턴을 KDI와 같은 패턴인식을 사용해 자동적으로 분류할 수 있는 방법이 연구되어야 한다고 사료된다. 또한 이 2개의 방법을 비교하면 다음과 같다.

웨이브렛을 사용한 이상진단에서는, 결과를 판독하기 위하여 약간의 어려움이 있지만, FFT와는 달리 시간주파수의 정보가 보존되어 있어 이상형태의 판단이 가능하다. 예상하지 못한 이상의 진단에 대처할 수 있는 시스템이고, 쿨백식별정보량을 사용한 경우는, 결과는 몇 개의 KDI의 거리치 중 최소치를 선택하기 때문에, 결과를 쉽게 알 수 있다. 즉, 미리 상정된 이상패턴 대해서는 유효한 수단이라는 것이다.

6. 결론

본 연구는, 기어의 이상의 진단에 웨이브렛을 통한 새로운 진단시스템을 구축하고, 패턴인식의 한 분야인 KDI진단시스템을 통해 진단의 효율성 및 방법론을 비교했다. 그 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

1) 웨이브렛변환해석을 통해 기어의 마모 및 파손 등 일반적 현상의 이상검지가 가능했다. 기어진단시스템의 효율성을 확인하고 웨이브렛을 통한 기어진단시스템의 가능성을 확인했다.

2) 기어의 진동을 모델화해서, KDI패턴인식과 NN rule을 사용/해석하여 이상을 검출하여 분류하는 것이 가능했다. 기어의 이상진단에 유효한 수단임을 알았다.

참고문헌

- 1) 豊田利夫, 設備診断のための信號處理の進め方, 日本プラントメンテナンス協會, pp. 108~115, 1996.
- 2) D. E. Newland, An introduction to random vibrations, spectral & wavelet analysis(3rd. ed.), Longman Scientific & Technical, pp. 114~124, 1993.
- 3) Tae-gu Kim and Hisahi Shimizu, A study on Diagnosis of Gear Damages using Wavelet Transform, Journal of Japan Society for Safety Engineering, Vol. 36, No. 5, pp. 289~295, 1997.
- 4) C. J. Li and T. Kim, Linear Model-based Fault Detection and Isolation for a Screw Compressor, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 8, No. 3, pp. 259~273, 1993.
- 5) Sakagi Bara, 웨이브렛비기나-즈가드, 東京電氣大學出版局, pp. 6~16, 1995.
- 6) W. Gersch, Time Series Modeling Methods, Mechanical Signature Analysis Theory and Application, Academic Press, UK, pp. 288~318, 1986.
- 7) 日本機械學會(編), 技術資料齒車強さ設計試験, pp. 138~141, 1991.
- 8) pp. 61~64 of 1)